FEUILLES DÉTACHABLES

Euro Maths

Enseigner les mathématiques au CM2

CM2

LIVRE DU PROFESSEUR

Marie-Lise Peltier
Maître de conférences - IUFM de Rouen

Joël Briand
Maître de conférences - IUFM de Bordeaux

Bernadette Ngono
Maître de conférences - IUFM de Rouen

Danielle Vergnes
Professeur de mathématiques - IUFM de Versailles

HATIER

Table des matières

PARTIE 1 : ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES AU CM2

© HATIER, PARIS 2009 - ISBN : 978-2-218-93625-8

Partie 2 : Étape par étape

Partie 3 : Fiches photocopiables

Couverture Créapass • **Conception maquette** Bernard Van Geet • **Adaptation maquette** J'ai deux z'amours • **Mise en page** Thomas Winock • **Dessins techniques** Thomas Winock, Christine Chenot et Lydie Boué • **Illustrations** François Foyard

Partie 1

Enseigner les mathématiques au CM2

Enjeux didactiques et présentation argumentée des progressions

Il m'a paru qu'en général, on ne devrait rien enseigner aux enfants sans leur en avoir expliqué et fait sentir les motifs. Ce principe me semble très essentiel dans l'instruction, mais je le crois surtout fort avantageux en arithmétique et en géométrie. Ainsi des éléments de ces sciences ne doivent pas seulement avoir pour but de mettre les enfants en état d'exécuter sûrement, et facilement par la suite, les calculs dont ils peuvent avoir besoin, mais doivent encore leur tenir lieu d'éléments de logique et servir à développer en eux la faculté d'analyser leurs idées, de raisonner avec justesse.

Condorcet

1

Le manuel scolaire et ses usages

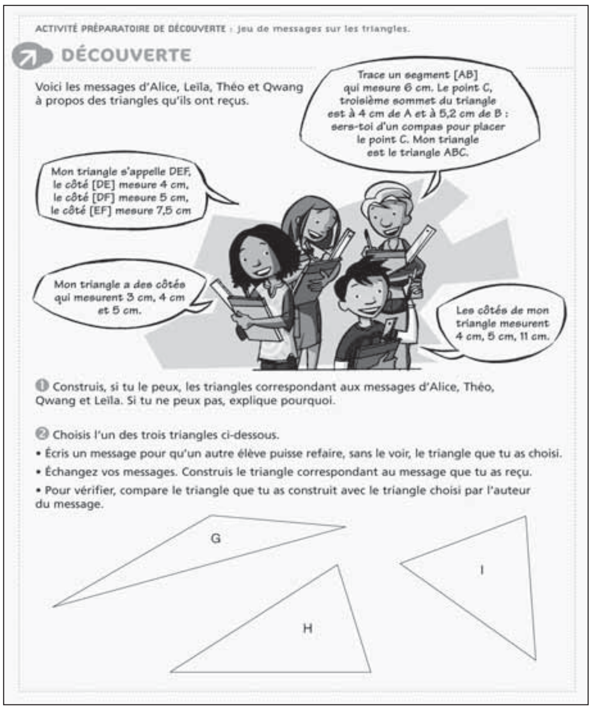
Pour répondre à la question « Comment travailler avec un manuel scolaire », nous vous proposons une petite promenade dans quatre classes où la même séance d'apprentissage est mise en œuvre suivant quatre scénarios « presque pareils » mais pourtant différents. Nous montrerons l'influence que peuvent avoir des choix d'organisation sur la façon dont les élèves s'approprient un savoir mathématique et sur les compétences qu'ils peuvent acquérir.

1.1. Variations autour du triangle : quatre scénarios avec un même manuel

Imaginons un professeur de CM2 voulant travailler avec ses élèves sur la construction du triangle (étape 6, p. 28). Ses élèves ont déjà appris à placer plusieurs points à une distance donnée d'un point fixé (étape 5, p. 27).

Scénario 1

Au cours d'une activité préparatoire, le professeur montre comment on construit un triangle à l'aide de la règle et du compas, puis propose comme activité la question 1 de l'étape 6 du manuel. Il décide de ne pas aborder la question 2.



ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE DE DÉCOUVERTE : Jeu de messages sur les triangles.

DÉCOUVERTE

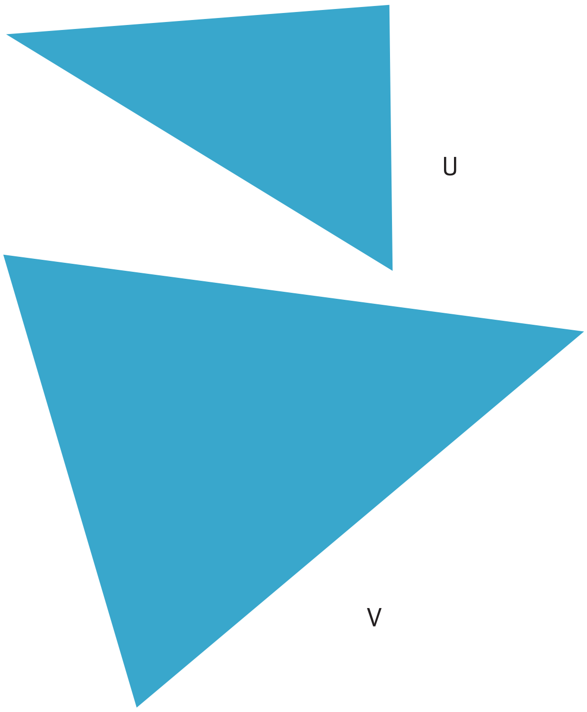
Voici les messages d'Alice, Leïla, Théo et Qwang à propos des triangles qu'ils ont reçus.

1 Construis, si tu le peux, les triangles correspondant aux messages d'Alice, Théo, Qwang et Leïla. Si tu ne peux pas, explique pourquoi.

2 Choisis l'un des trois triangles ci-dessous.
- Écris un message pour qu'un autre élève puisse refaire, sans le voir, le triangle que tu as choisi.
- Échangez vos messages. Construis le triangle correspondant au message que tu as reçu.
- Pour vérifier, compare le triangle que tu as construit avec le triangle choisi par l'auteur du message.

Scénario 2

Le professeur a préparé deux triangles différents U (12 cm ; 10 cm ; 7 cm) et V (12,5 cm ; 15,5 cm ; 15,5 cm), découpés dans du carton, chacun en plusieurs exemplaires.



Triangles U et V, échelle 1/2

Au cours d'une activité préparatoire, le professeur répartit les élèves (qui disposent du matériel usuel de géométrie) en un nombre pair de groupes. Il distribue à la moitié des groupes le triangle U, à l'autre moitié le triangle V. Chaque groupe ayant un triangle U est associé à un groupe ayant un triangle V. Il demande à chaque groupe de rédiger un message, de façon à ce que le groupe qui le recevra s'organise pour construire sur une feuille de papier uni un triangle superposable au triangle modèle. Le professeur a dessiné, au préalable, un des deux triangles sur une feuille et il montre ce que sera une activité réussie en superposant le triangle en carton sur le triangle dessiné.

Voici par exemple des messages relatifs au triangle V isocèle (12,5 ; 15,5 ; 15,5).

Message 1

12 cm 5 mm horisontale →
et 15 cm 5 mm diagonal ↗
et 15 cm 4 mm diagonal ↑

Message 2

C'est une forme triangulaire
les deux grand côté mesure 15 cm et 4 mm
le plus petit côté mesure 12 cm et 5 mm

Lorsque chaque groupe a construit un triangle à partir du message reçu, les groupes associés se réunissent afin de comparer par superposition les triangles construits et les triangles modèles.

Au moment de cette confrontation, on constate plusieurs échecs. Après avoir rapidement pris connaissance des messages, le professeur engage les élèves dans une seconde tentative.

– Si les erreurs ne sont apparues qu'à la construction et s'il est clair que les élèves sont convaincus que la mesure des trois côtés suffit pour construire le triangle, le professeur propose de reprendre l'activité de construction à partir des messages.

– Si les erreurs sont apparues à la fois dans la rédaction et dans la construction, il propose un nouveau couple de triangles et recommence l'activité, ce qui le ramènera au point précédent.

Le professeur propose ensuite aux élèves de travailler sur la question 1 de la page 28 du manuel. Selon le temps, il abordera ou non la question 2.

Scénario 3

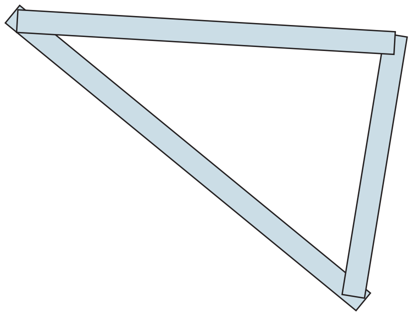
Les élèves disposent des instruments usuels de géométrie.

Le professeur a préparé une feuille sur laquelle il a dessiné le triangle U (12 cm ; 10 cm ; 7 cm) et une feuille sur laquelle il a dessiné le triangle V (12,5 cm ; 15,5 cm ; 15,5 cm). Il dispose de plusieurs exemplaires de chaque feuille. Au cours d'une activité préparatoire, il répartit les élèves comme dans le scénario 2. Il distribue à la moitié des groupes la feuille avec le triangle U et à l'autre moitié les feuilles avec le triangle V ainsi qu'une grande bandelette de papier à chaque groupe. Il demande à chaque groupe de rédiger un message de façon à ce que le groupe associé, qui recevra le texte, découpe des bandelettes et construise un triangle dont on vérifiera ensuite s'il est superposable au modèle. Le professeur a préalablement préparé trois bandelettes correspondant aux longueurs des côtés d'un des triangles ; il montre ce que sera une activité réussie en superposant le triangle construit avec les bandelettes et le triangle sur la feuille.

Voici un exemple de message :

il faut
une bande de 12 cm
une bande de 10 cm
et une bande de 7 cm
ça fait un triangle

Voici le travail effectué par le groupe récepteur :



Lors de la confrontation entre les groupes associés, la superposition est généralement approximative en raison du positionnement des extrémités des bandelettes à chacun des angles du triangle.

Le professeur engage ensuite les élèves dans la question 1 de la page 28 du manuel. Enfin, il décidera d'aborder ou non la question 2.

Scénario 4

Le professeur reprend les premières phases du scénario 2. Comme dans ce scénario, lors de la confrontation, plusieurs élèves échouent. Mais, une fois les erreurs débusquées (dans la rédaction des messages et dans les constructions), le professeur met en évidence la question du troisième côté et conclut en indiquant que l'erreur vient de ce qu'il faut différer la construction du second côté. Il présente alors, en la justifiant, la méthode de construction utilisant la règle et le compas. Il propose ensuite aux élèves de travailler sur la question 1 de la page 28 du manuel. Selon le temps, il abordera ou non la question 2.

1.2. Des scénarios presque pareils ?

Ces quatre scénarios ont un même but : savoir que la donnée des longueurs des côtés permet de construire un triangle et savoir construire un tel triangle. Il s'agit, sauf pour le premier scénario, d'une séance bâtie autour d'une situation de communication au cours de laquelle les élèves sont amenés à produire un écrit qui sera lu et utilisé par d'autres élèves. Chacun de ces scénarios fait entrer en jeu le manuel, d'une façon ou d'une autre. Étudions-les de plus près.

Scénario 1

Le professeur explique comment un triangle sera construit à l'aide des instruments traditionnels. Puis il s'assure que les élèves comprennent bien ce qu'il a enseigné en les faisant travailler sur la question 1 de la page 28 du manuel. Les élèves n'ont pas eu à se poser la question : *Quelles informations dois-je donner sur le triangle pour que quelqu'un puisse le construire ?* De ce fait les élèves ne découvrent pas que la connaissance de la mesure des trois côtés d'un triangle caractérise celui-ci, c'est le professeur qui l'instruit ; certains élèves se l'approprieront et d'autres non. L'activité du manuel proposée ensuite permettra aux élèves de se rendre compte que certaines mesures ne permettent pas de construire un triangle. Mais cette découverte ne vient pas consolider la précédente, c'est une nouvelle curiosité.

Scénario 2

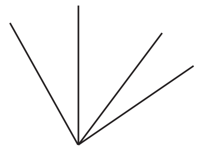
Le professeur engage les élèves dans une activité qui donne place à des écrits de travail, c'est-à-dire des écrits qui vont être partie prenante dans l'activité mathématique. Ces productions écrites (dans la majorité des cas, les élèves notent la donnée des trois mesures) vont servir aux lecteurs pour construire un triangle. Or, très souvent cette construction échoue parce que les élèves tracent d'abord un premier côté, puis un second (sans maîtriser l'angle bien sûr) et le troisième côté « s'impose », ce qui fait dire que le troisième côté n'a pas été bien mesuré. Voici un exemple d'écrit de « protestation » d'un groupe récepteur :

ça ne convient pas il n'y a pas
assez de mesure en diagonal !

D'une certaine manière, les élèves découvrent qu'un triangle est déterminé par la donnée de deux côtés et de l'angle compris entre ces deux côtés, propriété implicite qui n'est pas l'objet de la séance et qui leur fait dire « qu'il n'y a pas assez de mesure en diagonale ».

Généralement, plusieurs groupes échouent. La vérification montre que les mesures étaient justes et que l'erreur vient du fait qu'il fallait différer la construction du second côté. Il s'agit d'un savoir qui peut s'énoncer comme suit :

Il y a plusieurs points qui sont à la même distance d'un point donné.



Ce savoir a été travaillé en CM1 et à l'étape 5 (p. 27) dans le contexte de la recherche de nombreux points situés à une distance donnée d'un point fixé.

Une relance de l'activité de construction à partir des messages (généralement justes) permet de compléter ce savoir, en cherchant une technique de construction fondée sur la prise de conscience que tous les points d'un cercle sont situés à la même distance du centre du cercle.

La question 1 de la découverte permet ensuite aux élèves de se réengager à partir de messages bien écrits et de découvrir que tous les triplets de nombres ne génèrent pas de triangle. En fonction de ce qu'il s'est passé dans la classe, le professeur juge s'il est nécessaire ou non de proposer la question 2 aux élèves.

Scénario 3

Le professeur engage les élèves dans une activité qui donne elle aussi place à des écrits de travail. Ces productions écrites (dans la majorité des cas, les élèves notent la donnée des trois mesures) vont servir aux lecteurs pour construire trois bandes. Une fois ces bandes découpées, il suffit de les associer pour obtenir un triangle. Les élèves vont réussir la construction « matérielle » du triangle sans se trouver confrontés à la question de la recherche des points situés à une distance donnée d'un point fixé, à l'inverse de ce qui se passe dans le scénario 2.

Les élèves sont ensuite sollicités pour répondre à la question 1 de la découverte. Ils sont alors lecteurs de messages rédigés selon les règles d'écriture convenues et la tâche qui leur est demandée est tout autre puisqu'il s'agit cette fois de construire un triangle au crayon sur une feuille de papier en suivant des instructions. Plusieurs élèves échouent à ce moment-là.

C'est le message de Théo qui les instruira sur la méthode de construction d'un triangle sans que cette question ait été problématisée et discutée auparavant.

Scénario 4

Ce scénario est très proche, en apparence, du scénario 2 : les écrits produits par les élèves dans la situation de communication proposée sont partie prenante dans l'activité mathématique. Plusieurs groupes récepteurs échouent, alors que bien souvent les mesures étaient justes. Le professeur met ce fait en évidence et conclut en indiquant que l'erreur vient de ce qu'il faut différer la construction du second côté. Il fait ainsi prendre conscience aux élèves de la nécessité « d'apprendre quelque chose de nouveau » en s'appuyant sur une connaissance ancienne : il n'y a pas qu'un seul point situé à une distance donnée d'un point fixe, il y en a une infinité qui sont tous situés sur un cercle. Le professeur montre alors, à l'aide d'un compas, comment construire un triangle. Il propose ensuite la question 1 de la découverte en recommandant de faire cette fois-ci attention à ne pas construire le deuxième côté trop tôt. Les élèves découvriront aussi que tous les triplets de nombres ne génèrent pas de triangle.

Des différences essentielles

Dans le scénario 2, la question de la construction du deuxième segment est débattue par les élèves. Dans le scénario 4, cette question est posée et réglée par le professeur. Dans le scénario 3, elle n'est pas débattue, elle est réglée par le message de Théo. Dans le scénario 1, elle n'est pas posée mais est instruite d'emblée par le professeur.

Dans les scénarios 2, 3 et 4, la question 2 de la découverte permet aux élèves de revisiter l'activité précédente et de conforter les savoirs qu'ils viennent de construire. Dans le scénario 1, cette question permettrait aux élèves de prendre en charge la recherche des informations nécessaires pour construire un triangle.

Remarque

Une variable importante de ce type de situations est la manière de donner le triangle modèle : forme découpée dans du papier cartonné ou figure dessinée sur une feuille de papier. Nous conseillons vivement de travailler avec des formes découpées afin que les élèves, dans leurs messages, ne cherchent pas à situer le triangle sur la feuille de papier. On peut remarquer, que, même avec une forme, les élèves dans le message 1 ont replacé leur forme dans un espace puisqu'ils parlent d'horizontale et de diagonale (le mot « diagonale » est ici utilisé au sens commun comme dans l'expression : « ne traverse pas la rue en diagonale » ; on admet ce sens pour cette étape ; l'usage correct, en mathématiques, du terme « diagonale » sera instruit à l'étape 9, p. 34-35). Disposer du triangle modèle sous forme de pièce cartonnée évite aussi les difficultés liées à la question de la superposition directe ou après retournement.

1.3. Le contenu et la manière

Sauf dans le scénario 1, les élèves émetteurs du message doivent se poser la question : *Quelles informations devons-nous donner sur le triangle pour que quelqu'un puisse le construire ?* [1]

Dans **les scénarios 2 et 4**, les émetteurs peuvent aussi se demander : *Devons-nous écrire un programme de construction ou une simple description du triangle ?*
Dans ces deux scénarios, les récepteurs doivent se demander : *Quels instruments devons-nous utiliser pour construire le triangle ? Les informations dont nous disposons suffisent-elles ?*

Lors de la phase de confrontation entre groupes émetteur et récepteur, la non superposition des triangles permet de prendre conscience d'un obstacle aussi bien technologique que conceptuel : *Quel point est à la fois situé à une distance donnée d'un point A et à une distance donnée d'un point B ? La règle graduée permet de construire des segments, mais ne permet pas de trouver avec précision la position du point cherché.*

Dans le scénario 2, après l'échec attendu dans la construction des triangles, le professeur réengage les élèves dans l'activité afin qu'ils prennent conscience et résolvent la question particulière : *Comment construire le deuxième segment ?*

Dans le scénario 4, le professeur économise ce réengagement en faisant un bilan où il donne la méthode de construction, il mise sur une prise de conscience des causes d'erreurs par les élèves.

Le scénario 3 permet la rédaction de messages mais l'organisation du milieu matériel masque la difficulté de traçage (il suffit de positionner les bandes de papier pour qu'elles coïncident), difficulté qu'il faudra régler lors de la question 1 du manuel en même temps que la découverte de triplets de nombres qui ne permettent pas la construction du triangle.

Ces différents scénarios montrent que, comme toujours, des « détails » de déroulement ont de fortes influences sur l'appropriation des savoirs. Aussi **nous recommandons le scénario 2** car cette démarche est bénéfique à terme pour les élèves.

1. Nous commençons par les triangles parce qu'il s'agit du seul polygone qui est caractérisé par la mesure des côtés ce qui fait qu'il n'y a pas, en général, trop de difficultés pour les rédacteurs des messages. À l'étape 9, où il s'agit de construire des quadrilatères, les élèves infèrent cette particularité des triangles et pensent (à tort) qu'il suffit de connaître la mesure des quatre côtés d'un quadrilatère pour le reproduire. Le chaînage entre les étapes 6 et 9 permet, après essais infructueux, de découvrir l'intérêt de connaître en plus la longueur d'une diagonale du quadrilatère.

1.4. Qu'est-ce que les élèves ont appris ?

L'étape 6 vise à instruire les élèves sur plusieurs points :
– un triangle est caractérisé par la mesure de ses trois côtés ; c'est un savoir qu'ils ont découvert ;
– si l'on connaît les longueurs des côtés d'un triangle, pour construire ce triangle, on doit utiliser la règle et le compas ;
– la donnée de trois nombres ne détermine pas toujours l'existence d'un triangle.

Les élèves ont revu aussi qu'il y a plusieurs points situés à une distance donnée d'un point A mais seulement deux points C et C′ situés également à une distance donnée d'un point B. La façon experte de situer ces points est d'utiliser le compas. Les points C et C′ sont symétriques par rapport à la droite d passant par A et B.

Ils ont appris à rédiger des textes dont ils savaient qu'ils seraient lus par des pairs ; ils ont rencontré des textes plus aboutis (question 1 de la découverte dans le manuel).
De son côté, le professeur sait qu'à l'étape 9, il pourra s'appuyer sur ces savoirs pour organiser la recherche des données nécessaires à la construction des quadrilatères.

1.5. Conclusion

Nous avons vu, au travers de ces scénarios et de leur analyse, que l'enseignement, sur un point précis, pouvait suivre des parcours différents. Nous n'avons pas eu à décrire des pratiques pédagogiques, mais des **décisions de nature didactique** sur la mise en scène de l'activité.

L'échec momentané, souvent massif, lors de la situation de communication permet aux élèves de prendre conscience de la nécessité de nouveaux savoirs (scénarios 2 et 4) et de chercher à réactiver des savoirs anciens en les adaptant à une nouvelle situation (scénario 2).

Nous avons mis également en évidence (scénario 3) que la « manipulation » pouvait complètement masquer la difficulté et que la réussite dans ce cas n'était en aucun cas le garant d'un savoir maîtrisé. C'est lors de la confrontation des élèves à la question 1 du manuel que les difficultés apparaîtront et, de ce fait, la seule issue pour le professeur sera de revenir, à partir du message de Théo, au scénario 1 dans lequel le savoir est exposé sans être problématisé.

L'analyse de ces différents scénarios met en évidence que c'est la prise en compte d'un obstacle qui rend nécessaire l'appropriation d'un nouveau savoir. Elle met en lumière **la différence entre réussite à une tâche ponctuelle et conditions nécessaires pour un apprentissage,** qui inclut des temps d'incertitude et des moments de non réussite.
Si le scénario 2 laisse à penser que la séance est plus longue, il convient de mesurer le temps qui, à terme, sera gagné. Or la pratique enseignante fait que l'on évalue, y compris le temps, sur des périodes courtes, sans avoir la possibilité de mesurer les effets à moyen et long terme.
Il n'est pas nécessaire d'en dire plus pour comprendre qu'un même manuel peut être utilisé différemment. Il serait donc vain de penser qu'un manuel détermine à lui seul la situation de classe. Chaque professeur sait que c'est lui, en dernier ressort, qui prend les décisions en fonction de ses élèves. Ce livre est là pour l'aider à faire des choix de scénarios efficaces pour l'apprentissage.

2

Des choix compatibles avec une charge de travail raisonnable

Nous proposons, dans la collection EuroMaths, une démarche d'apprentissage associant :
*– **des moments de consolidation** qui permettent au professeur de raviver certains savoirs étudiés depuis longtemps, supposés acquis, mais qui, pour certains élèves, auront besoin d'être « revisités ». Vous trouverez donc des « étapes de consolidation » qui proposent un soutien préventif avant d'aborder des notions nouvelles et qui sont donc placées en conséquence dans la progression. C'est au professeur de décider de les laisser de côté, ou de **les étudier avec la classe entière**, ou encore de **les faire travailler à certains élèves avec son aide ou celle d'un tuteur en soutien** (étapes de consolidation) ;*

*– **des moments d'apprentissage strico sensu pour construire des connaissances nouvelles ou approfondir certaines notions** (ces étapes sont numérotées, elles comportent une phase appelée découverte accompagnée par le professeur et u**n assortiment d'exercices** pour conforter les apprentissages visés) ;*

*– **des moments de structuration afin d'institutionnaliser ces connaissances** et de les lier à des savoirs anciens (ces moments sont développés dans le livre du professeur) ;*

*– **des moments d'entraînement** pour que les élèves puissent s'exercer et parfaire ainsi la maîtrise des connaissances indispensables, en particulier dans le domaine du calcul (étapes d'entraînement) ;*

*– **des moments de bilan** : plusieurs formes d'évaluation sont proposées de manière régulière pour permettre aux élèves et au professeur de faire le point sur les savoirs acquis (étapes nommées « Ce que je suis capable de faire » et bilans complémentaires sous forme de banque d'exercices dans le livre du professeur) ;*

*– enfin, à chaque étape, vous trouverez également **les activités de calcul mental**, signalées dans le manuel de l'élève et explicitées dans le livre du professeur, prenant souvent la forme de jeux oraux ou de petits « défis » et dont le but est soit de conforter le travail effectué dans la ou les étapes précédentes, soit de préparer l'étape du jour ou du lendemain.*

Avant de développer la façon dont nous avons structuré le manuel pour aider le professeur à conduire son enseignement, revenons sur la définition de deux termes : problème et situation d'apprentissage.

2.1. Problèmes et situations d'apprentissage

L'idée que l'apprentissage par résolution de problèmes serait la base d'une bonne construction des savoirs mathématiques est largement répandue. Encore faudrait-il que l'on s'accorde sur le sens du terme « problème».

2.1.1. Qu'est-ce qu'un problème ?

Parler de problèmes lorsqu'il s'agit de situations mises en place dans la classe avec un dispositif permettant des expériences et parler de problèmes lorsque les élèves sont devant un exercice d'application d'un manuel scolaire sont bien évidemment deux usages du même mot pour des activités de nature différente.

Nous nous appuyons sur la définition donnée par Jean Brun[2] : *Un problème est généralement défini comme une situation initiale, avec un but à atteindre, demandant au sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème que dans un rapport sujet/situation où la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire. C'est dire aussi qu'un problème pour un sujet donné peut ne pas être un problème pour un autre sujet, en fonction de leur niveau de développement intellectuel par exemple.*

La notion de problème est donc liée au type d'activité du sujet. Il y a problème dès lors que les élèves ont à développer une réelle activité cognitive :
– anticiper le résultat d'une action réelle, évoquée ou symbolique, sans mener effectivement cette action ;

2. Jean Brun, *Math-École* n° 141, Neufchâtel.

– construire une stratégie de résolution en faisant des hypothèses, en développant des raisonnements qui utilisent des outils mathématiques (schémas, écritures symboliques) ;
– mobiliser des moyens de contrôle de la stratégie et des résultats produits.

On voit ainsi clairement que la notion de problème n'est liée ni à un domaine des mathématiques (le numérique) ni à une forme spécifique (énoncé textuel [3]), même s'il existe des spécificités de l'activité de résolution liées au domaine considéré.

Cette conception du problème permet d'organiser le travail du professeur dans l'approche des notions nouvelles à enseigner. Les « problèmes pour apprendre » ne doivent pas être confondus avec les « problèmes pour apprendre à chercher » auxquels nous avons consacré les étapes 4 (p. 22) et 20 (p. 65) dans le domaine du numérique et les étapes 49 (p 135) et 64 (p. 168) dans le domaine de la géométrie.

Les « problèmes pour apprendre à chercher » sont des problèmes non familiers, pour lesquels les élèves ne disposent généralement pas de la solution experte (souvent inaccessible à leur niveau) mais pour lesquels des solutions originales et personnelles peuvent être élaborées avec les connaissances dont ils disposent. Confronter les élèves à de tels problèmes a pour but de développer chez eux le plaisir de chercher, l'imagination et la confiance en eux. Cela leur permet aussi d'utiliser leurs connaissances en découvrant de nouvelles formes de raisonnement, par exemple l'étude exhaustive de cas, la recherche de contre-exemples, etc. Mais de tels problèmes ne sauraient se substituer aux activités d'apprentissage des notions figurant dans les programmes.

2.1.2. De la résolution de problèmes à la construction de situations d'apprentissage

Pour chaque savoir mathématique, l'enseignement se fonde sur la construction d'une progression précise relative à ce savoir et sur la mise en œuvre de situations spécifiques dites situations d'apprentissage correspondant aux moments clés de cette progression.

Nous nous appuyons sur les hypothèses suivantes :
– l'apprentissage se fait par adaptation (on apprend en s'adaptant à un milieu qui est un facteur de contradictions, de déséquilibres) ;
– le savoir, fruit de l'adaptation de l'élève, se manifeste par des réponses nouvelles qui sont la preuve de l'apprentissage ;
– l'apprentissage se fait en s'appuyant sur les échanges entre pairs et en bénéficiant d'un étayage approprié.

Construire une situation d'apprentissage nécessite donc de concilier le projet d'enseignement d'un élément de savoir avec la création d'un « milieu » – au sens didactique – construit autour d'un problème, avec lequel les élèves peuvent interagir. Au niveau de l'école élémentaire, ce milieu est constitué d'objets matériels, d'écrits de travail, de savoirs antérieurs... Il permet aux élèves d'élaborer, par adaptations successives, des stratégies de résolution du problème qui conduisent à l'apprentissage visé.

Dans un processus s'étalant sur plusieurs semaines, l'évolution organisée du milieu permet aux élèves de passer d'un niveau de savoir à un autre, par exemple de stratégies de simulation de l'action à des stratégies de calcul pour résoudre des problèmes de division ou encore d'une perception globale des figures à une étude locale instrumentée de leurs propriétés pour résoudre des problèmes de reproduction.

2.1.3. L'organisation de l'apprentissage d'une notion

L'approche et la préparation en premier lieu, la construction et la structuration ensuite, la consolidation et l'utilisation enfin, constituent trois grandes périodes de l'élaboration d'un concept. Ces trois périodes ne sont pas simplement juxtaposées dans le temps. L'apprentissage d'une notion est de nature « spiralaire » : la phase de construction se déroule souvent sur plusieurs années, par approfondissements et élargissements successifs et par découverte de nouveaux aspects du concept. À chaque nouvelle étape, il est fondamental que l'ensemble des connaissances nouvellement acquises soit structuré et mis en réseau avec les connaissances anciennes concernant le même champ conceptuel. Par ailleurs, à chaque étape d'apprentissage d'un des aspects d'une notion, la période de construction peut se poursuivre pendant la période de consolidation. En effet, par un phénomène qualifié « d'après coup », il n'est pas rare que ce soit en s'exerçant sur des exercices nombreux et variés que certains élèves parviennent à découvrir le sens d'une notion.

Au début de l'année de CM2, plusieurs domaines doivent être consolidés ; nous avons donc mis plusieurs étapes de consolidation en début de période 1. C'est au professeur de décider en fonction de sa classe du temps qu'il passera à ces étapes, en classe ou en soutien.

3. À la fin de ce chapitre 2, nous proposons à l'enseignant un complément sur les spécificités des problèmes à énoncé textuel et leurs modes de représentation.

2.2. Le travail quotidien du professeur

2.2.1. La répartition dans le temps des enseignements

Cette démarche qui consiste à faire évoluer les connaissances initiales des élèves suppose que l'introduction de nouvelles notions se fasse par quelques étapes clés proches les unes des autres. Nous avons organisé le manuel en 5 périodes : dans chacune d'elles, l'accent est mis sur certaines notions qui sont listées dans la page d'ouverture de la période afin qu'il soit clair pour le professeur et les élèves que l'on ouvre un chantier sur lequel on va travailler plus spécifiquement pendant un certain temps. Chacune de ces périodes est subdivisée en une vingtaine d'étapes correspondant au travail d'une ou deux séances. Y figurent des étapes de consolidation et des moments d'entraînement.

Les séances de mathématiques peuvent ne pas avoir toutes la même durée. Celle-ci est fonction du rapport entre le contenu à enseigner, la ou les situations proposées et les connaissances des élèves de la classe. Elle est fonction aussi du travail de préparation de l'enseignant (analyse préalable) et de son « expertise » lui permettant d'en prévoir le déroulement. Généralement, les séances de découverte demandent plus de temps (de 3/4 d'heure à 1 heure) que les séances d'entraînement (de l'ordre de 1/2 heure).

Les compétences s'acquièrent à des rythmes différents, et généralement sur une longue durée. Les compétences et les savoirs en jeu dans le manuel de CM2 se construisent tout au long du cycle 3 et se stabilisent pour certains au CM2 et pour d'autres au collège. Nous reprenons ainsi des notions déjà abordées en CM1 pour les approfondir et les mettre en relation avec les nouvelles. Dans chaque période, le professeur trouvera donc des reprises, des consolidations et des approfondissements des notions déjà travaillées.

Rappelons que les programmes de l'école élémentaire peuvent être envisagés selon deux points de vue.
– Le premier concerne les contenus disciplinaires, liste de savoirs officiels en termes de notions relatives à la discipline. Nous avons regroupé ces contenus dans des grands thèmes (repérés par des couleurs et présentés page 4 du manuel) : connaissance des nombres entiers, fractionnaires et décimaux, problèmes arithmétiques : sens et calcul, espace et géométrie, grandeurs et mesures, organisation et gestion de données numériques.
– Le second est celui des compétences que les élèves ont à développer et à acquérir au cours de chaque cycle ; un certain nombre de ces compétences sont requises à chaque palier du socle commun. Nous entendons par « compétence » la capacité à mettre en œuvre, dans une action, des connaissances privées efficaces, conscientes ou explicitables en partie seulement mais régulières et repérables.

Nous avons distingué douze domaines de compétences (voir page 6 du manuel). Pour que les connaissances mises en œuvre par les élèves et les compétences développées dans une étape soient faciles à repérer, nous avons placé dans la marge de chaque étape du manuel **une échelle** qui indique le domaine de compétences concerné et les étapes où ces compétences sont particulièrement sollicitées ; **un curseur** (numéro de l'étape sur fond de couleur) indique **la place de l'étape dans la progression**.

Revenons sur cet aspect du travail de l'enseignant qui consiste à organiser en parallèle plusieurs « chantiers » autour d'une notion :
– un travail sur de nouvelles situations pour permettre aux élèves de construire de nouvelles connaissances ou de découvrir de nouveaux aspects de connaissances déjà acquises ou encore de consolider des connaissances anciennes en les mobilisant dans de nouvelles tâches ;
– un retour constant aux problèmes d'application qui permet aux élèves de prendre concience de catégories de problèmes et d'investir les méthodes construites, de les faire fonctionner, de se les approprier ;
– une attention soutenue portée aux moments d'institutionnalisation des savoirs, aux écrits associés (le livre du professeur suggère des traces écrites afin de répondre à la question : *Que vont pouvoir écrire les élèves sur leur cahier à la fin de l'étape ?*) et à l'utilisation de ces écrits au fil des jours par la réactivation de connaissances antérieures pour résoudre un nouveau problème (*Lisons la conclusion que nous avions écrite, ou le paragraphe de l'*Aide-mémoire *qui concerne cette notion*) et par des situations de rappel[4] ;
– plusieurs formes d'évaluation à des moments différents de l'apprentissage.

Les paragraphes suivants précisent comment le manuel EuroMaths peut aider le professeur dans cette tâche.

2.2.2. Le calcul mental ou les mises en route

Nous insistons sur la nécessité de consacrer régulièrement un temps, même bref, aux activités de la rubrique « calcul mental » (ou « mise en route » dans le domaine géométrique). Ces activités ont, suivant les étapes, des finalités différentes : elles permettent soit de raviver des connaissances anciennes pour les conforter et les rendre disponibles, soit de stabiliser des connaissances travaillées les jours précédents, soit de préparer un travail à venir. Les buts poursuivis sont précisés dans ce livre du professeur, à chaque étape, lorsqu'ils ne sont pas totalement évidents.

4. Il s'agit d'amener les enfants à capitaliser leurs connaissances en apprenant à retenir d'une situation vécue non seulement l'aspect événementiel mais aussi l'aspect notionnel. Ces situations donnent lieu à une explicitation des notions acquises ou en cours d'acquisition, ce qui permet de construire, avec les enfants, des synthèses de tout ce qu'ils ont appris dans un domaine ainsi que des « ponts » entre les différentes notions étudiées.

Ce travail est essentiellement collectif et oral (avec éventuellement un écrit sur ardoise ou feuille de papier) et ne donne pas lieu à une notation. Nous conseillons au professeur de le mener avec un rythme soutenu ; s'il repère des difficultés chez certains élèves, il en prend note et organise le temps de la journée ou de la semaine de manière à reprendre avec les élèves concernés les questions non comprises pendant que les autres travaillent en autonomie.

2.2.3. Les activités préparatoires de découverte et les découvertes

De nombreuses notions doivent être « objets de situations de recherche » de manière à ce que les élèves puissent leur donner du sens en développant, pour les résoudre, une réelle activité cognitive de nature mathématique. Les notions à travailler apparaissent, le plus souvent possible, comme des réponses optimales à des questions qui présentent pour les élèves un certain enjeu, elles revêtent ainsi un caractère de « nécessité ». Ces situations correspondent à ce que nous avons appelé « situations d'apprentissage » et relèvent de la famille des « problèmes pour apprendre ». Certaines de ces situations sont présentées dans le manuel dans la rubrique « Découverte ». D'autres nécessitent une organisation spécifique du travail, notamment lorsqu'elles se présentent sous forme de situations de communication, de jeux ou lorsqu'elles supposent l'utilisation de matériel. Elles sont désignées alors par l'expression « Activité préparatoire de découverte » et décrites précisément dans ce livre du professeur. Elles sont toujours suivies dans le manuel d'une découverte qui reprend le travail effectué sans le livre. Dans les étapes de consolidation d'une notion, l'exercice dirigé propose une situation permettant aux élèves un retour sur celle-ci. La présence de l'enseignant est souhaitable afin d'apporter un soutien adapté.

Ces phases d'introduction de notions nouvelles demandent une grande vigilance par rapport au sens, nous nous attardons donc sur ces moments forts, dans ce livre du professeur.

■ La phase d'entrée dans la tâche

Elle nécessite de la part de l'enseignant une attention particulière : qu'il s'agisse de la présentation d'un jeu [5] ou d'une activité, de la lecture d'un énoncé ou d'un document de travail, le professeur doit envisager une « mise en scène » de manière à « enrôler » les élèves dans la tâche proposée et s'assurer que chacun se l'approprie correctement.

■ La phase de recherche

Au cours de cette phase, l'enseignant laisse les enfants chercher sans leur donner d'indication sur la méthode à utiliser ni sur la valeur qualitative de leurs résultats (que la recherche soit individuelle ou en groupe). Il les invite à noter par écrit ce qu'ils font, pour pouvoir le présenter aux autres. Faire des mathématiques, c'est imaginer des stratégies de résolution, mettre en œuvre des procédures, les tester, les vérifier, mettre au point leur cohérence. Pour cela, les élèves doivent savoir qu'ils peuvent prendre des initiatives, choisir leurs « outils » et leurs méthodes, en changer si cela leur paraît nécessaire. Ce mode de fonctionnement ne peut se mettre en place que s'ils savent qu'ils ont droit à l'erreur. Une relation de ce type entre les élèves et le professeur, longue et constante, favorise les apprentissages.

Pendant cette phase, le rôle de l'enseignant est très important, il consiste à solliciter les enfants, à veiller à ce qu'ils se sentent concernés, à relancer la recherche. Il consiste aussi à prendre des informations sur les procédures des élèves qu'il est en train d'observer et éventuellement à les prendre en note. Ces informations sont importantes, elles lui permettent d'avoir une meilleure connaissance des compétences de chacun et d'organiser ainsi plus facilement la phase de mise en commun.

Les enseignants ont bien souvent du mal à ne pas intervenir. Il est pourtant nécessaire que les élèves arrivent progressivement à se faire une idée par eux-mêmes de la qualité de leurs résultats ou de leurs propositions et à ne pas attendre que la validation soit assurée par le professeur. Toutefois, pour certains élèves, une médiation individuelle est nécessaire. Cette médiation peut prendre des formes diverses :

– simple reformulation du but à atteindre ;
– apport d'éléments d'aide pour la résolution ;
– réduction éventuelle de la tâche en en gardant toutefois l'enjeu principal.

■ Les mises en commun

Une étape délicate chez les élèves à l'issue de la résolution est celle du contrôle de leur production ainsi que celle de la rédaction de leur solution en liaison avec le contexte évoqué. Nous proposons dans certains cas des traces de solutions d'élèves fictifs afin de développer ces compétences chez les élèves.

Après un certain temps de recherche, les élèves doivent être informés sur la validité du travail qu'ils ont effectué. Nous proposons différentes manières d'animer cette phase (difficile pour l'enseignant) en fonction du type de tâche que les élèves ont eu à effectuer.

5. Nous attribuons au mot « jeu » une signification spécifique qui ne recouvre qu'en partie la définition usuelle de ce mot ; il s'agit d'une situation mathématique dans laquelle il y a :
– un enjeu : à l'issue du jeu, il y a un ou plusieurs gagnants ;
– une interaction sociale de fait : chacun joue à son tour et chacun à son tour résout une question mathématique, sous le regard des autres joueurs qui ont intérêt à contrôler l'activité des uns et des autres ;
– une répétition de la même activité cognitive : les enfants ont donc l'occasion de faire des essais successifs, ce qui doit permettre une stabilisation de procédures correctes.

Si plusieurs procédures sont envisageables pour répondre à la question, une mise en commun est souvent souhaitable pour que les élèves, avec l'aide du professeur, prennent connaissance de ces procédures, les argumentent, les comparent, les valident ou les rejettent.

Dans certains cas, la phase de synthèse ne porte pas seulement sur la recherche du résultat juste. Ainsi, par exemple, lorsque le résultat est donné par une action effective, la synthèse porte sur les raisons pour lesquelles les prévisions faites par les élèves sont ou non en conformité avec la réalité et sur la façon dont ces prévisions pourront être menées lors d'une autre tentative.

Lorsque l'on est dans une situation qui ne permet pas la connaissance du résultat autrement que par un travail mathématique, les élèves donnent leurs propositions, explicitent les procédures utilisées et les justifient. C'est un moment d'échanges et de discussion entre les enfants favorisant l'apprentissage (discussion qui ne peut avoir lieu si le professeur a déjà donné son point de vue sur la question). L'enseignant est alors le « meneur de jeu », il fait émerger des modes de représentations (schémas, tableaux, dessins, écrits mathématiques) permettant de communiquer la situation et les solutions. Il note au tableau ce qui est dit en veillant à ne pas anticiper sur les propositions des élèves et amène ceux-ci à mettre au point ce qui pourra être la trace écrite de la résolution.

Pour que ces moments puissent fonctionner, l'enseignant doit veiller, dès le début de l'année, à mettre en place la communication entre l'enfant qui fait sa proposition et le groupe classe. Cela nécessite beaucoup d'attention, d'implication et d'écoute de la part de tous les élèves. Les enfants doivent apprendre à argumenter lorsqu'on leur pose la question « pourquoi… » sans craindre d'avoir fait une erreur, à considérer les erreurs non comme « des fautes » mais comme des propositions qui ne sont pas valides, à respecter les arguments de leurs camarades.

Pour E. Bautier [6] les situations didactiques d'interactions verbales demandent aux élèves d'avoir acquis « une familiarité avec cette pratique socio-langagière qui consiste à utiliser le langage, la production des pairs pour apprendre. Il est aussi supposé que les élèves considèrent comme possible de construire langagièrement un savoir à plusieurs et de passer de cet oral pluriel à une appropriation d'un écrit le plus souvent individuel. »

Les phases de conclusion et les institutionnalisations

Pour que les connaissances construites par ce travail de résolution de problème puissent se rattacher aux connaissances anciennes et devenir des savoirs partagés, les moments où le professeur va officialiser certains éléments sont fondamentaux.

Au cours de ces phases, les élèves vont pouvoir séparer ce qui dans le problème posé relevait de la conjoncture et ce qui était une nécessité, ils vont pouvoir se détacher de la situation vécue pour en retenir les éléments mathématiquement pertinents et amorcer ainsi un travail de décontextualisation conduisant progressivement vers la conceptualisation. Ces moments peuvent conduire à une institutionnalisation stricto sensu de savoirs, d'autres consistent simplement à mettre en évidence des éléments importants à retenir pour les séances suivantes : nous les précisons dans les rubriques « Conclure avec les élèves » dont le maître peut s'inspirer pour élaborer avec les élèves un écrit à retenir, et nous indiquons le renvoi éventuel aux pages concernées de l'Aide-mémoire.

C'est une phase parfois délicate à conduire juste à la suite de la phase de mise en commun. Elle peut alors être reportée du matin à l'après-midi ou du jour au lendemain mais il est alors important de garder les traces du travail effectué.

2.2.4. Les exercices : exercices d'application directe et problèmes pour s'entraîner

Les connaissances doivent faire l'objet d'une longue phase d'entraînement (avant de pouvoir être évaluées) pour que les élèves puissent se les approprier et les mobiliser spontanément dans de nouveaux contextes. Cet entraînement consiste en la résolution d'exercices d'application directe ainsi que d'exercices nécessitant soit de transférer dans un nouveau contexte les connaissances apprises soit de mobiliser plusieurs connaissances antérieures. Dans ces deux derniers cas, il est à nouveau possible de parler de « problèmes » puisque la résolution nécessite de la part de l'élève un travail de mobilisation et d'adaptation de ce qu'il sait déjà.

Lorsque les problèmes proposés nécessitent la présence de l'enseignant, par exemple lorsqu'ils présentent un nouvel aspect d'une notion déjà travaillée, ils sont signalés (par une pastille verte dans le manuel).

Chaque étape comporte de **nombreux exercices** et problèmes ayant cette fonction d'entraînement. Nous indiquons les « raisons d'être » et la finalité de chacun d'eux, ce qui permet au professeur de **choisir ceux qui lui paraissent les plus adaptés** pour ses élèves.

Dans certaines étapes, un remue-méninges ou des nombres croisés permettent aux élèves de se divertir en relevant des petits « défis », ce qui les conduit à investir leurs connaissances, élaborer des raisonnements, effectuer de nombreux calculs.

6. « Les pratiques sociolangagières dans la classe de français » cité dans *Argumentations et disciplines scolaires*, (dir.) Douaire Jacques, coll. Didactiques, apprentissages, enseignements INRP, 2004.

■ **Comment corriger ces exercices et problèmes ?**

– Pour **les exercices d'application directe**, nous optons souvent pour une correction individuelle dans la mesure où elle permet au professeur de mieux connaître l'état de savoir de ses élèves, de repérer immédiatement les erreurs et d'apporter l'aide individuelle qui convient. Une correction collective peut parfois être envisagée pour gagner du temps, mais le professeur doit se rappeler qu'un tel mode de correction profite à peu d'élèves s'il ne les a pas entraînés à savoir tirer bénéfice de ce moment ; ils ont les trois années du cycle 3 pour y parvenir avec son aide. Le professeur doit prévoir un temps suffisant pour ce type de corrections car les élèves ne peuvent en même temps écouter, lire ce qui est sur le tableau et écrire dans leur cahier. Dans les premiers temps, il est important de vérifier individuellement la façon dont ils ont pris les corrections.

– Pour **les exercices de réinvestissement** plus consistants dans lequel plusieurs méthodes ou plusieurs procédures sont envisageables, nous proposons une mise en commun sur un mode identique à celles des activités préparatoires ou des découvertes. N'oublions pas le rôle moteur de **la confrontation entre pairs**. Nous proposons parfois cette étape intermédiaire avant la mise en commun finale : la confrontation des résultats entre deux élèves permet à chacun de prendre conscience de sa propre procédure en la justifiant auprès de son camarade, de découvrir d'autres procédures, de bénéficier de l'aide éventuelle d'un pair et d'intervenir lors des phases de correction de manière plus active.

– Pour **les exercices des pages d'entraînement**, nous proposons des fiches autocorrectives photocopiables (p. 240 à 254) permettant aux élèves de vérifier eux-mêmes l'exactitude de leurs solutions.

2.2.5. L'évaluation des connaissances des élèves

Le professeur doit évaluer les compétences de chacun de ses élèves d'une part pour en rendre compte à l'institution, aux parents, à l'élève lui-même et d'autre part pour organiser son enseignement.

Cette évaluation des compétences se fait **au jour le jour** lorsque le professeur observe chaque élève devant une tâche. Il est très utile de prendre en note ces observations au fur et à mesure pour ne pas les oublier.

L'évaluation se fait également au travers d'**activités spécifiques** permettant à l'enseignant d'évaluer les performances des élèves à un moment donné sur un sujet donné.

Pour cela, nous proposons deux outils :
– les exercices des pages « Ce que je dois savoir faire seul(e) » en milieu et en fin de chaque période du manuel. Ces exercices peuvent être faits en classe ou à la maison au moment où le professeur le juge opportun. Ils permettent aux élèves de faire le point sur leurs connaissances. Le professeur pourra en photocopier la correction pour la donner aux élèves (p. 255 à 269 ; le bleu donne du gris à la photocopie) ;
– les exercices proposés dans ce livre de la page 270 à la page 285 pour que le professeur puisse construire, en fin de période par exemple, une évaluation adaptée à son enseignement et à ses élèves.

2.3. Complément : la question des problèmes à énoncé textuel

2.3.1. Point de départ pour la réflexion

Pour essayer de résoudre les difficultés des élèves dans la résolution des problèmes avec des énoncés textuels, de nombreux enseignants mettent en place des séances consacrées à la « méthodologie de la résolution de problèmes ». Cette approche a suscité de nombreux débats car l'activité mathématique inhérente à la résolution d'un problème mathématique était parfois occultée par un travail d'une autre nature : travail sur l'énoncé en tant que texte, recherche d'informations, recherche de « la bonne opération », classement d'énoncés, etc. Or des travaux, en particulier ceux de Jean Julo [7], ont montré que dans l'activité mathématique de résolution d'un problème numérique, il n'est pas possible de séparer le travail de compréhension de l'énoncé et celui de construction d'une stratégie de résolution : ce n'est pas « a priori » mais en faisant effectivement le problème que l'on va pouvoir trouver la ou les opérations pertinentes à utiliser.
Cela étant précisé, il va de soi que, pour résoudre des problèmes numériques ayant un énoncé textuel, les élèves doivent mettre en œuvre leurs compétences en lecture. C'est par des allers et retours entre l'énoncé et la recherche de stratégies de résolution que ces compétences vont se développer.
On comprend que le problème n'est pas entièrement caractérisé par l'énoncé écrit : le texte n'est qu'un des composants de la situation. Il peut d'ailleurs avoir une place variable selon la construction de la situation.

7. Jean Julo. *Représentation de problèmes et réussite en mathématiques – Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*, coll. Psychologie, Presses universitaires de Rennes, Rennes, 1995.

2.3.2. La construction du sens d'un énoncé textuel

La construction du sens d'un problème s'appuie sur le passage d'une représentation de la situation à une représentation du problème, c'est-à-dire une représentation de la situation intégrant le versant action. Les modes de représentation que proposent les élèves évoluent progressivement. Pour les problèmes arithmétiques, on peut découper l'évolution en plusieurs grandes étapes ou plutôt plusieurs grands modes car l'évolution n'est pas nécessairement linéaire.

Les modes de représentations figuratives ou analogiques

■ Le mode des représentations figuratives non opératoires

On le rencontre fréquemment au cycle 2, il peut encore être présent chez certains élèves au cycle 3 : l'élève perçoit l'histoire avec des personnages, des objets et se construit une sorte de film mais sans percevoir les enjeux numériques. Si on lui demande de représenter par écrit la situation, il fait des dessins mais ceux-ci ne permettent pas de construire une procédure de résolution.

■ Le mode des représentations figuratives opératoires

Tout en restant très dépendant du contexte et de la réalité à laquelle ce contexte correspond, l'élève peut l'organiser de manière opératoire. Il dessine de manière encore figurative, mais les informations numériques sont prises en compte, le dessin peut donc servir de support à la résolution.

■ Le mode des représentations analogiques

L'enfant reste attaché au contexte, à la représentation exhaustive des personnages ou des objets mais, d'une part il ne conserve que ceux qui sont pertinents pour le problème, d'autre part il ne cherche plus à fixer exactement la réalité : il simplifie les objets, les symbolise par des ronds, des croix, des points, ses doigts... et il utilise ces collections analogiques pour résoudre le problème, du moins partiellement, avec des procédures qui restent assez « primitives » et de portée très locale.

Les modes de représentations symboliques

■ L'élève se détache de la représentation iconique pour ne s'intéresser qu'aux rapports entre les objets. Parmi les représentations symboliques, on trouve **les modes de représentations schématiques** (schémas fléchés, tableaux, droite numérique, segments, tableaux de proportionnalité, etc.). Ces modes de représentation sont un moyen d'identifier plus clairement des objets mathématiques décisifs pour la conceptualisation. Ce sont des modes plus abstraits et plus riches sur le plan opératoire.

■ On trouve enfin les **écritures arithmétiques** qui sont des représentations symboliques (formelles) particulières. Traduire un énoncé de problème par une écriture numérique (de type équation pour les problèmes arithmétiques, par exemple $450 = 5 \times ?$ ou $1\,246 = ? + 857$) est un mode expert de représentation qui permet d'apporter la réponse demandée à moindre coût. Ce mode traduit ce que l'on appelle couramment l'acquisition du sens du problème.

Ces représentations symboliques se construisent de manière « spiralaire » : elles s'appuient sur les catégorisations primitives de diverses situations connues déjà en place, tout en développant chez l'élève des compétences à catégoriser les nouvelles situations qu'il rencontre, et ainsi affiner les premières catégories qui servent à nouveau d'appui pour enrichir les diverses classes de situations.

À chacun de ces modes, est associé un mode de représentation langagière dont la fonction est multiple : aide à la désignation permettant l'identification des éléments de la situation et de leurs relations, aide à l'anticipation des effets et des buts, à l'inférence, au raisonnement et aide à l'organisation de l'action, planification et contrôle.

Comprendre un problème donné sous forme d'un énoncé, c'est donc comprendre que :
– le texte relate une situation souvent issue, pour les problèmes arithmétiques de l'école élémentaire, de la vie réelle ou d'un autre champ disciplinaire ;
– certaines données fournies sont déjà des réponses aux questions qu'aurait pu se poser un personnage fictif dans la situation évoquée ;
– cet énoncé doit conduire à une « action » impliquant réflexion et prises de décisions, c'est-à-dire qu'il ne s'agit pas simplement d'un acte de lecture, mais d'un projet de réponses à des questions ;
– le problème posé est un prétexte pour mettre en œuvre des connaissances mathématiques.

C'est donc à partir de la représentation mentale de la situation et de l'anticipation des questions et des réponses que l'élève peut résoudre le problème et non à partir de la recherche de traits ou d'indices de surface dans le texte ou de proximité temporelle avec des notions en cours d'apprentissage.

3

Les modes de calcul

***Le rapport entre calcul et construction du sens des opérations est dialectique**. Sans mise en perspective dans un problème, le sens d'une opération ne peut pas se construire, mais sans recherche de stratégies de calcul pour le résoudre, le travail sur le problème ne peut aboutir. Il est donc indispensable de mener simultanément le travail sur les problèmes et celui sur les procédés de calcul.*

*Par ailleurs, **la résolution des problèmes arithmétiques favorise la maîtrise de certaines relations numériques** et permet aux élèves d'éviter certaines erreurs de calcul. Ainsi, pour calculer $1{,}70 \times 4$ en dehors de tout contexte, certains élèves proposent 4,280, considérant le nombre décimal comme un couple de deux entiers séparés par une virgule. Mais dans un problème de monnaie de type « Un objet coûte 1,70 euros, combien coûtent 4 objets ? », les mêmes élèves sont capables de trouver la bonne réponse parce que, dans le contexte de la monnaie, ils décomposent 280 centimes en 2 euros et 80 centimes ; ils utilisent, en quelque sorte, des propriétés de la multiplication et leur connaissance sociale de la monnaie pour répondre.*

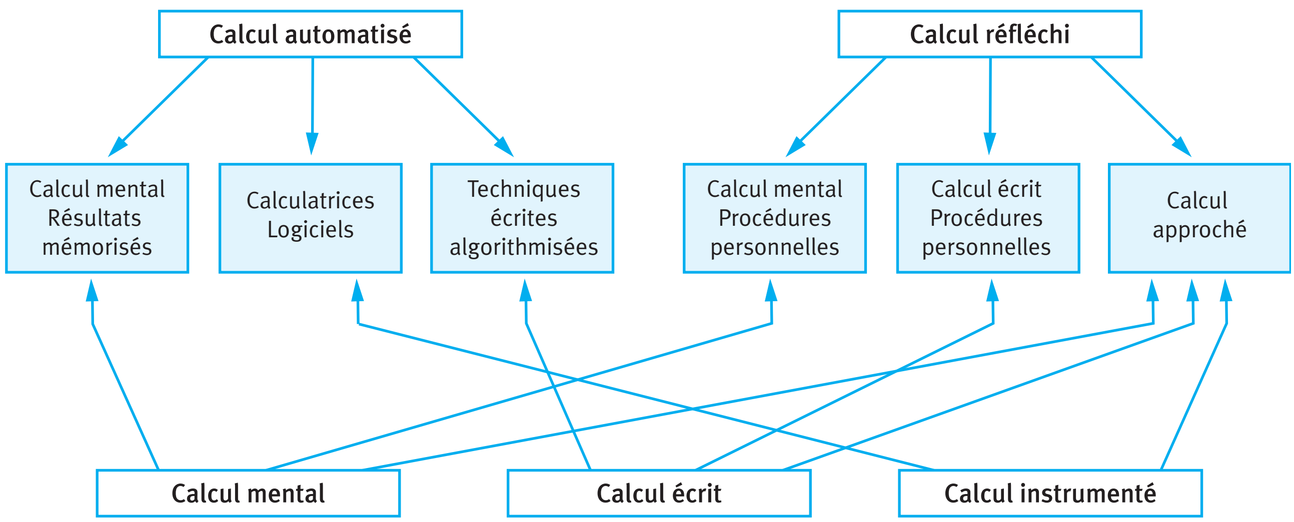
3.1. Classification et limites

Un regard qui met en avant le type de fonctionnement cognitif convoqué

On trouve ici deux grands modes :
– le calcul réfléchi qui nécessite de la part du sujet un travail cognitif spécifique : analyse des données, recherche de stratégies adaptées à ces données, mise en œuvre de ces stratégies et contrôle des étapes et du résultat ;
– le calcul automatisé, c'est-à-dire un calcul dans lequel, à chaque étape, le sujet ne se pose pas de question sur ce qu'il a à faire et restitue des faits numériques mémorisés ainsi que des stratégies également mémorisées.

Un regard qui met en avant le moyen utilisé pour calculer

On trouve alors trois grands modes :
– le calcul mental (effectué dans la tête) ;
– le calcul écrit qui nécessite l'utilisation d'un crayon et d'un support pour écrire ;
– le calcul instrumenté (il nécessite un matériel spécifique : abaque, table à compter, règle à calculer, calculatrice, logiciel de calcul).



■ **Limites d'une telle classification**

Cette classification contribue à préciser des types de fonctionnement qui peuvent être utilisés par les élèves ; il ne faut cependant pas oublier que :

– d'une part, au cours d'un même calcul les élèves peuvent passer d'un mode de fonctionnement à un autre ;

– d'autre part, la construction d'un algorithme n'est finalement qu'une optimisation, dans le temps, de procédures de calcul réfléchi.

Prenons un exemple :

Lorsque Leïla, dans l'étape 16 (p. 54), fait cette déclaration avant d'effectuer la division de 942 par 27, elle est dans un processus qui la conduit du calcul réfléchi, qui a été le moteur des étapes précédentes, au calcul automatisé, qui sera l'organisation définitive de la division en tant que procédé de calcul.

3.2. Le calcul réfléchi

La terminologie « calcul réfléchi » ou « calcul raisonné » met l'accent sur l'activité cognitive du sujet en train de calculer. Les procédures de « calcul réfléchi » ou « raisonné » sont en effet caractérisées par le fait que le sujet prend en compte les données numériques fournies, les analyse, les situe dans le réseau des nombres, repère leurs particularités et utilise ces particularités pour choisir le traitement qu'il va leur faire subir. Ce traitement dépend étroitement des nombres en jeu et est donc à créer à chaque nouveau calcul mais il diffère aussi suivant les individus, chacun choisissant parmi ses connaissances celles qui lui permettent de traiter l'opération au moindre coût. De ce fait, pour chaque individu, le choix des procédures évolue dans le temps avec l'acquisition de nouvelles connaissances et la pratique.

Exemple

• Voici 4 méthodes pour le calcul de 17×8

1. Décomposer 17 en $10 + 7$
on a donc $(10 \times 8) + (7 \times 8) = 80 + 56 = 136$

2. Décomposer 17 en $20 - 3$
$(20 - 3) \times 8 = (20 \times 8) - (3 \times 8) = 160 - 24$
$= 160 - 20 - 4 = 136$

3. Décomposer 8 en $10 - 2$
$17 \times 8 = (17 \times 10) - (17 \times 2) = 170 - 34 = 170 - 30 - 4$
$= 140 - 4 = 136$

4. Reconnaître dans 8 le cube de 2 et donc doubler trois fois de suite
$17 \times 8 = [(17 \times 2) \times 2] \times 2 = (34 \times 2) \times 2 = 68 \times 2 = 136$

• Pour le calcul de 17×9, les trois premières méthodes peuvent s'appliquer mais pour utiliser la quatrième, il faut reconnaître dans 9 le carré de 3 et de plus il faut savoir multiplier 17 par 3 rapidement ce qui est a priori plus difficile que « doubler ».

• Pour le calcul de 17×7, la quatrième méthode s'avère impossible.

Le calcul réfléchi peut la plupart du temps se faire mentalement car les nombres sont envisagés dans leur globalité et non pas chiffre à chiffre, cependant il peut se faire aussi par écrit pendant toute la phase de construction du sens des opérations puis, plus tard, à la fois mentalement et par écrit lorsque le calcul est complexe : le sujet peut en effet avoir besoin de noter des résultats intermédiaires. L'absence de support papier n'est donc pas caractéristique de ce mode de calcul.

3.2.1. Le calcul écrit réfléchi

Dès que le professeur propose aux élèves des situations d'approche d'une nouvelle opération, ceux-ci mettent en œuvre des procédures de résolution personnelles souvent empiriques, très liées aux nombres en jeu et au contexte de la situation. Parmi ces procédures, certaines peuvent faire l'objet d'une explicitation et d'une forme écrite spécifique qui fixeront la « manière de faire », de telle sorte qu'elles puissent être utilisées par la suite en calcul mental réfléchi.

Par exemple, dans l'étape de consolidation page 15 consacrée à la réactivation des connaissances sur l'addition et la soustraction, les procédures de calcul réfléchi écrit (sauts sur la droite numérique ou décomposition de 738 pour calculer le terme manquant de l'addition à trou 738 + ? = 2 563) précèdent la construction de la technique et pourront être utilisées ultérieurement en calcul mental réfléchi.

Il en est de même pour les procédures d'additions ou de soustractions du diviseur aux deux étapes de consolidation des pages 51 et 52 qui contribuent à donner du sens à la technique usuelle de la division.

3.2.2. Le calcul mental réfléchi

C'est par la pratique régulière que les élèves vont progressivement développer des compétences de calcul mental réfléchi en mobilisant les connaissances qu'ils construisent sur les nombres.
Le calcul mental réfléchi a donc de nombreuses fonctions. Il permet de donner le résultat d'un calcul sans l'aide de l'écrit ou d'une calculatrice, ce qui est utile dans la vie quotidienne. Il permet de donner l'ordre de grandeur d'un résultat, ce qui peut être utile à la fois dans la vie quotidienne et pour contrôler un calcul effectué par écrit ou à la calculatrice. Mais il a aussi pour but de rendre les nombres « familiers » aux élèves : il les conduit à envisager chaque nombre sous de nombreux aspects ou points de vue, liés à leurs propriétés, à mettre les nombres en réseau, en fonction de leurs caractéristiques, et ainsi à enrichir la représentation qu'ils se font des nombres, de manière à rendre disponibles ces représentations lors de la résolution d'un problème.

Rappelons aussi que les travaux de recherche menés par D. Butlen, A.-M. Montfort et M. Pézard [8] ont montré que l'accroissement de compétences en calcul mental conduisait à une amélioration des performances en résolution de problèmes. En effet, une certaine aisance en calcul mental permet aux élèves de se décharger de l'angoisse du calcul ou de la surcharge de travail qu'implique celui-ci et ainsi de se donner les moyens de faire des hypothèses et de faire des choix avant de se lancer dans la résolution effective. Cela leur permet aussi d'estimer l'ordre de grandeur d'un résultat possible et de vérifier leurs calculs.

Un travail spécifique d'entraînement au calcul mental est proposé dans de nombreuses étapes dans la rubrique « Calcul mental » ainsi que dans les étapes spécifiques intitulées « Calcul automatisé, calcul réfléchi » (pages 13, 21, 56, 72, 88, 145 et 185).

3.2.3. Le calcul instrumenté réfléchi

Nous appelons « calcul instrumenté » le calcul qui s'effectue à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel de calcul. Contrairement à une opinion trop répandue, l'usage d'instruments de calcul ne rend pas obsolètes les autres formes de calcul. Il nous semble fondamental de développer parallèlement chez les élèves des compétences spécifiques qui leur permettent de calculer en l'absence d'instruments mais aussi avec les instruments, de manière à ce qu'ils utilisent ceux-ci de manière raisonnée : prévision de l'ordre de grandeur d'un résultat et de sa plausibilité, prise d'indices sur la vraisemblance des chiffres obtenus, raccourcis de calcul…

L'introduction des calculatrices dans les classes, loin de faire disparaître les autres activités de calcul, nous semble être au contraire un moyen de donner du sens à ces activités de calcul, de développer leur aspect fonctionnel et même de confronter les élèves à de vrais petits problèmes mathématiques à leur niveau. Ainsi demander aux élèves de CM2 de calculer avec la calculatrice 64×28, puis sans effacer ni revenir à 0 de calculer 64×29 (page 80, exercice 3) permet d'utiliser en acte les propriétés de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

3.3. Le calcul automatisé

3.3.1. Le calcul écrit automatisé [9] : algorithmes de calcul

Un algorithme de calcul est un procédé qui est caractérisé par le fait qu'il se déroule de manière identique quelles que soient les valeurs numériques auxquelles on l'applique. C'est en ceci qu'il diffère d'un calcul réfléchi. Les algorithmes de calcul sont « conventionnels », ils varient suivant les époques et les cultures (on n'effectue pas les divisions de la même manière en France, en Angleterre ou en Espagne, la technique française actuelle est très différente de celle utilisée en France au XVII^{e} siècle).

Pour être intéressant, un algorithme de calcul doit être relativement économique, il doit être fiable et ne doit pas être trop difficile à retenir. Il faut distinguer la phase de construction de l'algorithme, qui repose sur des raisonnements s'appuyant sur les propriétés des nombres et des opérations, de son utilisation ultérieure. En effet, une fois maîtrisé, il peut être appliqué de manière « semi-automatique », entendons par là qu'à chaque étape du calcul, le sujet ne doit pas se poser de questions pour savoir comment il va continuer. Il ne

8. D. Butlen, A.-M. Montfort, M. Pézard (Copirelem), *Le rôle du calcul mental dans la connaissance des nombres, des opérations et dans la résolution de problèmes* in Repères, n° 41, ocotbre 2000, pp. 5-24, TOPIQUES Éditions, Metz.

9. La terminologie « calcul posé » recouvre ce mode de calcul.

faudrait pas en déduire que le calcul algorithmisé ne convoque jamais une réflexion chez l'élève, mais l'un des objectifs de l'apprentissage de ce type de calcul est de rendre l'élève capable de le conduire de manière quasi automatique par l'utilisation de conduites invariantes ce qui assure d'une part un certain gage de réussite à l'opération et d'autre part une certaine rapidité.

Les techniques de la soustraction en colonne (pages 16 et 17), de la multiplication posée (pages 24 et 25), de la division en utilisant la « potence » (étape 15, p. 53 et 16, p. 54-55) sont ainsi des algorithmes de calcul qui sont enseignés à l'école et qui doivent être appris et retenus par les élèves.

Insistons sur le fait que connaître l'algorithme de calcul d'une opération n'est pas le gage d'une connaissance approfondie de cette opération, c'est-à-dire d'une reconnaissance des situations dans lesquelles celle-ci est nécessaire. De même, ne pas connaître un algorithme ne signifie pas nécessairement ne pas comprendre l'opération. Le travail d'acquisition d'un algorithme, s'il ne peut être confondu avec le travail de construction du sens d'une opération, peut cependant y contribuer.

La mise en œuvre d'un algorithme de calcul nécessite une très bonne connaissance de nombreux « faits numériques », tels que les résultats des tables d'addition et de multiplication, et une très bonne compréhension de la numération décimale de position, mais ne nécessite pas nécessairement la maîtrise des propriétés qui permettent de le justifier mathématiquement.

L'apprentissage des techniques opératoires écrites a eu, pendant longtemps, une place prépondérante dans les activités mathématiques proposées aux élèves à l'école élémentaire : on pensait alors qu'il fallait apprendre à faire les opérations avant d'apprendre à les utiliser. Depuis plusieurs années, l'acquisition de techniques, tout en restant très présente, est passée au second plan par rapport au travail sur le sens des notions : il semble plus judicieux de mettre les enfants en face de problèmes ayant du sens pour eux, de les laisser mettre en œuvre des procédures de calcul empiriques s'appuyant sur leurs connaissances anciennes pour résoudre le problème posé. L'optimisation des procédures de calcul utilisées permet alors d'introduire l'apprentissage des techniques algorithmiques conventionnelles. Viennent ensuite les phases d'entraînement indispensables : ce sont les « gammes » du mathématicien en herbe !

3.3.2. Le calcul mental automatisé

Naturellement, pour que les élèves puissent mener à bien un calcul réfléchi écrit ou mental ou un calcul écrit algorithmisé, il est indispensable qu'ils puissent utiliser un certain nombre de résultats mémorisés, sans avoir à les « reconstruire » à chaque fois. Le calcul mental automatisé renvoie à cette activité spécifique de mémorisation de « faits numériques » de manière à ce que les élèves puissent les restituer de manière automatisée lors d'un calcul. Il intervient donc tout autant dans le calcul réfléchi que dans le calcul écrit algorithmisé.

De nombreuses activités spécifiques et régulières doivent naturellement être menées avec les élèves pour permettre la mémorisation « définitive » de « faits numériques » essentiels : tables d'addition et de multiplication, mais aussi liste des multiples de certains nombres : 10 ; 100 ; 25 ; 15 ; produits par les puissances de 10 ; décompositions canoniques des nombres ; etc. Nous proposons pour cela de multiples activités dans les rubriques « Calcul mental » et notamment les jeux de recto verso qui permettent aux élèves de s'entraîner tout en leur donnant le moyen de valider immédiatement leur réponse, ce qui est essentiel. Les pages 13, 21, 56, 72, 88, 145 et 185 proposent également des exercices de calcul automatisé.

La rapidité n'est pas un objectif primordial du calcul mental automatisé (appelé parfois calcul rapide), mais il est évident que c'est un objectif important dans la mesure où le rappel en mémoire des résultats mémorisés lors d'un calcul ne doit pas faire perdre à l'élève le fil de son calcul.

3.3.3. Le calcul instrumenté automatisé

Toutes les calculatrices ne sont pas programmées de manière analogue et de ce fait ne fonctionnent pas de la même manière.
Les élèves doivent apprendre à se servir de manière rapide et efficace et quasi automatisée de la calculatrice dont ils disposent. Ils devront aussi apprendre à contrôler attentivement toutes les étapes des calculs pour détecter les erreurs de frappes possibles ; l'étape 23 (p. 69), la page d'entraînement (p. 80), les étapes 62 (p. 158-159) et 65 (p. 170-171) contribuent à cet apprentissage.

3.4. La progression de calcul mental dans EuroMaths

Dans les étapes de consolidation et d'entraînement, le calcul mental a pour but de renforcer des connaissances anciennes pour les rendre disponibles à tout moment. Il n'est donc pas nécessairement lié au travail proposé dans la page.

Dans les deux premières périodes, il permet aux élèves de revisiter **les relations arithmétiques simples entre les nombres** : structuration de la suite numérique en s'appuyant sur les multiples de 2, de 5, de 10, de 100 (jeu du furet en période 1), **notion de double et moitié, triple et tiers, produit par 10, 100, 1 000** (jeu de mémoire en périodes 2 et 3).

Dans les périodes suivantes, il s'agit de stabiliser les acquis sur **la numération** (décomposition et dictée de nombres, mise en ordre), **les calculs additifs simples** (calculs en chaînes), **les tables de multiplications** (jeux de recto verso multiplicatif), l'ordre et les calculs simples sur les nombres décimaux.

Dans les étapes de construction ou d'approfondissement de connaissances (étapes numérotées)**,** les activités proposées sont liées aux notions en cours d'apprentissage : suivant les cas, elles préparent les élèves à aborder le travail qui sera effectué dans l'étape du jour ou les suivantes, ou elles entraînent les élèves sur des notions qui viennent d'être travaillées pour les aider à les mémoriser et les faire fonctionner.

Lorsque le travail se déroule sur plusieurs séances, la même activité peut être proposée : la répétition permet de favoriser la maîtrise de ces procédures ce qui aide à rassurer les élèves.

Dans chaque étape, les activités proposées sont explicitées et justifiées, nous avons pris un soin tout particulier à développer leur aspect ludique.

En période 1, les élèves vont travailler principalement sur **la numération** (passage de la numération orale à la numération écrite, décompositions additives, canoniques, valeur des chiffres suivants leur position dans l'écriture du nombre, comparaison et mise en ordre), notamment par des jeux de mémoire. Cette période est également consacrée à la stabilisation de la connaissance des tables de **multiplication,** en apprenant à repérer rapidement les multiples des nombres de 2 à 9, à savoir identifier de quel multiple il s'agit. Ces compétences sont fondamentales pour maîtriser tous les modes de calcul et notamment les algorithmes de la multiplication et de la division. Un premier entraînement sur les fractions est proposé en fin de période.

La période 2 est consacrée à la stabilisation des connaissances des élèves sur **la division euclidienne** et sur **les nombres décimaux** (passage des fractions décimales aux écritures chiffrées, décompositions canoniques, ordre et comparaison).

Parallèlement, des jeux de portrait sur les nombres permettent de **mettre en réseau des notions** étudiées dans des étapes différentes, de mettre en évidence les propriétés des nombres et de les mettre en mots. Ils seront repris à plusieurs moments de l'année.

En période 3, le répertoire multiplicatif est retravaillé pour préparer le travail sur **la proportionnalité** par les jeux du nombre pensé dans lesquels les élèves mettent en œuvre les propriétés de linéarité.

L'accent est également mis sur **la résolution mentale de problèmes arithmétiques** faisant intervenir les différentes opérations. L'entraînement au calcul sur **les nombres entiers et décimaux** se poursuit. Avec le jeu « le compte est bon » les élèves mobilisent toutes leurs connaissances numériques.

Les périodes 4 et 5 sont consacrées à des **révisions** : numération écrite et orale des nombres entiers, tables de multiplication, ordre et opérations dans l'ensemble des nombres entiers et décimaux, intercalations, **conversion de mesures** dans différentes unités, résolution de problèmes arithmétiques dans le cadre de la mesure des grandeurs et de la proportionnalité.

Quelques mises en route dans le domaine de la géométrie permettent d'entraîner les élèves à comprendre et utiliser **le vocabulaire géométrique** et à exécuter **des tracés**.

Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
– la numération – la multiplication	– la division – les nombres décimaux	– la proportionnalité – les problèmes arithmétiques oraux	révisions : connaissance des nombres entiers et décimaux, des grandeurs et des opérations	révisions : connaissance des nombres entiers et décimaux, des grandeurs et des opérations

4

La numération, les opérations

Il est nécessaire d'avoir compris notre système de numération et d'en avoir une très bonne maîtrise pour construire les algorithmes opératoires et les utiliser avec efficacité.

*Au CM2, **l'addition, la soustraction, la multiplication et la division euclidienne** sont généralement acquises mais restent cependant à consolider pour certains élèves. Ce qui caractérise le CM2, c'est **l'extension de ces opérations à l'ensemble des nombres décimaux**. Le produit de deux nombres décimaux, en particulier, constitue une nouveauté que nous traitons aux étapes 77 et 78.*

***La division euclidienne** mérite encore toute notre attention : deux étapes de consolidation (p. 51 et 52), précèdent la révision de la technique elle-même aux étapes 15 (p. 53) et 16 (p. 54-55). Au CM2, la réflexion sur **les différents types de divisions et donc de quotients** se structure : Quand doit-on donner le quotient entier et le reste ? Quand doit-on « continuer l'opération » et « diviser » le reste ? Dans ce cas, quand faut-il « s'arrêter » ? Enfin, la division d'un nombre décimal par un entier constitue le prolongement de la division décimale des nombres entiers. C'est donc tout au long de l'année que la division sera enrichie.*

*Rappelons que, pour être efficace, **l'avancée du travail sur les procédés de calcul et celle sur les problèmes doivent être simultanées**. Ce n'est pas seulement l'opération en jeu qui détermine le type de raisonnement à construire par l'élève et donc la difficulté d'un problème. Les facteurs influant sur la complexité sont multiples et interviennent de façon croisée. Parmi eux, citons la structure mathématique du problème et la place du nombre inconnu dans cette structure, les données numériques (nombres entiers ou décimaux, taille des nombres, valeur des écarts ou valeurs relatives, éventuelles particularités des écritures), le contexte, les modes de présentation et de formulation du texte.*

En croisant les relations mathématiques en jeu dans les problèmes et les modes de raisonnement mis en œuvre par les élèves pour les résoudre, G. Vergnaud [10] a proposé des typologies sur lesquelles nous nous appuyons et que nous allons évoquer dans ce chapitre.

4.1. Les nombres entiers, les deux systèmes de numération

4.1.1. Place dans le cycle 3

Une grande partie du travail sur la numération a été menée au cycle 2 et en CE2. Au cours des années de CM, il s'agit de consolider les acquis antérieurs des élèves pour leur permettre de développer des stratégies de calcul réfléchi et de comprendre les algorithmes de calcul écrit.

Il s'agit également en CM, où l'on rencontre un champ numérique plus grand, de mener un travail spécifique sur la numération orale de manière à permettre aux élèves d'en comprendre les règles de fonctionnement qui n'ont été qu'abordées dans les classes antérieures.

C'est souvent en effet au moment de la rencontre avec des « grands nombres » que la non-maîtrise par certains élèves des liens entre numération écrite et numération orale devient apparente [11].

Nos deux systèmes de numération des nombres entiers sont comme deux « langues différentes », l'une verbale appelée souvent numération orale mais qui peut se trouver sous forme écrite en lettres, l'autre en chiffres appelée numération écrite. Rappelons qu'il ne suffit pas de proposer des dictées ou des lectures de nombres pour aider les élèves à dépasser leurs éventuelles difficultés.

10. G. Vergnaud (dir.), *Le Moniteur de Mathématiques : résolution de problèmes*, Nathan, Paris, 1997.

11. Lors de la construction des nombres décimaux, nous serons également confrontés à des questions de lecture : 3,45 se lit habituellement « trois virgule quarante-cinq », laissant croire que la partie à droite de la virgule est elle-même un nombre entier. Nous y revenons dans le chapitre consacré à ces nouveaux nombres page 37.

4.1.2. Des difficultés fréquentes

Dès le cours préparatoire, les élèves sont confrontés aux différences fondamentales de fonctionnement des deux systèmes de numération : lire le groupe de signes « 18 », en disant « dix-huit » et comprendre que 18 est construit à partir de 10 et de 8 par une addition (10 + 8). Or, il n'est pas rare d'observer des élèves qui lisent « 18 » en énonçant « dix-huit » et simultanément considèrent que 18 c'est 8 et 1 (donc 9 !).

Au cours du cycle 3, certains élèves ont toujours des difficultés à voir dans les écritures chiffrées autre chose que les « chiffres » qui les composent : dans 4 537 par exemple, ils sont capables de repérer que 5 est le chiffre des centaines, mais ne parviennent pas à envisager 5 comme la « trace » de 500 ; pour d'autres, le fait que le nombre 4 537 contient 45 centaines n'est pas encore acquis, or dans le calcul de la division de 4 537 par 42, il est nécessaire de pouvoir envisager de retrancher 42 centaines aux 45 centaines du nombre 4 537. Par ailleurs, les résultats des évaluations nationales en fin de cycle 3 montrent une persistance des difficultés, chez certains élèves, à écrire en chiffres des nombres donnés en lettres et réciproquement. De même, des élèves éprouvent encore des difficultés à tirer des informations contenues dans l'écriture des nombres pour résoudre des problèmes. Par exemple, dans l'énoncé « Un carnet de timbres comporte 10 timbres. Combien de carnets faut-il acheter pour expédier 146 lettres ? », de nombreux élèves posent la division de 146 par 10, là où il suffit de prendre un nombre de dizaines ; certains allant jusqu'à trouver un nombre décimal, au lieu d'ajouter 1 au quotient entier trouvé.

Faisons un tour des erreurs les plus fréquentes.

– Certains élèves codent séparément avec des « chiffres » chacun des mots-nombres entendus et juxtaposent ces codes : par exemple, quatre cent sept écrit 41007.

– Les relations « somme » sont souvent moins bien maîtrisées que les relations de type produit.

Ainsi, quatre cents est bien écrit 400, mais « cent » suivi de mots-nombres peut encore poser des problèmes à certains élèves qui écrivent par exemple 10016, pour le nombre « cent seize ». Il est probable que pour ces élèves chaque symbole entendu rend compte d'une collection d'unités [12].

– Pour les « grands nombres », ce sont souvent les coefficients de mille ou de millions, voire de milliards, qui posent problème alors que les élèves écrivent sans erreurs les trois derniers chiffres. Le problème peut venir d'une mauvaise segmentation de la suite de mots-nombres composant le nom du nombre, alors que les élèves ont bien retenu qu'on « n'écrivait pas de chiffres » lorsque l'on entend les mots « million », « mille » ou « cent ».

Par exemple, pour le nombre trois cent quatre-vingt mille huit cent vingt-sept, on peut trouver les erreurs suivantes :

trois / cent quatre / vingt mille huit cent vingt sept

310420827

trois cent quatre / vingt mille huit cent vingt-sept

30420827

trois cent / quatre-vingt mille huit cent vingt-sept

30080827

trois / cent quatre vingt mille huit cent vingt-sept

3180827

– Pour d'autres enfin, c'est le rôle des zéros qui n'est pas pris en compte :

vingt-quatre mille trois cent huit

2438.

4.1.3. Les différents systèmes de désignation des nombres entiers

Les numérations les plus « performantes » sont celles qui permettent de coder tous les nombres (donc une infinité) avec un nombre fini de symboles et de faire des « calculs » sur ces codages sous forme d'algorithmes relativement simples et fiables. C'est le cas de notre numération écrite de position, mais ce n'est pas le cas de notre numération orale.

Le tableau ci-contre permet de mettre en évidence les ressemblances et les différences entre nos deux systèmes de désignation des nombres.

Les différences structurelles entre les deux numérations nécessitent des apprentissages spécifiques pour que les élèves puissent comprendre leur fonctionnement. La calculatrice peut aider les élèves à prendre conscience du fait que la valeur d'un chiffre dépend de la position qu'il occupe dans l'écriture chiffrée d'un nombre ; ainsi, afficher un nombre puis, sans le réécrire, changer un chiffre en un autre aide à travailler cet aspect : pour transformer 657 en 687, il faut ajouter 3 dizaines, c'est-à-dire 30 et non 3.

12. B. Dufour-Janvier, N. Bednarz, « Construction des savoirs », in N. Bednarz et C. Garnier (dir.), *Obstacles et conflits*, Éditions Agence d'Arc, Montréal, 1999.

	Numération écrite	Numération orale
Valeur(s) des groupe-ments	Groupements uniquement par dix	Groupements par dix, mais aussi des groupements auxiliaires par mille, million, etc.
Symboles	Dix symboles exactement : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 0	Une grande quantité de mots, que nous appelons souvent « mots-nombres » : – neuf mots qui correspondent à la lecture des chiffres : un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf ; – des mots qui correspondent aux différentes puissances de la base : dix, cent, mille, million, etc. ; – cinq mots pour certains multiples de 10 (certaines dizaines) : vingt, trente, quarante, cinquante, soixante ; – six mots « anomalies » onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize ; – le mot zéro qui ne sert qu'à se désigner lui-même mais qui n'entre dans la composition d'aucun nom de nombre.
Nécessité d'un zéro	Oui, le zéro marque l'absence de groupements d'un certain rang	Non
Règles de combinaison	C'est la position du chiffre dans le nombre qui indique de quelle puissance de dix il est le coefficient. La juxtaposition des symboles chiffres n'a donc pas une valeur opératoire. 4 708 4 mille 7 centaines 0 dizaine 8 unités	La juxtaposition des « mots-nombres » a toujours une valeur opératoire. Plusieurs règles permettent de trouver le nombre : – par addition dix-huit $10 + 8$ soixante-dix $60 + 10$ – par multiplication trois mille $3 \times 1\,000$ quatre-vingts 4×20 – par addition et multiplication quatre-vingt-dix $(4 \times 20) + 10$ six mille sept cent quarante-sept $(6 \times 1\,000) + (7 \times 100) + 40 + 7$ – encore plus complexe deux cent vingt-sept mille cinq cent huit $[(2 \times 100) + 20 + 7] \times 1\,000 + [5 \times 100] + 8$ trois cent soixante-quatorze millions trente-neuf $[(3 \times 100) + 60 + 14] \times 1\,000\,000 + 30 + 9$
Type de numération	Numération de position	Numération hybride

4.1.4. Les étapes d'EuroMaths

Un travail de fond a été mené en CM1 sur les deux systèmes utilisés pour désigner les nombres : numération écrite et numération dite orale. En CM2, les étapes consacrées à la numération des nombres entiers ont trois fonctions.

• La première est celle de « révision » des règles de la numération écrite chiffrée et de la numération orale, ainsi que des règles de comparaison. Les étapes 1 (p. 8-9), 2 (p. 10-11) ainsi qu'une étape de consolidation (p. 20) de la première période qui y sont consacrées permettent aux élèves de se rappeler qu'un nombre peut être décrit de diverses manières (utilisation de décompositions en fonction des groupements, caractéristiques particulières des chiffres qui le composent, comme par exemple la parité). Des problèmes divers amènent à déterminer ou à construire des nombres en prenant en compte plusieurs informations. Il s'agit de consolider tous les acquis antérieurs.

L'étape de consolidation (p. 57), relative à l'encadrement des nombres, permet aux élèves de revisiter le rôle de la droite numérique pour comparer des nombres ou les encadrer entre des dizaines ou des centaines consécutives, travail qui sera repris avec les nombres décimaux.

Les élèves prendront alors conscience que, si entre deux dizaines (ou centaines) consécutives, il y a un nombre fini de nombres entiers, ce n'est pas le cas avec des nombres décimaux.

• La seconde fonction est celle de structuration de l'ensemble des nombres entiers en lien avec la notion de multiple. Cette fonction est déjà assurée depuis le CE2 par un certain nombre d'activités proposées dans la rubrique calcul mental (jeux du furet, jeu du nombre pensé, etc.). Il s'agit de permettre aux élèves de mettre les nombres en réseau en s'appuyant sur leurs propriétés. Les étapes 14 (p. 48-49) et 36 (p. 100-101) y sont consacrées.

• La troisième fonction est l'élargissement du champ numérique étudié au-delà du million. Un travail spécifique sur la lecture des grands nombres est proposé à l'étape 28 (p. 78-79), de manière à mettre en évidence la régularité des groupements par mille et l'organisation des classes qui permet de pouvoir lire ou écrire n'importe quel nombre dès lors que l'on a une bonne maîtrise de la lecture/écriture des nombres jusqu'à 999. Cette étude est reprise à l'étape 63 dans le cadre d'un travail sur la fréquentation des aéroports des capitales européennes.

4.2. Problèmes d'addition et de soustraction au CM

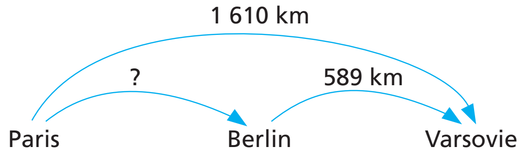
4.2.1. Différentes structures additives

Les problèmes rencontrés à l'école primaire relèvent essentiellement des familles suivantes.

Composition de deux mesures

Dans cette famille, on trouve essentiellement des problèmes de réunion ou de fractionnement de collections ou de grandeurs mesurables. Suivant que l'on cherche le tout ou l'une des parties, l'opération experte associée est une addition ou une soustraction.

Exemple, manuel page 14 :



Alex, un ami de Théo, les a rejoints à Varsovie en passant par Berlin (Allemagne).
Combien de kilomètres y a-t-il entre Paris et Berlin ?

On connaît le tout : c'est la distance entre Paris et Varsovie (1 610 km) et une partie, la distance entre Berlin et Varsovie (589 km). La question porte sur la recherche de l'autre partie, la distance entre Paris et Berlin.

Transformation d'états (ou de positions)

Il s'agit d'énoncés qui décrivent des situations se déroulant souvent dans le temps, dans lesquelles on peut identifier un état initial, une transformation (positive ou négative) opérant sur cet état pour conduire à un état final. Cette structure permet de définir six catégories de problèmes suivant que la transformation est positive ou négative et que la recherche porte sur l'état final, la transformation ou l'état initial.

Exemple, manuel page 17, exercice 9 : Alice et ses parents sont partis en voyage. Ils ont parcouru 1 458 km. À l'arrivée, le compteur de la voiture marquait 008749. Que marquait le compteur de la voiture au départ ?

On connaît l'état final (8 749 km), on connaît la transformation (+ 1 458 km), la question porte sur l'état initial (le nombre de kilomètres affiché au compteur au départ).

Comparaison d'états

Deux états relatifs à des grandeurs sont comparés par les locutions « de plus », « de moins ». L'un joue le rôle de référent pour l'autre (le référé). Dans cette famille, on trouve également six sous-catégories suivant que la relation est positive ou négative et que la question porte sur la recherche du référé, de la comparaison ou du référent.

Exemple, manuel page 21, exercice 4 (extrait) : Théo, Leïla, Alice et Qwang sont allés chercher des châtaignes. Théo en a ramassé 54, [...] Qwang a ramassé 6 châtaignes de moins que Théo.

Le référent, le nombre de châtaignes de Théo, est connu (54), la relation de comparaison aussi (6 châtaignes de moins). La question porte sur le référé : le nombre de châtaignes de Qwang.

Parmi les autres structures, on trouve les **compositions de transformations** : deux transformations ou plus sont appliquées successivement à des états qui ne sont pas connus. La transformation unique composée de ces transformations, permet de transformer l'état initial en un état final obtenu après l'application de toutes les transformations concernées.

Dans cette famille, le nombre de sous-catégories dépend bien sûr du nombre de transformations composées. Dans le cas de deux, on peut définir douze sous-catégories suivant que les transformations composées sont de même signe (2 cas), de signes opposés (2 cas suivant que la composée est positive ou négative) et que la question porte sur la détermination de la composée ou de l'une des deux transformations (3 cas).

Exemple, manuel page 50, exercice 4 : Anna et ses amis jouent aux billes. À la récréation du matin, ils perdent 138 billes. À la récréation de l'après-midi, ils gagnent 245 billes. À la fin de la journée, ont-ils perdu ou gagné des billes et combien ?

On connaît deux transformations, l'une est négative (– 138), l'autre est positive (+ 245), la question porte sur la composition de ces deux transformations.

4.2.2. L'addition et la soustraction au CM2

Dès le début de l'année, un travail est proposé aux élèves pour s'assurer qu'ils maîtrisent l'addition et la soustraction des nombres entiers. La technique de la soustraction est revue rapidement pour qu'elle puisse être utilisable et disponible, notamment lors de la reprise de la technique de la division.

Ce qui caractérise le CM2 du point de vue du travail sur l'addition et la soustraction c'est :
– l'extension des problèmes, et par suite des techniques, à un champ numérique plus grand dans les nombres entiers et à un champ numérique nouveau, celui des nombres décimaux ;
– l'enrichissement des situations proposées : dans le cas de transformation d'états, les recherches d'états initiaux sont plus fréquentes (que la transformation soit positive ou négative). Des problèmes de compositions de transformations, sans connaître la valeur de l'état initial, peuvent être proposés. Pour les résoudre, les enfants utilisent souvent un état initial hypothétique qui leur permet de trouver la réponse cherchée ;
– l'enrichissement des formes langagières des énoncés (syntaxe, vocabulaire, temps, et organisation énonciative) ;
– la variété des contextes qui de plus en plus font référence à d'autres champs disciplinaires (géographie, sciences...).

Les compétences des élèves (et des adultes) dans la résolution de problèmes d'addition et de soustraction reposent sur leur conceptualisation des relations de base.

Trois axes ont guidé notre travail pour accompagner les élèves dans la résolution de ce type de problèmes :
– proposer des situations qui assurent un rapport idoine au sens, de manière à faciliter la construction de la représentation et donc l'élaboration de stratégies de résolution ;
– travailler différentes procédures de calcul adaptées aux champs numériques concernés, hors contexte, de manière à en comprendre les équivalences et à pouvoir les mettre en œuvre dans d'autres problèmes ;
– proposer de nouvelles situations relevant de catégories variées qui permettent d'élargir le sens des opérations.

En conclusion, au CM2, les élèves vont identifier l'opération arithmétique en jeu et cela sans se référer à une quelconque simulation de l'action. Le but est de prendre conscience de l'indépendance des procédures de calcul par rapport au contexte du problème.
Une exigence de formalisation des solutions (reconnaissance du calcul à effectuer et production de l'écriture mathématique correspondante) est alors un objectif à atteindre.

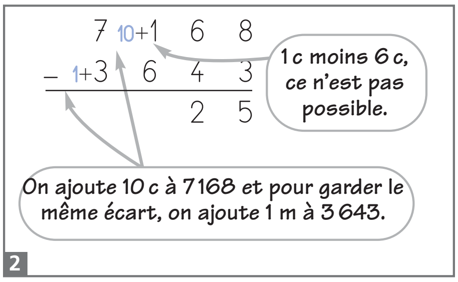
4.2.3. Les étapes d'EuroMaths

Le début de l'année (période 1) est consacré à un travail simultané sur la numération et les deux opérations qui doivent être définitivement bien comprises : l'addition et la soustraction. Le calcul automatisé et réfléchi ajoute un lien entre la numération et ces deux opérations.

Un premier entraînement (p. 13) permet au professeur de faire le point sur les compétences des élèves dans le domaine du calcul réfléchi additif et soustractif : ajouter ou soustraire un nombre plus petit que 10 ; ajouter ou soustraire un multiple de 10, un multiple de 100, trouver un complément, ajouter ou soustraire des nombres particuliers.

À l'étape de consolidation (p. 14), il s'agit de résoudre des problèmes additifs et soustractifs. Les nombres ne sont pas du domaine familier. Le but est de permettre aux élèves d'engager des procédures de résolution personnelles. À partir de la diversité des modalités de calcul, le professeur met en évidence l'équivalence entre l'addition à trou et la soustraction.

Cette étape est suivie d'un temps de calcul (p. 15) pour clarifier cette équivalence par un entraînement à l'addition à trou par la technique des sauts, à la soustraction en utilisant la décomposition additive du nombre à enlever et en procédant terme après terme, à la soustraction à la russe qui prépare les élèves à donner ou redonner du sens à la technique usuelle de la soustraction par compensation étudiée dans l'étape suivante (p. 16 et 17). Cette technique de soustraction s'appuie en effet, comme la technique russe, sur la propriété d'invariance de la différence de deux nombres quand leur ajoute ou retranche un même nombre.



Tout au long des périodes 2 et 3, les élèves ont à utiliser l'addition et la soustraction dans divers problèmes ainsi que dans la consolidation de la multiplication et de la division.

L'approche faite avec les fractions décimales (fin de la période 1) permet de prolonger l'addition et la soustraction de deux nombres entiers à ces mêmes opérations avec des nombres décimaux (étapes 21, p. 66-67 et 22, p. 68).

L'addition et la soustraction vont être ensuite travaillées dans des problèmes jusqu'à la fin de l'année.

4.3. Problèmes de multiplication et de division au CM

4.3.1. Différentes structures multiplicatives

De même que l'expression « structures additives » fait référence aux situations dont le traitement appelle une addition, une soustraction ou la combinaison de ces opérations, l'expression « structures multiplicatives » renvoie aux situations dont le traitement appelle une multiplication, une division ou la combinaison de ces opérations.

À l'école élémentaire, les problèmes de ce champ relèvent essentiellement des structures suivantes.

Comparaison multiplicative

Deux états relatifs à une grandeur sont comparés par les locutions « fois plus », « fois moins ». L'un joue le rôle de référent pour l'autre (le référé). Dans cette famille, on trouve six sous-catégories suivant que la comparaison est positive ou négative et que la question porte sur la recherche du référé, de la comparaison ou du référent.

Exemple, manuel page 21, exercice 4 (extrait) : Théo, Leïla, Alice et Qwang sont allés chercher des châtaignes. Théo en a ramassé 54, c'est 6 fois plus que Leïla. Alice a ramassé 2 fois moins de châtaignes que Théo.

Dans la comparaison entre Théo et Leïla, le nombre de châtaignes de Leïla (que l'on cherche) est le référent, le nombre de châtaignes (54) de Théo est le référé. Pour résoudre le problème, il faut transformer le référent en référé en changeant la relation 6 fois plus en 6 fois moins : « Leïla a 6 fois moins de châtaignes que Théo », changement de point de vue que de nombreux élèves éprouvent des difficultés à effectuer.

Dans la comparaison entre Alice et Théo, le nombre de châtaignes (54) de Théo est le référent, le nombre de châtaignes d'Alice est le référé. Le problème est plus simple : le calcul traduit directement la situation.

Relation de proportion simple et directe entre deux grandeurs

Ces problèmes se caractérisent par le fait qu'ils font intervenir trois valeurs numériques pour en trouver une quatrième. On peut distinguer deux cas :

• **L'une des valeurs numériques correspond à l'unité d'une des grandeurs** (cf. prix unitaire dans l'exemple ci-dessous). On trouve alors trois sous-catégories de problèmes.

Exemple, manuel page 25, exercice 8 : Pour la bibliothèque de l'école, le directeur a commandé 18 ouvrages de la même collection sur la vie des animaux. Chaque ouvrage coûte 27 €. Calcule le montant de la commande.

C'est un problème de multiplication.

Exemple, manuel page 51, exercice 4 : Avec 533 €, combien de livres à 17 € peut-on acheter ?

C'est un problème de recherche du nombre de parts.

Exemple, manuel page 53, exercice 3 : La mairie paie 2 250 € pour l'achat de 125 dictionnaires. Quel est le prix d'un dictionnaire ?

C'est un problème de recherche de la valeur d'une part [13].

Ces deux derniers problèmes relèvent de la division.

Remarque : une représentation des données sous forme de tableau comme ci-dessous permet de mettre en évidence les correspondances entre les grandeurs concernées, mais ce type de représentation n'est pas exigible des élèves.

Nb d'ouvrages	Prix en €
1	27
18	?

Nb de livres	Prix en €
1	17
?	533

Nb de dictionnaires	Prix en €
1	?
125	2 250

Les contextes utilisés peuvent être un contexte ordinal (sauts réguliers sur une piste graduée, évocation du comptage de n en n), un contexte cardinal (évocation d'objets isolés), un contexte de mesure de grandeur continue [14] (des longueurs, des masses). Dans les problèmes de division, le contexte et ce que l'on cherche peuvent imposer une valeur numérique correspondant à un quotient entier (par défaut ou par excès) ou à un quotient décimal.

• **Aucune des trois valeurs numériques ne correspond à l'unité d'une des grandeurs.**

Les élèves mettent en œuvre plus facilement des procédures s'appuyant sur les propriétés dites de linéarité que des procédures de recherche du coefficient de proportionnalité, mais cela dépend des nombres choisis.

Exemple, manuel page 137, exercice 2 : Pour faire de la pâte feuilletée, il faut 450 g de farine pour 300 g de beurre. Quelle quantité de farine faut-il pour 400 g de beurre ?

Pâte feuilletée	
Farine	Beurre
450 g	300 g
?	400 g

13. Cette distinction sera reprise dans le paragraphe 4.3.3 relatif à la division.
14. Par exemple, les longueurs, les aires, les masses, les durées sont des grandeurs continues tandis que le nombre d'objets d'une collection est une grandeur « discrète ».

– La recherche du coefficient de proportionnalité n'est pas aisée du fait des nombres donnés : Par quel nombre multiplier 300 pour obtenir 450 ?

– La recherche du rapport scalaire qui permet de passer de 300 à 400 n'est pas facile non plus.

– Une procédure efficace, et plus accessible compte tenu des nombres en jeu, consiste à rechercher la masse de farine pour 100 g de beurre : 100 g, c'est 3 fois moins que 300, donc pour 100 g, de beurre, il faut 3 fois moins de farine, c'est-à-dire 150 g.

On recherche alors la quantité de farine nécessaire pour 400 g de beurre : c'est 4 fois plus, soit 600 g ou encore c'est la somme des quantités de farine nécessaires pour 300 g de beurre et pour 100 g de beurre.

Autre exemple, manuel page 137, exercice 1 : Pour faire de la pâte brisée, il faut 250 g de farine pour 125 g de beurre. Pour 1 kg de farine, quelle quantité de beurre doit-on utiliser ?

Pâte brisée	
Farine	**Beurre**
250 g	125 g
1 000 g	?

– Utilisation du coefficient de proportionnalité : on passe d'une colonne à l'autre en divisant par 2.

– Utilisation du rapport scalaire : 1 kg de farine, c'est 4 fois plus que 250 g de farine, donc il faut 4 fois plus de beurre.

Remarques

• La proportionnalité est un outil qui permet la « comparaison de proportions ».

Exemple, manuel, découverte page 136 : Pour peindre son bateau, Qwang prépare les deux mélanges suivants :

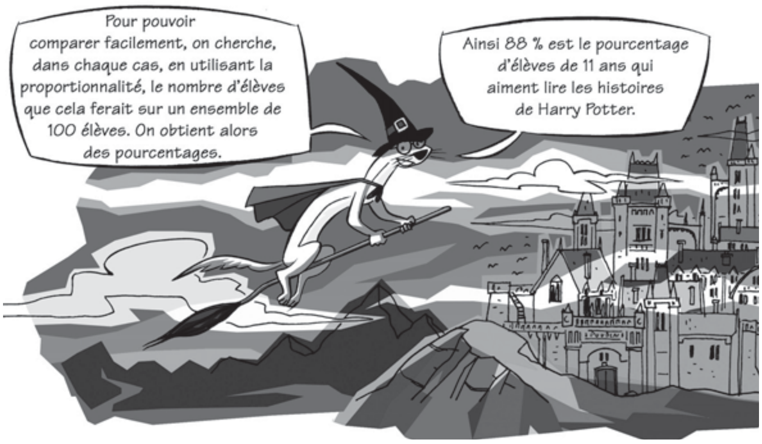
Mélange E : 2 litres de peinture blanche,
1 tube de peinture verte.

Mélange F : 3 litres de peinture blanche,
2 tubes de peinture verte.

Lorsqu'il y a une donnée identique entre les mélanges, la comparaison est rapide. Par contre, lorsque toutes les données sont différentes, il est nécessaire de calculer un nouveau mélange équivalent à l'un de ceux qui sont donnés mais avec une donnée aisément comparable. Pour fabriquer ce mélange, on utilise la proportionnalité.

Un usage courant est de choisir une des données égale à 100 ; on dit alors qu'on utilise **les pourcentages** pour faire des comparaisons.

Exemple, manuel, découverte page 172 :



• La proportionnalité dans le cadre géométrique est liée aux questions d'agrandissement et de réduction de figure.

Il s'agit d'une première approche des notions de pourcentage et d'échelle qui seront approfondies au collège.

Proportion double

C'est une relation de proportionnalité d'une variable par rapport à deux autres indépendantes entre elles.

Le dénombrement d'objets disposés selon des configurations rectangulaires relève de cette structure. On a dans ce cas deux sous-catégories de problèmes :

– des problèmes qui relèvent de la multiplication

Exemple, manuel, découverte page 23 : Les élèves des classes de CM2 font un patchwork de 127 carrés de long sur 36 carrés de large. Combien de carrés ont-ils utilisé ?

– des problèmes qui relèvent de la multiplication à trou ou de la division

Exemple, manuel, découverte page 23 : Les élèves des classes de CE1 ont préparé 2 460 carrés. La largeur du patchwork doit avoir 20 carrés. Combien de carrés aura-t-il sur la longueur ? Restera-t-il des carrés ?

La mesure de l'aire d'un rectangle constitue aussi un cas de proportionnalité double, puisque l'aire du rectangle est proportionnelle à la longueur (à largeur constante) et à la largeur (à longueur constante) ; les élèves ne comprennent pas aisément cette double proportionnalité, alors même qu'ils saisissent assez bien la mesure de l'aire du rectangle avec des carreaux unités.

Exemple, exercice 4 page 153 : a. Dans un jardin floral, un massif de tulipes a la forme d'un rectangle de dimensions 10 m et 3,6 m. Calcule l'aire de ce massif.

b. Un massif carré a la même aire que le massif précédent.

Quelle est la longueur de son côté ? Les deux massifs ont-ils le même périmètre ?

Quelques autres problèmes de proportion double sont proposés page 103 : il s'agit par exemple de problèmes concernant des tarifs par jour et par personne.

4.3.2. La multiplication au CM2

Lien entre le sens du problème, la procédure de résolution et la procédure de calcul activées par l'élève

Dans un problème du type « Quel est le prix de 3 objets à 25 € ? », l'addition réitérée 25 + 25 + 25 est un moyen simple et efficace de traduire l'énoncé et le calcul qui en découle est facile à effectuer.

Par contre, si la question porte sur le prix de 25 objets à 3 €, l'addition réitérée n'est plus aussi aisée à exprimer. Si les élèves ont compris qu'une addition réitérée pouvait s'écrire sous la forme d'une multiplication, ils pourront donner le résultat sous forme multiplicative 25 × 3. Cependant, la question du calcul effectif va se poser et ne pourra pas être résolue facilement tant que les élèves n'ont pas acquis de procédures de calcul de produits ou s'ils n'ont pas compris qu'il est possible, pour le calcul, de se libérer du contexte et donc de calculer « malgré le contexte » 25 + 25 + 25.

Il est donc nécessaire de faire évoluer les procédures personnelles utilisées par les élèves vers des procédures plus distantes des contextes et des actions décrites dans les énoncés. Notre choix, tout au long de cette collection, a été de ne pas créer de ruptures de sens mais d'accompagner les élèves dans le passage d'une procédure à une autre plus adaptée à la construction de la technique. Ces procédures sont justifiées dans un premier temps par les particularités des contextes dans lesquels on les utilise avant d'être justifiées par les propriétés des opérations sur lesquelles elles s'appuient.

Pour illustrer ce propos, prenons un exemple : calculer 47 × 6.

– Un élève A peut associer ce calcul à la recherche du nombre de carreaux d'un quadrillage, ce qui l'amène à utiliser implicitement la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et éventuellement la commutativité. Un rectangle de 47 carreaux sur 6 carreaux est le même qu'un rectangle de 6 carreaux sur 47 carreaux.

40	7	
40 × 6 = …	7 × 6 = …	6

6	
6 × 40 = …	40
6 × 7 = …	7

– Un élève B peut associer ce calcul au prix de 47 objets à 6 €. La simulation de l'action renvoie a priori à une addition réitérée de 47 termes ! Mais il peut aussi le décomposer en l'achat de 40 objets à 6 € et de 7 objets à 6 €.

47 × 6 = (40 × 6) + (7 × 6). Cette simulation de l'action permet l'utilisation implicite de la propriété de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

– Un élève C peut associer ce calcul au prix de 6 objets à 47 €. L'addition réitérée de 6 termes est efficace mais la distributivité n'est plus simulable en terme d'actions.

On voit bien qu'il est nécessaire que les élèves identifient, à un moment donné de l'apprentissage, l'opération arithmétique à utiliser sans se référer à une simulation de l'action. C'est un cheminement difficile, le professeur aura à les accompagner dans cet « accès au calcul ».

Comment alors rendre les procédures de calcul indépendantes des contextes tout en les maintenant intelligibles pour les élèves ?

Les premières situations assurent un rapport idoine au sens, de manière à faciliter la construction de la représentation et donc l'élaboration de stratégies de résolution, liées au contexte.

L'étape suivante de l'apprentissage nécessite de se familiariser avec différentes procédures de calcul, hors contexte, de manière à en comprendre les équivalences.

C'est en se confrontant ensuite à des problèmes relevant de nouvelles structures dans de nouveaux contextes que les élèves vont progressivement apprendre à mettre en œuvre des procédures de calcul sans se référer aux contextes eux-mêmes.

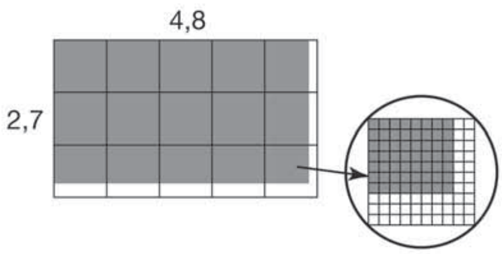
L'entraînement progressif aux techniques usuelles va conforter cette prise de distance vis-à-vis des contextes.

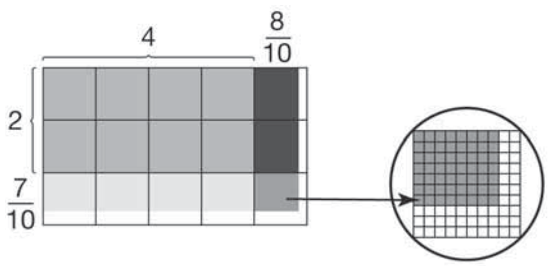
Le prolongement de la multiplication dans les nombres décimaux s'effectue en plusieurs étapes.

Après l'avoir abordée en CM1, nous revenons, aux étapes 31 (p. 89) et 32 (p. 90-91) puis en entraînement (p. 134), sur la multiplication d'un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000, puis sur la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier.

Pour introduire le produit de deux nombres décimaux, nous travaillons d'abord sur le produit de deux fractions décimales dans le cas simple des dixièmes (étape 77, p. 195).

Le calcul de l'aire d'un rectangle (étape 78, p. 196-197) débouche enfin sur la technique. Il s'agit d'un rectangle dont les mesures sont 2,7 et 4,8 selon une unité de référence.





Cette construction, qui prolonge celle de la multiplication entre deux nombres entiers, va permettre d'installer la technique de la multiplication de deux nombres décimaux.

Les étapes d'EuroMaths relatives à la technique de la multiplication

Une étape d'entraînement (page 21) permet au professeur de faire le point sur les compétences des élèves dans le domaine du calcul réfléchi de multiplication et de division : trouver le produit de deux nombres, trouver un des facteurs d'un produit, trouver le produit d'un nombre par 10, 100 ou par un de leurs multiples, trouver un des facteurs d'un produit.

C'est la consolidation de la page 23 qui permet au professeur de faire le point sur les compétences des élèves à résoudre différents types de problèmes de multiplication et de division. Les nombres choisis sont du domaine familier, ils permettent aux élèves d'engager aisément des procédures de calcul réfléchi.

Le plan de découpage ou la multiplication posée avec tous les calculs intermédiaires écrits permettent de rendre plus visibles les propriétés utilisées dans l'algorithme traditionnel de la multiplication. Nous nous appuyons donc (consolidation, p. 24-25) sur ces deux représentations :

	400	80	3
60	60 × 400 = 24 000	60 × 80 = 4 800	60 × 3 = 180
7	7 × 400 = 2 800	7 × 80 = 560	7 × 3 = 21

$$\begin{array}{rl} 4\ 8\ 3 & \\ \times\quad 6\ 7 & \\ \hline \text{............} & \leftarrow 7 \times 3 \\ \text{............} & \leftarrow 7 \times 80 \\ \text{............} & \leftarrow 7 \times \ldots \\ \text{............} & \leftarrow 60 \times 3 \\ \text{............} & \leftarrow 60 \times \ldots \\ \text{............} & \leftarrow 60 \times \ldots \\ \hline \text{............} & \leftarrow 483 \times 67 \end{array}$$

pour aboutir à l'algorithme usuel :

$$\begin{array}{rl} 4\ 8\ 3 & \\ \times\quad 6\ 7 & \\ \hline \text{...........} & \leftarrow 7 \times 483 \\ \text{...........} & \leftarrow 60 \times 483 \\ \hline \text{...........} & \leftarrow 483 \times 67 \end{array}$$

La technique de la multiplication de deux nombres décimaux est un prolongement de celle du produit de deux nombres entiers. Nous l'introduisons à l'étape 78 (p.196-197).

$$\begin{array}{rl} 4,8 & \\ \times\ 2,7 & \\ \hline \text{............} & \leftarrow 0,7 \times 0,8 \\ \text{............} & \leftarrow 0,7 \times 4 \\ \text{............} & \leftarrow 2 \times 0,8 \\ \text{............} & \leftarrow 2 \times 4 \\ \hline \text{............} & \leftarrow 4,8 \times 2,7 \end{array}$$

4.3.2. La division au CM2

Différents points de vue sur la division

Nombre de parts ou valeur d'une part

La division se rencontre dans des situations de répartitions en parts égales et de groupements qui renvoient à deux grandes familles :

– la recherche du nombre de parts

Exemple 1 : Avec 533 €, combien de livres à 17 € peut-on acheter ?

– la recherche de la valeur d'une part

Exemple 2 : La directrice de l'école paie 2 250 € pour l'achat de 125 dictionnaires. Quel est le prix d'un dictionnaire ?

Ces deux types de problèmes ne sont pas appréhendés avec la même facilité par les élèves. En effet, dans l'exemple 1, l'élève connaît la valeur d'une part et peut se représenter le problème comme addition itérée de 17 ou de ses multiples, tout en contrôlant le résultat 533. Dans l'exemple 2 par contre, l'absence de la valeur d'une part amène les élèves à émettre une hypothèse sur cette valeur et à la tester. En effet, une addition réitérée de 125 n'est pas isomorphe à la situation, à moins que les élèves se représentent les 125 dictionnaires et se voient en train d'attribuer les 2 250 € (par 1 €, 10 €

ou autre), ramenant parfois ainsi la situation à une organisation de type rectangulaire :

1er dict.	2e dict.	3e dict.	4e dict.	....	125e dict.
1 euro	1 euro	1 euro	1 euro	....	1 euro
1 euro	1 euro	1 euro	1 euro		1 euro

L'objectif du CM1 était de faire prendre conscience aux élèves que ces problèmes relèvent des mêmes procédures de calcul et qu'il s'agit dans les deux cas de problèmes de division. Les écritures symboliques en lignes, dans les problèmes ci-dessus :

$533 = (17 \times 31) + 6$ et $2\,250 = 125 \times 18$,

permettent de mettre en évidence les liens entre les différents nombres et l'équivalence entre les modes de résolution des deux situations. Nous proposons deux séances de consolidation (p. 51 et 52) afin de préparer les étapes 15 (p. 53) et 16 (p. 54-55) de révision de la technique de la division euclidienne.

Quotient ou quotient + 1 ?

La réponse attendue dépend du contexte.

Dans l'exemple 1, ci-dessus, on pourra acheter 31 livres et il restera un peu d'argent. La division a fourni la réponse au problème.

Dans certains cas, le contexte du problème oblige à prendre en compte le reste pour donner la réponse attendue.

Exemple, page 51, il est question du téléphérique de l'Aiguille du Midi :

À chaque montée, la cabine transporte 65 personnes. Combien de montées au minimum sont nécessaires pour transporter 1 577 personnes au sommet de l'Aiguille du Midi ?

Il faut un traitement réfléchi du résultat donné par la division (quotient 24 et reste 17) pour parvenir à la réponse attendue : « 25 montées ».

La division dans le cas de grandeurs discrètes et dans le cas de grandeurs continues

Les deux familles de problèmes (valeur d'une part, nombre de parts), bien que différentes, conduisent toutes les deux à la division euclidienne lorsque les situations font intervenir des grandeurs discrètes non fractionnables, mais ce n'est plus le cas lorsqu'il s'agit de grandeurs continues ou de quantités fractionnables.

Prenons deux problèmes proches :

Dans une baguette de 152 cm, tailler plusieurs baguettes de 16 cm (combien de baguettes ?) relève de la division euclidienne (9 baguettes).

Dans une baguette de 152 cm, tailler 16 baguettes de même longueur, les plus longues possible (quelle est la longueur de chaque baguette ?) relève de la division décimale (longueur de 9,5 cm).

Dès que la division se prolonge à des quotients décimaux, la question de savoir quand il faut s'arrêter renvoie à la pertinence des approximations.

Certains cas sont assez simples.

Exemple, exercice 9, page 187 :

On veut répartir équitablement 360 g de paprika dans 25 sachets identiques. Quelle masse de paprika y aura-t-il dans chaque sachet ?

Dans ce cas, la division s'arrête puisque le quotient est exactement 14,4. Mais le quotient n'est pas toujours exact, c'est-à-dire que le reste peut ne jamais être nul.

Diviser avec la calculatrice

Les calculatrices « donnent » généralement des résultats qui sont ceux de la division décimale (par exemple $374 \div 55 = 6{,}8$). Ce résultat doit être interprété pour retrouver le quotient entier et le reste. Certaines calculatrices ont une touche spécifique (par exemple $\vdash$) qui correspond à la division euclidienne.

Si l'on tape $374 \vdash 55$, l'affichage donne le couple de nombres [6 ; 44] correspondant au quotient et au reste.

Avec les calculatrices, la pertinence de l'approximation prend tout son sens. Quel intérêt y a-t-il à donner 1,36363 comme résultat de 15 divisé par 11 dans le problème de la page 186 où il s'agit de répartir équitablement, au centilitre près par défaut, 15 litres d'eau dans 11 récipients ?

Nos choix relatifs à la division au CM2

Il s'agit de :

– retrouver des « situations de division » pour lesquelles se posent les différentes questions évoquées plus haut, pour permettre à l'élève de reconnaître une spécificité à ces situations et d'y développer des stratégies de calcul réfléchi ;

– retrouver des situations qui permettent la consolidation de la technique opératoire, tout en pratiquant une réelle activité mathématique ;

– entraîner les élèves à déterminer l'ordre de grandeur du résultat avant de s'engager dans le calcul, ce qui permettra un « bon voisinage » entre la construction des algorithmes et le contrôle des résultats donnés par une calculatrice. En CM1, nous avions délibérément pris le parti de faire pointer le nombre de chiffres du quotient avant même que l'élève n'ait commencé le calcul effectif. Nous gardons cette pratique en CM2.

Le retour (présenté quelquefois comme une nouveauté) à une construction de l'algorithme de la division qui reposerait sur des partages successifs des milliers, centaines, etc. du dividende suppose des interventions très dirigées de la part du professeur sans garantie sur l'appropriation définitive de l'algorithme.

Nous avons maintenu l'approche de l'algorithme de la division par amélioration des soustractions successives, approche qui a fait ses preuves. Les étapes 15 (p. 53) et 16 (p. 54-55), précédées par deux étapes de consolidation (p. 57 et 52), constituent un module complet de rappel de ce qui a été effectué en CM1.

Rappel des difficultés d'enseignement de l'algorithme par amélioration des soustractions successives

Dans des problèmes de division, la multiplication constitue un bon outil d'approche, par essais successifs, de ce que nous nommons le dividende. Elle est familière aux élèves et ceux-ci disposent des mots qui permettent de décrire facilement la démarche adoptée, mais elle ne prépare pas à l'algorithme.

L'approche par soustractions successives apparaît moins souvent spontanément. Elle est plus lourde du point de vue des calculs. Or, c'est cette approche qui conduit à l'algorithme de la division. Il va donc falloir trouver des situations qui la favorisent. Par exemple, dans la découverte de l'étape 33 du CM1, deux élèves répartissaient effectivement 352 objets dans des boîtes de 24, pendant que leurs camarades prévoyaient le nombre de boîtes nécessaires en s'appuyant sur des calculs. Les soustractions répétées constituaient un moyen de tenir à jour la comptabilité de ce qui était fait et de ce qui restait à faire lorsque l'on agissait effectivement sur les objets : « J'ai mis 24 œufs dans une boîte : il reste 352 – 24 œufs à mettre en boîte », etc.

Ce type de situation n'est pas proposé au CM2, toutefois le professeur pourra y revenir s'il le juge nécessaire, au moins pour certains élèves. Par ailleurs, le professeur peut aussi expliquer que l'on s'intéresse à cette méthode parce qu'elle va permettre de « construire la division des parents ». C'est là une raison d'ordre social.

La disposition de la division euclidienne attendue en fin d'apprentissage

La technique de la division n'est pas unique. Il existe encore aujourd'hui « des » techniques de division différentes selon les pays. Nous avons opté pour la disposition qui est conforme aux recommandations officielles : la technique française avec écriture des soustractions.

	7 8 8	6 4
–	6 4 0	1 2
	1 4 8	
–	1 2 8	
	2 0	

Cette technique peut être rendue plus proche encore du sens en laissant apparents les constituants du quotient (10 puis 2) et la somme est effectuée ultérieurement.

Cette présentation **permet de bien mémoriser** la comptabilité tenue dont nous parlions plus haut.

	7 8 8	6 4
–	6 4 0	1 0
	1 4 8	+ 2
–	1 2 8	1 2
	2 0	

Enfin, comme nous l'avons dit, nous avons pris le parti de faire chercher par les élèves le nombre de chiffres du quotient avant de commencer le calcul effectif par un encadrement du dividende.

Exemple : pour la division de 942 par 27, la double inégalité $27 \times 10 < 942 < 27 \times 100$ indique que le quotient aura deux chiffres.

9 4 2	2 7
	• •

La division à quotient décimal

Nous abordons cette question à l'étape 72 (p. 186-187) :

Ou doit répartir équitablement 15 L d'eau dans 11 récipients.

Le partage équitable fera que, malgré tout, un reste non nul subsistera lorsque la décision de ne pas aller au-delà du centilitre sera prise.

Enfin, lorsque le dividende est lui-même un nombre non entier, la division décimale se prolonge : la rencontre avec ce nouveau problème se fait à l'étape 73 (p. 188-189) :

Qwang a effectué 3 tours du parcours VTT du parc. Le compteur de son vélo montre qu'il a effectué 4,25 km.

a. D'après toi, ce parcours fait à peu près 1 km, 1,4 km ou 12 km ?

b. Trouve à ta façon la longueur la plus exacte possible du parcours.

Les étapes d'EuroMaths relatives à la technique de la division

Après avoir revu le sens de la division en liaison avec la multiplication (p. 23), c'est aux étapes de consolidation, pages 51 et 52 que les élèves retrouvent deux familles de situations de division : recherche du nombre de parts et recherche de la valeur d'une part.

La technique de la division euclidienne est retravaillée aux étapes 15 (p. 53) et 16 (p. 54-55).

C'est à l'étape 46 (p. 128-129), avec l'art « d'utiliser les restes », que nous abordons la division décimale.

Il s'agit d'un travail spécifique consacré à l'étude des cas où la recherche d'un quotient décimal (approché ou exact) a une signification dans le contexte du problème posé :
– dans des situations de division correspondant à la recherche d'un nombre de parts, c'est un quotient entier (par défaut ou par excès) qui est solution ;
– dans celles où il s'agit de chercher la valeur d'une part, s'il s'agit d'une grandeur discrète, la solution est le quotient entier ; mais si la grandeur est continue, alors il est possible de « continuer » la division pour donner comme solution un quotient décimal exact ou approché avec la précision souhaitée.

L'étape 72 (p. 186-187) traite spécifiquement de la division décimale et de la pertinence des approximations. La technique est une évolution de celle de la division euclidienne. La division à quotient décimal consiste en un partage équitable du reste lorsque la situation s'y prête. Pour pouvoir continuer, il est donc nécessaire de transformer l'écriture du reste afin de partager des dixièmes lors du premier partage, des centièmes lors du second. Ce jeu sur les écritures est nouveau et nécessite une bonne compréhension des décimaux.

Prenons l'exemple de 935 divisé par 27 dans le contexte d'une grandeur continue (par exemple une longueur). La division euclidienne donne pour quotient 34 et pour reste 17. L'écriture associée est :

$935 = (27 \times 34) + 17.$

Or $17 = \dfrac{170}{10}$

170 dixièmes divisés par 27 : le quotient est 6 dixièmes, le reste 8 dixièmes.

L'écriture devient $935 = [27 \times (34 + \dfrac{6}{10})] + \dfrac{8}{10}$
soit $935 = (27 \times 34{,}6) + 0{,}8$

Par convention, dans la technique posée, on n'écrit pas de fraction (dixième) au dividende ; par contre, on place un zéro à la droite du reste pour matérialiser la transformation d'écriture et on continue la division.

$$\begin{array}{r|l} 9\;3\;5 & 2\;7 \\ \hline -\;8\;1\;0 & 3\;0 \\ 1\;2\;5 & +\;4 \\ -\;1\;0\;8 & +\;\frac{6}{10} \\ 1\;7\;\frac{0}{10} & \\ -\;1\;6\;\frac{2}{10} & \\ \hline \frac{8}{10} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 9\;3\;5 & 2\;7 \\ \hline -\;8\;1\;0 & 3\;4{,}6 \\ 1\;2\;5 & \\ -\;1\;0\;8 & \\ 1\;7\;0 & \\ -\;1\;6\;2 & \\ \hline 8 & \end{array}$$

On peut alors continuer la division « un pas de plus », au centième près : $\dfrac{8}{10} = \dfrac{80}{100}$, etc.

L'étape 73 (p. 188-189) permet de comprendre que la division avec un dividende décimal prolonge la division décimale de deux nombres entiers. La technique définitive présentée est la suivante :

$$\begin{array}{r|l} 4,\;2\;5 & 3 \\ \hline -\;3 & 1,4... \\ 1,\;2\;5 & \\ -\;1,\;2 & \\ \hline 0,\;0\;5 & \\ .... & \end{array}$$

Je pose la division de 4,25 par 3. Quand je retranche 3 au dividende, il reste 1,25. Je cherche par combien de dixièmes je dois multiplier 3 pour approcher 1,25, je trouve 4 dixièmes car 3 x 0,4 = 1,2. Puis je retranche 1,2 à 1,25 je trouve 0,05 et je continue.

4.4. Organisation et gestion de données

4.4.1. État des lieux

Le lien entre les mathématiques et la vie quotidienne prend également toute sa dimension dans le domaine de **la lecture et de l'interprétation de données** organisées sous des formes spécifiques telles que l**es tableaux de nombres et les graphiques** sous différentes formes que l'on retrouve fréquemment dans divers documents (notamment les journaux). Apprendre aux élèves à tirer des informations pertinentes de ces différentes formes de représentation de données chiffrées est une nécessité pour leur future vie de citoyens. Pour donner tout son sens à ce travail, nous avons choisi le plus souvent possible des domaines permettant aux élèves d'approfondir leurs connaissances sur leur environnement, notamment sur la France et l'Europe et de les rendre « curieux » du monde dans lequel ils vivent. **Cette ouverture culturelle sur l'Europe est à l'origine du titre de la collection.**
Il nous a paru nécessaire de sensibiliser les élèves à **quelques phénomènes statistiques** car une grande partie de notre environnement immédiat les évoquent (sondages, assurances, etc.) ; c'est l'occasion d'utiliser les outils mathématiques traditionnels : opérations arithmétiques, proportionnalité, organisation des données tout en prenant de la distance par rapport à l'idée de hasard.

4.4.2. Les étapes d'EuroMaths

Dans ces étapes, les élèves sont confrontés à deux types de tâches : la lecture/interprétation de documents et la lecture et l'inscription de renseignements sur des documents dans le but de produire de nouveaux documents. Ils réutilisent les compétences et connaissances travaillées dans les étapes précédentes, hors du champ dans lequel elles ont été construites. La lecture de cartes et de plans, en utilisant le repérage cartésien, est travaillée dans le contexte géographique européen (étapes 13, p. 42-43 et 30, p. 82-83). Les élèves sont amenés à trouver des informations en lisant et en interprétant des graphiques de différentes sortes : graphiques cartésiens, graphiques à barres (étape 19, p. 62-63), diagrammes circulaires (étape 53, p. 142-143). Ils découvrent ainsi que ces différents modes de représentation « visuelle » de relations existant entre des variables sont choisis en fonction de la nature des variables et des phénomènes qu'ils décrivent.

L'organisation sous forme de tableaux de données numériques, déjà rencontrée dans les classes antérieures, est à nouveau l'objet d'un travail spécifique (étapes 13, 19, 28, 30, 45, 53, 63).

Nous proposons d'étudier des phénomènes statistiques simples à l'étape 69 (p. 178-179) pour commencer à approcher des raisonnements inhabituels : par exemple, la fréquence d'utilisation de chaque lettre n'étant pas la même en français et en anglais, les concepteurs du jeu « Scrabble » ont donc adapté les valeurs des lettres en fonction de la langue dans laquelle on joue.

5

Les nouveaux nombres

5.1. Les fractions et les nombres décimaux

Les nombres décimaux ont été longtemps enseignés comme résultant du recodage d'une mesure par un changement d'unité : on pensait avoir introduit de façon satisfaisante les nombres décimaux quand on déclarait que 1 324 cm pouvait aussi s'écrire 13,24 mètres. Mais en faisant l'économie de l'étude préalable du fractionnement de l'unité, on mettait de côté le fait que le nombre décimal est la réponse à la question de l'insuffisance des nombres entiers pour effectuer un mesurage précis.

Les nombres décimaux permettent d'approcher la mesure d'une grandeur continue. Ils sont construits de telle sorte qu'ils permettent des fractionnements de plus en plus fins. Ils sont donc une infinité à être aussi près qu'on le souhaite d'une mesure donnée : par exemple, si l'on plie une baguette unité en trois, les nombres 0,3 ; 0,33 ; 0,333 ; 0,3333 approchent la mesure d'un des plis sans jamais l'égaler. Pour l'artisan ou le technicien, ces nombres sont un outil suffisant car à chaque technique correspond une précision spécifique de la mesure : le charpentier travaillera au 1/100^{e} de mètre près ; l'usinage d'un moteur s'effectuera au 1/1 000 000^{e} de mètre près pour certaines pièces.

Sans exiger une maîtrise complète de la part des élèves de ce que les mathématiciens nomment **la densité des décimaux sur la droite réelle,** il est nécessaire de mettre en évidence cette véritable rupture que constituent ces nombres par rapport aux nombres entiers.

La construction de fractions simples est justifiée par le fait qu'elle peut être utile à la compréhension des nombres décimaux [15]. La question est donc de savoir de quelles fractions les élèves ont besoin pour élaborer une compréhension correcte de ces nombres. Comme la dizaine correspond au groupement de 10 unités, le dixième correspond à un fractionnement en dix de l'unité. Pour comprendre cela, les fractions de l'unité sont suffisantes (3/4 est alors conçu comme trois fois un quart ou 4/10 comme quatre fois un dixième). Toutefois, nous avons jugé important que les fractions prennent statut de nombres en les plaçant sur la droite numérique (afin de bien préparer le terrain de l'organisation des nombres décimaux) et en effectuant des calculs avec elles.

Le passage à l'écriture à virgule n'est qu'une convention. La comparaison et l'addition des nombres décimaux sont d'autant plus faciles à aborder que la construction de ceux-ci s'est effectuée rigoureusement avec les écritures fractionnaires décimales.

Cette écriture à virgule résout bien les problèmes de calcul mais constitue un obstacle pour le rangement et la comparaison. Prenons par exemple les nombres 102 ; 12 ; 1 345 ; 10 124 ; 10. En imaginant que les chiffres sont comme les lettres, rangeons ces nombres selon l'ordre lexicographique. On obtient : 10 ; 102 ; 10 124 ; 12 ; 1 345. Devant chaque nombre, mettons maintenant « 0, » et rangeons ces nouveaux nombres. On obtient 0,10 ; 0,102 ; 0,10124 ; 0,12 ; 0,1345 ! Conclusion : le rangement de la partie décimale des nombres décimaux est du même type que l'ordre lexicographique. Il s'agit donc bien d'une rupture par rapport au rangement dans les nombres entiers et il est nécessaire d'accompagner les élèves dans cette rupture plutôt que de donner des moyens automatiques pour comparer les décimaux.

5.2. Les erreurs fréquentes

Cette rupture constitue un obstacle [16] qu'on ne saurait sous-estimer. Les décimaux se construisent en effet « contre » les nombres entiers.

Prenons un exemple : l'élève sait que dans les nombres entiers « plus l'écriture est longue, plus le nombre est grand ». Il s'agit d'un théorème en acte (G. Vergnaud) ou d'un modèle implicite d'action (G. Brousseau) dont l'élève dispose à titre personnel. Il utilisera donc ce théorème. Or celui-ci appliqué aux nombres décimaux devient faux. C'est en ce sens que l'on dit que les

15. Les élèves vont rencontrer plusieurs significations de l'écriture a/b mais ils ne vont pas les rencontrer toutes à l'école élémentaire : le collège permettra une construction plus accomplie des fractions. La scolarité obligatoire devrait d'ailleurs mieux organiser la construction progressive des sens des fractions liés aux grandeurs en jeu (fraction proportion si le numérateur et le dénominateur sont des grandeurs de nature différente, fraction rapport si les grandeurs sont de même nature, fraction de l'unité si le numérateur est un nombre, le dénominateur étant le fractionnement de l'unité, fraction d'une quantité si le numérateur est une grandeur et le dénominateur un nombre).

16. Le concept d'obstacle est abordé par Gaston Bachelard dans son ouvrage *Le nouvel Esprit scientifique* (1919) : « ...c'est dans l'acte même de connaître intimement qu'apparaissent par une sorte de nécessité fonctionnelle des lenteurs et des troubles. La compréhension s'acquiert contre une connaissance antérieure en détruisant des connaissances mal faites. »

nombres décimaux sont, en soi, un obstacle de nature épistémologique puisque cet obstacle est constitutif de la structure même des nombres décimaux.

On connaît d'autres exemples d'erreurs observées en début d'apprentissage et qui doivent rapidement faire l'objet d'un travail spécifique afin qu'elles ne s'installent pas. Ainsi, « 3,2 est inférieur à 3,115 parce que 2 est inférieur à 115 » ou bien « 2,3 est plus petit que 2,30 » qui montrent que les élèves conçoivent souvent, à tort, le nombre décimal comme un couple de nombres entiers. Ces erreurs de conception peuvent cependant permettre un rangement juste de nombres décimaux si l'exercice est mal choisi, par exemple si l'on propose aux élèves de ranger du plus petit au plus grand les nombres : 4 ; 5,677 ; 3,15 ; 3,14 ; 5,5. Le taux de réussite à cet exercice ne doit pas faire illusion.

Remarque : c'est une « fausse bonne idée » de passer par l'écriture 3,450 et 3,234 pour comparer 3,45 et 3,234. Cela éloigne les élèves de la signification des chiffres qui composent la partie décimale et, en laissant croire que les décimaux se rangent comme les entiers, on ajoute aux obstacles précédents un obstacle de nature didactique, c'est-à-dire créé par l'enseignement.

Les élèves savent que, dans l'ensemble des nombres entiers, tout nombre a un successeur. Cette connaissance peut les conduire à parler de deux décimaux consécutifs, à dire que 3,44 a pour successeur 3,45. Leur connaissance ancienne est un obstacle à la connaissance nouvelle « entre deux décimaux il y a toujours un autre décimal, donc une infinité », « un nombre décimal n'a pas de successeur ni de prédécesseur », etc.

C'est pour ces raisons que nous conseillons de lire 3,45 « trois virgule quatre dixièmes cinq centièmes » ou « trois virgule quarante-cinq centièmes » plutôt que « trois virgule quarante-cinq », au moins pendant le temps de l'apprentissage. Par ailleurs, les difficultés rencontrées à propos de l'écriture à virgule seront traitées par le retour à l'écriture sous forme de somme de fractions décimales, par exemple : $5,34 = 5 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100}$, seule façon de maintenir le sens dans ce type d'approche.

5.3. Nos choix

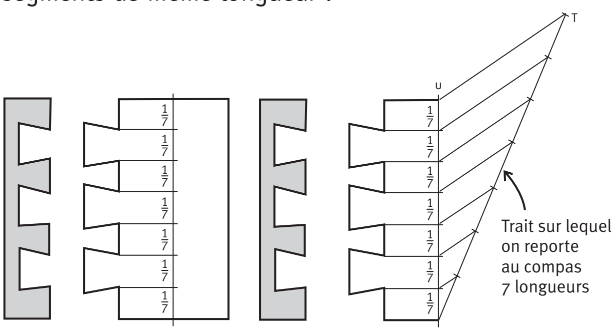
Les fractions et les nombres décimaux doivent d'abord apparaître comme de nouveaux nombres, utiles pour résoudre des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de résoudre de façon satisfaisante :
– problèmes de partage ;
– problèmes de mesure de longueurs ou d'aires ;
– problèmes de repérage d'un point sur une droite.

Nous avions donc choisi en CM1 une approche très contextualisée des fractions, d'abord avec le partage d'une bande unité, puis avec la machine à partager et très vite ensuite dans le contexte de la droite graduée en abordant ce travail à partir d'une question essentielle (et motivante) : comment trouver un moyen fiable pour rendre compte, à l'aide de nombres, de la position d'un point sur une droite. À partir de là, nous disposions d'une conception des fractions suffisante pour pouvoir étudier les fractions décimales et donc les nombres décimaux.

Au CM2, nous reprenons une situation de découverte dans laquelle il s'agit de mesurer un segment avec une unité arbitraire, commune à tous (étape 7, p. 31).

Une façon plus opérationnelle que le pliage pour partager la bande unité est de se doter d'un outil : « la machine à partager » que nous avons déjà proposée aux élèves en CM1 afin de disposer d'un moyen de produire des fractions et de donner rapidement un sens à l'écriture $\frac{a}{b}$.

Rappelons que cet outil était très utilisé dans différents milieux artisanaux afin de pouvoir partager un segment en parties égales, sans se référer au mesurage, source d'erreurs dues aux reports de mesures. Par exemple, dans un traité d'ébénisterie, pour réaliser le dessin d'un assemblage en « queue d'aronde », on peut voir le conseil suivant pour partager le segment donné en 7 segments de même longueur :



La machine que nous proposons dérive de cette technologie, elle s'appuie sur le théorème de Thalès.
Une fois effectué ce partage de la bande unité, un travail de repérage et de désignation va permettre de faire le lien entre la longueur du segment [ZA], Z étant l'origine de la demi-droite, et le repérage de la position du point A sur cette demi-droite. Petit à petit, les écritures fractionnaires vont prendre statut de nombre grâce aux travaux de comparaison de longueurs ou d'aires, d'addition de longueurs ou d'aires qui donnent du sens à la comparaison et à l'addition de quelques fractions simples.

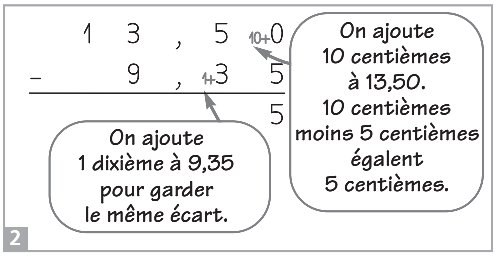
Vient ensuite la question : parmi toutes les fractions que nous avons étudiées et utilisées, certaines sont plus faciles à comparer aux nombres entiers. Lesquelles ?

Les fractions décimales sont donc travaillées de façon plus spécifique de manière à mettre en évidence combien il est aisé de les encadrer par deux entiers, facile de les comparer et de les écrire sous la forme de leur partie entière et d'une fraction plus petite que l'unité : le « rompu » (vieux terme français).

Une fois que se sont déroulées ces étapes, les élèves disposent d'écritures comme $4 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100}$, nombre qui peut être placé sur la demi-droite numérique et comparé à d'autres nombres.

C'est à ce stade que l'écriture à virgule est introduite : l'écriture à virgule est une convention qui fait que $4 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100}$ s'écrit 4,27. C'est Stevin (1548-1620), dit Stevin de Bruges, qui proposa une écriture proche de 4,27 pour remplacer $4 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100}$. Il utilisait en fait une notation différente [17] mais qui avait le même but : « enseigner facilement tous comptes se rapportant aux affaires des hommes », c'est-à-dire permettre au plus grand nombre de gens d'effectuer simplement des calculs de la vie de tous les jours.

À ce moment, les élèves retrouvent les écritures décimales avec lesquelles ils peuvent comparer, additionner et soustraire. La soustraction des nombres décimaux qui était une activité de calcul réfléchi en CM1 devient une technique en CM2.



Pendant une grande partie de l'année de CM2, ces nombres sont utilisés dans des problèmes variés. Viennent ensuite la construction de la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier, la multiplication de deux nombres décimaux, l'utilisation des nombres décimaux, dans la division avec quotient décimal exact ou approché ainsi que la division d'un nombre décimal par un nombre entier avec quotient décimal. Ces derniers points seront consolidés au collège.

5.4. Les étapes d'EuroMaths

Consolidation des acquis et entraînement

Pour éviter une dilution des consolidations des acquis du CM1 et permettre éventuellement une reprise systématique, nous avons choisi de réunir ces étapes en « un bloc d'étapes », dès la période 1, dans lesquelles nous révisons aussi les aspects géométriques (tracé à l'aide de droites parallèles, étude de la droite numérique, fractions et aires) qui permettent de ne pas rester dans le cadre strictement numérique.

Nous commençons par revoir en consolidation des situations quotidiennes dans lesquelles les fractions sont utilisées (p. 30). Nous nous plaçons ensuite dans le contexte du partage de la bande unité. Pour cela, nous avons opté (étape 7, p. 31) pour un partage simple d'une unité de longueur par pliage, puis (étape 8, p. 32-33) pour un partage à l'aide d'un outil plus élaboré (la machine à partager) afin d'obtenir des fractions plus variées, et en particulier les fractions décimales. Les élèves retrouvent les dixièmes (fractions exprimant un partage en 10 segments de même longueur).

L'étape 11 (p. 38-39) rappelle une découverte essentielle : une fraction est un nouveau nombre et ces nouveaux nombres permettent, sur la droite numérique, de coder la position de différents points de cette droite. Cette position est connue par la distance de l'origine de la droite au point considéré. Les fractions permettent donc aussi de mesurer la distance de l'origine de la droite à ce point.

L'étape 12 (p. 40-41) rappelle le passage conventionnel à l'écriture à virgule et permet de travailler plus systématiquement la comparaison d'écritures comportant des fractions décimales.

Opérations sur les fractions et décimaux

Dans la période 1 (étapes 11, p. 38-39 et 12, p. 40-41), les élèves rencontrent des décompositions additives de fractions et décimaux.

Les périodes suivantes permettent de travailler plus spécifiquement les techniques opératoires sur ces nouveaux nombres. Les étapes 21 (p. 66-67) et 22 (p. 68) sont consacrées à la technique de l'addition, déjà travaillée en CM1, et à celle de la soustraction.

La multiplication d'un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000 est étudiée en période 3 à l'étape 31 (p. 89), ce qui permet de travailler la multiplication par un nombre entier quelconque à l'étape 32 (p. 90-91).

Ce travail est repris régulièrement dans les étapes d'entraînement (p. 116-117, 134 et 160-161) ainsi qu'à l'étape 62 (p. 158-159) pour un travail plus spécifique à l'aide de la calculatrice.

C'est aux étapes 77 (p. 195) et 78 (p. 196-197) que la construction du produit de deux nombres décimaux est effectuée. La première étape donne du sens au produit des dixièmes par les dixièmes, ce qui permet, à l'étape suivante, de travailler sur une situation dont la solution est le produit de deux nombres décimaux.

17. La virgule serait due à l'Écossais John Neper (1550-1617).

Enfin, en abordant les différents quotients, nous utilisons les nombres décimaux pour « partager les restes » lorsque cela a du sens, d'abord en période 3 à l'étape 46 (p. 128-129), puis à l'étape 72 (p. 186-187). L'étape 73 (p. 188-189) aborde la construction de la division d'un décimal par un nombre entier.

Liens avec les autres domaines

Les nombres décimaux sont en permanence utilisés comme outils dans les activités de mesurage : mesure de longueurs à l'étape 39 (p. 108-109), de masses à l'étape 43 (p. 118-119), d'aires à l'étape 58 (p. 152-153), de contenances à l'étape 59 (p 154-155), du périmètre d'un cercle à l'étape 79 (p. 198-199), des périmètres et aires à l'étape 80 (p. 200-201).

Parallèlement, les élèves sont sollicités pour entretenir leurs connaissances relatives aux nombres décimaux avec, par exemple, un travail de comparaison de ces nombres (étape 24, p. 70-71)) et au cours d'étapes spécifiquement consacrées à cet entretien (déjà citées).

6

Espace et géométrie

6.1. État des lieux

La didactique de la géométrie évolue beaucoup depuis une quinzaine d'années. Nous nous sommes largement appuyés sur les travaux de recherche en ce domaine pour construire la progression que nous proposons sur ce thème dans la collection EuroMaths.

Les travaux de R. Berthelot et M.-H. Salin [18] permettent d'envisager les liens entre les notions que les élèves utilisent en actes dans l'espace environnant (méso-espace) et les notions géométriques qui leur sont associées et qui vont être, pour la majorité d'entre elles, étudiées dans le micro-espace (espace de la feuille de papier). Les notions de micro-espace, méso-espace, macro-espace (espace d'un quartier, d'une ville) ont été introduites en didactique des mathématiques par G. Galvez [19] qui a montré que les procédures de résolution d'un problème de nature spatiale étaient liées à la taille de l'espace dans lequel il est posé. Pour plusieurs notions, notamment celles de distance, d'alignement, de parallélisme, d'orthogonalité, d'angle, des allers retours entre des problèmes posés dans l'espace environnant et dans l'espace de la feuille de papier permettent de mieux prendre en charge ce passage de la connaissance de l'espace à la géométrie.

R. Berthelot et M.-H. Salin mettent en évidence le double intérêt de la géométrie pour les élèves :

« – La géométrie constitue un outil pour répondre à des problèmes de l'espace physique posés dans le cadre de pratiques professionnelles, sociales et culturelles ;

– Elle est un lieu privilégié de l'initiation au raisonnement mathématique. À l'école primaire, ce deuxième aspect est limité : les élèves de cet âge ne peuvent accéder à la démonstration mais, en fin de cycle 3, la plupart d'entre eux, confrontés au problème suivant qui leur est communiqué par écrit et sans figure, peuvent fournir la bonne réponse et la justifier convenablement :

On a donné à un enfant une figure qui ressemble beaucoup à un carré, en lui disant de vérifier si c'est bien un carré. Il a mesuré les quatre côtés et trouvé qu'ils étaient de même longueur. Il a vérifié ensuite un angle avec son équerre. Il a trouvé qu'il n'était pas droit. Il a alors dit : "Ce n'est pas la peine que je vérifie les autres angles, je suis sûr que cette figure n'est pas un carré." Es-tu d'accord avec lui ? Justifie ta réponse.

Le fait de commencer à se fier à des théorèmes en gestation (cf. "ce n'est pas la peine…") montre que l'élève n'est plus dans le descriptif mais qu'il commence à travailler sur un modèle de la figure. Il commence à "faire de la géométrie". »

Les travaux de P.-M. Van Hiele (1959), repris par C. Houdement, A. Kuzniak (1999) ainsi que par B. Parsysz (2001), donnent un cadre théorique pour penser la géométrie tout au long de la scolarité. Ils permettent de mettre en évidence plusieurs niveaux ou encore plusieurs « géométries ».

Chaque niveau se caractérise notamment par :
– la nature des objets étudiés : objets physiques (objets manipulables notamment), objets graphiques (dessins), objets théoriques (figures au sens conceptuel) ;,
– les modes de validation qui appartiennent à différents registres : perception globale, perception instrumentée, raisonnement (déductif) ;
– le langage utilisé.

Les enseignants ont le rôle d'aider les élèves à comprendre les enjeux de ces différents points de vue et les ruptures nécessaires dans les manières de faire de la géométrie.

Au cours du cycle 3, la géométrie à enseigner est une géométrie pragmatique pour laquelle la perception est soutenue par l'utilisation des instruments. Il ne s'agit cependant pas de proposer aux élèves des activités qui soient simplement de l'observation, des constats et des savoir-faire (tracés) ou savoir-dire (vocabulaire) mais de commencer à les préparer à une géométrie s'appuyant sur le raisonnement.

	Géométries non axiomatiques		Géométries axiomatiques	
Type de géométrie	géométrie concrète G0	géométrie spatio-graphique G1	géométrie proto axiomatique G2	géométrie axiomatique G3
Objets	physiques	physiques et graphiques (dessins)	théoriques (figures)	théoriques
Validation	perception globale	perception instrumentée	raisonnement déductif	raisonnement déductif
Cycle de la scolarité	cycle 1	cycle 2, cycle 3	(cycle 3), collège	collège, lycée, université

18. R. Berthelot et M.-H. Salin, *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, 1992.

19. G. Galvez, *El apprendizaje de la orientación en el espaco urbano : una proposición para la enseñanza de la geometria en la escuela primaria*, 1985. Thèse Centro de Investigacion del IPN Mexico.

6.2. Nos choix

Notre but est de permettre aux élèves de se construire des images mentales riches et fonctionnelles d'un certain nombre de concepts ou notions géométriques, de développer leur aptitude à faire des hypothèses, à les formuler, à les tester en utilisant des instruments, à commencer à construire des raisonnements simples pour justifier une prévision ou éventuellement un constat.

Les connaissances spatiales et géométriques dont l'apprentissage est visé sont fonctionnelles et non formelles. Elles apparaissent comme réponses adaptées à des problèmes pour lesquels les élèves ont souvent construit antérieurement des réponses implicites qui peuvent les aider ou faire obstacle à l'installation de nouvelles connaissances. En CM2, la plus grande partie du travail concerne le micro-espace. Les activités proposées ont pour but de travailler avec les élèves le passage de ce qui est perçu visuellement à ce qui est vérifié expérimentalement (en utilisant des instruments) et décrit dans un langage précis et approprié.

Nous abordons également un nouveau point de vue, plus largement développé au collège, qui consiste à prendre du recul par rapport à la perception et à l'expérimentation pour comprendre à terme le « jeu » de la géométrie, domaine dans lequel les objets sont des objets théoriques qui entretiennent des relations obéissant à une théorie logiquement construite. Pour cela, nous amenons progressivement les élèves à ne plus toujours prendre des informations sur les figures à l'aide des instruments mais à les lire soit sur des schémas codés, soit dans les « données » des problèmes, et à distinguer ainsi ce qu'ils voient et ce qu'ils savent à leur sujet, puis à développer un raisonnement sur ce qu'ils « savent » et non sur ce qu'ils « voient ».

■ **Les relations géométriques fondamentales** (alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueur) sont construites au CE2 et au CM1 dans différents types d'espaces : tout d'abord dans l'espace ordinaire (méso-espace) pour leur donner un sens nourri par la perception effective au cours de jeux proposés dans les activités préparatoires (visées, plus courte distance entre deux points, entre un point et une droite, entre deux droites...), puis dans l'espace plan de la feuille de papier (micro-espace) pour affiner les images mentales qui leur sont associées et les rendre fonctionnelles. En CM2, ces relations fondamentales vont être retravaillées dans le micro-espace, notamment par des activités de description, de reproduction, de construction de figures planes ou de solides, ainsi que dans des étapes spécifiques (étapes 5, p. 27, 18, p.60-61 et 26, p. 74-75) permettant de faire le point sur ces différentes notions.

Si le professeur constate des difficultés persistantes sur ces notions pour certains de ses élèves, nous l'invitons à mettre en place les situations proposées dans le manuel de CM1 et le livre du professeur qui lui est associé.

■ La progression que nous proposons en CM2 sur **les figures planes** a pour but de structurer un certain nombre de connaissances que les élèves ont déjà acquises au cours des années précédentes.

Le cercle est revu comme ensemble de points situés à même distance du centre. C'est **l'étude du triangle** que nous proposons ensuite. Comme nous l'avons dit dans l'introduction, le triangle est le seul polygone entièrement déterminé par la longueur de ses côtés. Puis les élèves découvrent que, dès que l'on sait construire un triangle dont on connaît la longueur des côtés, on peut **reproduire** n'importe quel polygone, en particulier **un quadrilatère**, en le « triangulant ». Les propriétés relatives aux côtés et aux angles déjà travaillées au CM1 sont donc complétées par celles relatives aux diagonales. De même les connaissances déjà acquises sur **la symétrie axiale** sont retravaillées dans le cadre de l'étude des triangles et des quadrilatères.

En travaillant sur des figures tracées à main levée sur lesquelles les informations sont données soit par un codage spécifique (angle droit, segments de même longueur) soit par des informations textuelles, les élèves doivent abandonner le recours aux instruments pour « lire » des propriétés de la figure et commencent à élaborer des raisonnements de type déductif.

■ **Les connaissances sur les solides** sont construites dans des situations invitant à des allers et retours entre les objets de l'espace de dimension 3 et leurs représentions planes (en dimension 2). Un travail approfondi à leur sujet nécessite une certaine maîtrise des propriétés fondamentales des objets du plan ; c'est la raison pour laquelle leur étude n'intervient qu'en période 5. L'étude des solides que nous proposons ne se borne pas à entraîner les élèves à les identifier, les décrire ou les construire. Elle s'appuie sur la résolution de réels « problèmes ».

■ Le **repérage dans l'espace**, beaucoup travaillé au cycle 2 et au CE2 en terme de relations spatiales et de points de vue, porte en CM sur l'utilisation de plans et de cartes (représentations planes du macro-espace). Ce domaine est travaillé en mathématiques en liaison avec d'autres champs disciplinaires (notamment la géographie). Il permet d'affiner la maîtrise du repérage cartésien ainsi que la maîtrise de la langue dans son aspect outil de communication, souvent sollicitées dans la vie quotidienne et sociale.

Remarque

Le travail sur l'espace et la géométrie s'accommode assez mal de la forme « manuel scolaire ». Pour résoudre ce problème nous avons fait le choix d'insérer dans le manuel de l'élève des figures géométriques de taille modeste pour pouvoir proposer un grand nombre d'activités et d'exercices. La taille choisie permet aux élèves de décalquer les figures et de travailler sur le calque.

Cependant, nous suggérons aux professeurs qui le peuvent, et lorsque cela leur paraît « facilitateur » pour les élèves, de photocopier les figures du livre en les agrandissant à la photocopieuse (si l'exercice ne porte pas sur des questions relatives à la mesure des longueurs ou des aires).

Nous conseillons souvent au professeur de valider la construction des élèves en s'aidant de transparents qu'il aura préparés et, pour lui faire gagner du temps, nous proposons des fiches photocopiables de certaines de ces figures (p. 314 à 320).

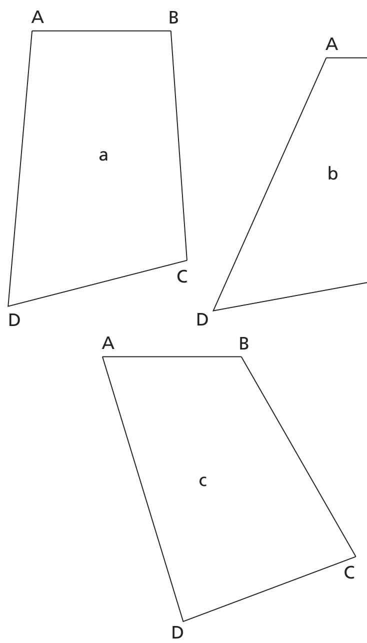
6.3. Les étapes d'EuroMaths

Comme nous l'avons dit dans le paragraphe précédent, c'est par le travail sur les objets de la géométrie (figures planes et solides) que les élèves vont consolider et approfondir leurs connaissances des relations géométriques fondamentales.

■ En début d'année, l'étapes 3 (p. 12) et celle de consolidation (p. 18-19) proposent **des activités de reproduction et de description de figures** choisies pour réactiver les connaissances déjà construites les années précédentes. Elles nécessitent une analyse des figures à reproduire soutenue par un travail instrumenté et l'utilisation du langage géométrique dans des situations fonctionnelles. Dès l'étape 5 (p. 27), nous reprenons **l'étude du cercle** de manière à pouvoir traiter avec tous les outils conceptuels nécessaires l'étude du triangle.

■ Ce premier chantier qui s'ouvre à l'étape 6 (p. 28-29) est une étape fondamentale : la seule figure plane entièrement déterminée par la longueur de ses côtés est **le triangle**. Les élèves vont découvrir cela au cours d'une situation de communication (voir notre étude spécifique au début de ce livre).

L'étape 9 (p. 34-35) est également une étape fondamentale. **L'étude des quadrilatères** est introduite par une situation de reproduction. Les élèves vont être confrontés au problème suivant : des quadrilatères de « formes différentes » sont dessinés et ils ont des côtés qui ont les mêmes longueurs !



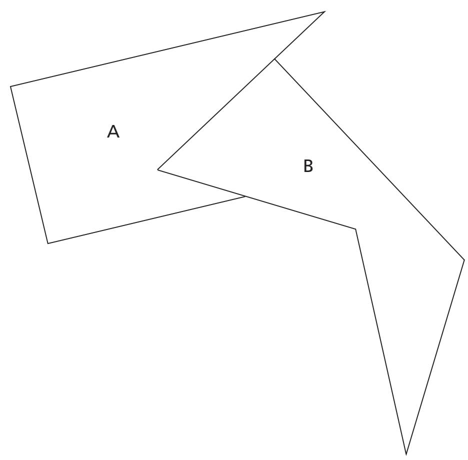
Cette situation permet de comprendre que la donnée de la longueur des côtés n'est pas suffisante. Il est indispensable pour pouvoir identifier un quadrilatère et le reproduire soit de tracer une diagonale et de la mesurer soit de connaître un angle. En CM2, nous n'abordons que le premier point de vue. Les diagonales des quadrilatères sont donc des « outils » importants à connaître pour construire des quadrilatères.

À l'étape 10 (p. 36-37) les élèves revoient comment mesurer ou **calculer le périmètre** des quadrilatères et des triangles.

■ Le groupe d'étapes suivant est consacré à **la reprise** et à **la structuration des concepts géométriques fondamentaux** tels que l'alignement, le parallélisme, l'orthogonalité et des concepts de longueur et d'angle dans le cadre de l'étude des propriétés des figures planes.

Comme nous l'avons déjà dit, il s'agit d'une « géométrie pragmatique instrumentée ».

– Ainsi, l'étape 17 (p. 58-59) reprend le jeu du « géométriscrabble » déjà proposé au CM1. Les élèves vont retrouver **la notion d'angle** sous son aspect « portion de plan limité par deux demi-droites ».



Ils s'entraînent ensuite à comparer des angles ou à en reporter en utilisant des gabarits d'angle ou le porte-angle (double réglette articulée avec une attache parisienne). Rappelons que la notion d'angle est délicate, les élèves prenant souvent comme indice la longueur des côtés ! Le lien avec la notion de visée est évoqué dans le remue-méninges de cette étape.

– L'étape 18 (p. 60-61) réactive les connaissances sur **l'orthogonalité** et **le parallélisme**.

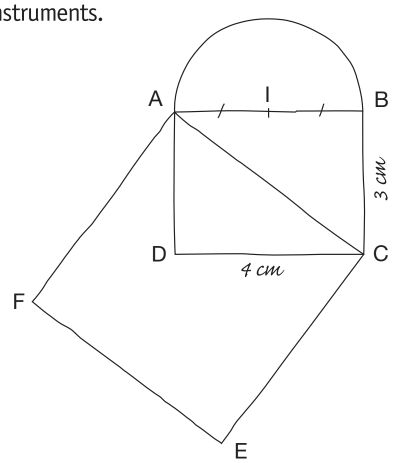
Le parallélisme de deux droites est revu en terme d'écartement constant et la perpendiculaire d'un point à une droite en terme de plus courte distance du point à la droite. Puis ces notions sont utilisées comme outils pour décrire les positions relatives des côtés de divers polygones, ainsi que pour réaliser des constructions classiques.

– L'étape 26 (74-75) est **une étape de synthèse**, elle conduit les élèves à structurer leurs connaissances à partir de **la notion de distance** (de deux points, de deux droites, d'un point à une droite) dans une situation de régionnement du plan. Le cercle est envisagé en tant qu'ensemble de points tous situés à la même distance du centre (comme à l'étape 5). Le disque est pensé comme l'ensemble des points dont la distance au centre est inférieure au rayon. Le parallélisme de deux droites est pensé également à partir de la notion de distance : l'ensemble des points dont la distance à une droite d est inférieure à un nombre donné sont situés dans une « bande » définie par deux droites parallèles à la droite d.

■ Après ce travail de structuration, les élèves vont consolider les connaissances, les savoir-faire et le vocabulaire qu'ils auront réactivés au cours des étapes précédentes, en les mobilisant dans des activités de **construction de figures** à partir de messages et de schémas codés ou accompagnés d'informations textuelles.

Exemple, manuel étape 27, p. 77, exercice 5 :
Voici le schéma à main levée d'une figure et des informations pour le compléter :
- ABCD est un rectangle,
- le demi-cercle a pour centre I,
- ACEF est un carré.

Écris la liste de tout ce que tu sais sur la figure, puis construis-la avec tes instruments.



■ Pendant la période 3, le travail sur **la symétrie axiale** conduit les élèves à mettre en œuvre certains théorèmes en acte relatifs aux axes de symétrie des figures usuelles (étapes de consolidation, p. 92-93), ce qui leur permettra de caractériser certaines figures classiques à l'aide de leurs axes de symétrie (étape 33, p. 94-95 et étape 37, p. 104-105), en enrichissant le point de vue de la superposition par pliage des éléments symétriques par celui de l'invariance par retournement.

L'étape 38 (p. 106-107) a pour but de faire évoluer le regard des élèves sur la symétrie axiale : de son aspect statique (présence d'éléments de symétrie dans des figures), elle va revêtir son aspect dynamique : la symétrie d'axe (d) est une transformation ponctuelle qui transforme un point M en un autre point N, situé à même distance que M de la droite (d), sur la droite perpendiculaire à (d) passant par M.

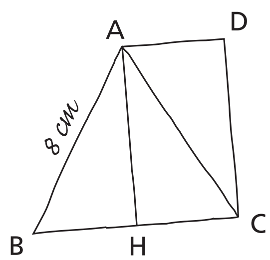
■ À l'étape 42 (p. 114-115), **la hauteur d'un triangle** est définie pour établir **la formule de l'aire d'un triangle**. La densité du programme de CM2 ne permet pas de mener un travail de fond sur cette notion de hauteur et notamment sur le fait que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes ; c'est au collège que les élèves étudieront ces propriétés. Il est cependant important que les élèves envisagent l'existence des 3 hauteurs, sachent associer un côté à la hauteur correspondante, et comprennent que le calcul de l'aire effectué avec chacune des hauteurs donne le même résultat.

■ La période 4 est consacrée à **une étude locale des figures planes**. Après une étape de synthèse (étape 48, p. 132-133), les élèves sont confrontés (étape 49, p. 135) à des problèmes de reproduction de figures moins classiques conçues de façon à « bloquer » des procédures centrées sur le mesurage et le report et à favoriser l'utilisation de propriétés géométriques.

■ Les étapes 51 (p. 138-139) et 52 (p. 140-141) posent le problème de **l'agrandissement ou la réduction** d'une figure géométrique en utilisant ses dimensions. Il s'agit de découvrir **la proportionnalité dans un cadre géométrique**.

■ L'étape 55 (p. 148) permet de rencontrer une nouvelle fonction des dessins à main levée et des schémas codés. Jusqu'ici les schémas codés avaient permis aux élèves de construire des figures en vraie grandeur avec leurs instruments (ils étaient des substituts à un programme de construction). Les élèves avaient également construit eux-mêmes des figures à main levée pour traduire l'image mentale qu'ils s'étaient faite d'une figure en lisant un message de construction ou en écoutant une dictée de figures. Dans cette étape, ils vont découvrir qu'un dessin à main levée, codé et complété de certaines informations textuelles permet d'**élaborer un raisonnement** et de trouver par exemple la mesure de certains segments sans faire la figure en vraie grandeur et sans mesurer. Ce travail a pour but de préparer les élèves au changement de statut des figures au collège.

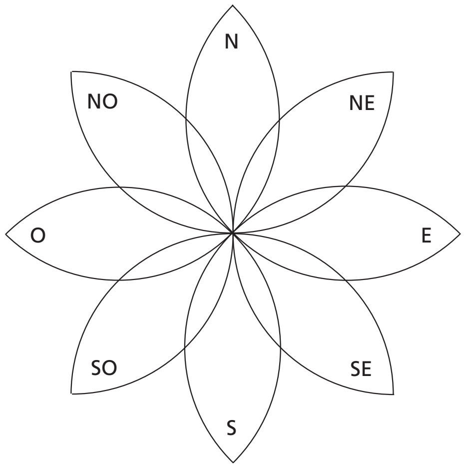
Exemple, manuel étape 55, p. 148, exercice 4 :
ABC est un triangle équilatéral. H est le milieu de [BC]. AHCD est un rectangle. Quelle est la longueur de [AD] ?



■ À l'étape 57 (p. 150-151), **le fractionnement de l'angle droit** permet une nouvelle approche des propriétés angulaires des figures usuelles.

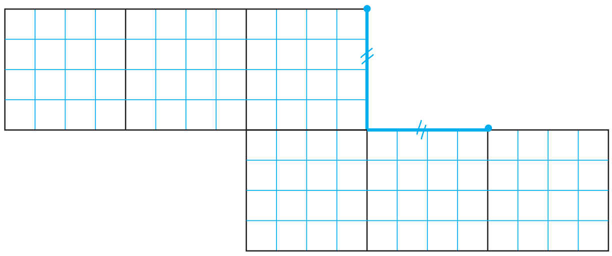
■ La période 5 commence avec une nouvelle **reproduction de figure** qui nécessite de mobiliser les différentes compétences travaillées tout au long de l'année en permettant plusieurs stratégies (étape 64, p. 168).

Manuel, étape 64, découverte :



■ Enfin un dernier bloc d'étapes est consacré aux **solides de l'espace** : les étapes 67 (p. 174-175) et 68 (p. 176-177) confortent et stabilisent le travail effectué en CM1 sur les solides et notamment les polyèdres, tout particulièrement autour de la question de leurs représentations sur un plan (perspectives cavalières et patrons) et des pertes d'informations que ces représentations engendrent. Les compétences des élèves sont développées essentiellement sur les cubes et les parallélépipèdes rectangles (étape 68), mais nous proposons également des problèmes au cours desquels les élèves rencontrent d'autres polyèdres (prismes, pyramides), par exemple en sectionnant un cube à l'étape 70 (p. 180-181). Il s'agit de problèmes nécessitant une bonne connaissance des figures planes et la mise en œuvre d'un raisonnement déductif : les élèves doivent par exemple anticiper mentalement la construction d'un polyèdre à partir d'un patron, en réfléchissant aux relations d'adjacence entre les diverses faces.

Exemple, manuel étape 68, p.176, découverte :
Reproduis ce patron sur une feuille quadrillée puis continue d'indiquer les segments et les sommets qui vont coïncider au montage.



■ L'étape 71 (p. 182-183), comme celle des hauteurs du triangle, se situe à la fois dans le domaine spatio-géométrique et celui de la mesure. Il s'agit de construire **la formule du volume du pavé droit**.

■ L'année s'achève par **un travail collectif** consistant à construire le drapeau européen (étape 81, p. 202-203), ce qui nécessite la mise en œuvre de nombreuses connaissances développées tout au long de l'année.

7

Grandeurs et mesures

7.1. État des lieux

Le domaine de la mesure est un lieu privilégié pour lier les mathématiques aux « choses de la vie » et rapprocher l'enseignement des mathématiques de ceux de l'histoire, de la géographie, des sciences expérimentales et de la technologie.

Les activités liées à la mesure font intervenir en étroite relation des notions géométriques et des notions numériques, ce qui contribue à une meilleure maîtrise des unes et des autres.

Dans ce domaine, les notions d'ordre de grandeur, d'approximation et de précision prennent tout leur sens. Les élèves abordent là des notions qui sont relativement nouvelles puisque la plupart des activités mathématiques qu'ils ont menées jusqu'alors les conduisaient à travailler essentiellement avec des valeurs exactes.

Dans le domaine des grandeurs, la comparaison de deux éléments peut-être traitée par différentes méthodes mises en œuvre dès le cycle 2 :

– la comparaison directe : juxtaposition, superposition, mise en regard de deux objets, utilisation de la balance Roberval pour les masses, etc. ;

– la comparaison indirecte par recours à un objet intermédiaire, à un instrument de report (longueur servant de gabarit, masse de référence), etc. ;

– le recours à la mesure par l'utilisation d'un étalon (la grandeur unité), l'association d'un nombre à chacun des éléments à comparer, la comparaison des nombres.

Au cycle 3, la construction du sens de certaines grandeurs se poursuit, soit indépendamment de la mesure, soit en ayant recours à un mesurage effectif, soit en utilisant le calcul.

7.2. Mathématiques et expérience

Une des principales questions que pose la didactique est de comprendre quelles expériences promouvoir pour diffuser telle ou telle connaissance. « On peut accéder à la connaissance d'un domaine en questionnant directement le monde et en la redécouvrant en en faisant pour soi-même l'expérience. Mais on peut aussi avoir un accès à la connaissance de ce domaine par l'intermédiaire des savoirs. Cet accès permet de faire l'économie d'une part très importante des expériences qu'il y aurait à faire pour reproduire cette connaissance. Mais en même temps il n'est que très partiel et ne saurait se substituer entièrement à une expérience du domaine de la connaissance en cause. En particulier il y aura déperdition de sens, car les savoirs ne sauraient restituer sans altération tout le sens d'une connaissance ». [F. Conne 1997].

Or les mathématiques se sont, pour des raisons que nous ne développerons pas ici, éloignées des sciences expérimentales [20]. De sorte que les rencontres des élèves avec le mesurage effectif de grandeurs, en vue de contribuer à la construction de nouvelles connaissances, ne s'effectuent pas assez souvent. C'est pour remédier à cela que nous avons construit de nombreuses « activités préparatoires de découverte » et « découvertes » qui utilisent les grandeurs et leur mesurage. Le travail sur les grandeurs n'est pas réduit aux étapes directement destinées à ces concepts : nous maintenons un équilibre, dans chaque étape, entre les exercices plutôt formels et les exercices faisant appel à des expériences de la vie courante, donc à des grandeurs.

7.3. Mesure de grandeurs et production de savoirs

Commençons par les nombres entiers : dénombrer c'est mesurer (mesurer le nombre d'éléments d'une collection, c'est-à-dire une grandeur « discrète »). Construire les fractions et les nombres décimaux, c'est trouver une solution à l'impossibilité de mesurer avec les nombres entiers des grandeurs continues comme la longueur d'un segment. C'est donc dans un milieu de mesurage que se construisent les nombres. Mais ce milieu du mesurage produit bien d'autres savoirs.

Prenons l'exemple du système métrique. On considère trop souvent le système métrique comme une organisation des unités dictée par le seul souci de rationaliser les informations relatives au mesurage. C'est oublier un peu vite que le système métrique constitue la réponse à

20. J. Briand, « La place de l'expérience dans la construction des mathématiques en classe », Revue *Petit x*, n° 75, pp. 7-33, 2007.

l'utilisation optimale de la numération dans les actes de mesurage : pour additionner deux longueurs, le système métrique permet de « confondre » l'addition des informations de mesurage avec l'addition dans les nombres. C'est pour cela qu'il a été construit.
Pour s'en convaincre, il suffit de voir combien les travaux sur les durées sont rendus pénibles à cause du manque d'adéquation entre les unités de temps et la base dix. Les unités de mesure du temps forment un système complexe en partie sexagésimal et en partie décimal. Par ailleurs, pour les petites durées, on parle de dixièmes, de centièmes, de millièmes de seconde. Les pratiques sont d'ailleurs en train de changer : pour les tarifs horaires, on utilise des dixièmes et des centièmes d'heure.

Prenons un autre exemple. Considérons le partage d'une grandeur dont les unités ne sont pas en phase avec la numération en base dix : soit à partager en 5 parties égales 43 livres (unité monétaire ancienne). On sait qu'une livre égale 20 sols et qu'un sol égale 12 deniers. La démarche du partage doit s'accommoder du contexte et le recours à la division n'apporte pas de réponse immédiatement satisfaisante. Or, de nos jours, si l'on veut partager une somme de 43 euros en 5 parts de façon équitable, l'usage « réflexe » de la division permet d'aboutir directement à 8,60, soit 8 euros et 60 centimes d'euros sans passer par des conversions d'unités.

Le système métrique permet donc de traiter les problèmes arithmétiques sur les grandeurs en travaillant à moindre coût à l'aide des opérations sur les nombres.

7.4. Mesure de grandeurs et instruments de mesure

Les instruments actuels de mesurage des grandeurs renvoient directement au nombre. Les machines à affichage direct ont rendu inutile l'utilisation pour la plupart des grandeurs des diverses « unités concrètes » (les étalons et leurs multiples ou sous-multiples). La balance Roberval permettait de comparer directement des grandeurs (masses) sans se référer aux nombres, ce que ne peut faire une balance digitale. La montre analogique informe en utilisant un espace (arcs de cercles). La montre digitale informe à l'aide d'un nombre. Actuellement, beaucoup d'artisans mesurent des longueurs à l'aide d'un laser qui informe directement à l'aide d'un nombre. Les techniques de mesurage ont donc considérablement évolué en peu de temps ; elles conduisent à un rabattement sur le nombre. Or les techniques de mesurage constituaient un milieu propice à l'émergence de savoirs non seulement relatifs à la mesure, mais aussi au travail sur les approximations, les ordres de grandeurs, les proximités numériques. Par exemple, si les plateaux d'une balance sont presque en équilibre c'est qu'il n'y a que quelques grammes de différence. Aujourd'hui, il n'est pas rare de voir des élèves « batailler » autour d'une balance digitale qui affiche 245 ou 246 grammes en pensant que ce n'est vraiment pas pareil. Cette culture « physique » de l'« à peu près » ne peut donc plus être acquise aussi facilement. Les savoirs relatifs à l'approximation ne trouvent plus toujours leur biotope. Les professeurs sont hésitants à présenter une balance Roberval, objet plutôt « désuet » dans la vie courante, mais difficilement remplaçable pour une bonne représentation de la notion d'équilibre des masses.

7.5. Les étapes d'EuroMaths

Les longueurs

C'est par le biais d'une réflexion sur les unités de longueurs couramment utilisées en Angleterre (étape 39, p. 108-109) que les élèves vont « revisiter » les unités du système métrique et revoir les conversions d'unité.

L'étape 45 (p. 122-123) entraîne les élèves à convertir des mesures de longueurs pour les comparer ou les utiliser dans des calculs. Pour cela, nous utilisons le contexte des conventions relatives à l'écartement des rails de chemins de fer dans les différents pays de l'Union européenne.

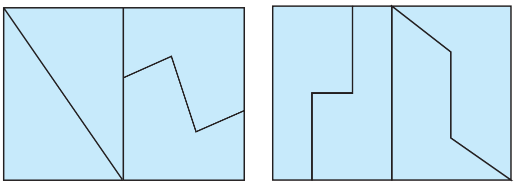
La notion de périmètre est revue dans le cadre des polygones (étape 10, p. 36-37) et dans le cadre du cercle (étape 79, p.198-199). Il s'agit non seulement de calculer des périmètres en utilisant des formules, mais de mettre en œuvre des stratégies de mesurage effectif conduisant à des calculs (cas des polygones) ou à la découverte de la proportionnalité entre le diamètre et le périmètre d'un cercle. Ce travail a pour but de contribuer à la distinction nette entre aire et périmètre d'une figure plane.

Les aires

Le concept d'aire, particulièrement difficile à envisager, notamment parce qu'il n'existe pas d'instrument de mesure directe de l'aire d'une surface, est repris dans la continuité du CM1 en liaison avec l'étude des fractions.

Rappelons que nous travaillons en CM sur l'aire de surfaces planes délimitées par des figures géométriques généralement polygonales. Une « surface » est un « objet géométrique », c'est un ensemble de points du plan. L'aire est une grandeur attachée à une surface, cette grandeur évoque l'espace occupé par la surface.

Exemple, manuel étape 40, p. 110, exercice 1 :



Dans ces rectangles, les 4 parties ont la même aire.

L'aire est invariante lorsque l'on modifie la forme de la surface par découpage et recollement sans chevauchement. Pour rendre compte de l'aire d'une surface, ou pour comparer les aires de deux surfaces qui ne peuvent facilement être rendues superposables, on introduit la mesure, qui est un couple défini par un nombre et une unité de référence.

La propriété fondamentale d'additivité de l'aire (l'aire d'une surface obtenue par recollement de deux surfaces est égale à la somme des aires des deux surfaces) est envisagée dans de nombreuses activités de pavage d'une surface par d'autres surfaces ou de construction de surfaces d'aire imposée (étape 40, p. 110-111).

L'étape 41 (p. 112-113) est importante à deux titres : tout d'abord nous prenons le temps de laisser les élèves recouvrir un carré de 1 dm de côté par des carrés de 1 cm de côté de manière à ce que les élèves puissent vraiment comprendre que 1 dm^2 c'est 100 cm^2 et non 10 comme souvent ils le pensent, ensuite nous proposons des exercices dans lesquels les consignes, s'appuyant sur des manipulations, vont conduire à élaborer les formules de calcul de l'aire de quelques polygones usuels.

L'aire du triangle (une nouveauté dans les programmes) est abordée à l'étape 42 (p. 114-115) dans laquelle une étude sur les hauteurs des triangles mène à la mise en place de la formule de l'aire.

Dans l'étape 58 (p. 152-153), l'apport des nombres décimaux pour le travail sur les unités d'aire est mis en évidence. Les élèves s'entraînent à effectuer des conversions non seulement en utilisant un « tableau de conversion » mais en s'appuyant sur leur connaissance de quelques équivalences et sur des modes de raisonnement liés à la proportionnalité.

La distinction entre aire et périmètre est spécifiquement travaillée au cours de l'étape 80 (p. 200-201) : les élèves doivent pouvoir concevoir des polygones ayant la même aire et des périmètres différents ainsi que des polygones ayant le même périmètre et des aires différentes.

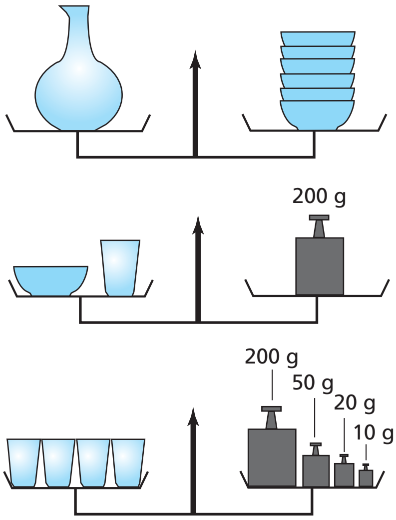
Les durées

L'étape 47 (p. 130-131) permet aux élèves de revoir les notions d'instant et de durée, et de compléter leurs connaissances des unités de mesure du temps et de leurs relations. Les unités de mesure du temps forment un système complexe en partie sexagésimal avec lequel les élèves vont continuer à se familiariser en résolvant par le calcul de nombreux problèmes issus de la vie quotidienne ou sociale.

Les masses [21]

L'étape 43 (p. 118-119) est consacrée à l'étude des masses. Il s'agit d'un travail qui peut être mené en interdisciplinarité avec les sciences.

La notion d'équilibre est fondamentale. C'est elle qui permet de comparer des masses directement sans recours à leur mesure. La balance Roberval ou toute autre balance à deux plateaux permet de visualiser de manière simple cette notion d'équilibre, aussi si l'école n'en possède pas, nous conseillons au professeur de prendre le temps de faire fabriquer à ses élèves une balance « primitive » leur permettant de donner du sens à la schématisation utilisée pour représenter un équilibre. Cette notion d'équilibre permet en outre aux élèves de construire des stratégies personnelles et « astucieuses » de calcul pour résoudre des problèmes de pesée par différence et de pesées multiples.



Comme pour d'autres grandeurs, le travail sur les masses permet de renforcer le sens des nombres non entiers (fractions et décimaux) en découvrant leur utilité dans des situations concrètes dès lors que l'on souhaite donner le résultat de la mesure d'une grandeur continue en utilisant une seule unité.

Les « contenances » ou « volumes »

Une étude de la notion de contenance (ou volume intérieur d'un récipient) est proposée à l'étape 59 (p. 154-155). Il s'agit d'un travail sur l'unité de contenance qu'est le litre, sur ses multiples et sous-multiples en liaison avec les nombres décimaux. La relation fondamentale liant la masse et le volume de l'eau : 1 litre d'eau pèse 1 kg est abordée. Les exercices entraînent les élèves à utiliser la proportionnalité, à convertir des unités, à estimer des résultats.

20. Nous utilisons indifféremment les termes « masse » et « poids », le programme de cycle 3 en sciences précise que la distinction est laissée pour le collège.

Mis à part le calcul du volume d'un pavé droit, l'étude des volumes est plutôt du domaine du collège. Nous problématisons l'approche du volume du pavé droit à l'étape 71 (p. 182-183) par l'étude d'une photographie donnant des informations partielles relatives au contenu d'une boîte de sucre. Partant de là, les élèves construisent la formule du volume du pavé droit.

Partie 2

Étape par étape

ÉTAPE 1

Numération : écriture chiffrée des nombres entiers

MANUEL P. 8-9

Objectifs

Renforcer les connaissances sur la construction de la suite des nombres.

Pourquoi cette étape ?

Nous souhaitons, dès la rentrée, permettre aux élèves de faire le point sur leurs connaissances en numération et les compléter par la **recherche de problèmes simples**. Il s'agit de les amener à **observer finement la construction de la suite des nombres** et à prendre en compte des régularités. Les problèmes les conduisent à tirer toutes les informations contenues dans l'écriture d'un nombre, notamment à distinguer « chiffre des dizaines, des centaines… » et « nombre de dizaines, de centaines… ». Ce sera l'occasion de rappeler la valeur positionnelle des chiffres, le nombre de chiffres utilisés pour écrire des nombres...

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 À 4 • **SÉANCE 2** EXERCICES 5 À 10

MATÉRIEL • Pour la classe : une grille de nombre de 1 à 119 pour la phase de correction.

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 10 en 10, puis de 100 en 100, puis de 5 en 5 en croissant, puis en décroissant à partir d'un nombre de deux ou trois chiffres.

Il s'agit de stabiliser la suite orale des noms des dizaines et centaines.

Découverte

Faire lire silencieusement l'ensemble de la découverte. Indiquer aux élèves qu'il s'agit d'une situation réelle.

Leur indiquer que les TGV Atlantique desservent l'ouest de la France au départ de la gare Montparnasse à Paris, notamment vers : Rennes, Brest, Quimper, Saint-Malo, Nantes, Le Croisic, Tours, Poitiers, La Rochelle, Bordeaux, Toulouse, Arcachon, Hendaye, Tarbes… (la liste n'est pas exhaustive).

Après un temps de travail individuel ou à deux, reprendre chaque question successivement et procéder à une mise en commun des procédures et des résultats.

■ Question 1

Elle vise à traiter une série d'informations pour déterminer ces nombres. Les élèves doivent tenir compte des contraintes indiquées et savoir interpréter des expressions telles que « au moins », « tous », « un seul », « aucun » pour éliminer dans la suite des nombres ceux qui ne conviennent pas.

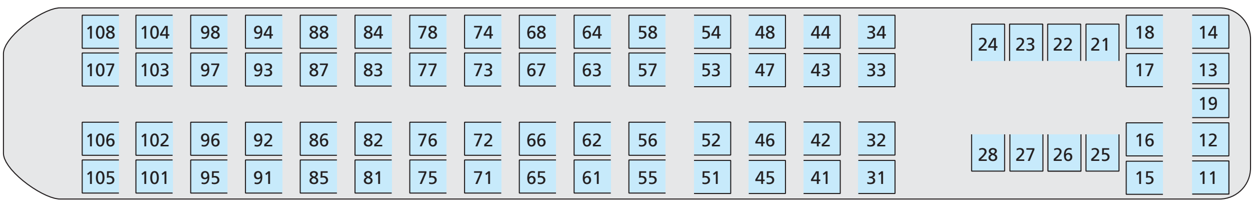
<u>Procédures possibles</u>

– Écrire la suite des nombres à partir de 10 tout en contrôlant les autres contraintes. Cette procédure est source d'erreurs car elle oblige à relire régulièrement les contraintes tout en prolongeant la suite. Dénombrer ensuite les nombres écrits pour vérifier qu'il y en a 77.

– Écrire la suite des nombres à partir de 10 jusqu'à une valeur cible, par exemple 100. Éliminer ceux qui ne respectent pas les contraintes. Vérifier s'il y a 77 nombres, sinon prolonger la suite et reprendre le procédé de contrôle.

Le professeur attirera l'attention des élèves sur l'intérêt d'écrire la suite des nombres dans un tableau organisé en dizaines. Il distribuera une grille à ceux qui n'auront pas eu l'idée d'en fabriquer une.

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109
110	111	112	113	114	115	116	117	118	119



Plan de la voiture 10 du TGV Atlantique (2006) : 77 places.

■ Question 2

Elle rappelle qu'on utilise 10 chiffres pour écrire tous les nombres et pose un problème de dénombrement.

L'organisation des nombres dans le tableau facilitera ce dénombrement. Lors de la mise en commun, le professeur fera expliciter les méthodes utilisées par les élèves.

C'est l'occasion de revenir sur le fait que chaque chiffre peut occuper le rang des unités, les nombres concernés appartiennent alors à la même colonne, ou le rang des dizaines, les nombres concernés appartiennent alors à la même ligne. Le chiffre 1 peut aussi occuper le rang des centaines.

Réponse : Pour écrire les numéros des 77 places de la voiture 10 du TGV Atlantique, on a besoin de :
8 chiffres 0 ; 9 chiffres 9 ; 14 chiffres 3 ;
17 chiffres 5, 6, 7 et 8 ; 18 chiffres 2 et 4 ; 27 chiffres 1.

Exercices

Nous proposons un travail individuel, suivi d'une confrontation à deux et d'une correction collective.

Lorsque plusieurs procédures ou plusieurs solutions apparaissent dans la classe, le professeur pourra mener une mise en commun, permettant de mettre en évidence les procédures efficaces et de corriger les autres.

• Exercices 1 et 2

Ils visent à distinguer les notions de « chiffre de » et « nombre de » et à rappeler la valeur positionnelle des chiffres dans l'écriture d'un nombre.

Remarque : certains élèves peuvent avoir bien compris la numération et toutefois ne pas bien comprendre cette subtilité de vocabulaire essentielle en mathématiques et qui pourtant n'existe pas dans la vie courante.

• Exercice 3

Consolidation du travail sur les groupements successifs (unités, dizaines…) qui interviennent dans l'écriture du nombre. En effet, devant des décompositions dans lesquelles les groupements ne sont pas dans l'ordre canonique, certains élèves se concentrent essentiellement sur les chiffres et ne tiennent pas compte de la valeur du groupement ou de l'absence de groupement.

• Exercice 4

Il vise à utiliser la signification des chiffres dans l'écriture d'un nombre pour résoudre un problème de soustraction sans connaître précisément les nombres en jeu.

• Exercice 5

Travail de dénombrement proche de celui de la découverte. La présence d'une grille des 100 nombres ayant le même chiffre des centaines permet aux élèves de repérer certaines régularités :

– le chiffre 1 (ou 7 ou 8) occupe la place des unités dans une seule colonne ;

– le chiffre 1 (ou 7 ou 8) occupe la place des dizaines dans une seule ligne ;

– dans une colonne, les nombres vont de 10 en 10 ;

– dans une ligne, les nombres se suivent de 1 en 1.

Le professeur fera observer ces régularités et repérer qu'elles permettent de ne pas écrire tous les nombres : on peut retrouver facilement l'écriture d'un nombre connaissant sa position dans le tableau. Il incitera les élèves à s'interroger sur le nombre de fois où l'on a utilisé d'autres chiffres.

Réponse : 20 fois pour le chiffre 1 ; 20 fois pour le chiffre 7 ; 120 fois pour le chiffre 8.

• Exercice 6

Il vise à étudier la suite des nombres avec un autre point de vue, celui du nombre de chiffres qui les composent.

Procédures possibles

> – Passer en revue les nombres de deux chiffres et les dénombrer.
> – Calculer par différence : de 1 à 99, il y a 99 nombres ; de 1 à 9, il y en a 9 ; donc de 10 à 99, il y en 90.

Réponse : Qwang a raison, il y a 90 nombres à 2 chiffres.

• Exercices 7 et 8

Travail de dénombrement proche de celui de l'exercice 5. Le professeur peut inciter les élèves à écarter des procédures valables mais coûteuses en temps – consistant par exemple à écrire des listes de nombres pour pouvoir effectuer leurs essais – et à utiliser les régularités observées dans l'exercice 5.

• Dans l'**exercice 7**, pour aller de 1 à 100 :

– 6 est le chiffre des unités pour 10 nombres, dont 6 ;

– 6 est le chiffre des dizaines pour 10 nombres ;

donc on écrit 20 fois le chiffre 6 de 1 à 100 ;

il suffit de compléter la suite par 106 et 116.

Réponse : Le nombre atteint est 116.

• Dans l'**exercice 8**,

– tous les nombres ayant 5 pour chiffre des unités sont impairs ; pour les écrire, il suffit de compter de 10 en 10 : 385 ; 395 ; 405 ; 415 ; 425 ; 435 ; 445 ; 455 ; 465 ; 475, soit 10 nombres ;

– les nombres impairs ayant 5 pour chiffre des dizaines sont obtenus en comptant de 2 en 2 : 451 ; 453 ; 455 ; 457 ; 459, soit 5 nombres.

Réponse : En tout, on écrit 15 fois le chiffre 5

• Exercice 9 (accompagné par l'enseignant)

Il vise à réinvestir dans un champ numérique plus grand des procédures utilisées dans les exercices précédents et à montrer que la proportionnalité n'est pas un bon modèle pour cette situation.

> Exemple de procédure
> – de 250 à 299, 1 est utilisé uniquement comme chiffre des unités ; il y a 5 nombres ;
> – de 300 à 399, 1 est le chiffre des unités pour 10 nombres et le chiffre des dizaines pour 10 nombres ;
> – de 400 à 499, 1 est le chiffre des unités pour 10 nombres et le chiffre des dizaines pour 10 nombres.

Réponse : de 250 à 500, on écrit 45 fois le chiffre 1, donc de 1 à 500 on a écrit 200 fois le chiffre 1. Théo a tort.

• Exercice 10

Interprétation d'un texte pour résoudre un problème de dénombrement en liant l'aspect ordinal et l'aspect cardinal des nombres entiers : il faut comprendre que Leïla

se trouve au milieu de la liste avec le numéro 31, il y a donc 30 élèves avant elle et 30 après elle.
Réponse : 61.

Conclure avec les élèves

Pour écrire les nombres de un chiffre, deux chiffres ou plus, on utilise les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Dans 2 583, le chiffre des centaines est 5 et il y a 25 centaines. 25 est le nombre de centaines contenues dans 2 583.

• **Remue-méninges**
Le professeur pourra montrer une revue pour aider les élèves à repérer comment sont numérotées les pages.
Réponse : 32.

ÉTAPE 2

Numération orale

Manuel p. 10-11

Objectifs

Renforcer les connaissances sur la numération orale et étudier les liens entre l'écriture des nombres en chiffres et la manière de les dire.

Pourquoi cette étape ?

• Cette étape consolide le travail mené les années précédentes sur le « fonctionnement » de la numération orale en étudiant plus spécifiquement les **règles d'assemblage des mots-nombres**. Les connaissances dans ce domaine sont souvent encore fragiles ; or elles sont fondamentales, c'est pourquoi nous proposons ce travail à la classe entière. Dans notre numération orale, on trouve deux séries de symboles, certains désignant les puissances de la base (dix, cent, mille…), d'autres correspondant aux « chiffres », c'est-à-dire aux multiplicateurs placés devant les puissances de dix qui indiquent le nombre de groupements correspondants.

• Ces activités ont lieu dans un **champ numérique restreint** (nombres de 5 chiffres au plus). En effet, la bonne maîtrise de la numération orale dans ce domaine restreint est indispensable pour pouvoir ensuite comprendre la numération orale pour les grands nombres.

• Pour permettre aux élèves de maîtriser le fonctionnement de la numération orale, nous leur proposons un jeu de cartes : il s'agit de combiner des mots-nombres pour construire des noms de nombres.

2 séances • **Séance 1** découverte et exercices 1 à 3 • **Séance 2** exercices 4 à 10

Matériel • Par élève : 10 cartes numérotées de 0 à 9.
• Pour la classe : un lot des mêmes cartes de grande taille pour le tableau.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit au tableau cinq nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves les écrivent en chiffres. Recommencer quatre ou cinq fois.

Les jeux de mémoire ont pour but d'entraîner les élèves à mémoriser plusieurs nombres sur un temps court, de manière à pouvoir ultérieurement effectuer mentalement des calculs sans difficulté. C'est la raison pour laquelle les nombres à mémoriser n'excèdent généralement pas 100, à moins qu'il s'agisse de multiples de 10 ou de 100 (par exemple 120 ou 500). Ici, c'est la mémoire visuelle qui est sollicitée. Les élèves progressent très rapidement, le nombre de nombres à retenir peut donc augmenter progressivement sans toutefois excéder six.

Activité préparatoire

Afficher au tableau la règle du jeu du « Méli-mélo ».

■ Première phase

Après le travail de lecture et de compréhension de la règle du jeu, on pourra démarrer collectivement une partie.

Le professeur tire successivement quatre cartes et les juxtapose au tableau de la gauche vers la droite dans l'ordre où il les tire. Il demande à un élève de lire le nombre et il écrit en lettres le nombre dit. Les élèves cherchent un autre nombre de quatre chiffres au plus qui peut s'écrire en utilisant exactement les mêmes mots-nombres.

Exemple :
le professeur tire successivement les cartes 4 ; 2 ; 5 ; 3 et écrit « quatre mille deux cent cinquante-trois ».

Les élèves peuvent former :
– deux mille trois cent cinquante-quatre ;
– deux mille quatre cent cinquante-trois ;
– trois mille quatre cent cinquante-deux ;
– trois mille deux cent cinquante-quatre ;
– quatre mille trois cent cinquante-deux.

Le professeur reprend ensuite au tableau les propositions des élèves et les fait vérifier collectivement.

■ Deuxième phase

Le professeur propose des juxtapositions de 4 chiffres de telle sorte que :

– l'écriture en lettres conduise à plusieurs combinaisons ;

– l'écriture en lettres ne conduise pas à plusieurs combinaisons, par exemple : [1 ; 1 ; 7 ; 3] ;

– l'écriture en chiffres comporte un zéro, par exemple : [0 ; 5 ; 7 ; 2] ; [4 ; 0 ; 3 ; 1] ; [3 ; 1 ; 9 ; 0] ; etc.

Travail individuel, puis à deux.

■ Mise en commun

Elle va permettre de rappeler aux élèves que :

– l'on ne dit pas seulement les noms des chiffres que l'on écrit ;

– tous les arrangements ne sont pas possibles lorsqu'on juxtapose des mots-nombres ;

– le zéro n'est pas dit quand il apparaît dans l'écriture chiffrée d'un nombre.

Découverte

Reprise individuelle de l'activité préparatoire.

Faire lire silencieusement l'ensemble de la découverte.

Après un temps de travail individuel ou à deux, reprendre chaque question successivement et procéder à une correction collective.

■ Question 1

Lors de la correction, attirer l'attention des élèves sur le cas où, dans l'écriture chiffrée, le chiffre 1 apparaît au rang des mille ou des centaines alors qu'il n'est pas dit.

Exemples :

On dit « mille trois cent quarante-deux », on écrit 1 342.

On dit « deux mille cent quarante-trois », on écrit 2 143.

■ Question 2

Elle permet de débusquer une erreur d'application de la règle du jeu : la combinaison des chiffres intervenant dans l'écriture d'un nombre ne correspond pas à la combinaison des mots-nombres utilisés pour le dire.

Réponse : la réponse d'Alice « sept mille quatre cent cinquante-deux » est exacte mais la réponse « quatre mille deux cent soixante-quinze » ne l'est pas.

■ Question 3

Travail du passage de l'écriture littérale à l'écriture chiffrée d'un nombre.

Réponse : avec les mêmes mots-nombres, on ne peut former qu'un seul nombre différent de celui donné par Théo, c'est : trois mille six cent quatre-vingt-dix-huit. Alice a donc tiré successivement les cartes 3 ; 6 ; 9 ; 8.

■ Question 4

Elle vise à rappeler que tous les arrangements ne sont pas possibles lorsqu'on juxtapose des mots-nombres.

Réponse : avec les mots-nombres formant huit mille soixante-seize, on ne peut pas trouver d'autre nombre de 4 chiffres.

Conclure avec les élèves

Les noms de nombres sont construits à partir de mots-nombres juxtaposés.

Dans notre numération orale :

– il existe des mots pour désigner chacun des chiffres : un, deux… neuf ;

– il existe des mots pour désigner les groupements : dix, cent, mille… ;

– le mot zéro n'entre dans la composition d'aucun nom de nombre (sauf le nombre zéro lui-même).

Il sera utile de donner un exemple vu en classe.

Exercices

Le déroulement pour chaque exercice peut s'organiser de la façon suivante :

– lecture silencieuse des consignes et reformulation ;

– travail individuel ou (puis) à deux (aide personnalisée si nécessaire) ;

– correction collective ou individuelle (adaptée aux erreurs éventuelles).

• Exercices 1, 2, 3

Application du travail de la découverte.

Réponses

Exercice 1 : 5 autres nombres : trois mille neuf cent quatre ; quatre mille trois cent neuf ; quatre mille neuf cent trois ; neuf mille trois cent quatre ; neuf mille quatre cent trois.

Exercice 2 : 1 autre nombre : six mille cinq cent dix-sept.

Exercice 3 : Théo obtient soixante-cinq mille trois cent vingt-neuf. En jouant avec Théo, on peut obtenir :

a. vingt-trois mille neuf cent soixante-cinq ;

c. soixante-trois mille cinq cent vingt-neuf.

• Exercice 4

Associer l'écriture en chiffres d'un nombre comportant des dizaines complexes et la manière de le dire.

• Exercices 5 et 7

Travail du passage de l'écriture littérale d'un nombre à son écriture chiffrée en plaçant des 0 pour indiquer les groupements manquants.

• Exercice 6

Entraînement au passage au millier supérieur. Cet exercice permet de débusquer certaines erreurs persistantes.

• Exercice 8

Il vise à rappeler que, pour dire un nombre de quatre chiffres, le mot mille doit toujours être utilisé, alors que le mot cent n'est pas toujours dit.

- **Exercices 9 et 10**

Travail de dénombrement des mots-nombres qui forment l'écriture d'un nombre.

- **REMUE-MÉNINGES**

Résolution d'un problème par test d'hypothèses.
Réponse : Cette phrase a vingt-huit lettres.

ÉTAPE 3

Analyser une figure pour la reproduire

MANUEL P. 12

Objectifs

Se rappeler que pour construire une figure, il faut l'analyser afin d'identifier les principaux éléments qui la composent, faire des hypothèses sur leurs positions, puis les contrôler avec des instruments.

Pourquoi cette étape ?

- Tout au long du CM1, les élèves ont appris à « observer » des figures géométriques, à les « analyser » pour comprendre comment les reproduire (recherche de milieux, alignement, parallélisme, orthogonalité, centre de cercles, de demi-cercles...) puis à vérifier avec des instruments les hypothèses qu'ils ont faites.

Pour reproduire les figures proposées, ils ont appris à restaurer des éléments nécessaires pour la construction mais qui n'apparaissent pas toujours explicitement sur les figures.

- Cette étape permet au professeur de **faire un état des lieux des connaissances des élèves** dans ce domaine, tout en **développant chez eux le plaisir du tracé et du dessin géométrique**.
- Nous proposons ici des reproductions sur papier quadrillé pour faciliter la construction, puis sur papier uni pour apprendre à maîtriser les instruments.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICE

MATÉRIEL • Par élève :
– des feuilles de papier quadrillé, de papier blanc, de papier calque ;
– le matériel personnel de géométrie.
• Pour l'enseignant : la figure de la découverte en grand format pour l'afficher au tableau et sur calque ou transparent pour permettre une vérification individuelle et rapide des constructions des élèves (fiche photocopiable, p. 314).

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur dit cinq nombres inférieurs à 100. Après dix secondes, les élèves les écrivent en chiffres. Recommencer quatre ou cinq fois.

On sollicite ici la mémoire auditive à court terme.

Découverte

■ Remarques

Pour réaliser la tâche proposée, les élèves vont devoir repérer un certain nombre de propriétés et les vérifier avec leurs instruments. Ils peuvent placer un papier calque sur le modèle pour joindre des points, prolonger des segments, etc. Ils utiliseront ensuite ces propriétés pour effectuer la reproduction.

– Si la reproduction se fait **sur papier quadrillé**, la construction du carré, la recherche des milieux des côtés, etc. ne nécessitent que le comptage de carreaux. L'équerre n'est pas nécessaire puisque les angles droits sont portés par les lignes du quadrillage.

– Si la reproduction se fait **sur papier uni**, les élèves devront utiliser leurs instruments : équerre pour tracer les angles droits, règle graduée pour tracer les côtés du carré, règle graduée ou bande de papier pour déterminer les milieux, etc.

Le professeur adaptera donc le scénario en fonction de sa classe et des acquis antérieurs.

■ Lecture de l'ensemble de la découverte

Lecture du texte et observation de la figure (affichée en grand format). Rappeler que les lettres désignent certains points.

■ Première phase

Après un temps de travail individuel, prévoir une mise en commun des propriétés repérées nécessaires pour reproduire la figure. Cette phase permet au professeur de faire le point sur le vocabulaire utilisé.

■ Deuxième phase

Laisser un nouveau temps aux élèves pour terminer la construction sur papier quadrillé.

Laisser les transparents à disposition pour que les élèves vérifient eux-mêmes leurs tracés. Leur proposer ensuite de faire la reproduction sur papier uni.

Conclure avec les élèves

Le professeur choisira, selon sa classe, de conclure après la découverte ou après l'exercice.

À côté d'une reproduction collée, on peut faire écrire :

> Pour reproduire une figure géométrique, il faut tout d'abord repérer comment elle est construite en cherchant ses propriétés ; pour cela, on peut avoir à prolonger des segments, à joindre des points…
> On utilise ces propriétés pour effectuer la reproduction.

Exercice

Travail de repérage de propriétés des figures en entraînant les élèves à « intervenir » sur la figure en prolongeant des traits ou en joignant des points.

Le passage par une reproduction sur du papier quadrillé permet de mettre en évidence les propriétés que l'on a repérées, sans être gêné par l'utilisation des instruments.

ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition et soustraction

MANUEL P. 13

Objectifs

- S'entraîner à automatiser certains calculs et à choisir une méthode de calcul en fonction des nombres en jeu.
- Revoir la technique de l'addition.

Pourquoi cette étape ?

- **L'automatisation de ces calculs est indispensable à la maîtrise des opérations.** Il est donc nécessaire que les élèves s'y entraînent régulièrement. Il est aussi important qu'ils prennent conscience des résultats qu'ils savent par cœur et de ce qu'ils peuvent reconstruire à partir de ces résultats.
- Cette étape, placée en tout début d'année, permet au professeur de **faire le point sur les compétences des élèves** dans le domaine du calcul réfléchi additif et soustractif. Pour le calcul automatisé, les exercices 2 et 3 permettent d'évaluer si la technique de l'addition est maîtrisée.
- À l'issue de cette étape, il conviendra, si c'est nécessaire, de mettre en place des **ateliers spécifiques** pour entraîner les élèves aux procédures de calcul réfléchi additif et soustractif qu'ils ne maîtrisent pas.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : la fiche autocorrective (voir p. 240).

Calcul mental

Jeu du furet. À partir d'un nombre inférieur à 100, le professeur alterne les règles ajouter n ou retrancher p (n et p entiers entre 1 et 9).

Exemple : à partir de 30, les élèves, à tour de rôle, alternativement, ajoutent 9 et retranchent 5, ce qui donne la suite 30 ; 39 ; 34 ; 43 ; 38 ; 47 ; 42 ; 51 ; etc.

C'est un travail d'entraînement aux calculs additifs et soustractifs, utile pour le calcul mental et le calcul écrit.

Exercices

Le déroulement peut s'organiser ici de la façon suivante :

– travail individuel ;

– correction collective : relever les réponses des élèves ; faire expliciter les procédures utilisées ; repérer les procédures erronées ; mettre en évidence les procédures expertes.

On peut aussi envisager une correction individuelle adaptée aux erreurs éventuelles ou donner la fiche autocorrective.

• Exercice 1

Ajouter ou soustraire un nombre plus petit que 10

<u>Quelques procédures à mettre en évidence</u>

a. Pour additionner un nombre plus petit que 10

– On peut utiliser la commutativité : 7 + 9 = 9 + 7.

– Avec un nombre dont le chiffre des unités est 9, on peut faire la somme avec le multiple de 10 qui le suit et enlever 1 : 39 + 7 = 40 + 7 – 1 = 46.

b. Pour soustraire un nombre plus petit que 10

– Si le chiffre des unités du nombre de départ est plus grand que le nombre à enlever, on utilise le répertoire soustractif : 138 – 6 = 132

– On décompose ce nombre en faisant apparaître le chiffre des unités du nombre de départ :

173 – 9 = 173 – 3 – 6 = 164

345 – 7 = 345 – 5 – 2 = 338

Ajouter ou soustraire un multiple de 10

<u>Procédure à mettre en évidence</u>

Pour ajouter ou soustraire un multiple de dix, on peut opérer directement sur le nombre de dizaines.

163 + 50 ; 16 dizaines plus 5 dizaines, c'est 21 dizaines

163 + 50 = 213

147 – 30 ; 14 dizaines moins 3 dizaines, c'est 11 dizaines
147 – 30 = 117

Ajouter ou soustraire un multiple de 100

Quelques procédures à mettre en évidence
– Certains calculs sont automatisés : 72 + 300 = 372
– On peut opérer directement sur le nombre de centaines : 1 156 – 300
11 centaines moins 3 centaines, c'est 8 centaines
1 156 – 300 = 856

Trouver un complément

Il s'agit du complément d'un multiple de 5 ou de 10 à la centaine supérieure.

Les calculs astucieux

Pour ajouter 11 ou enlever 11, on peut s'appuyer sur la décomposition de 11 = 10 + 1.

Pour ajouter un nombre dont le chiffre des unités est 9, on peut faire la somme avec le multiple de 10 qui le suit et enlever 1 (voir exercice 1a.).

• Exercice 2

Le champ numérique justifie le passage par la technique de l'addition en colonne.
Ce sera l'occasion de rappeler la disposition des chiffres lorsque l'on pose l'addition et la position des éventuelles retenues.

• Exercice 3

C'est une manière ludique de revisiter le répertoire additif et la technique de l'addition.

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Addition et soustraction : problèmes

MANUEL P. 14

Objectif

Résoudre des problèmes additifs et soustractifs dans un contexte de distance en utilisant ses propres procédures de calcul.

Pourquoi cette étape ?

• Elle fait travailler les élèves sur des problèmes additifs et soustractifs pour lesquels ils engagent des procédures de résolution de type addition à trou ou soustraction. Le but est de réactiver le sens de l'addition et de la soustraction et les liens entre ces deux opérations. Tous les élèves n'ont pas nécessairement besoin de revenir sur ces connaissances anciennes : suivant sa classe, le professeur choisira de ne pas proposer ce travail, ou au contraire de le proposer à la classe entière, ou encore de le proposer pour certains de ses élèves dans le cadre des actions de soutien.
La présence de schémas est une aide pour le calcul.

• C'est l'occasion de **mettre en valeur la diversité et les équivalences des modalités de calcul**. Certains élèves utiliseront des procédures de calcul réfléchi personnelles, d'autres mettront sans doute en œuvre la technique de la soustraction. Nous ferons le point sur cette technique dans les étapes suivantes.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu du furet. À partir d'un nombre inférieur à 100, le professeur alterne les règles ajouter 10*n* ou retrancher 10*p* (*n* et *p* entiers entre 1 et 9). Ex. : à partir de 42, alternativement ajouter 50 et retrancher 30.

Exercice dirigé

Faire lire silencieusement l'ensemble de l'exercice dirigé et faire reformuler son contenu global. Reprendre ensuite question après question. Attention ! Il s'agit d'une réelle activité de lecture : lecture de textes et de schémas et compréhension des liens entre eux.
Travail individuel.

■ Question 1

Recherche d'une partie connaissant l'autre partie et le tout. Le calcul peut être résolu par du calcul réfléchi.

Procédures attendues
– Soit 1 598 = 990 + ? La présence du schéma peut favoriser une recherche de sauts successifs.
– Soit 1 598 – 990 = ? Pour effectuer ce calcul les élèves peuvent observer que :
990 = 1 000 – 10 et 1 598 – 990 = 1 598 – 1 000 + 10

Réponse : Entre Prague et Varsovie, il y a 608 km.

■ Question 2

Problème du même type que celui de la question 1 : recherche d'une partie connaissant l'autre partie et le tout.

Procédures attendues
– Soit 1 610 = ? + 589. Pour répondre à cette question, il faut opérer une transformation du calcul et rechercher ce qu'il faut ajouter à 589 pour aller à 1 610.
– Soit 1 610 – 589 = ? Plusieurs procédures de calcul sont possibles : la technique de la soustraction ou le calcul réfléchi en utilisant le résultat 589 = 600 – 11 et 1 610 – 589 = 1 610 – 600 + 11.

Réponse : Entre Paris et Berlin, il y a 1 021 km.

■ Question 3

Comparer 1 598 et 1 610 et calculer l'écart entre ces nombres.

Procédures possibles
Les élèves peuvent l'envisager comme 1 598 + ? = 1 610 ou comme 1 610 – 1 598 = ?

■ Question 4

C'est un problème additif ; on recherche le tout connaissant chacune des parties. La complexité vient du nombre de termes dans la somme à effectuer. Il s'agit pour les élèves d'organiser leurs calculs.

Procédures possibles
– Poser tous les nombres en colonnes, utiliser la technique de l'addition.
– Calculer en additionnant chaque fois deux termes de proche en proche, par exemple la distance Bordeaux-Varsovie, puis Bordeaux-Vilnius, etc.

Conclure avec les élèves

Le professeur s'appuiera sur les procédures utilisées par les élèves pour montrer la diversité des méthodes de calcul en distinguant celles qui relèvent de méthodes de calcul réfléchi et les techniques opératoires.

Il indiquera aux élèves que tous doivent maîtriser la technique de l'addition et qu'ils retravailleront encore celle de la soustraction.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

Travail sur la notion d'écart entre deux nombres. Dans chaque cas, deux solutions sont possibles :

Réponse exercice 1 : 68 – 57 et 68 + 57, c'est-à-dire 11 et 125

Réponse exercice 2 : 530 – 260 et 530 + 260 c'est-à-dire 270 et 790

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Addition et soustraction : calcul

MANUEL P. 15

Objectifs

- Revoir l'équivalence entre l'addition à trou et la soustraction.
- Mettre en œuvre différentes procédures de calcul réfléchi d'addition à trou ou de soustraction et les comparer.

Pourquoi cette étape ?

- Ce travail concerne le même groupe d'élèves que dans l'étape précédente. Toutefois, le professeur peut décider qu'il est utile pour la classe entière, l'objectif étant de redonner du sens à la technique de la soustraction revisitée à l'étape suivante.
- Dans l'étape précédente, les élèves ont travaillé l'équivalence addition à trou et soustraction dans des situations contextualisées. Ici, nous proposons de clarifier cette équivalence hors contexte.

Nous commençons par une addition à trou pour que chaque élève s'engage dans une procédure personnelle, puis nous exposons diverses techniques qui doivent être comprises comme des procédures de résolution différentes d'un même problème et non pas comme des techniques à apprendre :
– **technique des sauts ;**
– **soustraction en utilisant la décomposition additive du nombre à enlever** et en procédant terme après terme ;
– **soustraction à la russe** qui permet de préparer les élèves à donner ou redonner du sens à la technique usuelle de la soustraction par compensation qui sera revue à l'étape suivante.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit cinq nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres obtenus en ajoutant 10 (ou en enlevant 10) aux nombres cachés.

Cette fois, on d'entraîne les élèves à retenir, à court terme, plusieurs nombres pour leur appliquer ensuite un calcul (ici ajouter ou retrancher 10).

Exercice dirigé

■ Question 1

Cette question permet aux élèves de mettre en œuvre leurs procédures personnelles dans un calcul d'addition à trou. Travail individuel.

Différer la correction du calcul après la question 2.

■ Question 2

Faire lire silencieusement l'ensemble de la question 2 : le texte, les bulles des enfants du livre et les ardoises.

Après un temps de travail individuel, reprendre alors en collectif les procédures de calcul proposées sur les ardoises et les comparer à celles utilisées par les élèves en question 1.

Pour les procédés d'Alice et de Leïla, il sera intéressant de faire remarquer que les sauts sont choisis en fonction des nombres et des capacités de calcul de chacun. Il y a donc plusieurs manières de les choisir.

Conclure avec les élèves

- Pour faire une addition à trou, on peut procéder par sauts successifs.
- Pour faire une soustraction, on peut passer par la décomposition additive du nombre à enlever et soustraire successivement les différents termes.
- On peut aussi utiliser la soustraction à la russe : ajouter un même nombre aux deux termes jusqu'à obtenir un nombre « rond » facile à soustraire.

Le professeur pourra faire écrire sur le cahier des élèves un exemple pour chaque procédé.

Exercice

C'est un exercice d'entraînement qui peut être fait et corrigé individuellement, ce qui permettra au professeur de vérifier les compétences de chacun de ses élèves dans ce domaine et d'apporter l'aide adaptée si nécessaire.

Réponses : **a.** 2 627 ; **b.** 2 181 ; **c.** 3 339 ; **d.** 5 817

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Soustraction : technique usuelle

MANUEL P. 16-17

Objectifs

- Revoir la technique de la soustraction.
- Comprendre la propriété utilisée dans cette technique.
- Vérifier un calcul soustractif par le calcul additif qui lui correspond.

Pourquoi cette étape ?

- Les élèves ont déjà travaillé l'équivalence entre l'addition à trou et la soustraction ainsi que trois procédures de calcul réfléchi (sauts successifs, décomposition additive du nombre à enlever, soustraction à la russe). Nous revoyons ici la technique de la soustraction, usuelle en France, appelée **technique par compensation**.

L'approche de cette technique a commencé dès le CP et son apprentissage s'est poursuivi depuis le CE1 ; il s'agit donc ici de consolider sa maîtrise.

- Il s'agit aussi d'instituer un discours homogène pour les élèves qui ne maîtriseraient pas encore la technique. En effet, « 3 ôté de 8 », ou bien « 8 moins 3 », ou encore « 3 pour aller à 8 » sont des **formulations différentes et courantes** dans les classes. Nous choisissons la formulation « 8 moins 3 » car elle reprend le signe « moins » de l'opération en conservant le sens de lecture.
- Afin de faciliter la compréhension du procédé, nous insistons sur le **lien entre numération et technique**.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** EXERCICE DIRIGÉ ET EXERCICES 1 À 3 • **SÉANCE 2** EXERCICES 4 À 10

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit cinq nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres obtenus en ajoutant 5 (ou en enlevant 5) aux nombres cachés. Recommencer quatre ou cinq fois.

Exercice dirigé

■ Question 1

« Aujourd'hui, nous allons revoir la technique de la soustraction. Vous allez utiliser la technique de votre choix pour calculer 7 168 – 3 643, puis on comparera avec la technique montrée dans le livre. »

Travail individuel.
La correction du calcul est différée après la question 2.

■ Question 2

Reprendre vignette par vignette le scénario de la technique.

Faire lire la bulle du furet. Le lien avec la soustraction à la russe de l'étape précédente doit aider à comprendre qu'on ajoute aux deux termes le même nombre sous deux formes (10 centaines et 1 millier) et donc que l'écart ne change pas.

Remarque : certains élèves ont appris la technique par compensation en écrivant 1 au lieu de 10, ce qui donne directement 11, et en écrivant 1 sous le 3. C'est l'occasion de leur rappeler à quoi correspond cet ajout.

$$\begin{array}{rcccc} & 7 & 11 & 6 & 8 \\ - & 3 & 6 & 4 & 3 \\ & 1 & & & \\ \hline & 3 & 5 & 2 & 5 \end{array}$$

Laisser un temps pour terminer individuellement les calculs et répondre à la question (sous les vignettes), puis procéder à une correction collective.

Revenir sur la question 1, relever les procédures utilisées par les élèves, certains auront rectifié leurs erreurs éventuelles après avoir fait la question 2 ; comparer ces procédures entre elles.

■ Question 3

Il s'agit ici de faire le lien entre la soustraction et l'addition, puis de recommander de vérifier la soustraction en effectuant l'addition correspondante.

Après un temps de travail individuel ou à deux, procéder à une correction collective.

■ Question 4

Elle peut être traitée et corrigée individuellement : le professeur observe si chaque élève est capable d'utiliser cette technique et aide ceux qui n'y parviennent pas.

Conclure avec les élèves

Faire reproduire le calcul final.

$$\begin{array}{rcccc} & 7 & 10+1 & 6 & 8 \\ - & 1+3 & 6 & 4 & 3 \\ \hline & 3 & 5 & 2 & 5 \end{array}$$

Dans la technique usuelle de la soustraction, on a parfois besoin d'ajouter la même valeur aux deux nombres, cela ne change pas le résultat.

Pour cela, on utilise les équivalences 1 d = 10 u ; 1 c = 10 d ; 1 m = 10 c.

Exercices

Déroulement, voir p. 54.

● Exercices 1 à 3

La correction peut être collective ou individuelle, ou encore avec une fiche autocorrective préparée par le professeur. Cela lui permettra de vérifier les compétences de chacun dans ce domaine et d'apporter l'aide appropriée.

Les opérations sont proposées en ligne dans les exercices 2 et 3 afin de débusquer des erreurs courantes de disposition des nombres en colonne lorsque ces nombres n'ont pas la même taille.

Réponses
Exercice 1 : 743 ; 1 124 ; 21 837 ; 10 832.
Exercice 2 : **a.** 709 ; **b.** 263 ; **c.** 13 293 ; **d.** 14 494.
Exercice 3 : **a.** 2 905 ; **b.** 1 627 ; **c.** 1 918 ; **d.** 52 186.

● Exercice 4

Il permet d'aborder le calcul approché.

Réponses
a. 738 – 290 est proche de 738 – 300, c'est-à-dire 438. Le résultat est 448.
b. 18 427 – 9 200 est proche de 18 400 – 9 200, c'est-à-dire 9 200. Le résultat est 9 227.

● Exercice 5

Il nécessite d'analyser les deux termes de la soustraction pour mettre en évidence ce qui a changé.

Réponses
a. 19 787 – 14 298 = (19 000 – 14 000) + (787 – 298)
= 5 000 + 489 = 5 489
b. 23 787 – 8 298 = (23 000 – 8 000) + (787 – 298)
= 15 000 + 489 = 15 489
c. 7 870 – 2 980 = (10 × 787) – (10 × 298)
= 10 × (787 – 298) = 4 890

● Exercices 6, 7, 8 et 9

Il s'agit de revisiter quelques problèmes arithmétiques nécessitant des soustractions.

Exercices 6 et 7 : recherche du nombre d'années d'existence du médicament connaissant la date de sa découverte et la date où l'on se pose cette question. Ces problèmes peuvent être considérés comme des problèmes de transformation d'état ou des problèmes de comparaison.

Exercice 8 : recherche de la transformation (distance parcourue) connaissant l'état initial (indication du compteur au départ) et l'état final (indication du compteur à l'arrivée).

Réponse : 157 km

Exercice 9 : recherche de l'état initial (indication du compteur au départ) connaissant la transformation (distance parcourue) et l'état final (indication du compteur à l'arrivée).

Réponse : 007291

Remarque : dans ces deux derniers exercices, la réponse attendue peut être exprimée avec des zéros à gauche ou avec l'écriture usuelle des nombres.

● **Exercice 10**

C'est une manière ludique de revisiter le répertoire additif et la technique de la soustraction.

$$\begin{array}{r} 7\,8\,4\,2 \\ -\ \ 2\,7\,1 \\ \hline 7\,5\,7\,1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\,5\,2\,8 \\ -\ \ 8\,4\,2 \\ \hline 3\,6\,8\,6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\,0\,2\,9 \\ -\ 1\,7\,5\,6 \\ \hline 2\,2\,7\,3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\,6\,1\,7 \\ -\ 2\,9\,2\,8 \\ \hline 1\,6\,8\,9 \end{array}$$

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Décrire des figures pour les identifier ou les construire

MANUEL P. 18-19

Objectif

Analyser des figures : identifier les figures simples qui les composent et leurs positions relatives, apprendre à tenir compte de leurs positions relatives sans s'occuper de leurs dimensions.

Pourquoi cette étape ?

Les compétences travaillées dans cette étape l'ont déjà été en CE2 et en CM1. Le professeur peut traiter l'exercice dirigé avec toute la classe pour repérer les acquis des élèves et donner les exercices dans le cadre du soutien.

• Dans cette étape, les figures à étudier sont composées de **figures simples** (sous-figures) bien connues des élèves (carrés, cercles, rectangles). Il ne s'agit pas de mesurer les dimensions de ces figures mais de **repérer leurs positions relatives**, de les décrire avec précision pour que l'on puisse les identifier sans ambiguïté. L'exercice dirigé permet un premier pas vers la notion de « figure géométrique » : si on change la dimension du côté du carré, on obtient une figure plus grande ou plus petite mais semblable au modèle (tout à fait pareille que le modèle), c'est-à-dire ayant les mêmes propriétés.

Nous n'avons pas introduit de lettres pour désigner les points des figures afin d'inciter les élèves à **nommer les différents éléments par leur nom** (sommet, centre, diamètre, rayon, etc.) et ainsi stabiliser le vocabulaire géométrique.

• Rappelons que la différence essentielle entre une description et un message de construction est que, dans un message de construction, il est nécessaire de hiérarchiser les informations pour que le lecteur sache comment s'y prendre.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** EXERCICE DIRIGÉ ET EXERCICE 1 • **SÉANCE 2** EXERCICES 2 À 4

MATÉRIEL • Pour chaque élève : du papier calque ; le matériel personnel de géométrie.
• Pour le professeur : un transparent avec la figure de l'exercice 3 pour vérification (fiche photocopiable, p. 315).

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit cinq nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres qui précèdent (ou qui suivent) les nombres cachés. Recommencer quatre ou cinq fois.

Exercice dirigé

Nous proposons de faire lire et observer l'ensemble de l'exercice et de demander aux élèves de commenter le travail à effectuer.

■ **Question 1**

Le professeur peut proposer un travail individuel suivi d'une première mise en commun par groupe de deux, avant la mise en commun collective.

Lors de la mise en commun collective, il sera nécessaire de mettre en évidence :

– le cheminement des informations qui vont permettre d'exclure au fur et à mesure certaines figures de l'ensemble de référence ;

– la nécessité de préciser certaines informations.

Ainsi, pour la description de **Leïla**, la première information ne permet aucune discrimination : toutes les figures sont composées d'un cercle et d'un carré. La seconde information nous permet de ne conserver que les figures A, C et D. C'est la dernière information qui nous permet de penser qu'il s'agit de la figure C : en traçant sur un papier calque les diagonales du carré, on vérifie que le cercle passe bien par le centre du carré.

La description de **Qwang** est trop peu précise : les figures B, E, F répondent à sa description.

Théo donne une manière de construire la figure qu'il a choisie : c'est un « programme de construction ». L'information sur la position du centre du cercle nous permet d'isoler les figures B, E, F. Enfin, seule la figure B a un cercle dont le rayon correspond à la description de Théo.

Alice propose également un programme de construction. Elle désigne par des lettres certains points de la figure et fait tracer un élément supplémentaire, le centre J du carré, ce qui permet au lecteur de construire la figure E.

Conclure qu'il n'est pas utile de préciser la longueur du côté du carré pour identifier les figures proposées ; connaître précisément les positions relatives du carré et du cercle suffit à les distinguer.

Laisser un temps pour que les élèves terminent les constructions des figures C, B et E.

Lorsque les élèves ont terminé leur construction, faire comparer plusieurs réalisations de la figure B, par exemple, pour constater qu'il s'agit toujours de la même figure mais en plus grand ou en plus petit (comme c'est le cas lorsque l'on fait l'agrandissement d'une photographie).

■ Question 2

Travail par paires : chaque élève choisit une figure parmi les figures A, D et F et rédige son message.

Échange des messages et construction de la figure par le récepteur. Naturellement, les élèves disposent de tous les modèles possibles, l'interprétation des messages en est donc facilitée. Cela permettra lors de la mise en commun de comparer les messages produits sur une même figure.

Procéder à une vérification collective pour les messages validés et analyser les raisons pour lesquelles certains messages n'ont pas conduit à la réussite. Les erreurs peuvent trouver leur origine dans la localisation du centre du cercle (centre ou sommet du carré), sur le rayon du cercle (côté du carré, moitié ou quart du côté du carré), etc.

Plusieurs textes corrects peuvent être conservés pour chaque figure.

Conclure avec les élèves

> Pour décrire une figure ou la faire construire, rechercher les figures simples qui la composent et décrire comment elles sont situées les unes par rapport aux autres, en utilisant le vocabulaire géométrique approprié : sommet, côté, milieu, angle droit, cercle, centre, diamètre, rayon, etc.

Pour illustrer la conclusion, les élèves peuvent reproduire une des figures de la découverte et en noter une description et un programme de construction.

Exercices

Le déroulement peut s'organiser de la façon suivante :

– travail individuel ;

– échange deux à deux pour comparer les propositions de réponses ;

– mise au point collective après chaque exercice.

• Exercice 1

Identifier, le programme de construction qui permet de construire une figure que l'on a sous les yeux (sans tenir compte des dimensions). Ici, les deux textes décrivent la figure mais le second manque de précision sur la position du cercle par rapport au carré. Il sera intéressant de demander aux élèves de réaliser des figures répondant au texte b mais différentes de la figure modèle.

• Exercice 2

Associer plusieurs messages (programmes de construction) aux figures qu'ils permettent respectivement de construire (que nous avons naturellement choisies assez voisines) et faire ainsi prendre conscience aux élèves de la nécessaire précision dans le programme, sans qu'ils aient eux-mêmes à produire un texte.

Réponses : (a, V) ; (b, T), (c, U).

• Exercice 3

Les élèves interprètent tout seuls l'ensemble d'un message de construction. Prévoir une vérification avec un transparent.

C'est une sensibilisation à la construction d'un triangle lorsque l'on connaît les longueurs de ses côtés.

La question posée à la suite de la construction a pour but d'attirer l'attention des élèves sur les distances et sur le fait que les points d'un cercle sont situés à égale distance du centre.

• Exercice 4

Application de la question 2 de la découverte.

Ce sont les élèves qui doivent rédiger le programme de construction de la figure.

Pour la vérification, les élèves peuvent travailler à deux, mais il est inutile de faire « échanger » les messages puisque tous les élèves connaissent la figure à construire. Une correction individuelle par le professeur est donc nécessaire.

Le professeur peut aussi choisir de différer la correction. Dans ce cas, il relève certains messages (corrects ou non), en fait une photocopie puis, au cours d'une autre séance, propose aux élèves de construire les figures décrites. Les élèves reviennent à la figure de l'exercice 4 et analysent les messages afin de repérer les erreurs éventuelles et les messages corrects.

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Numération : comparer des nombres

MANUEL P.20

Objectif

Réinvestir les connaissances sur les règles de comparaison de nombres.

Pourquoi cette étape ?

- Depuis le cycle 2, les élèves ont appris à comparer des nombres exprimés à l'aide de diverses écritures. Ils ont mis en œuvre des règles de comparaison. Dans cette étape, ils consolident ces règles en se confrontant à une situation qui leur donne du sens.
- Dans le jeu « Qui a le plus grand nombre ? », il ne s'agit pas de trouver les nombres eux-mêmes, mais de **prévoir** quel est celui des deux joueurs qui a le plus grand nombre. La donnée des deux nombres apporte la preuve de la justesse ou non de la prévision.
- Pour identifier qui a le plus grand nombre, les questions posées, doivent, pour être efficaces, être adaptées aux réponses formulées précédemment. Les élèves sont ainsi amenés à (re)**construire un algorithme de comparaison de nombres entiers**.
- Pour poser des questions, les élèves vont **décrire des nombres** de diverses manières (nom de rang, de classe, de groupement, chiffre…), et utiliser les termes relatifs à la comparaison et à l'intercalation (inférieur, supérieur, plus petit, entre…).
- Ils ont aussi à **traiter oralement des informations**, à les mémoriser, à s'organiser pour les prendre en compte de manière efficace. Nous leur proposons de travailler sur des nombres de 2 à 5 chiffres.

1 SÉANCE
MATÉRIEL • Pour la classe : des cartes comportant des nombres de 2, 3 ou 4 chiffres (fiche photocopiable p. 286).

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit cinq nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres cachés dans l'ordre croissant (ou décroissant). Recommencer quatre ou cinq fois.

C'est à la fois un travail de mémoire et de comparaison de nombres entiers.

Exercice dirigé

■ Travail de lecture et de compréhension de la règle du jeu

Afficher la règle du jeu au tableau.

Préciser aux élèves que l'on ne répond que par « oui » ou par « non » aux questions posées, qu'il ne s'agit pas de trouver les nombres écrits sur les cartes mais de déterminer qui possède le nombre le plus grand.

■ Jeu collectif

On pourra démarrer collectivement une partie où deux élèves (groupe A) jouent contre les autres élèves de la classe (groupe B). Les deux élèves A sont invités au tableau. Ils reçoivent chacun une carte portant, par exemple, le nombre 965. Chacun des autres élèves B reçoit une carte portant le même nombre, par exemple 985.

Un élève A pose une question sur le nombre des élèves B. Un élève B répond par « oui » ou par « non ». Il pose à son tour une question sur le nombre de A. L'un des deux élèves A répond et ainsi de suite. Les autres élèves écoutent les questions, et les réponses. Dès que l'un des joueurs (A ou B) pense avoir trouvé qui possède le nombre le plus grand, il l'annonce. La validation se fait par comparaison effective des deux nombres.

À l'issue de cette partie, le professeur peut attirer l'attention des élèves, selon les cas, sur les questions posées, sur celles qui auraient pu être évitées si l'on avait tenu compte des réponses précédentes, sur la difficulté de mémoriser un certain nombre d'informations et l'éventuelle nécessité d'en garder une trace.

■ Jeu par groupes de deux

Phase 1 : jeu libre

Les élèves peuvent ensuite jouer deux parties par groupes de deux.

Phase 2 : jeu avec paires de cartes imposées

Afin de confronter les élèves aux situations qui permettront de faire émerger l'ensemble des règles de comparaison des nombres assez rapidement, le professeur pourra décider de distribuer les cartes à chaque groupe de joueurs : par exemple 93 et 98 ; 785 et 768 ; des nombres de 4 chiffres ayant plusieurs chiffres identiques, par exemple 1 048 et 1 039 ; 2 548 et 2 594 ; 4 531 et 4 536 ; idem pour les nombres de 5 chiffres, par exemple 56 048 et 56 072 ; 42 675 et 42 375 ; et un ou deux cas où les nombres n'ont pas le même nombre de chiffres, par exemple 1 458 et 858.

Pour à faciliter la mise en commun, le professeur peut distribuer les mêmes paires de cartes à chaque groupe.

Mise en commun

Elle vise à faire expliciter les règles utilisées pour repérer rapidement lequel des joueurs a le plus grand nombre et à discuter sur les questions posées au cours du jeu. Par exemple, le professeur rappelera que les questions peuvent porter sur le nombre de chiffres, sur l'intervalle dans lequel se trouve un nombre, sur les chiffres composant le nombre, sur son nombre de dizaines, de centaines, etc. Le professeur indiquera aux élèves qu'il peut être efficace de garder une trace écrite des informations sur le nombre du partenaire.

Questions 1 et 2

Elles reprennent le travail effectué précédemment en permettant aux élèves de traiter certaines informations sur les nombres qu'ils n'ont peut-être pas utilisées dans leurs formulations de questions au cours du jeu.

Une difficulté supplémentaire vient du fait que les élèves ne connaissent aucun des nombres des enfants du livre alors que, dans l'activité de jeu précédente, seul le nombre de leur partenaire leur était inconnu. Pour expliquer leurs réponses, les élèves vont avoir à reformuler les informations relatives au nombre de chaque joueur et à valider les réponses de Théo et de Qwang.

Conclure avec les élèves

Pour comparer deux nombres entiers, on peut :
– repérer celui qui a le plus grand nombre de chiffres ;
– situer ces nombres par rapport à un troisième nombre simple (100, 1 000, etc.) ;
– s'ils ont le même nombre de chiffres, chercher lequel a le chiffre le plus grand dans le plus haut rang.

Exercices

Déroulement habituel (voir étape 2).

- **Exercice 1**

Déterminer le plus petit et le plus grand nombre de trois, quatre et cinq chiffres.

- **Exercice 2**

Encadrement de nombres par deux dizaines consécutives.

ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

Calcul automatisé, calcul réfléchi : multiplication et division

MANUEL P. 21

Objectif

- Mémoriser le répertoire multiplicatif.
- Revoir les règles de multiplication par 10 et par 100.
- Revoir les règles de multiplication d'un nombre à un chiffre par un multiple de 10 ou de 100.

Pourquoi cette étape ?

- **La connaissance du répertoire multiplicatif et des règles de multiplication par 10, 100 et par leurs multiples** est indispensable à la maîtrise des opérations de multiplication et de division. Il est donc nécessaire d'entretenir régulièrement les compétences des élèves dans ce domaine. Il est aussi important de leur permettre de prendre conscience des résultats qu'ils savent par cœur, et de ce qu'ils peuvent reconstruire à partir de ces résultats.
- Cette étape, placée en début d'année, permet au professeur de **faire le point sur les compétences** de ses élèves avant d'aborder un travail approfondi dans le domaine de la multiplication et de la division. À l'issue de cette étape, il conviendra, si c'est nécessaire, de mettre en place des **ateliers spécifiques** pour entraîner les élèves aux procédures de calcul qu'ils ne maîtrisent pas.

1 SÉANCE
MATÉRIEL • par élève : la fiche autocorrective (voir p. 241).

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 4 en 4 en avançant à partir de 0, en reculant à partir d'un multiple de 4. Demander de temps en temps de quel multiple de 4 il s'agit (ex. : 24, c'est 4 fois 6).

Questionner les élèves pour des résultats de la table de 4, puis pour des multiples de 4 faciles à repérer comme 44, 60, 80, 84, 100, ce qui permettra progressivement de mettre en place des procédures de calcul réfléchi pour trouver la décomposition de multiples moins évidents (ex. : 48, c'est 4 fois 12 car 40, c'est 4 fois 10 et 8, c'est 4 fois 2).

Exercices

Déroulement voir p. 58.

● **Exercice 1**

Trouver le produit de deux ou trois nombres

Les résultats doivent être sus par cœur ou retrouvés en s'appuyant sur un résultat intermédiaire. Par exemple :

– pour 9 × 11 9 × 11 = (9 × 10) + 9 = 99,
– pour 9 × 12 9 × 12 = (9 × 11) + 9 = 108
– pour le produit de 3 nombres, on choisit l'ordre dans lequel effectuer le calcul.

Par exemple : 8 × 5 × 2 = 8 × 10 = 80

Trouver un des facteurs d'un produit

Le facteur doit être récupéré rapidement en mémoire ou en faisant des essais (évaluation de l'écart au but et ajustement) :

7 × … = 42
On sait que 7 × 5 = 35,
35 + 7 = 42, donc 7 × 6 = 42 etc.

Trouver le produit d'un nombre par 10, par 100, ou par un de leurs multiples

C'est l'occasion de revoir ces règles travaillées par les élèves depuis le CE1.

Nous suggérons d'éviter la formulation « pour multiplier par 10, on *ajoute* un zéro à droite du nombre » et de dire « pour multiplier par 10 un nombre, on *place* un zéro comme chiffre des unités à la droite du nombre ».

Rappelons que, pour multiplier un nombre par un multiple de 10, par exemple par 50, on multiplie le nombre par 5 puis le résultat obtenu par 10.

Trouver un des facteurs d'un produit

Il s'agit d'une autre manière de revoir les règles précédentes de multiplication d'un nombre par 10, 100 ou leurs multiples.

Conclure avec les élèves

Le professeur demandera aux élèves de se reporter à la table de multiplication sur la quatrième de couverture de l'Aide-mémoire et de repérer les résultats qu'ils connaissent par cœur.

Leur demander de noter ces résultats sur une fiche personnelle et d'en augmenter progressivement le nombre.

Faire lire et commenter la partie « Multiplication : calcul réfléchi », page 11 de l'Aide-mémoire.

● **Exercices 2 et 3**

Il s'agit de rechercher un facteur d'un produit à partir d'un énoncé alors que, dans l'exercice 1, la question était posée à partir d'une écriture symbolique.

● **Exercice 4**

Problème de comparaison multiplicative (fois plus, fois moins) ou additive (de moins).

● **Exercice 5**

C'est une manière de revisiter les produits simples. Ce type d'exercice peut être décliné régulièrement pour aider les élèves qui ont du mal à mémoriser les tables de multiplication.

ÉTAPE 4

Problèmes pour apprendre à chercher (1)

MANUEL P. 22

Objectifs

Faire des essais en les contrôlant pour résoudre des problèmes non familiers.

Pourquoi cette étape ?

En observant le travail produit par ses élèves, le professeur fera le point sur leurs compétences à résoudre des problèmes pour lesquels ils ne disposent pas de la procédure experte. Le but n'est pas de mettre en évidence ces procédures expertes (celles-ci ne sont pas, dans la plupart des cas, du niveau des élèves de l'école élémentaire), il est de les entraîner à développer des procédures personnelles en mettant en œuvre une attitude de recherche :

– faire des hypothèses et les tester ;
– tenir compte de ses essais successifs ;
– élaborer une solution personnelle, s'assurer de sa validité ;
– argumenter.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par groupe : une grande feuille et de gros feutres.

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 6 en 6 en avançant à partir de 0, en reculant à partir d'un multiple de 6. Demander de temps en temps de quel multiple de 6 il s'agit (ex. : 66, c'est 6 fois 11).

Questionner les élèves pour des résultats de la table de 6, puis pour des multiples de 6 faciles à repérer comme 60, 66, 90, ce qui permettra progressivement de mettre en place des procédures de calcul réfléchi pour trouver la décomposition de multiples moins évidents (ex. : 72, c'est 6 fois 12 car 60, c'est 6 fois 10 et 12, c'est 6 fois 2).

Découverte

Faire lire silencieusement le problème et reformuler le fonctionnement de la console de jeu : gain de 7 pommes si on atteint la caisse jaune et de 9 pommes si on atteint la caisse verte.

Répartir les élèves en groupes de 3 ou 4, leur demander de présenter leurs démarches et leurs solutions sur une grande feuille qui sera ensuite affichée.

Après un temps de travail, reprendre chaque question et procéder à une correction collective de la question 1 et à une mise en commun pour les questions 2 et 3.

La mise en commun peut être organisée de la manière suivante : un rapporteur dans chaque groupe présente son affiche avec la démarche de recherche et la solution de son groupe. Les autres élèves valident ou non les propositions. À l'issue des différentes présentations, le professeur pourra faire le point sur les différentes démarches de recherche proposées : essais sans organisation, essais organisés, etc.

■ Question 1

Elle vise la compréhension du contexte du problème. C'est un problème à deux étapes : problème de multiplication puis problème additif.

■ Question 2

Il s'agit d'un problème non familier pour lequel la solution experte n'est pas à la portée des élèves.

Procédures envisageables

– Faire des essais successifs sans chercher une réelle organisation. Par exemple, première hypothèse : atteindre 5 fois la caisse jaune ce qui donne 35 points, il reste 76 – 35 = 41 points, 41 points n'est pas un multiple de 9 (n'est pas dans la table de 9).

L'élève envisage une nouvelle hypothèse.

– Chercher le maximum de fois où on peut atteindre une caisse, puis ajuster : atteindre 10 fois la caisse jaune ce qui donne 70 points. Il reste 6 points qui n'est pas un multiple de 9. Ce n'est pas possible. Recommencer en faisant l'hypothèse qu'on atteint 9 fois la caisse jaune. Etc.

– La même démarche mais en partant de la caisse verte.

La procédure experte algébrique consiste à trouver les couples de nombres entiers (x ; y) qui satisfont à l'équation $76 = 7x + 9y$. Il y a une seule solution : le couple (7 ; 3) car $76 = (7 \times 7) + (9 \times 3)$.

■ Question 3

Cette question n'est pas familière non plus mais, là encore, plusieurs procédures sont envisageables.

Procédures envisageables

– Choisir approximativement un nombre puis calculer pour vérifier s'il convient. Faire un nouvel essai en tenant compte de l'écart au but.

– Se dire que, puisqu'il a atteint autant de fois chacune des caisses, il a gagné plusieurs fois 16 points (7 + 9), et chercher combien de fois 16 est contenu dans 112.

– Etc.

La procédure experte consiste à chercher un nombre entier x tel que $7x + 9x = 112$, c'est-à-dire $16x = 112$, ce qui correspond à la deuxième procédure décrite précédemment (solution $x = 7$).

Conclure avec les élèves

Pour résoudre ces problèmes, il a fallu s'organiser et prendre en compte les contraintes, faire des essais, les tester, garder trace de ces essais, et rédiger sa réponse en expliquant sa démarche et les calculs qui ont permis de l'obtenir.

Exercice

Faire lire silencieusement et reformuler le problème.

a. Problème qui vise à faire comprendre les contraintes de la situation. Sa résolution nécessite deux multiplications et une addition.

b. Problème inverse, on connaît le nombre de pieds, il faut trouver le nombre de chaises et de tabourets.

Procédures envisageables

• Faire des hypothèses :

– faire une hypothèse sur le nombre de chaises, calculer le nombre de pieds de chaises puis le nombre de pieds qu'il reste et regarder si c'est un multiple de 3. Faire une nouvelle hypothèse ;

– procéder de la même manière mais en faisant une hypothèse sur le nombre de tabourets.

• Faire des essais organisés :

– par exemple, chercher le nombre maximun de chaises qui permettent d'approcher au plus près 53 pieds :

$53 = (4 \times 13) + 1$, observer que ce résultat (13 chaises) ne convient pas car il reste 1 pied. Faire un nouvel essai avec 12 chaises, puis 11 chaises, etc ;

– commencer comme précédemment puis chercher quel nombre de chaises on peut enlever, pour qu'en ajoutant 1 au nombre de pieds obtenu, on obtienne un multiple de 3. En enlevant 2 chaises, cela fait 8 pieds, 8 + 1 = 9, on a alors 3 tabourets. Pour trouver les autres solutions, il suffit d'enlever à nouveau un nombre de chaises qui permettent d'obtenir un nombre de pieds multiple de 3, soit 3 chaises.

– procéder de la même manière mais en partant du nombre de tabourets.

La procédure experte algébrique, bien sûr inaccessible aux élèves, est de trouver les couples d'entiers (x ; y) solutions de l'équation $4x + 3y = 53$ avec $x > y$.

Deux solutions
11 chaises et 3 tabourets ou 8 chaises et 7 tabourets

c. Traduire l'information « autant de chaises que de tabourets et 98 pieds en tout ».

> Procédure envisageable
> Les élèves peuvent faire des essais :
> – si on a 10 chaises et 10 tabourets cela fait 70 pieds ;
> – 12 chaises et 12 tabourets cela fait 84 pieds ;
> – 14 chaises et 14 tabourets cela fait 98 pieds.
> Au cours des essais, certains élèves s'apercevront que le nombre cherché est un multiple de 7.

d. On connaît le nombre de sièges (23) et le nombre de pieds (79), il faut trouver le nombre de sièges de chaque sorte.

> Procédures envisageables
> – Les élèves peuvent procéder par essais en partant de nombres qui vérifient une contrainte et regarder si l'autre contrainte est vérifiée. Par exemple, 7 chaises et 16 tabourets (23 sièges en tout) cela fait, 76 pieds (28 + 48). Cela ne convient pas. Nouvel essai 8 chaises et 15 tabourets, cela fait 77 pieds (32 + 45).
> – Certains prendront conscience qu'en remplaçant un tabouret par une chaise le nombre de pieds augmente de 1, et comme il faut l'augmenter de 2, il faut passer à 10 chaises et 13 tabourets.

● **Remue-méninges**

Pour résoudre ce problème, il faut déduire des relations entre les deux nombres à partir des informations données :
– lorsqu'on fait passer un jeton de la main gauche dans la main droite, on a le même nombre de jetons dans chaque main, cela implique qu'il faut avoir 2 jetons de plus dans la main gauche que dans la main droite ;
– lorsqu'on fait passer un jeton de la main droite dans la main gauche, il y en a deux fois plus dans la main gauche, cela implique qu'il faut chercher les couples de nombres entiers inférieurs à 10 qui vérifient la relation « l'un est le double de l'autre ». Ces couples sont (8 ; 4), (6 ; 3), (4 ; 2) et (2 ; 1).
Ce qui donne comme hypothèse de répartition main gauche / main droite : (7 ; 5), (5 ; 4), (3 ; 3), (1 ; 2). Parmi ces hypothèses, seule la répartition (7 ; 5) vérifie la première condition.

PÉRIODE 1

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Multiplication et division : problèmes

Manuel p.23

Objectif

Résoudre des problèmes de multiplication et de division dans différents contextes en utilisant ses propres procédures de calcul.

Pourquoi cette étape ?

• Le but de ce travail est de **réactiver le sens de la multiplication et de la division** et les liens entre ces deux opérations. Tous les élèves n'ont pas nécessairement besoin de revenir sur ces connaissances anciennes : suivant sa classe, le professeur choisira de ne pas proposer ce travail, ou au contraire de le proposer à la classe entière, ou encore de le proposer pour certains de ses élèves dans le cadre des actions de soutien.

• Nous avons choisi des nombres qui ne nécessitent pas l'utilisation de techniques opératoires, qui seront revues par la suite, mais permettent aux élèves de développer des procédures de calcul réfléchi.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit quatre nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les doubles des nombres cachés. Recommencer avec quatre nombres pairs, les élèves écrivent les moitiés.

Exercice dirigé

Faire lire silencieusement l'ensemble de l'exercice, puis faire analyser les similitudes et les différences entre les quatre questions.
Les similitudes : il s'agit de réaliser des patchworks géants, c'est-à-dire des rectangles composés de carrés.

Les questions portent sur la relation entre le nombre de carrés en longueur, le nombre de carrés en largeur, et le nombre total de carrés composant le patchwork.
Les différences portent sur ce que l'on cherche :
– dans les questions 1 et 2, on cherche le nombre total de carrés composant le patchwork ;
– dans les questions 3 et 4, on cherche le nombre de carrés dans la longueur.

Après un temps de travail individuel ou par deux, reprendre chaque question et procéder à une correction collective pour les questions 1 et 2 et à une mise en commun pour les questions 3 et 4.

■ Question 1

Problème de multiplication : recherche du nombre total de carrés.

Les élèves doivent effectuer le produit d'un nombre à trois chiffres par un nombre à deux chiffres qui est un multiple de 10.

■ Question 2

Problème du même type que celui posé dans la question précédente. Les élèves doivent effectuer le produit d'un nombre à trois chiffres par un nombre à deux chiffres. Pour effectuer le calcul, ils peuvent s'appuyer sur la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et utiliser le résultat trouvé à la question précédente :

$127 \times 36 = (127 \times 30) + (127 \times 6)$.

■ Question 3

Il s'agit de rechercher le nombre de carrés contenus dans la longueur connaissant les deux autres variables : le nombre total de carrés et le nombre de carrés contenus dans la largeur.

L'opération sous-jacente est une division que les élèves peuvent résoudre soit en cherchant à résoudre une multiplication à trou $20 \times ? = 2\,460$, soit en engageant l'algorithme de la division qui sera revu à partir de l'étape 15.

■ Question 4

C'est le même problème que celui posé dans la question précédente. Les nombres ont changé, ils ont été choisis pour que les élèves puissent trouver rapidement l'écriture en ligne correspondant à la division :

$2\,520 = 2\,500 + 20 = (25 \times 100) + 20$.

Conclure avec les élèves

La conclusion peut porter sur des propriétés de la multiplication :

$127 \times 3 = 381$; $127 \times 30 = 3\,810$

$127 \times 6 = 762$; $127 \times 36 = (127 \times 30) + (127 \times 6)$

L'équivalence entre multiplication à trou et division peut être rappelée :

Le terme manquant du produit $2\,460 = 20 \times ?$ est obtenu en divisant 2 460 par 20.

Exercices

Travail individuel ou (puis) à deux, correction individuelle adaptée aux erreurs éventuelles.

● Exercice 1

Rechercher combien de fois des nombres familiers (2 ; 20 ; 5) sont contenus dans un nombre pivot (1 000).

L'explication attendue est du type : 2 est contenu 500 fois dans 1 000 car $500 \times 2 = 1\,000$.

● Exercice 2

Les questions portent soit sur des recherches de produits : le prix des altimètres, des cordes ; soit sur des recherches de quotients : le prix d'un mousqueton, d'une torche électrique.

Pour calculer la quantité de sacs à dos, il faut d'abord chercher un résultat intermédiaire : leur prix total.

Réponses :

Désignation	Prix unitaire	Quantité	Prix total
Altimètres	138 €	7	**966** €
Mousquetons	**30** €	23	690 €
Cordes	83 €	12	**996** €
Sac à dos	45 €	**20**	**900** €
Torches	**13** €	20	260 €
Total			**3 812 €**

Multiplication : technique usuelle

MANUEL P.24-25

Objectifs

- Revoir la technique de la multiplication.
- Comprendre la signification des produits partiels.

Pourquoi cette étape ?

Il s'agit de revoir et de consolider la technique de la multiplication, en comprenant les propriétés utilisées. Pour cela, on s'appuie d'abord sur un procédé issu du **plan de découpage** qui rend visible la double distributivité puis sur la **multiplication posée où tous les calculs intermédiaires sont notés**. Pour passer à la **présentation usuelle**, il faut comprendre cette double distributivité et apprendre à ne plus écrire les calculs intermédiaires – les deux produits et leur somme – mais à les traiter mentalement, ce qui oblige à mémoriser les retenues.

Ces connaissances sont anciennes. Aussi, suivant sa classe, le professeur choisira de ne pas proposer ce travail, ou au contraire de le proposer à la classe entière, ou encore de le proposer pour certains de ses élèves dans le cadre des actions de soutien.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** EXERCICE DIRIGÉ ET EXERCICES 1 À 3 • **SÉANCE 2** EXERCICES 4 À 11

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit quatre nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les triples des nombres cachés. Recommencer avec quatre nombres multiples de 3, les élèves écrivent les tiers des nombres cachés.

Exercice dirigé

■ Question 1

Cette question permet aux élèves de mettre en œuvre leurs procédures personnelles de calcul.

Travail individuel.

Différer la correction après les questions 2 et 3.

■ Question 2

Faire lire silencieusement l'ensemble de cette question : le texte, le calcul de Qwang et la bulle d'Alice.

Après un temps de travail individuel, reprendre alors en collectif la procédure de calcul proposée.

La représentation sous forme d'un plan de découpage (qui, sous une forme plus élaborée s'appelle la méthode « per gelosia » ou à « la musulmane », cf. *EuroMaths CM1* p. 88) rend visible la double distributivité.

La question d'Alice aide à faire le lien avec la technique usuelle de la multiplication : ici, c'est la procédure proposée par Théo à la question 3.

■ Question 3

Il s'agit de confirmer les liens entre la procédure de Qwang, celle de Leïla et la technique usuelle de la multiplication (celle de Théo).

Faire lire et commenter la bulle du furet : les élèves doivent identifier que la technique usuelle de la multiplication est la méthode utilisée par Théo.

Après un temps de travail individuel, puis à deux, procéder à une correction collective. Identifier dans le calcul de Leïla les lignes qui correspondent respectivement à 7×483 et à 60×483.

À l'issue de ce travail, revenir à la question 1, demander aux élèves d'identifier la procédure qu'ils ont utilisée en fonction de celles présentées dans les questions 2 et 3, recenser les éventuelles autres procédures, corriger les erreurs.

Conclure avec les élèves

Faire lire et commenter le paragraphe « Multiplication de deux nombres entiers : technique » de l'Aide-mémoire, page 11.

Comme trace écrite, le professeur pourra reprendre un calcul de produit d'un nombre à trois chiffres par un nombre à deux chiffres avec la technique usuelle.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercice 1

Il vise à entraîner les élèves à utiliser un plan de découpage pour effectuer un produit. Ils peuvent l'utiliser aussi longtemps qu'ils en ont besoin. Cet exercice ne doit pas être déconnecté des techniques personnelles utilisées par les élèves qui pourraient y voir une nouvelle façon « obligée » de faire la multiplication.

Réponses : **a.** 2 247 ; **b.** 3 870 ; **c.** 1 314 ; **d.** 6 272 ; **e.** 10 676 ; **f.** 7 368 ; **g.** 43 248 ; **h.** 37 221.

- **Exercices 2 et 3**

Les élèves doivent repérer que les produits qu'ils ont effectués ou qui sont affichés peuvent être utilisés pour calculer les différents produits partiels dans la technique usuelle. Ce travail permet de revenir sur l'algorithme et la loi des zéros.

Ainsi dans l'exercice 2, à partir des produits partiels qu'ils ont effectués pour calculer 245 × 34, les élèves identifient 245 × 3 et 245 × 4. Ils ont ensuite à utiliser ces résultats et la « loi des zéros » pour calculer les produits demandés.

Dans l'exercice 3, pour 239 × 85, on connaît le produit 5 × 239 et 8 × 239 ; on a besoin de 80 × 239. Ce résultat nous est donné en utilisant la loi des zéros.

- **Exercice 4**

Il permet de revenir sur la mémorisation du répertoire multiplicatif et la technique de la multiplication.

$$\begin{array}{rcccc} & & 5 & 2 & 4 \\ \times & & & & \mathbf{8} \\ \hline & 4 & 1 & 9 & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{rccccc} & & & \mathbf{8} & 2 & 4 \\ \times & & & & 3 & \mathbf{7} \\ \hline & & 5 & 7 & 6 & 8 \\ & \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{7} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \hline & \mathbf{3} & \mathbf{0} & \mathbf{4} & \mathbf{8} & \mathbf{8} \end{array}$$

$$\begin{array}{rccccc} & & & 7 & \mathbf{9} & 6 \\ \times & & & & \mathbf{8} & 5 \\ \hline & & 3 & 9 & 8 & \mathbf{0} \\ & \mathbf{6} & \mathbf{3} & 6 & 8 & \mathbf{0} \\ \hline & 6 & 7 & 6 & 6 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{rccccc} & & & \mathbf{5} & \mathbf{7} & \mathbf{6} \\ \times & & & & 8 & 3 \\ \hline & & 1 & 7 & 2 & 8 \\ & \mathbf{4} & \mathbf{6} & \mathbf{0} & \mathbf{8} & 0 \\ \hline & 4 & 7 & 8 & 0 & 8 \end{array}$$

- **Exercices 5 et 6**

Ils visent à rendre opératoires les expressions « double », « moitié », « triple », « tiers », « quadruple », « quart » pour des nombres non familiers.

- **Exercice 7**

Il permet d'aborder la question du contrôle de la plausibilité d'un résultat en cherchant l'ordre de grandeur du produit.

Réponses

a. 505 × 52 c'est proche de 500 × 50, soit 25 000
505 × 52 = 26 260
b. 98 × 37 c'est proche de 100 × 40, soit 4 000
98 × 37 = 3 626
c. 984 × 38 c'est proche de 1 000 × 38 soit 38 000
984 × 38 = 37 392

- **Exercices 8, 9 et 10**

Ces problèmes relèvent de l'exploitation des données numériques dans le champ de la multiplication et de la division.

Exercice 8 : c'est un problème de multiplication.

Exercice 9 : c'est un problème qui nécessite la mise en œuvre d'une multiplication puis d'une addition.

Exercice 10 : c'est un problème de recherche de nombre de parts. Dans ce contexte, la solution est le quotient par excès. Les nombres choisis permettent un traitement par calcul réfléchi : 260, c'est 250 + 10, or 250 = 25 × 10, il faut donc 11 cageots.

- **Exercice 11**

Le professeur observera les représentations des élèves sur un problème nécessitant un produit.

Un travail individuel est nécessaire. Ensuite, les élèves peuvent comparer deux à deux les énoncés qu'ils ont produits, les corriger, les améliorer sur le plan de la langue.

Un recensement de toutes les propositions peut s'avérer fastidieux en une seule fois, une vérification individuelle s'impose donc.

ÉTAPE 5

Distance de deux points : cercle

MANUEL P. 27

Objectifs

Revoir le cercle comme ensemble de points situés à une distance fixée d'un point donné et revoir le vocabulaire sur le cercle.

Pourquoi cette étape ?

• En CM1, les élèves ont appris à **concevoir le cercle comme un ensemble de points** qui ont une propriété commune : être à la même distance d'un seul point qui est le centre du cercle. Il s'agit ici de réactiver cette connaissance afin, notamment, que l'ensemble des élèves puisse trouver, à l'étape 6, comment construire un triangle en connaissant les longueurs de ses trois côtés.

• Avec un nouvel enjeu – la rapidité en même temps que la précision dans le positionnement de nombreux points à une distance fixée d'un point donné –, les élèves mobilisent leur connaissance du cercle et font évoluer leurs procédures : de l'utilisation fréquente du double décimètre ou d'une bande de papier à l'utilisation du compas.

• Avec les exercices, les élèves peuvent :
– acquérir une certaine dextérité dans le maniement du compas ;
– se familiariser avec le vocabulaire associé au cercle et l'utiliser correctement ;
– retenir que, pour pouvoir dessiner un cercle, il faut connaître soit le centre et la valeur du rayon, soit un diamètre, soit le centre et un point.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Les figures des questions 2 et 4 de la découverte et des exercices, sur un calque ou un transparent pour la validation des constructions des élèves.

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 9 en 9 en avançant à partir de 0, en reculant à partir d'un multiple de 9. Demander de temps en temps de quel multiple de 9 il s'agit (ex. : 72, c'est 9 fois 8).

Questionner les élèves pour des résultats de la table de 9, puis pour des multiples de 9 faciles à repérer comme 90, 99, 180, ce qui permettra progressivement de mettre en place des procédures de calcul réfléchi pour trouver la décomposition de multiples moins évidents (ex. : 135, c'est 9 fois 15 car 90, c'est 9 fois 10 et 45, c'est 9 fois 5).

Découverte

Question 1

Les élèves travaillent sur papier uni, ils utilisent le double décimètre.

Question 2

Le grand nombre de points à placer et la rapidité souhaitée constituent un défi et justifient le tracé du cercle et l'utilisation du compas.

Question 3

Elle a pour but de mettre en place de manière explicite le vocabulaire : centre et rayon (le rayon est à la fois le nombre qui mesure l'écartement du compas et le nom donné à tout segment dont une extrémité est le centre du cercle et l'autre un point du cercle).

Question 4

Elle permet de rencontrer, sous forme de problème de distance, la construction d'un triangle dont on connaît les longueurs des côtés et de donner du sens à cette construction. Les élèves doivent réinvestir ce qu'ils viennent d'apprendre.

Travail individuel avec discussion par deux.

> Procédures observées
> Certains élèves cherchent le point en faisant des essais à l'aide de la règle graduée, d'autres tracent seulement le premier cercle et cherchent à la règle graduée des points de ce cercle distants de 4 cm de J. D'autres tracent le cercle de centre I et de rayon 3 cm, et le cercle de centre J et de rayon 4 cm.

Mise en commun des procédures.

Conclure avec les élèves

• Tous les points qui sont à la même distance (par exemple 6 cm) du point A sont sur le cercle de centre A et de rayon 6 cm. Ce cercle est l'ensemble des points qui sont à la même distance du centre.

• Pour trouver les points qui sont à la fois à 3 cm de I et à 4 cm de J, on trace le cercle de centre I et de rayon 3 cm et le cercle de centre J et de rayon 4 cm. Les points d'intersection de ces cercles sont les points cherchés.

Les élèves peuvent accompagner cette conclusion du dessin du cercle et du vocabulaire *centre*, *rayon*, *diamètre*. Ils peuvent également se reporter au paragraphe sur le cercle à la page 24 de l'Aide-mémoire.

Exercices

• Exercices 1 et 2

Ils permettent d'affiner la technique d'utilisation du compas et de mémoriser le vocabulaire relatif au cercle.

• Exercice 3

Revoir la construction de la rosace à 6 branches.

• Exercices 4 et 5

Reprise de la question 4 de la découverte.

Dans l'**exercice 4**, la construction est possible : on trouve deux points qui sont les intersections des deux cercles.

Dans l'**exercice 5**, les deux cercles ne se coupent pas, on ne peut donc pas trouver le point cherché.

ÉTAPE 6

Triangles

MANUEL P. 28-29

Objectifs

- Comprendre qu'un triangle est entièrement déterminé par la longueur de ses trois côtés.
- Se familiariser avec les triangles particuliers.
- Rencontrer la condition sur 3 nombres pour qu'ils puissent être les longueurs des côtés d'un triangle.

Pourquoi cette étape ?

• Elle permet aux élèves de prendre conscience qu'**un triangle est entièrement déterminé lorsque l'on connaît la longueur de ses trois côtés**. À l'étape 9, les élèves verront qu'il n'en est pas de même pour les quadrilatères, seul le triangle a cette propriété (ce qui fait de lui un polygone « indéformable »). Cette propriété fondamentale aboutit à la mise au point de la construction classique d'un triangle avec le compas. Elle permet de reproduire un angle sans avoir recours à un gabarit ou à sa mesure (exercice 8).

• À l'étape précédente (découverte, question 4), les élèves ont cherché à placer des points à des distances fixes de deux points donnés. Dans cette étape, la même construction est en jeu mais le point de vue est différent : le problème posé est la reproduction d'un triangle, il s'agit pour les élèves de le transformer en un problème de distance.

• Dans la découverte, les élèves rencontrent également une première fois la **condition sur 3 nombres pour qu'ils puissent être les longueurs des côtés d'un triangle** (inégalité triangulaire). C'est au collège que la recherche de la condition générale sur l'inégalité triangulaire sera menée.

• Enfin, cette étape permet aux élèves de réactiver leurs connaissances sur les **triangles dits particuliers** et sur la manière de les construire.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Pour la classe : deux triangles en papier légèrement cartonné, reproduits chacun en plusieurs exemplaires, assez grands pour que l'usage des instruments soit facilité. On peut choisir des triangles quelconques ou particuliers (voir fiche photocopiable, p. 287)

• Par groupe de deux élèves : du papier uni pour les constructions et une demi-feuille pour les messages ; le matériel personnel de géométrie.

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 7 en 7 en avançant à partir de 0, en reculant à partir d'un multiple de 7. Demander de temps en temps de quel multiple de 7 il s'agit (ex. : 63, c'est 7 fois 9).

Questionner les élèves pour des résultats de la table de 7, puis pour des multiples de 7 faciles à repérer comme 70, 77, ce qui permettra progressivement de mettre en place des procédures de calcul réfléchi pour trouver la décomposition de multiples moins évidents (ex. : 91, c'est 7 fois 13 car 70, c'est 7 fois 10 et 21, c'est 7 fois 3).

Activité préparatoire

L'activité proposée conduit les élèves à se poser de manière fonctionnelle la question de la construction d'un triangle. La prise de conscience de la nécessité de donner des informations sur la longueur des trois côtés est assez rapide. Il reste donc à régler la question de la construction du triangle à partir de la donnée des longueurs de ses côtés (voir partie 1, p. 7).

Répartir les élèves de la classe en un nombre pair de groupes de 2 (éventuellement 3). Les groupes seront associés deux à deux, non voisins.

Distribuer à chaque groupe une feuille blanche unie et une demi-feuille ainsi qu'un triangle en carton.

Le fait de donner aux élèves « écrivains » un triangle découpé et non dessiné sur une feuille permet de s'affranchir des questions de position du triangle sur la feuille de papier et du triangle qui aurait les mêmes mesures de côtés sans être directement superposable (comme pour une paire de gants), ce qui, en langage expert, s'appelle une isométrie négative.

■ Consigne 1

« Vous allez écrire un message sur la demi-feuille pour que vos correspondants construisent un triangle identique au triangle que vous avez reçu. Pour cela vous allez leur envoyer des informations. Vous pouvez utiliser les instruments que vous souhaitez, mais vous ne devez en aucun cas faire un dessin. Pour vérifier si le triangle qu'ils auront construit est identique au vôtre, vous utiliserez votre triangle comme gabarit en le superposant au leur. »

Le professeur peut joindre le geste à la parole en montrant un triangle et le triangle reproduit et en montrant la superposition.

■ Consigne 2

« Échangez vos messages et, sur la feuille blanche, construisez le triangle qui correspond au message que vous avez reçu. »

C'est ici qu'il est nécessaire de donner un temps de recherche suffisamment long sans suggérer de solutions.

Lorsque chaque groupe a construit son triangle, les groupes se réunissent par paires afin de comparer le triangle construit à l'aide du message et le triangle modèle cartonné.

On peut observer dans les classes plusieurs procédures empiriques.

> <u>Procédures observées</u>
> – Certains élèves tracent un premier segment puis un second et sont alors amenés à contester la mesure effective du troisième segment. C'est la confrontation avec le modèle qui leur permet de remettre en cause la valeur de l'angle qu'ils avaient fixée intuitivement. Un deuxième essai permettra à ces élèves de progresser.
> – Certains élèves tracent un segment, puis avec deux règles, trouvent le troisième sommet par tâtonnements en les faisant pivoter.
> – D'autres découpent trois fines bandelettes dont les longueurs sont celles des côtés et les assemblent.
> – D'autres utilisent le compas
> – Etc.

Les nombreux essais conduisent progressivement à l'utilisation du compas pour reporter les longueurs et pour aboutir à la construction classique (que certains d'entre eux réinvestissent à partir du travail de l'étape précédente ou connaissent dans le cas particulier du triangle équilatéral) et que le professeur ou un élève présentera au tableau en la justifiant.

■ Mise en commun des résultats et des messages

Les triangles construits sont-ils superposables aux triangles cartonnés ? Sinon, pourquoi ?

– Parce qu'il manque des données (une, deux longueurs au lieu de trois).

– Parce que des mesures sont erronées.

– Parce que les récepteurs ne savent pas construire un triangle dont les dimensions sont données.

■ Conclusion provisoire

Pour décrire un triangle, on peut donner la longueur de ses trois côtés. C'est avec la règle graduée et le compas qu'on peut le construire.

Remarque

Dans la construction au compas, les deux cercles se coupent en deux points qui conviennent tous les deux, les deux triangles obtenus sont superposables après retournement de l'un d'eux (on retrouve là l'isométrie négative). C'est la raison pour laquelle nous donnons aux élèves un triangle découpé.

Découverte

Remarque

La découverte reprend l'activité préparatoire et permet, en outre, de confronter les élèves au fait que la donnée de trois nombres ne permet pas toujours de construire un triangle ayant ces nombres pour longueur des côtés (propriété évoquée à l'exercice 5 de l'étape 5). Pour que le triangle existe, il faut que les deux cercles se coupent. Le nombre le plus grand doit être inférieur à la somme des deux autres. La situation proposée ne met pas en évidence qu'il faut aussi que ce nombre soit supérieur à la différence des deux autres. Il s'agit d'une première approche de la condition d'existence du triangle, elle reste contextualisée à trois nombres particuliers. Nous ne généralisons pas cette condition qui sera étudiée au collège.

Laisser les enfants découvrir collectivement la situation, faire l'analogie avec l'activité préparatoire.

Lecture et reformulation de la consigne. Travail individuel.

Mise en commun des procédures utilisées et des associations proposées.

Conclure avec les élèves

Pour construire un triangle quand on connaît les longueurs des côtés, on utilise la règle graduée et le compas.

On trace un segment qui a pour longueur un des trois nombres, puis deux cercles centrés aux extrémités du segment et qui ont repectivement pour rayon les deux autres nombres.

Si les deux cercles se coupent, on obtient deux triangles superposables dont les côtés ont les longueurs voulues. Sinon le triangle n'existe pas.

Pour illustrer cette conclusion les élèves peuvent réaliser sur leur cahier la construction au compas du triangle d'Alice.

Lecture du paragraphe de l'Aide-mémoire sur les triangles, page 21.

Exercices

Pour le déroulement, voir p. 64.

● **Exercices 1 et 3, 5 et 6**

Ils permettent de revoir les cas particuliers de construction du triangle équilatéral et du triangle rectangle.

● **Exercice 2**

Mise en évidence de la nécessité d'être très précis lorsque l'on décrit un triangle. En effet, on peut obtenir deux triangles différents si l'on sait seulement que le triangle est isocèle et que l'on ne connaît que deux longueurs (triangle 6 cm, 6 cm, 4 cm et triangle 6 cm, 4 cm, 4 cm).

● **Exercice 4**

Il entraîne les élèves à percevoir globalement les propriétés spécifiques de certains triangles quelle que soit leur position, et à vérifier les prévisions avec les instruments.

● **Exercice 7**

Les élèves s'interrogent sur la conjonction de plusieurs conditions et prennent conscience que les conditions sur les longueurs des côtés induisent la forme du triangle et donc la valeur des angles.

● **Exercice 8 (accompagné par l'enseignant)**

Cet exercice, très important, permet de comprendre le lien entre mesure de longueurs et mesure des angles : on peut reproduire un angle sans utiliser de gabarit, il suffit de le considérer comme angle d'un triangle dont on va choisir la forme (triangle rectangle ou triangle isocèle ou triangle quelconque) et la longueur de deux ou trois côtés.

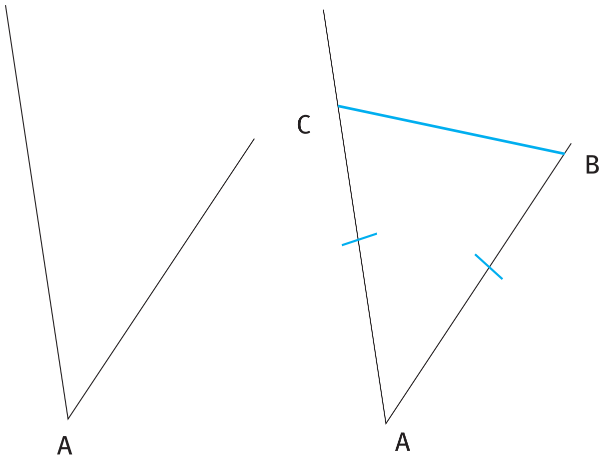
On peut mettre en scène la situation en disant aux élèves qu'Alice envoie un message pour que Leïla reproduise l'angle sans le voir et sans gabarit.

Les élèves ne pouvant pas écrire sur le livre, ils doivent d'abord décalquer l'angle et écrire sur le calque.

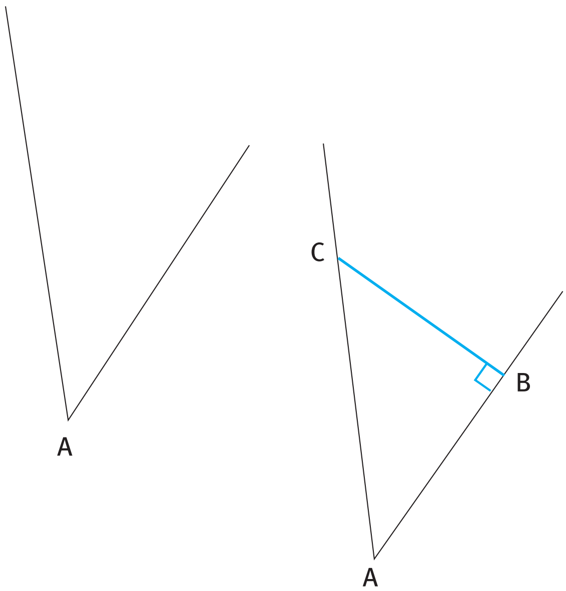
Après un temps de travail individuel, les élèves vérifient à deux leurs propositions et se mettent d'accord sur une proposition commune.

La mise en commun explicitera les méthodes proposées. Le professeur pourra mettre en valeur deux procédés :

1. Appeler A le sommet de l'angle à reproduire. Placer deux points B et C à même distance de A sur les côtés de l'angle. Le triangle ABC est isocèle de sommet A. Il suffit alors de mesurer les longueurs des segments [AB] et [BC] et de se rappeler la construction d'un triangle isocèle (voir exercice 2).



2. Appeler A le sommet de l'angle à reproduire. Placer un point B sur un côté de l'angle, tracer la perpendiculaire en B à ce côté, elle coupe l'autre côté en un point C, le triangle ABC est rectangle en B, il suffit alors de mesurer [AB] et [BC] et de se rappeler la construction d'un triangle rectangle (voir exercice 3).



ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Fractions au quotidien

MANUEL P.30

Objectif

- Se rappeler des situations quotidiennes dans lesquelles on utilise les fractions.
- Se remémorer le vocabulaire spécifique.

Pourquoi cette étape ?

Les élèves ont déjà travaillé sur les fractions en CM1. Ceux pour lesquels c'est nécessaire reverront dans cette étape les équivalences d'écritures et la lecture des fractions.

Les fractions sont utilisées dans des activités de la vie de tous les jours. Elles fonctionnent comme des indicateurs de partage équitable.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit cinq nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent le plus grand (le plus petit). Recommencer quatre ou cinq fois.

Exercice dirigé

Lecture silencieuse de l'ensemble de l'exercice.

■ Question 1

Les deux questions **a** et **b** ont pour but de retrouver, dans un contexte de partage d'aires évoquées par les surfaces de tartes, d'une part la notion de partage équitable et d'autre part l'équivalence entre les fractions $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{6}$.

La question **b** conduit les élèves à la découverte des deux solutions (partages A et C) au cas où ils ne les auraient pas vues en **a**. Elle permet aussi de rappeler comment on note une fraction par écrit.

Le furet rappelle une définition des fractions déjà vue en CM1.

■ Question 2

Les élèves revoient, dans une situation quotidienne, la décomposition d'une fraction comme somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.

Cette situation, déjà étudiée en CM1 (étape 62), consiste à partager équitablement quatre « grillés » identiques en trois et cela de deux façons différentes. Soit chaque enfant prend un grillé et $\frac{1}{3}$ du grillé restant, ce qui permet une écriture $1 + \frac{1}{3}$, soit (en faisant beaucoup plus de miettes !) chaque grillé est partagé en trois, ce qui permet une écriture $4 \times \frac{1}{3}$ c'est-à-dire $\frac{4}{3}$.

Les deux écritures mathématiques conduisent à l'égalité $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$.

Certains élèves peuvent également proposer :

$1 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$.

C'est l'occasion de rappeler que : $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$.

Conclure avec les élèves

On pourra faire écrire un exemple de deux fractions égales ($\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$) en référence à la question 1 ainsi qu'une décomposition du type $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$ en référence à la question 2.

Le texte du furet peut aussi être utilisé pour une trace écrite.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercice 1

Il vise à réactiver les connaissances des élèves relatives à la mesure de durées.

Procédures envisageables

– Procédure numérique : $\frac{1}{2}$ h c'est la moitié d'une heure, une heure c'est 60 min, une demi-heure c'est donc 30 min, etc.

– Procédure s'appuyant sur des connaissances des élèves : $\frac{1}{2}$ h c'est 30 min ; $\frac{1}{4}$ h c'est 15 min ; donc $\frac{3}{4}$ h c'est 45 min ($15 \times 3 = 45$).

– Procédure plutôt de nature spatiale : des élèves pourront s'appuyer sur une représentation par découpage fractionnaire du cercle, en référence aux cadrans des montres à aiguilles.

Réponse **b** : $\frac{1}{3}$

• Exercice 2

a. Dans le même contexte de travail sur les durées, il s'agit de faire le lien entre une « mi-temps », la moitié de la durée du match et 45 minutes.

b. L'exemple choisi permet de ne pas se cantonner aux fractions plus petites que 1.

Procédures envisageables

– Procédure de partage fractionnaire ou connaissance implicite :

$\frac{1}{3}$ h correspond à 20 min donc $\frac{4}{3}$ h c'est 4 fois 20 min.

– Procédure de partage d'entiers :

60 divisé par 3 c'est 20 ; 20 × 4 = 80.

– Procédure spatiale : comme dans l'exercice 1, des élèves envisagent les 20 minutes puis effectuent une simulation du temps qui passe, ce qui conduit à 20 + 20 + 20 + 20, soit 80 minutes.

ÉTAPE 7

Fractions : partages de longueurs

MANUEL P. 31

Objectif

Se réapproprier le codage fractionnaire dans des situations de partages de longueurs.

Pourquoi cette étape ?

Dans cette étape, qui est une reprise du CM1 (étape 54), il s'agit de revoir que **les fractions sont utiles pour exprimer certaines mesures de longueur** lorsqu'une unité a été choisie.

Ici, c'est par « pliage » de la bande unité que sont redéfinies certaines fractions telles que $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$. Puis les élèves ont à se réapproprier la **signification d'expressions complexes** (comme somme d'entiers et de fractions) pour décrire la longueur de divers segments ou pour construire des segments de longueur donnée.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 8 en 8 en avançant à partir de 0, en reculant à partir d'un multiple de 8. Demander de temps en temps de quel multiple de 8 il s'agit (ex. : 72, c'est 8 fois 9).

Questionner les élèves pour des résultats de la table de 8, puis pour des multiples de 8 faciles à repérer comme 80, 88, 160, ce qui permettra progressivement de mettre en place des procédures de calcul réfléchi pour trouver la décomposition de multiples moins évidents (ex. : 120, c'est 8 fois 15 car 80, c'est 8 fois 10 et 40, c'est 8 fois 5).

Découverte

Nous ne jugeons pas utile une activité préparatoire de découverte. Toutefois, selon sa classe, le professeur pourra reprendre une situation analogue en se reportant à l'étape 54 du CM1.

■ Lecture du travail de Leïla

Lecture silencieuse des premières lignes et de la bulle du furet. S'assurer que tous les enfants ont bien repéré où se trouve le segment choisi pour unité. (Le trait rouge est là pour faciliter le travail de mesurage et matérialiser le segment.)

Faire commenter et simuler la proposition du furet.

■ Question 1

Expliquer au préalable ce que signifie « reproduire la bande unité » (par superposition). Insister sur la contrainte consistant à ne pas utiliser la règle graduée pour trouver le segment mesuré par Leïla.

Travail individuel, puis mise en commun des procédures utilisées et des associations proposées.

Procédures envisageables

Pliage de la bande unité, utilisation de papier calque, utilisation du compas pour effectuer des reports, estimation à l'œil, etc.

Réponse : le segment [EF].

■ Question 2

Travail individuel dans la continuité de ce qui précède.

Réponses

[AB] mesure 1 u + $\frac{1}{2}$ u. [CD] mesure 2 u.

[GH] mesure 1 u + $\frac{3}{4}$ u. [IJ] mesure 1 u + $\frac{2}{3}$ u.

Le professeur peut mener une première mise en commun sur les manières de procéder et sur les longueurs trouvées. Dès cette question, différentes écritures peuvent être proposées pour une même longueur, par exemple : 1 + $\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$ pour la longueur du segment [AB]. De telles écritures seront considérées comme équivalentes.

■ Question 3

Il s'agit de revenir – on l'aura éventuellement revu lors de la précédente étape de consolidation – sur le sens des fractions plus grandes que 1, dans un contexte de

mesurage de longueur. Si cela n'a pas eu lieu lors de la mise en commun précédente, les élèves vont se poser la question du sens de la fraction $\frac{7}{4}$.
Cette question mérite une mise au point collective aboutissant à l'égalité $\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$. Elle sera reprise dans l'exercice.

Conclure avec les élèves

Si on partage le segment choisi pour unité u en 3 parties exactement superposables, en pliant la bande unité, chaque partie a pour longueur un tiers de u que l'on note à l'aide de la fraction $\frac{1}{3}$.
De même pour $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$.
On peut aussi mesurer ou construire précisément des segments plus grands que le segment unité, par exemple le segment de longueur : $1\ \text{u} + \frac{1}{2}\ \text{u} + \frac{1}{3}\ \text{u}$.

Exercice

Déroulement habituel (voir p. 56).
Cet exercice entraîne les élèves à passer de l'écriture constituée d'un entier et du « rompu », à l'écriture canonique de la fraction. Il est important qu'ils aient cette représentation afin qu'ils lient les fractions aux nombres entiers.
La mesure du segment [QR] pose un problème nouveau (il ne s'agit plus d'une mise bout à bout, mais d'un retrait) qui peut être résolu en se référant à la droite numérique.
Réponses :

Segment	Longueur en unité u	Écriture fractionnaire
[KL]	$1 + \frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}$
[MN]	$2 + \frac{1}{3}$	$\frac{7}{3}$
[OP]	$1 + \frac{3}{4}$	$\frac{7}{4}$
[QR]	$2 - \frac{1}{4}$	$\frac{7}{4}$
[ST]	$1 + \frac{2}{3}$	$\frac{5}{3}$

ÉTAPE 8

Fractions : partages et graduations

MANUEL P. 32-33

Objectifs

- Redécouvrir et utiliser un dispositif simple permettant le partage équitable d'un segment.
- Redécouvrir la droite graduée.
- Utiliser les fractions pour coder une longueur ou une position.

Pourquoi cette étape ?

Le dispositif dit « **machine à partager** » (réseau de droites parallèles équidistantes), déjà introduit en CM1, permet de partager un segment en plusieurs parties de même longueur sans avoir besoin de mesurer et d'effectuer une division. Il permet donc de rencontrer des fractions variées de l'unité, de les utiliser pour exprimer la longueur de segments ou pour construire des segments de longueurs données. La machine à partager permettra également de graduer la droite numérique, notamment en dixièmes. Rappelons que les fractions permettent de coder la position de différents points de la droite. Cette position correspond à la distance du point considéré au point choisi comme origine de la droite.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE, DÉCOUVERTE ET EXERCICE 1 • **SÉANCE 2** EXERCICES 2 À 5

MATÉRIEL
- Pour le calcul mental : un jeu de cartes de recto verso multiplicatif (matériel photocopiable p. 303 à 306).
- Par élève ou pour deux élèves : une machine à partager avec espacement de 5 mm (matériel photocopiable p. 288).
- Par élève : papier, ciseaux, compas.
- Pour la classe, à afficher au tableau : un agrandissement de la machine à partager du manuel et une bande unité agrandie dans le même rapport.

Calcul mental

Jeu du recto verso multiplicatif. Avec des cartes portant au recto une écriture multiplicative (par exemple 7×8) et le nombre correspondant (ici 56) au verso.
Les élèves jouent à deux avec un jeu de cartes composé de 16 cartes au moins. Ils posent le paquet de cartes entre eux, la face visible porte un produit à effectuer (ex. : 6×7), l'autre face porte le résultat.

À tour de rôle, chaque élève observe la carte sur le paquet et donne le résultat. Il retourne alors la carte pour vérifier. Si sa réponse est correcte, il garde la carte pour lui, sinon, il la replace sous le tas de cartes. Le jeu s'arrête après un temps imparti par le professeur, le gagnant est celui qui a conservé le plus de cartes.

Les jeux de recto verso sont particulièrement intéressants pour plusieurs raisons :

– la validation est assurée immédiatement et sans intervention de l'enseignant ;

– lorsqu'une réponse est erronée, la carte portant la question sera à nouveau posée puisqu'elle est remise en jeu ;

– la préparation matérielle est simple puisque les cartes des différents jeux peuvent être mélangées ;

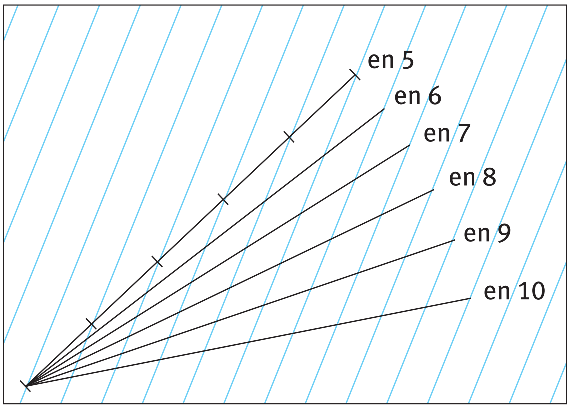
– enfin, le temps de jeu est le même pour tous.

Il peut être intéressant de faire élaborer les items intervenant sur ces cartes par les élèves au cours d'activités antérieures.

Activité préparatoire

L'activité préparatoire est l'occasion de se rappeler comment fonctionne la « machine à partager ».

Il s'agit de présenter ce dispositif comme un outil qui permettra de partager les segments sans faire de pliages, en particulier lorsque l'on veut partager en 5 ou en 10. Le professeur montrera, en utilisant l'affiche de la machine à partager agrandie et la bande unité agrandie dans le même rapport, comment la faire fonctionner : en faisant pivoter le segment autour d'une de ses extrémités fixée sur une ligne de la machine à partager, il est aisé de voir le segment successivement partagé en deux, trois, quatre cinq, six, etc. parts égales.



Découverte

Lecture individuelle de la question 1 et de la bulle de Leïla.

■ Question 1

a. Activité individuelle s'appuyant sur le dessin du manuel. Correction collective.

b. Dans ce cas, le segment [EF] est à construire au-delà du support du segment unité.

<u>Procédures possibles</u>

– L'élève place le segment unité comme sur le dessin du manuel, en prenant soin de faire en sorte qu'il soit partagé en 5, puis il prolonge ce segment pour obtenir 4 parties de longueur $\frac{1}{5}$. Il reproduit ce segment soit en reportant la longueur à l'aide d'une bande de papier soit à l'aide du compas.

– Certains élèves peuvent proposer d'enlever $\frac{1}{5}$ à un segment de longueur 2 unités.

■ Question 2

Le travail peut être individuel ou par deux. Il s'agit de revoir le fait que des fractions permettent de placer des points sur la droite numérique.

a. Travail préparatoire qui permet de préciser l'unité de longueur, le rôle des points Z (origine) correspondant à la graduation 0 et V correspondant à la graduation 1, le segment [ZV] correspondant au segment unité.

b. Il n'y a pas de graduations en cinquièmes : c'est à l'élève de la construire pour placer les points G, H et J.

c. C'est l'occasion pour les élèves de redécouvrir la graduation en dixièmes, de faire un lien avec la graduation en cinquièmes et de travailler sur les écritures.

Pour obtenir une graduation en dixièmes, les élèves peuvent reporter le segment u sur une bande de papier et utiliser la machine à partager.

Ils peuvent aussi considérer que $\frac{1}{10}$ c'est la moitié de $\frac{1}{5}$ et donc partager $\frac{1}{5}$ en deux par report sur une bande de papier de la longueur $\frac{1}{5}$ de u et pliage en 2.

Les points K, L, et M peuvent être placés soit en graduant a priori en dix, soit en procédant comme suit :

$\frac{6}{10}$, c'est $\frac{3}{5}$; $\frac{18}{10}$, c'est $\frac{9}{5}$;

$\frac{21}{10}$, c'est entre $\frac{20}{10}$ et $\frac{22}{10}$ et « au milieu »

ou bien $\frac{21}{10}$, c'est $\frac{20}{10} + \frac{1}{10}$, donc $2 + \frac{1}{10}$.

Des points étaient déjà placés : G et K sont confondus ; H et L aussi. Le professeur attirera l'attention sur la possibilité d'avoir des écritures différentes qui désignent la même position d'un point.

d. On a placé des points connaissant la longueur du segment allant de l'origine à ce point, il s'agit maintenant d'aborder cette question d'un autre point de vue : quelle est la longueur d'un segment quand on connaît la position de ses extrémités sur la droite numérique, l'une étant le point origine ? Cette question peut paraître évidente pour certains élèves mais il nous semble nécessaire de la clarifier.

e. Cette question commence par une explication dont on fait l'hypothèse qu'elle engagera les élèves dans une recherche fructueuse pour ce qui concerne la longueur de [ZJ].

Remarque : bien faire le lien entre ces résultats numériques et la position sur la droite : le fait de trouver $2 + \frac{2}{5}$ permet d'affirmer que le point J est situé entre 2 et 3.

Conclure avec les élèves

Laisser une trace d'un travail effectué avec la machine à partager.

- La machine à partager permet d'effectuer facilement des partages équitables d'un segment.
- Lorsque l'on gradue la droite numérique, les nombres entiers et les fractions désignent à la fois des points de la demi-droite et la longueur des segments ayant ces points et l'origine pour extrémités.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

Les exercices 1, 3 et 5 mettent l'accent sur les fractions de dénominateur 10, ceci afin de préparer le travail spécifique à venir sur les fractions décimales.

● **Exercice 1**

La construction de la bande unité graduée en dix constitue un moment important. À l'aide de cet outil, les élèves reprennent une activité analogue à celle des questions **1a** et **1b** de la découverte, en travaillant cette fois sur des fractions décimales.

Certains peuvent avoir déjà pensé à se fabriquer cet outil pour résoudre la question **2c** de la découverte.

● **Exercice 2**

Dans cet exercice, le recours au traçage effectif n'est pas demandé. Il s'agit de voir si les élèves sont capables de tenir un discours sur les écritures $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{6}$ sans effectuer le traçage. La question **2c** de la découverte les a déjà confrontés à des écritures différentes du même nombre fractionnaire.

Le moyen pour justifier la réponse est, par exemple : « Quand on prend 1 pour 3 c'est comme lorsque l'on prend 2 pour 6 » c'est-à-dire avoir une représentation mentale de ce qui est codé sur la droite. Une autre possibilité est de faire référence à la droite graduée : « Si on partage l'unité en 3 parties et qu'on en prend 1 partie, on obtient la même longueur de segment que si on partage l'unité en 6 et qu'on en prend 2 parties. »

● **Exercice 3**

Sous une présentation différente, il rejoint l'exercice 2 mais, cette fois, en permettant le lien entre les fractions à dénominateur 5 et les fractions décimales.

Réponse : oui, $\frac{8}{10}$ c'est aussi $\frac{4}{5}$.

● **Exercice 4**

Il vise à faire le lien entre savoir « lire » et savoir « dire » une fraction.

● **Exercice 5** **(accompagné par l'enseignant)**

C'est un exercice de synthèse qui fait travailler sur plusieurs graduations simultanément. De ce fait, il pourra être accompagné par le professeur si celui-ci le juge utile.

Il est important d'insister sur le fait que les trois segments partagés respectivement en 5, en 6 et en 10 sont des segments unités. Suivant les points à placer, l'un ou l'autre partage est plus adapté. Pour reporter les longueurs, les élèves peuvent utiliser une bande de papier ou le compas.

ÉTAPE 9

Quadrilatères

MANUEL P. 34-35

Objectif

Comprendre que la donnée de la longueur des côtés d'un quadrilatère ne suffit pas pour l'identifier ou le construire et qu'il faut une information supplémentaire, par exemple la longueur d'une diagonale.

Pourquoi cette étape ?

• À l'étape 6, les élèves ont appris que si on connaît la longueur des trois côtés d'un triangle, il est possible de l'identifier parmi d'autres ou de le construire. Cette propriété est-elle vraie pour des quadrilatères ? C'est l'objet de cette étape de comprendre que non.

Lorsque l'on connaît les longueurs des 4 côtés d'un quadrilatère, il existe en effet une infinité d'autres quadrilatères ayant ces mêmes longueurs pour les côtés. Il faut donc une information supplémentaire pour déterminer complètement un quadrilatère qui peut être soit la mesure d'une autre longueur, par exemple celle d'une diagonale, soit celle d'un angle.

• Dans cette étape, nous envisageons le premier cas. Cette méthode consistant à utiliser la longueur d'une diagonale (les deux ne sont pas nécessaires) pour pouvoir déterminer un quadrilatère dont on connaît les longueurs des côtés s'étend à n'importe quel polygone. Les élèves découvrent donc que **dès que l'on sait construire un triangle à partir de la longueur des côtés, on peut reproduire n'importe quel polygone en le « triangulant »**.

• Par ailleurs, dans cette étape, c'est la première fois en CM2 que les élèves vont rencontrer la présentation d'une figure à reproduire sous la forme d'un **schéma avec la donnée des mesures** de segments : ce n'est plus ce que l'on voit qui est à reproduire mais ce qui est dit sur la figure.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Par groupe de deux élèves : des feuilles blanches pour les constructions et une demi-feuille pour les messages, des feuilles de papier calque pour la vérification.
• Par élève : le matériel personnel de géométrie.
• Pour la classe : un « quadrilatère déformable » avec quatre fines bandes de papier cartonné de longueurs différentes liées par des attaches parisiennes ou quatre tiges de mécano. Des transparents pour la vérification (fiche p. 316).

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur énonce quatre fractions simples. Après une dizaine de secondes, les élèves les écrivent en chiffres. Recommencer quatre ou cinq fois.

Les élèves doivent non seulement mémoriser la fraction mais transcrire en chiffres les mots entendus.

Activité préparatoire

Nous suggérons une organisation proche de celle de l'étape 6, mais nous laissons aux groupes le soin de construire chacun un quadrilatère.

Répartir les élèves de la classe en un nombre pair de groupes de 2 (éventuellement 3). Les groupes seront associés deux à deux, non voisins.

Distribuer à chaque groupe une feuille de papier calque et des feuilles blanches unies.

■ Consigne 1

« Construisez un quadrilatère de votre choix sur la feuille de papier calque ».

Rappeler, si nécessaire, qu'un quadrilatère est un polygone qui a 4 côtés et qui peut avoir n'importe quelle forme. Si les élèves commencent à dessiner des rectangles ou des carrés, insister pour qu'ils construisent des quadrilatères quelconques.

■ Consigne 2

« Vous allez devoir écrire un message sur la demi-feuille pour que vos correspondants construisent un quadrilatère identique au vôtre. Vous pouvez utiliser les instruments que vous souhaitez pour trouver les informations à envoyer mais vous ne devez en aucun cas faire un dessin. Pour vérifier si le quadrilatère qu'ils auront construit est identique au vôtre, vous les superposerez. »

Le professeur peut joindre le geste à la parole en montrant un quadrilatère et le quadrilatère reproduit sur un papier calque et en montrant la superposition.

L'activité proposée conduit les élèves à se poser de manière fonctionnelle la question des données nécessaires pour faire construire un quadrilatère. La contrainte de ne pas pouvoir dessiner les oblige à utiliser les mesures des longueurs de ses côtés. La nécessité de tracer une diagonale et de la mesurer pour obtenir un message qui permet de construire un quadrilatère superposable au modèle ne viendra qu'après un ou plusieurs échecs. Les élèves prendront conscience alors que la donnée des longueurs des 4 côtés ne suffit pas.

■ Consigne 3

« Échangez vos messages et, sur la feuille blanche, construisez le quadrilatère qui correspond au message que vous avez reçu. »

Donner un temps de recherche suffisamment long sans suggérer de solutions.

Lorsque chaque groupe a construit son quadrilatère à partir du message reçu, les groupes se réunissent par paire afin de comparer les quadrilatères construits à l'aide du message et les quadrilatères modèles.

■ Mise en commun des résultats et des messages

Dans la majorité des cas, il n'y a pas superposition entre les quadrilatères construits et les modèles (sauf dans les cas où les émetteurs ont construit des carrés ou des rectangles).

Le professeur peut mettre en évidence l'origine de l'erreur grâce à un « quadrilatère » préparé avec quatre fines bandes de papier cartonné liées par des attaches parisiennes : la mesure des côtés ne qualifie pas un seul quadrilatère. Il relance la discussion en demandant comment on pourrait résoudre le problème. Si aucun groupe ne fait de propositions satisfaisantes, c'est le professeur qui introduira la possibilité de « couper » le quadrilatère en deux triangles.

Laisser un nouveau temps de travail

■ Conclusion provisoire

Pour construire un quadrilatère, en plus de la longueur de ses quatre côtés, il faut donner la longueur d'une de ses diagonales. Il est alors possible de le construire avec une règle et un compas.

Découverte

La découverte reprend l'activité préparatoire de manière individuelle.

■ Question 1

Après un temps de lecture silencieuse de la première question, faire le rapprochement avec l'activité préparatoire, puis reprendre en collectif les différentes tâches proposées.

Travail individuel, puis échange des messages deux à deux.

Mise en commun.

■ Question 2

Travail individuel de manière à vérifier que chaque élève a bien compris la nécessité de donner la mesure de la longueur d'une diagonale.

Le professeur pourra faire une correction collective.

■ Question 3

Elle a pour but d'entraîner les élèves à argumenter tout en revisitant les propriétés nécessaires pour qu'un quadrilatère soit un carré.

Lecture et reformulation de la consigne.

Travail individuel. Demander aux élèves d'écrire leur justification de manière à les contraindre à utiliser un langage clair et un vocabulaire précis.

La construction du losange de Qwang permet une nouvelle fois aux élèves de comprendre l'intérêt de la « triangulation ».

Conclure avec les élèves

Faire lire la pancarte du furet.

Pour illustrer cette conclusion les élèves peuvent construire un des trois quadrilatères a, b ou c.

Lecture du premier point de la page 23 de l'Aide-mémoire.

Exercices

Pour le déroulement, voir p. 56.

Pour les exercices 2, 4 et 5, une mise en commun des procédures des élèves est souhaitable, qu'elles aient abouti ou non.

• Exercices 1, 2 et 3

Ils entraînent les élèves à prendre des informations sur des schémas codés pour construire des figures.

L'exercice 2 permet aussi de se rappeler les conditions sur les longueurs pour construire un triangle.

• Exercice 4

Il vise à faire découper le pentagone en triangles par le tracé de 2 diagonales issues d'un même sommet.

• Exercice 5

On ne connaît pas la longueur du côté [BC] du rectangle ABCD. Cependant il est possible de construire le rectangle car on sait que l'angle ABC est un angle droit et on connaît la longueur de la diagonale [AC].

Laisser les élèves faire plusieurs essais.

• Remue-méninges

Il ne s'agit pas de reproduire le polygone ABCDEFGH, mais de déterminer le nombre de segments à mesurer.

Réponse : Les 8 côtés et 5 diagonales (dans un polygone quelconque on appelle diagonale un segment qui joint deux sommets qui ne sont pas consécutifs).

ÉTAPE 10

Périmètre des polygones

MANUEL P. 36-37

Objectifs

- Mesurer le périmètre de divers polygones.
- Construire des polygones usuels de périmètre donné.

Pourquoi cette étape ?

Cette étape a pour but d'affiner les connaissances des élèves sur la notion de périmètre d'une figure plane. Il s'agit de passer d'activités de mesurage de périmètres, développées au CE2 et au CM1 à des activités :
– de **calcul de périmètres** en utilisant les propriétés des figures ;
– d'**utilisation d'une formule pour le calcul** du périmètre du carré et du rectangle ;
– de **construction de figures** connaissant des informations sur leur périmètre.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Pour la classe :
– préparer sur le tableau de la classe ou sur une affiche une reproduction de la figure de la découverte (prendre 1 cm pour 1 m) ;
– mètre de menuisier, mètre à enrouleur, mètre de la classe, double décimètre, corde, chaîne d'arpenteur (si l'école en possède une).
• Par élève : le matériel personnel de géométrie.

Calcul mental

Le professeur écrit une fraction simple au tableau, les élèves doivent trouver d'autres fractions égales à celle-ci. Ex. : le professeur propose la fraction $\frac{5}{10}$, les élèves, à tour de rôle, proposent des fractions égales à $\frac{5}{10}$ ($\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{4}{8}$; $\frac{50}{100}$; $\frac{100}{200}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{7}{14}$; etc.)

Découverte

La situation proposée est un problème dans lequel la connaissance visée (le périmètre d'un triangle) est nécessaire pour mener à bien la résolution.

Nous proposons une lecture silencieuse de la question 1 de la découverte pendant que le professeur affiche la figure au tableau.

Après un questionnement en collectif pour s'assurer que les élèves ont bien compris la situation évoquée, laisser pour les questions **a**, **b** et **c** un temps de recherche individuelle suivie d'une phase d'échange par groupes de deux.

Mise en commun des propositions des différents groupes.

■ Question 1a

Les élèves doivent argumenter leur réponse : « Alice a raison : le circuit BMAB est moins long que le circuit BMCB, les longueurs MA et MC sont les mêmes mais la longueur CB est plus longue que la longueur AB. »

■ Question 1b

C'est dans cette question que le problème important est posé : comment faire pour que les deux circuits aient la même longueur ? C'est l'égalité des périmètres des deux triangles qui permet de placer correctement le point M.

La longueur BM étant commune aux deux circuits, il suffit donc que BA + AM soit égal à BC + CM.

Une difficulté supplémentaire vient du fait que les élèves ne doivent pas oublier que AM + MC = 80 m.

> <u>Procédures attendues</u>
>
> – Essais successifs et ajustements en plaçant M plus près de C. Exemple : si on met M à 20 m de C, alors BC + CM = 110 m et BA + AM = 120 m. On peut essayer M à 30 m de C, ou M à 25 m de C.
>
> – Constater que le circuit bleu est plus long de 30 m que le circuit rouge. Pour équilibrer les trajets, il faut diminuer de 15 m le circuit bleu, ce qui allonge de 15 m le circuit rouge. Il faut donc placer le point M à 25 m du point C et à 55 m du point A.

La procédure experte, hors de la portée des élèves, consiste à résoudre l'équation $60 + x = 90 + 80 - x$ (où x désigne la longueur AM) dont la solution unique est $x = 55$.

■ Question 1c

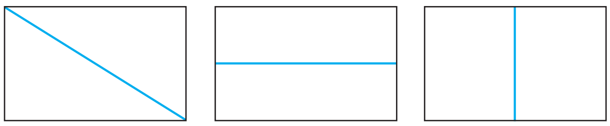
Elle rend explicite un élément du raisonnement qui, la plupart du temps, a été utilisé de manière implicite dans la résolution de la question **1b**, et montre que l'on peut affirmer que les deux circuits ont bien la même longueur sans pour autant connaître la longueur BM.

■ Questions 2 et 3

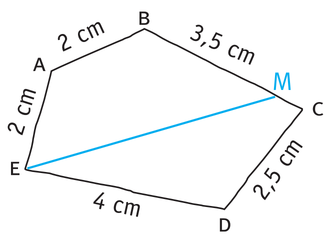
Nous suggérons un travail individuel suivi d'une confrontation à deux, puis d'une mise en commun collective.

Question 2
Le partage du rectangle en deux triangles de même périmètre ne présente pas de difficulté : le partage selon une des diagonales répond à la question. Là encore, insister lors de la mise en commun sur le fait que l'on est sûr que les deux triangles ont le même périmètre alors que l'on ne connaît pas la longueur de la diagonale.

Pour le partage du rectangle en deux rectangles de même périmètre, deux solutions sont possibles qui correspondent au tracé de l'une ou l'autre des médianes du rectangle. Dans ce cas, on peut calculer le périmètre du rectangle initial et de chacun des rectangles obtenus. Le professeur fera remarquer que le périmètre du rectangle initial (26 cm) n'est pas le double du périmètre d'un des rectangles obtenus (21 cm ou 18 cm).



Question 3
Cette question comporte une question intermédiaire : les élèves doivent imaginer d'abord comment partager un pentagone en deux quadrilatères, avant de chercher à faire en sorte que les deux quadrilatères aient le même périmètre. Il sera peut-être nécessaire de faire une mise en commun pour répondre à cette question intermédiaire avant que les élèves répondent à la question posée. La solution consiste à tracer un segment partant d'un sommet et allant sur le côté opposé.



Les élèves doivent ensuite mettre en œuvre la connaissance (souvent implicite) que la longueur de la ligne de partage n'a pas d'importance puisqu'elle est prise en compte dans le périmètre des deux quadrilatères obtenus.

Procédures envisageables
– Remarquer que EA + AB est égal à 4 cm comme ED. Placer sur le segment [BC] un point M à 0,5 cm de C et tracer le segment [EM].
– Calcul du périmètre du pentagone : 14 cm, le partager en deux (7 cm). Partir de n'importe quel sommet du polygone et placer sur le contour un point M à 7 cm de ce sommet. Contrôler alors que l'on a bien deux quadrilatères et non un quadrilatère et un pentagone ou encore un quadrilatère et un triangle.

Conclure avec les élèves

Le périmètre d'un polygone est obtenu en faisant la somme des longueurs de ses côtés.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

● **Exercice 1**
Il vise d'une part à faire calculer le périmètre d'un triangle, d'autre part à mettre une nouvelle fois en évidence que, lorsque l'on accole deux polygones par un côté, le périmètre du polygone obtenu n'est pas la somme des périmètres des deux polygones.

● **Exercice 2**
Il s'agit d'utiliser les méthodes de calcul de périmètres pour les figures usuelles et de se convaincre qu'il existe de nombreuses figures de périmètre donné (ici 24 cm).

a. Il faut se rappeler que le périmètre est égal à la somme des longueurs des 4 côtés du rectangle et que les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur.
Réponse : un rectangle de dimensions 5,5 cm sur 6,5 cm.

b. Les 4 côtés d'un carré ont même longueur, le périmètre du carré est égal à 4 fois cette longueur.
Réponse : un carré de côté 6 cm.

c. Les 3 côtés d'un triangle équilatéral ont même longueur, le périmètre est égal à 3 fois cette longueur.
Réponse : un triangle équilatéral de côté 8 cm.

d. Deux côtés d'un triangle isocèle ont même longueur, le périmètre est la somme des longueurs des trois côtés.
Réponses : deux triangles isocèles : (9 cm, 9 cm, 6 cm) et (9 cm ; 7,5 cm ; 7,5 cm).

● **Exercice 3**
Révision de la « formule de calcul » du périmètre du carré étudiée au CM1 (étape 30). La difficulté essentielle provient du fait qu'une lettre désigne un nombre inconnu et qu'on peut alors écrire une multiplication dont un facteur est un nombre connu et l'autre un nombre inconnu désigné par une lettre.

Pour calculer le périmètre du carré de côté 7,5, il faut donc multiplier 7,5 par 4. Les élèves peuvent additionner 4 fois 7,5 ou se rappeler que 7,5 cm c'est 7 cm et 5 mm, ou encore que $0,5 \times 2$ c'est 1 donc $0,5 \times 4$ c'est 2.
Réponse : 30 cm.

● **Exercice 4**
Révision de la « formule de calcul » du périmètre du rectangle étudié au CM1.

Laisser les élèves faire des hypothèses sur le sens de la formule et sur la manière de l'utiliser, puis mettre en commun leur proposition et conclure.

La vérification sur les deux cas particuliers a pour but de donner du sens à la formule littérale.
Réponses : 23 cm ; 20 cm.

● **Exercice 5**
Interprétation d'un schéma.

La longueur de la page est 15 cm. Elle correspond à 3 fois la longueur d'une étiquette et à 5 fois la largeur d'une étiquette.

ÉTAPE 11

Encadrer une fraction par des entiers, fractions décimales

MANUEL P. 38-39

Objectifs

- Revoir que l'unité peut être partagée successivement en 10, 100, 1 000, etc.
- Travailler les propriétés spécifiques des fractions décimales pour comprendre les écritures décimales.

Pourquoi cette étape ?

Dans cette étape, les élèves redécouvrent que les fractions décimales procurent, par la nature même de leur écriture, des facilités pour être encadrées entre deux nombres entiers consécutifs.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : du papier millimétré.

Calcul mental

Jeu du « Tout sur… ». Le professeur dit un nombre. À tour de rôle, les élèves disent quelque chose sur ce nombre (décompositions additives, multiplicatives, canoniques, encadrements, successeur, prédécesseur…).

Ex. : « Tout sur 45 ». C'est un nombre compris entre 40 et 50, c'est un nombre impair, c'est un multiple de 5, il est le successeur de 44, il est entre 10 et 100, il est égal à 40 + 5, la somme de ses chiffres est 9, c'est 5 × 9, c'est (4 × 10) + 5, c'est 42 + 3, c'est (6 × 7) + 3, c'est 10 + 10 + 10 + 10 + 5, c'est 3 × 15, etc.

En cas de « blocage », le professeur relance en proposant lui-même une information.

Il s'agit ici d'enrichir les connaissances des élèves sur les nombres entiers, en les envisageant sous différentes formes ou faisant partie de différents réseaux de nombres, de manière à les rendre très familiers. Ce qui est dit sur le nombre peut ne pas le caractériser complètement, mais doit donner des informations à son sujet.

Découverte

Nous suggérons un travail individuel suivi d'une première mise en commun par groupe de deux, avant la correction collective ou la mise en commun.

■ Question 1

Il s'agit de prévoir et non pas de placer. Le professeur veillera donc à demander à chacun de faire une prévision (solution : les points A, D, G, H sont entre 4 et 5). Cette prévision se fait à l'aide de procédures numériques. Une procédure efficace est de transformer la fraction en une somme d'un entier et du rompu ($\frac{9}{2} = 4 + \frac{1}{2}$ par exemple), mais d'autres procédures sont possibles.

Dans un second temps, les élèves reproduisent la graduation (ces moments de reproduction sont importants, même s'ils sont gourmands en temps).

Travail individuel : les élèves placent les points, puis les nombres $\frac{7}{3}$; $\frac{412}{100}$; $4 + \frac{2}{3}$ qui ne sont pas exactement sur une graduation.

■ Question 2

Travail individuel ou par deux.

Les fractions dont les dénominateurs sont 10 ou 100 peuvent aisément être encadrées : en effet $\frac{32}{10}$ est entre 3 et 4 parce que $\frac{32}{10} = \frac{30}{10} + \frac{2}{10}$ donc $3 + \frac{2}{10}$.

Pour les autres fractions, le travail est moins aisé mais peut tout de même être mené par des stratégies de calcul réfléchi. Ainsi, pour $\frac{33}{8}$ l'élève pourra se servir du fait que 32 c'est 4 fois 8, donc que $\frac{33}{8} = \frac{32}{8} + \frac{1}{8} = 4 + \frac{1}{8}$.

■ Question 3

Là encore, il s'agit de prévoir sans placer. Le professeur demandera donc à chacun de faire une prévision.

Travail individuel.

> <u>Procédures prévisibles</u>
>
> – Ramener toutes les écritures sous la forme $a + \frac{b}{c}$ (un entier et le rompu).
>
> – Ramener aux dixièmes :
>
> exemple : $1 + \frac{3}{10}$, c'est $\frac{13}{10}$; $1 + \frac{4}{10}$ c'est $\frac{14}{10}$;
>
> ce qui permet de ranger les trois premières fractions.
>
> Pour $1 + \frac{7}{100}$, certains élèves pourront déclarer que c'est très près de 1.

Ensuite, l'utilisation du papier millimétré permet de visualiser les centièmes de l'unité.

Un temps d'observation dirigée de ce type de papier peut s'avérer nécessaire.

Après avoir reproduit la droite sur du papier millimétré, les élèves vérifient si leur prévision était juste ou non.

Conclure avec les élèves

> Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est 10 ou 100 ou 1 000, etc.
>
> Il est plus facile de trouver les deux entiers qui encadrent les fractions dont le dénominateur est 10 ou 100 ou 1000.
>
> Exemples : $\frac{348}{10}$ se place entre 34 et 35.
>
> $\frac{247}{100}$ se place entre 2 et 3.

Si nécessaire, le professeur pourra détailler chaque exemple :

La fraction $\frac{348}{10}$ s'écrit aussi $34 + \frac{8}{10}$, elle est donc entre 34 et 35.

La fraction $\frac{247}{100}$ s'écrit aussi $2 + \frac{47}{100}$ ou $2 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100}$.

Ces écritures permettent de voir facilement que $\frac{247}{100}$ est entre 2 et 3.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

● **Exercice 1**

Il renforce le sens des notions de dixième et de centième et la compréhension des écritures associées. Bien que très simple, il est fondamental. Nous suggérons au professeur de vérifier individuellement le travail de chaque élève.

● **Exercice 2**

Réponses :

a. Il existe bien des fractions égales à 3, par exemple $\frac{9}{3}$, $\frac{12}{4}$, etc **b.** Vrai **c.** Faux **d.** Vrai.

● **Exercice 3**

Là encore, le recours à la droite numérique s'avérera fructueux à condition de demander d'abord aux élèves de prévoir. Cette prévision les entraîne à travailler sur leur représentation mentale de cette droite.

Réponses : $\frac{10}{2} = 5$; $\frac{15}{3} = 5$; $\frac{8}{4} = 2$; $\frac{4}{2} = 2$; $\frac{300}{100} = 3$

● **Exercices 4 et 5**

Ces exercices proposent progressivement aux élèves de comparer des écritures complexes utilisant des fractions décimales. Ils sont fondamentaux pour que les élèves comprennent ultérieurement l'ordre dans l'ensemble des nombres décimaux.

Exercice 4

Le nombre obtenu est plus petit que 4. C'est un travail de représentation mentale et éventuellement de schématisation sur la droite qui va faire progresser les élèves.

Ici, il y a un travail

– soit sur les écritures :

$3\text{ u} + \frac{9}{10}\text{ u} + \frac{9}{100}\text{ u} = 3\text{ u} + \frac{99}{100}\text{ u} = \frac{399}{100}\text{ u}$.

$4\text{ u} = \frac{400}{100}\text{ u}$. Donc c'est Leïla qui a raison.

– soit sur des déclarations, par exemple : « $\frac{9}{100}$ ça ne fait pas $\frac{1}{10}$, car c'est $\frac{10}{100}$ qui fait $\frac{1}{10}$, donc $3 + \frac{9}{10} + \frac{9}{100}$ c'est moins que $3 + \frac{10}{10}$ qui est égal à 4 ».

Réponse : Qwang a tort. La bande obtenue mesurera $\frac{399}{100}$ u.

Exercice 5

La procédure consiste à faire une prévision. La vérification se fera en reportant les nombres sur une droite graduée construite sur du papier millimétré.

Les procédures sont celles relatives à la comparaison de fractions : utilisation des équivalences usuelles de type $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$; $\frac{1}{100} = \frac{10}{1\,000}$.

Les élèves doivent comprendre que les nombres sont écrits sous leur forme canonique et que, puisque les unités sont les mêmes, on compare directement les dixièmes entre eux. Si les dixièmes sont égaux, on compare les centièmes, etc.

● **Exercice 6**

Il s'agit ici d'entraîner les élèves au passage des fractions décimales à leur décomposition (en somme d'un entier, de dixièmes et de centièmes), appelée décomposition « canonique », et réciproquement.

Réponses : $\frac{45}{10} = 4 + \frac{5}{10}$; $1 + \frac{5}{10} = \frac{15}{10}$; $\frac{526}{10} = 52 + \frac{6}{10}$; $1 + \frac{5}{100} = \frac{105}{100}$; $\frac{34}{100} = \frac{3}{10} + \frac{4}{100}$

● **Remue-méninges**

C'est le paradoxe de Zénon.

Cette question de l'infinité d'actions qui ne permettront jamais d'atteindre le point A intrigue toujours les élèves (et parfois les adultes).

Fractions décimales et nombres décimaux (les écritures à virgule)

MANUEL P. 40-41

Objectifs

Continuer à se familiariser avec l'addition de fractions décimales et la convention d'écriture des nombres décimaux.

Pourquoi cette étape ?

Nous reprenons un **travail de comparaison de fractions** dans un contexte de mesure du temps particulier, celui des performances en courses de vitesse, en ce sens qu'il utilise un partage des secondes en dixièmes et en centièmes.

• L'écriture des fractions décimales sous leur forme canonique permet de conforter le sens des écritures à virgule et de revoir l'addition de certaines fractions décimales.

• La convention proposée par Stevin pour écrire les fractions décimales sous forme de **nombres à virgule** est revue ici et fera l'objet de la rubrique Patrimoine (p.46).

• Le travail de cette étape permet aux élèves de revoir que les **écritures à virgule** simplifient les procédures de calcul sur les fractions.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

Calcul mental

Le professeur écrit au tableau deux nombres entiers consécutifs (ex. : 2 et 3), les élèves écrivent une fraction située entre les deux nombres. Recommencer plusieurs fois en changeant les entiers.

Dans un premier temps, le professeur peut accepter une réponse du type $2 + \frac{1}{3}$*, puis seulement des réponses sous forme fractionnaire comme* $\frac{5}{2}$; $\frac{11}{5}$; $\frac{27}{10}$.

Découverte

Nous partons d'une situation qui met en scène des temps mesurés dans le système décimal : les temps réalisés par les athlètes à l'épreuve du 200 mètres.

Nous proposons pour chaque question un travail individuel suivi d'une mise en commun.

■ Question 1

a. Le professeur sera attentif à la façon dont les élèves traduisent le texte en écriture fractionnaire (en traduisant le « et » par un signe +).

Cette question nécessite d'additionner les deux temps de passage : $10 + \frac{7}{100}$ et $9 + \frac{85}{100}$ (ce qui fait au total $19 + \frac{92}{100}$, donc $19 + \frac{9}{10} + \frac{2}{100}$) afin de comparer le résultat à la performance de Campbell : $19 + \frac{5}{10}$.

La mise en commun peut porter sur les procédures de comparaison :

– considérer uniquement les nombres fractionnaires, (en sachant que l'un et l'autre ont 19 secondes dans leur temps) et donc comparer $\frac{7}{100} + \frac{85}{100}$ et $\frac{5}{10}$. Conclure par simple lecture que $\frac{92}{100}$ est supérieur à $\frac{5}{10}$ (directement ou en égalant $\frac{5}{10}$ à $\frac{50}{100}$).

Donc Campbell est arrivé avant Alonso ;

– réécrire $10 + \frac{7}{100} + 9 + \frac{85}{100}$ sous la forme $19 + \frac{7}{100} + \frac{85}{100} = 19 + \frac{92}{100}$, et conclure que $19 + \frac{92}{100}$ est supérieur à $19 + \frac{5}{10}$ (directement ou en égalant $\frac{5}{10}$ à $\frac{50}{100}$).

b. Résultats

Coureur et rang	Temps sur 200 mètres (ramenés aux centièmes)
Alonso (4)	19 secondes 92 centièmes
Campbell (2)	19 secondes 50 centièmes
Santos (5)	20 secondes 75 centièmes
Jones (3)	19 secondes 65 centièmes
Antipov (1)	19 secondes 4 centièmes

Le professeur pourra proposer une écriture commune pour faciliter le rangement, par exemple 19 secondes et 92 centièmes ou $19 + \frac{92}{100}$.

c. Si les élèves ont réussi leur rangement à la question précédente, il s'agit de comparer le record du monde au temps d'Antipov.

■ Question 2

Elle vise le passage de l'écriture en chiffres à l'écriture en lettres des nombres annoncés.

■ Question 3

Elle permet de rappeler la règle de l'écriture décimale.

Le professeur fait lire la bulle du furet pour rappeler la convention d'écriture.

Il fait ensuite construire le tableau suivant.

Place	Nom	Temps
1	Antipov	19,04
2	Campbell	19,50
3	Jones	19,65
4	Alonso	19,92
5	Santos	20,75

Remarque

Nous suggérons que, pendant la période d'apprentissage, les nombres décimaux soient lus en indiquant le nom de chaque rang, ainsi 4,78 sera lu « 4 virgule 7 dixièmes 8 centièmes. » et non « 4 virgule 78 ». Cette dernière lecture laisse croire que le nombre décimal est construit à partir de deux nombres entiers, ce qui est fâcheux.

Plus tard, l'abus de langage sera bien sûr accepté.

Conclure avec les élèves

La conclusion écrite pourra revêtir la forme d'un exemple bien détaillé.

> Convention d'écriture :
>
> $19{,}65 = 19 + \frac{6}{10} + \frac{5}{100}$ $\qquad$ $19{,}65 = 19 + \frac{65}{100}$

Exercices

Organisation habituelle (voir p. 56).

• Exercice 1

Les écritures attendues peuvent être variées.

Par exemple pour 3,51 : $3 + \frac{51}{100}$ ou $3 + \frac{5}{10} + \frac{1}{100}$.

• Exercice 2

Cet exercice aborde la question de l'ordre dans les nombres décimaux qui sera approfondie à l'étape 24. La réponse à la question permet en effet de comprendre pourquoi les nombres 3,4 ; 3,41 ; 3,05 ; 3,5 ; 3,405 se rangent selon l'ordre : 3,05 ; 3,4 ; 3,405 ; 3,41 ; 3,5.

• Exercice 3

L'information donnée permet de passer à l'écriture à virgule par application directe de la découverte. Cet exercice est vraiment nécessaire pour de nombreux élèves.

Réponse : $\frac{1}{2}$ c'est $\frac{5}{10}$ donc 0,5 ; $\frac{1}{4}$ c'est $\frac{25}{100}$ donc 0,25 ; $\frac{4}{5}$ c'est $\frac{2}{10}$ donc 0,2.

• Exercice 4

Pour obtenir l'écriture décimale, il n'est pas nécessaire de passer par l'écriture fractionnaire. Toutefois, il est intéressant, en début d'apprentissage, que les élèves puissent passer aisément d'une écriture à l'autre.

Par exemple, on a les égalités : $12 + \frac{5}{10} = \frac{125}{10} = 12{,}5$.

Réponse : **a.** $\frac{125}{10}$ donc 12,5 ; **b.** $\frac{422}{100}$ donc 4,22 ;

c. $\frac{106}{100}$ donc 1,06 ; **d.** $\frac{456}{100}$ donc 4,56.

• Exercice 5

Cet exercice peut paraître superflu et pourtant, beaucoup d'élèves placent 3,4 et 3,40 à deux endroits différents sur la droite numérique. Il vise à traiter cette question en revenant aux écritures fractionnaires.

• Exercice 6

Il traite de la même question que l'exercice 5, cette fois sur la droite graduée.

Réponses

a. C : 0,09 ; B : 0,65 ; D : 0,9 ; V : 1 ; A : 1,36.

b. 1,25 et 1,250 correspondent à des points confondus ; il en est de même pour 1,10 et 1,1.

• Exercice 7

Il s'agit ici d'additionner quatre performances et de comparer au résultat affiché. Dans un premier temps les élèves vont traduire les performances sous forme de somme d'un entier et d'une fraction décimale :

$10 + \frac{7}{10}$; $9 + \frac{9}{10}$; $10 + \frac{37}{100}$; $10 + \frac{5}{100}$;

ensuite faire la somme de ces nombres ils devront additionner ensemble les entiers : $10 + 9 + 10 + 10 = 39$,

puis les dixièmes : $\frac{7}{10} + \frac{9}{10} = \frac{16}{10}$

et enfin les centièmes : $\frac{37}{100} + \frac{5}{100} = \frac{42}{100}$.

Ils devront ensuite utiliser les résultats $\frac{16}{10} = 1 + \frac{6}{10}$; $\frac{42}{100} = \frac{4}{10} + \frac{2}{100}$

Terminer en regroupant les entiers, les dixièmes et les centièmes :

$39 + 1 + \frac{6}{10} + \frac{4}{10} + \frac{2}{100} = 40 + \frac{10}{10} + \frac{2}{100} = 41 + \frac{2}{100}$

Le chronométrage total ne donne pas le même temps que la somme des chronos individuels. Le professeur pourra demander aux élèves d'en donner la raison (superposition des temps au moment du passage du témoin).

• Remue-méninges

On a tendance à répondre, à tort, que le bouchon coûte 10 centimes d'euros !

Ce qui compte, c'est que les élèves trouvent les arguments pour pouvoir réfuter la proposition 2 € (prix du flacon) et 0,10 € (prix du bouchon) : dans ce cas le flacon coûterait 1,90 € de plus que le bouchon et non pas 2 €.

À partir de là, les élèves seront amenés à faire d'autres propositions et à les mettre à l'épreuve de la vérification.

Réponse : prix du flacon 2,05 €, prix du bouchon 0,05 €.

La solution experte, bien sûr hors de portée des élèves, est obtenue en résolvant le système à deux équations suivant :

$$\begin{cases} x + y = 2{,}1 \\ x = y + 2 \end{cases}$$

ce qui donne $x = 2{,}05$ et $y = 0{,}05$.

Comparer des altitudes

MANUEL P. 42-43

Objectifs

- Réinvestir les connaissances sur la numération et la comparaison de longueurs.
- Traites des informations données sous forme de carte et de tableau.

Pourquoi cette étape ?

Cette étape, amène les élèves à réinvestir leurs connaissances sur la comparaison des nombres dans un contexte de mesures de longueurs exprimées en mètres. Nous avons choisi pour cela le cadre de la géographie de l'Union européenne, dans le but de leur faire découvrir son relief.

Par ailleurs, les élèves vont avoir à résoudre des problèmes de soustraction.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Pour la classe : si possible, une carte du relief de l'Europe à afficher au tableau.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit au tableau quatre fractions décimales (ex. : $\frac{4}{10}$; $\frac{52}{10}$; $\frac{8}{100}$; $\frac{24}{100}$), puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent ces fractions sous forme de nombres décimaux.

Le relief de l'Union européenne

■ Remarque

Les élèves peuvent résoudre les 7 premières questions sans s'occuper de la localisation des montagnes.

Après lecture du texte et de la carte, le professeur attire l'attention des élèves sur la légende de la carte, les amène à repérer le code des lettres a, b, c…, et leur indique que les lettres désignent les montagnes dont il est question dans le tableau de la page 43. Cela leur permet de repérer le pays dans lequel se situe une montagne. Par exemple, la lettre c correspond à une montagne d'altitude 1 041 m. Le tableau permet de savoir qu'il s'agit du mont Carrauntoohil ; on peut ainsi localiser l'Irlande.

Après un temps de travail individuel, procéder à une correction collective. Si le professeur dispose d'une carte du relief de l'Europe, les élèves pourront repérer les différents sommets sur cette carte.

■ Question 1

Pour trouver la montagne la plus haute, ils réinvestissent les règles de comparaison déjà étudiées.

Réponse : Mont Blanc, 4 807 m.

■ Question 2

Problème d'addition pouvant s'interpréter comme un problème de comparaison.

Réponse : Zugspitze, 2 963 m.

■ Questions 3 et 5

Ce sont des jeux de portrait. Les élèves doivent tenir compte de deux contraintes pour trouver la solution.

Réponse question 3 : Snezka, 1 603 m.

Réponse question 5 : Torre, 1 993 m.

■ Question 4

Problème de soustraction qui peut relever de la recherche d'un état initial dans un problème de transformation. Après avoir transformé la donnée 25 centaines de mètres en 2 500 mètres, procédures de calcul relevant de l'addition à trou ou de la soustraction.

Réponse : Mont Rysy, 2 499 m.

■ Questions 6 et 7

Réinvestissement des règles de comparaison de nombres.

Réponses question 6 : Mont Kékes, 1 015 m ; Carrauntoohil, 1 041 m ; Haltiatunturi, 1 324 m ; Snezka, 1 603 m ; Mont Olympe (Chypre), 1 952 m ; Torre, 1 993 m ;

Réponses question 7 : Kebnekaise, 2 111 m ; Mont Rysy, 2 499 m ; Moldoveanu, 2 543 m ; Gerlachovsky Slit, 2 663 m ; Mont Triglav, 2 863 m ; Musala, 2 925 m ; Zugspitze, 2 963 m ; Mont Olympe (Grèce), 2 918 m ; Mulhacén, 3 478 ; Grossglockner, 3 797 m.

■ Question 8

Travail de lecture de la carte et du tableau.

Réponse : **a.** Haltiatunturi (Finlande) ; **b.** Kebnekaise (Suède) ; **c.** Carrauntoohil (Irlande) ; **d.** Snezka (République Tchèque) ; **e.** Mont Rysy (Pologne) ; **f.** Gerlachovsky Slit (Slovaquie) ; **g.** Zugspitze (Allemagne) ; **h.** Mont Kékes (Hongrie) ; **i.** Grossglockner (Autriche) ; **j.** Mont Blanc (France) ; **k.** Mont Triglav (Slovénie) ; **l.** Grand Paradis (Italie) ; **m.** Moldoveanu (Roumanie) ; **n.** Torre (Portugal) ; **o.** Musala (Bulgarie) ; **p.** Mulhacén (Espagne) ; **q.** Mont Olympe (Grèce) ; **r.** Mont Olympe (Chypre).

Conclure avec les élèves

Rappeler que pour comparer deux nombres entiers :
– s'ils n'ont pas le même nombre de chiffres, le nombre le plus grand est celui qui a le plus de chiffres :
4 598 > 657 ;
– s'ils ont le même nombre de chiffres, on compare le premier chiffre de chacun en partant de la gauche (qui correspondent au groupement de valeur maximum) ;
si ces deux chiffres sont égaux, on compare les deux suivants, et ainsi de suite : 4 694 > 4 687.

MATHÉMATIQUES ET PATRIMOINE

Disme, virgule et char à voiles...

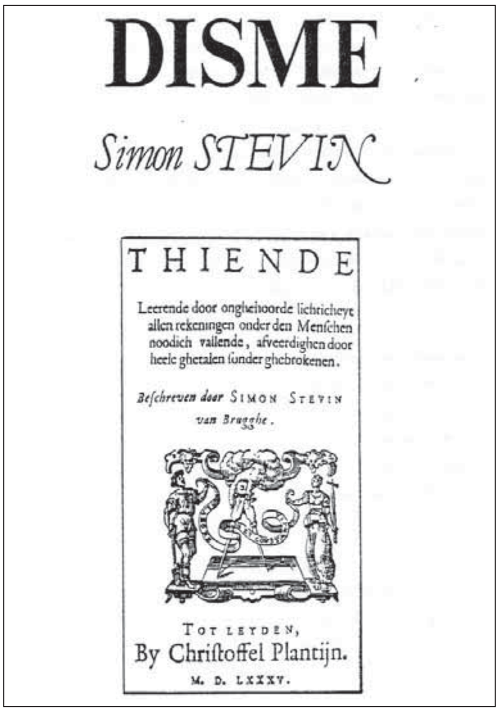
MANUEL P. 46

Des informations complémentaires

Dans la première partie d'un ouvrage appelé « La Disme », et dont les premières lignes commencent par « *La disme : Enseignant facilement expedier par nombres entiers sans rompuz, tous comptes se rencontrans aux affaires des Hommes*[1] », Stevin, dit « Simon de Bruges » (1548-1620), préconise l'utilisation des fractions décimales et une introduction à la notation décimale proche de notre écriture à virgule. Cette première partie de l'ouvrage rencontre un grand succès.

Dans la seconde partie de « La Disme », Stevin recommande que les unités de mesure aillent elles aussi de dix en dix, mais cette nouvelle proposition ne reçoit pas le même accueil : il s'agit d'une rupture trop grande avec les habitudes et les pratiques du moment (on mesurait les longueurs en toises, pieds, pouces...).

200 ans plus tard, la Révolution française, effectuera cette petite « révolution » avec la création du « système métrique » (voir *EuroMaths CM1*, page 206).


DISME

Simon STEVIN

THIENDE

Leerende door onghehoorde lichticheyt allen rekeningen onder den Menſchen noodich vallende, afveerdighen door heele ghetalen ſonder ghebrokenen.

Beſchreven door SIMON STEVIN van Brugghe.

TOT LEYDEN,
By Chriſtoffel Plantijn.
M. D. LXXXV.

Activités avec les élèves

■ Question 1

Le mot « dîme », que l'on écrivait autrefois « disme », vient du mot latin *decima* (sous-entendu *pars*) qui signifiait « dixième partie ». Le professeur pourra rappeler la dîme seigneuriale (obligation pour le paysan de donner la dixième partie de ses récoltes au seigneur) et rechercher d'autres mots ayant la même racine (décimer du latin decimare : punir de mort une personne sur dix).

La « dîme » de l'unité est la fraction décimale $\frac{1}{10}$ ou encore le nombre décimal 0,1.

■ Question 2

Traduction de l'extrait :

Nous proposons d'écrire $\frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1\,000}$ de la façon suivante : 0,375 c'est-à-dire 3 au rang des dixièmes (au premier rang : prime), 7 au rang des centièmes (au second rang : seconde), 5 au rang des millièmes (au troisième rang : tierce).

De la même façon 8,93 signifie : $8 + \frac{9}{10} + \frac{3}{100}$ et aussi 893/100.

■ Question 3

$\frac{56}{100} = 5$① 6②

$15 + \frac{4}{100} = 15$⓪ 4②

7,654 = 7⓪ 6① 5② 4③

1 Traduction libre : « La disme apprend à résoudre aisément, comme s'il s'agissait uniquement de nombres entiers, sans fractions, tous les calculs nécessaires aux activités humaines. »

Relations arithmétiques entre les nombres entiers : les multiples (1)

MANUEL P. 48-49

Objectif

- Résoudre des problèmes mettant en jeu la notion de multiple.

Pourquoi cette étape ?

Au cours des premières étapes de la période 2, les élèves vont travailler plus particulièrement les problèmes de division et revisiter la technique de la division. Dans cette étape, la résolution de différents problèmes redonne du sens à la notion de multiple, de division euclidienne et à l'écriture en ligne de la division euclidienne, dans un domaine numérique très familier aux élèves.

2 SÉANCES • SÉANCE 1 DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 ET 2 • SÉANCE 2 EXERCICES 3 À 6

Calcul mental

Jeu de portrait sur les nombres entiers.

Les jeux de portraits ou de devinettes conduisent les élèves à traiter des informations, ce qui met en œuvre des compétences de logique et de raisonnement. Lors des premiers jeux, il est important de noter quelques nombres au tableau (référentiel) de manière à diminuer considérablement les possibles et donc à faciliter le traitement des informations par les élèves. Ensuite le professeur fera le portrait de nombres sans référentiel. Le portrait est fonction des notions que le professeur veut consolider.

Exemples

1. Référentiel : 1 297 ; 972 ; 297 ; 1 397 ; 279 ; 792.

« Mon chiffre des unités est 2, celui des dizaines est 9, celui des centaines est 7. Qui suis-je ? »

« Je contiens un mille et 397 unités. Qui suis-je ? » ; etc.

2. Référentiel : 8 247 ; 7 857 ; 8 474 ; 897 ; 7 245 ; 845 ; 925.

« Si on m'ajoute 23, je deviens égal à 8 270. Qui suis-je ? » ; etc.

« Je suis plus grand que 7 000, si on m'ajoute 500, mon chiffre des unités et celui des centaines seront les mêmes. Qui suis-je? » ; etc.

3. Sans référentiel

« Je suis un nombre pair compris entre 300 et 400, je suis un multiple de 5, mon chiffre des dizaines est le double de celui des centaines. Qui suis-je. »

Découverte

Faire lire silencieusement l'ensemble de la découverte puis faire reformuler les informations concernant chaque escalier. S'assurer que les élèves ont compris que les escaliers n'ont pas le même nombre de marches. Temps de travail individuel, puis à deux.

La difficulté est de traduire les informations données par une relation entre les nombres :

– lorsqu'on descend les marches 2 par 2 et qu'on arrive en bas, cela signifie que le nombre de marches est un multiple de 2 ;

– lorsqu'on descend les marches 2 par 2 et qu'il reste 1 marche, cela signifie que le nombre de marches est un nombre obtenu en ajoutant 1 à un multiple de 2, c'est-à-dire un nombre impair ;

– etc.

Enfin les élèves doivent tenir compte d'une autre contrainte : le nombre de marches de chaque escalier est compris entre 10 et 40.

Le professeur pourra, avant que les élèves commencent le travail par deux, procéder à une mise en commun intermédiaire pour faire émerger la traduction de ces informations sous forme de relations arithmétiques.

<u>Procédures possibles</u>

– Par essais non organisés. Par exemple, en choisissant un nombre vérifiant une condition, puis en regardant si les autres conditions sont vérifiées.

– Par essais systématiques. Par exemple, en passant en revue les nombres entre 10 et 40 et en regardant à chaque fois si le nombre vérifie les conditions.

– En délimitant le champ des solutions possibles. Par exemple, en proposant un nombre vérifiant une ou plusieurs informations et en regardant si la ou les autres informations sont vérifiées. Ainsi, pour l'escalier devant Qwang :

- le nombre de marches est un multiple de 2 et de 3. Entre 10 et 40, les multiples communs à 2 et à 3 sont : 12, 18, 24, 30, 36. Parmi ces nombres, seul 36 a un reste égal à 1 quand on le divise par 5 ;
- le nombre de marches est un nombre obtenu en ajoutant 1 à un multiple de 5. Entre 10 et 40, les nombres vérifiant cette condition sont 11, 16, 21, 26, 31, 36. Parmi eux, seul 36 est un multiple commun à 2 et à 3.

La mise en commun a pour but de faire expliciter les démarches utilisées, de valider les procédures correctes et de débusquer les erreurs.

Réponses
– Le nombre de marches de l'escalier devant Leïla est un multiple commun à 2, 3 et 5. Seul le nombre 30 vérifie ces trois conditions.
– Le nombre de marches de l'escalier devant Alice a un reste égal à 1 quand on le divise par 2, c'est un nombre impair. Il a un reste égal à 2 quand on le divise par 3 et un reste égal à 3 quand on le divise par 5. Seul le nombre 23 vérifie ces trois conditions.

Conclure avec les élèves

Faire lire le paragraphe sur les multiples d'un nombre dans l'Aide-mémoire page 4.

Le professeur pourra faire noter :

> 30 = 2 × 15 ; 30 est un multiple de 2.
> 30 = 3 × 10 ; 30 est un multiple de 3.
> 30 = 5 × 6 ; 30 est un multiple de 5.
> 30 est un multiple commun à 2, à 3 et à 5.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).
Dans certains cas, notamment lorsque plusieurs procédures ont été utilisées, le professeur pourra mener une mise en commun des procédures et des résultats.

• Exercice 1

Il vise à revoir les multiples de 2 ; 3 ; 5 et 10.

Faire lire et commenter la bulle du furet et mettre en relation avec ce qui a été écrit dans la conclusion de la découverte.

• Exercice 2

Révision de la notion de multiples communs. Un référentiel de nombres étant donné, le travail de l'élève consiste à les passer en revue et à vérifier ceux qui correspondent aux contraintes.

Réponses
a. 35 ; 70 ; 105 ; 210
b. 15 ; 60 ; 105 ; 210
c. 21 ; 63 ; 105 ; 210
d. 105 ; 210

• Exercice 3

Examen des multiples de 5. À l'issue de ce travail, le professeur pourra faire noter les caractéristiques des multiples de 5.

• Exercices 4, 5 et 6

Comme dans la découverte, il s'agit de traduire les informations données par une relation entre des nombres. Ce sont des situations différentes mais la notion en jeu est la même : la notion de multiple. Après un temps de travail individuel puis à deux, le professeur pourra proposer une mise en commun.

Exercice 4

Procédures possibles
– Rechercher les multiples de 2 et les multiples de 5 compris entre 35 et 45, puis chercher les multiples communs.
– Savoir que les multiples de 2 sont des nombres pairs, que les multiples de 5 se terminent par 0 ou par 5. Conclure que le seul multiple commun est 40.

Exercice 5

Procédure possible
Le nombre de pommes est un multiple commun à 6, 8 et 9 compris entre 500 et 550. Les multiples de 9 dans cet intervalle sont : 504, 513, 522, 531, 540, 549. Parmi ces nombres, 504, 522 et 540 sont des multiples de 6. Parmi ces nombres, seul 504 est un multiple de 8.

Exercice 6 (accompagné par l'enseignant)

La traduction par une relation numérique est ici plus complexe : le nombre cherché est un multiple de 5 plus 1 et un multiple de 6 plus 1, compris entre 10 et 50.

Procédures possibles
– Les élèves peuvent traiter les informations les unes après les autres et rechercher par exemple les multiples de 6 plus 1 dans cet intervalle. Il s'agit de : 13, 19, 25, 31, 37, 43, 49. Puis, chercher parmi ces nombres ceux qui sont des multiples de 5 plus 1 : seul le nombre 31 convient.
– Ils peuvent aussi penser que, s'il y avait un élève de moins dans la classe, on pourrait faire des groupes de 5 ou de 6 sans qu'il reste d'élèves. Le nombre serait donc un multiple de 5 et de 6 compris entre 10 et 50. Seul 30 convient. Le nombre d'élèves est donc 31.

Réponse : si on forme des groupes de 4, il y aura 7 groupes de 4 élèves et 3 élèves : 31 = (4 × 7) + 3. Théo ne sera pas seul.

• Nombres croisés

Ce travail vise l'appropriation des notions de multiple, double, triple et quadruple.

	I	II	III	IV
A	2	8		8
B	1	4	9	
C	6		9	0
D		7	0	

Problèmes à une ou plusieurs étapes (1)

MANUEL P. 50

Objectif

- S'entraîner à résoudre des problèmes de différents types et dans des contextes variés.
- Se préparer à reprendre l'étude de la division.

Pourquoi cette étape ?

Différents types de problèmes familiers dans le champ de l'addition/soustraction et dans celui de la multiplication/division sont revisités.

Le professeur, à travers l'observation du travail produit par ses élèves, fera le point sur leurs compétences afin, éventuellement, de mettre en place des **ateliers spécifiques** ou des actions de soutien.

1 SÉANCE
MATÉRIEL
- Par groupe : une grande feuille et de gros feutres.
- Par élève : une fiche autocorrective (voir p. 242)

Calcul mental

Jeu du « Tout sur... ». Voir étape 11.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 58).
Dans certains cas, notamment lorsque plusieurs procédures ont été utilisées, le professeur pourra mener une mise en commun des procédures et des résultats.

• Exercice 1
Problème de comparaison (de moins que). Le référé est connu : l'âge de Marie. La question porte sur le référent : l'âge de la grand-mère de Marie.

• Exercice 2
Problème mettant en jeu une multiplication et une addition.

• Exercice 3
Recherche d'une transformation connaissant l'état initial (1 942) et l'état final (2 635).

• Exercice 4
Recherche de la composée de deux transformations sans connaître l'état initial ni l'état final.

• Exercice 5
Problème de comparaison multiplicative. Le référent est connu : la consommation de pain en 1995. La question porte sur le référé : la consommation de pain en 1950.

• Exercice 6
C'est un problème de comparaison multiplicative. Le référé est connu : le nombre de visiteurs du mardi. La question porte sur le référent : le nombre de visiteurs du mercredi.

• Exercice 7
Problème de proportionnalité double qu'on peut traiter en deux étapes. Les élèves peuvent calculer d'abord le prix du séjour pour 5 personnes pendant 1 journée (115 €) puis calculer le prix pour 7 jours (805 €).
Ils peuvent aussi commencer par calculer le prix pour 1 personne pendant 7 jours (161 €) puis le prix pour 5 personnes (805 €).

• Exercice 8
Problème en deux étapes :
– recherche d'une partie (nombre de filles dans la deuxième classe), connaissant l'autre partie (nombre de filles dans la première classe : 15) et le tout (nombre de filles dans les deux classes : 32) ;
– recherche d'une partie (nombre de garçons dans la deuxième classe), connaissant l'autre partie (nombre de filles dans cette classe : 17) et le tout (nombre d'élèves dans cette classe : 29).

• Exercice 9
Problème de division : **a.** recherche du nombre de parts, la réponse (8) est le quotient par défaut ; **b.** recherche du reste (4).

• Exercice 10
Problème de division : recherche du nombre de parts (le nombre de cars). La réponse (9) est le quotient par excès.

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Division : nombre de parts

MANUEL P. 51

Objectif

Étudier et comparer différentes procédures de calcul dans des situations de recherche d'un nombre de parts.

Pourquoi cette étape ?

Cette étape et la suivante permettent de reprendre l'élaboration progressive de la technique de la division, vue en CM1, en restant au plus près du sens. De cette façon, ces deux étapes vont permettre aux élèves d'être bien préparés à travailler la technique de la division euclidienne, hors contexte, aux étapes 15 et 16.
Si certains élèves ont abordé la division d'une autre façon, le professeur sera attentif à donner du sens à la méthode par soustractions successives.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu des intrus. Le professeur note au tableau des multiples de 3 et quelques intrus. À son signal, les élèves écrivent sur leur ardoise le (ou les) intrus. Recommencer avec les multiples de 5 et de 4.

Exemple de liste de nombres pour les multiples de 3 : 9 ; 27 ; 18 ; 23 ; 30 ; 0 ; 26 ; 60 ; 33 ; 24.
Intrus : 23 et 26.

Exemple de liste de nombres pour les multiples de 4 : 24 ; 40 ; 18 ; 60 ; 34 ; 28 ; 36 ; 4 ; 44 ; 100.
Intrus : 18 et 34

Cette activité permet de mettre en œuvre des stratégies de reconnaissance des multiples, de 3, de 4, de 5. Les nombres choisis font partie des dix premiers multiples de chacun des nombres (résultats des tables de multiplication) ou des multiples facilement identifiables.

Exercice dirigé

■ Question 1

Elle permet aux élèves de mettre en œuvre leurs procédures personnelles de recherche du nombre de parts.
Travail individuel.
Différer la correction après la question 2.
Information pour l'enseignant : on peut organiser les données sous forme de tableau pour mieux identifier les nombres en correspondance mais ce n'est pas une compétence exigible des élèves.

Nombre de montées	*Nombre de personnes transportées*
1	*65*
?	*1 577*

Le nombre cherché n'est pas forcément le nombre correspondant dans la relation de proportionnalité sous-jacente, mais une valeur approchée par excès ou par défaut selon le contexte et la question posée.

Réponse : 1 577 = (65 × 24) + 17, il faudra 25 montées au minimum pour transporter 1 577 personnes au sommet de l'Aiguille du Midi. La solution est le quotient par excès.

■ Question 2

a. En restant proche du sens, cette question met en scène des soustractions simples d'un multiple du diviseur (× 10).
Travail individuel avec appui explicatif auprès des élèves qui seraient en difficulté. Lors du bilan collectif, prendre en compte les propositions des élèves et décrire les étapes en restant dans le contexte du problème : « Avec 10 montées, 650 personnes sont transportées. Il reste 927 personnes à transporter. Etc. »

b. Nous reprenons l'écriture en ligne de la division qui organise, en les explicitant, les liens entre les différents nombres. Les élèves travaillent sur ce type de problèmes depuis le CE2 et cette manière de présenter les résultats de leur démarche est acquise pour certains d'entre eux ; il sera toutefois utile de faire analyser les différents termes de l'écriture en ligne et de faire justifier la réponse « 25 montées » alors que le nombre qui apparaît dans l'écriture en ligne est 24.

Le furet rappelle le vocabulaire associé à la division euclidienne.

Conclure avec les élèves

Le professeur pourra faire écrire les phrases suivantes sur le cahier des élèves.

> Pour transporter 1 577 personnes dans une cabine contenant 65 personnes, il faut faire au minimum 25 voyages. Une solution est : 24 voyages avec la cabine contenant 65 personnes et 1 voyage avec 17 personnes dans la cabine :
> 1 577 = (24 × 65) + 17 et 17 < 65.

Exercices

● Exercice 1

Entraînement à la technique de la division par soustractions successives. Formulation de la réponse à l'aide de l'écriture en ligne.

Réponses

a.

658	38
– 380	10
278	
– 266	+ 7
12	

675	23
– 230	10
445	
– 230	+ 10
215	
– 207	+ 9
8	

b. 658 = (38 × 17) + 12 675 = (23 × 29) + 8

● Exercices 2 et 3

Entraînement à rendre opératoire l'expression « Combien de fois… est contenu dans… ? »

Réponses : 8 fois et 10 fois.

● Exercices 4 et 5

Problèmes de recherche du nombre de parts dans différents contextes. Les nombres choisis permettent de développer des procédures de calcul réfléchi.

Le professeur aura tout intérêt à demander de donner l'écriture en ligne qui rend compte de la démarche et permet de valider le résultat.

Réponses exercice 4

a. 533 = (31 × 17) + 6 ; on peut acheter 31 livres à 17 €. Il reste 6 €.

b. 672 = (24 × 28) ; on peut acheter 24 dictionnaires à 28 €. Le compte est juste.

Réponse exercice 5

288 = (48 × 6) ; les stagiaires doivent effectuer 48 tours.

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Division : valeur d'une part

MANUEL P. 52

Objectifs

- Comparer différentes procédures de calcul dans des situations de recherche de la valeur d'une part.
- Comprendre que rechercher le nombre de parts ou la valeur d'une part relève des mêmes procédures de calcul.

Pourquoi cette étape ?

L'objectif de cette étape est de faire prendre conscience aux élèves que la résolution des problèmes de recherche de la valeur d'une part relève de la même opération que la résolution des problèmes de recherche du nombre de parts.

Dans les deux cas, on connaît la valeur de l'ensemble des parts mais ce qui change ce sont les simulations de l'action :

– lorsqu'on recherche le nombre de parts connaissant la valeur d'une part, on cherche combien de fois cette valeur d'une part est contenue dans le tout ;

– lorsqu'on cherche la valeur d'une part connaissant le nombre de parts, on fait des hypothèses sur cette valeur jusqu'à obtenir la valeur maximum possible.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu des intrus. Le professeur note au tableau multiples de 6 et quelques intrus. À son signal, les élèves écrivent sur leur ardoise le (ou les) intrus. Recommencer avec les multiples de 7, de 8, et de 9

Exemple de liste de nombres pour les multiples de 7 :
63 ; 14 ; 27, 77 ; 42 ; 54 ; 70 ; 35.
Intrus : 27 et 54.

Cette activité permet de mettre en œuvre des stratégies de reconnaissance des multiples de 6, de 7, de 8 et de 9. Les nombres choisis font partie des dix premiers multiples de chacun des nombres (résultats des tables de multiplication) ou de multiples facilement identifiables.

Exercice dirigé

■ Question 1

Travail individuel : les élèves mettent en œuvre leurs procédures personnelles de recherche de la valeur d'une part.

Différer la correction après le travail sur la question 2.

Information pour l'enseignant :

Nombre de pirates	*Nombre de pièces*
1	*?*
16	*678*

Même remarque que dans l'étape précédente : le nombre cherché n'est pas forcément l'image du nombre correspondant dans la relation de proportionnalité sous-jacente.

■ **Question 2**

a. Travail individuel avec appui explicatif auprès des élèves qui seraient en difficulté. Bilan collectif en restant proche de l'action : distribution progressive du même nombre de pièces à chaque pirate.

b. Il s'agit de consolider le lien avec l'écriture en ligne.
Réponse : 678 = (42 × 16) + 6, chaque pirate a 42 pièces et il reste 6 pièces.

Conclure avec les élèves

Le professeur pourra faire écrire la phrase suivante sur le cahier des élèves.

> Quand on répartit équitablement 678 pièces d'or entre 16 pirates, on donne 42 pièces à chaque pirate et il reste 6 pièces.
> 678 = (42 × 16) + 6 et 6 < 16

Faire lire la bulle du furet et illustrer ce qu'il dit avec le problème proposé dans cette étape et celui proposé à l'étape précédente. Dans les deux cas, il s'agit d'une répartition équitable d'un nombre connu de personnes (1 577) ou de pièces (678), mais :

– dans le premier problème, on connaît la valeur d'une part, c'est le nombre de personnes qui montent dans chaque cabine (65), on recherche le nombre de cabines, on dit qu'on cherche le nombre de parts ;

– dans le deuxième problème on connaît le nombre de parts, c'est le nombre de pirates (16), on recherche le nombre de pièces qu'il faut donner à chacun d'eux, on dit qu'on cherche la valeur d'une part.

Exercices

Déroulement habituel *(voir p. 56)*.

● **Exercices 1 et 2**

Entraînement pour rendre opératoire l'expression : « Combien de fois… est contenu dans… ? »

Ces exercices permettent de revoir que dans la division euclidienne le reste est toujours inférieur au diviseur.

Réponse exercice 1 :
8 car 285 = (34 × 8) + 13 ; le reste 13 est inférieur à 34.

Réponse exercice 2 :
35 car 285 = (8 × 35) + 5 ; le reste 5 est inférieur à 8.

● **Exercices 3, 4 et 5**

Les élèves ont à résoudre des problèmes de recherche de la valeur d'une part dans différents contextes. Le professeur demandera de donner l'écriture en ligne qui rend compte de la démarche et permet de valider le résultat.

Réponse exercice 3 :
6 verres.

Réponse exercice 4 :
2 L.

Réponse exercice 5 :
24 œufs.

● **Exercice 6**

Dans ce type de problèmes, deux grandeurs – le nombre de carreaux sur un côté et le nombre de carreaux sur l'autre côté – permettent de déterminer une troisième grandeur-produit : le nombre total de carreaux. Le problème se traduit ici par 960 = 30 × ?

● **Exercice 7**

Recherche de la valeur d'une part dans un contexte de mesure de longueurs. C'est la première fois que le dividende est plus petit que le diviseur.

> Procédure
> Elle consiste à transformer les 70 m en 7 000 cm ou éventuellement en 700 dm.
> 7 000 = 50 × 140 ; chaque serviette aura 50 cm de longueur (ou 5 dm).

ÉTAPE 15

Division des nombres entiers : technique (1)

Manuel p. 53

Objectifs

Retrouver la construction de l'algorithme de la division euclidienne, en gardant le contrôle du sens des calculs.

Pourquoi cette étape ?

Nous reprenons ici la présentation de la technique de la division vue en CM1 et dans les pages précédentes. Nous pensons qu'il est utile de continuer à demander aux élèves d'expliciter les différentes étapes, le but étant de les aider à **contrôler efficacement l'algorithme** :

– construction du répertoire du diviseur ;
– soustractions simples d'un multiple du diviseur (× 10 ou × 100) ;
– réalisation de l'opération ;
– lien avec l'écriture en ligne.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu de tic tac. Jeu du furet des multiples de 3 en remplaçant les multiples de 3 qui sont pairs par « tic ». Recommencer en remplaçant les multiples de 3 qui sont multiples de 5 par « tac ».

C'est une variante du jeu du furet des multiples de 3 qui demande de la part des élèves une grande concentration puisque certains multiples de 3, ceux qui sont pairs, ne sont pas dits mais sont remplacés par tic. Ce qui donne, en partant de zéro : tic ; 3 ; tic ; 9 ; tic ; 15 ; tic ; 21 ; tic ; 27 ; tic ; 33 ; tic ; 39 ; etc.

Les élèves prennent conscience ici qu'un multiple de 3 sur deux est pair.

Même chose pour les multiples de 3 qui sont aussi multiples de 5 : tac ; 3 ; 6 ; 9 ; 12 ; tac ; 18 ; 21 ; 24 ; 27 ; tac ; 33 ; 36 ; 39 ; 42 ; tac ; etc.

Découverte

■ **Question 1**

La lecture de la bulle du furet permet de réviser ce qu'est une division.

Un travail individuel permet au professeur de voir comment les élèves abordent ce calcul. Différer la correction à l'issue du travail sur la question 2.

■ **Question 2**

Lecture silencieuse. Travail individuel. Mise en commun et comparaison avec les méthodes et résultats obtenus à la question 1.

■ **Question 3**

Travail individuel. Mise en commun. La réorganisation des calculs conduit à :

	2	8	5	1	
–	2	4	0	0	200 fois 12
		4	5	1	
–		3	6	0	30 fois 12
			9	1	
–			8	4	7 fois 12
				7	

Quotient : 200 + 30 + 7 = 237. Reste : 7.

Le professeur laissera cette présentation au tableau afin que les élèves s'en inspirent pour la question suivante.

■ **Question 4**

En travail individuel ou par deux, il s'agit cette fois de s'aider du répertoire de 17 pour effectuer la division de 621 par 17, puis de 3 456 par 17 à la manière de Théo.

	6	2	1	
–	5	1	0	⟵ 30 fois 17
	1	1	1	
–	1	0	2	⟵ 6 fois 17
			9	

Le quotient est 36, le reste 9.

	3	4	5	6	
–	3	4	0	0	⟵ 200 fois 17
			5	6	
–			5	1	⟵ 3 fois 17
				5	

Le quotient est 203, le reste 5.

Conclure avec les élèves

Reprendre les propos du furet et les mettre en perspective avec l'écriture en ligne

3 456 = (203 × 17) + 5 ■ et 5 < 17.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56) avec mise au point collective.

- **Exercice 1**

Il permet plusieurs réflexions autour de la division.

<u>Réponses</u>

a. Le quotient est 3, le reste est 0.

b. $124 = 123 + 1$; $124 = (41 \times 3) + 1$; le quotient est 41, le reste est 1.

c. Le quotient est 41, le reste est 0.

d. $169 = 164 + 5$; $169 = (41 \times 4) + 5$; donc le quotient est 4, le reste est 5.

e. 246 est le double de 123 ; donc $246 = 41 \times 6$. Le quotient est 6, le reste 0.

f. $246 = 82 \times 3$. Le quotient est 82, le reste est 0.

- **Exercice 2**

Entraînement à faire des divisions.

<u>Réponses</u> : **a.** $579 = (6 \times 96) + 3$; **b.** $606 = (7 \times 86) + 4$; **c.** $3\,842 = (6 \times 640) + 2$; **d.** $5\,418 = 9 \times 602$.

- **Exercice 3**

<u>Réponse</u> : Le prix d'un dictionnaire est 18 €.

ÉTAPE 16

Division des nombres entiers : technique (2)

MANUEL P. 54-55

Objectif

Confirmer la maîtrise de la technique de la division des nombres entiers.

Pourquoi cette étape ?

- Afin que les élèves poursuivent l'automatisation de la technique sans perdre le contrôle du sens de l'algorithme, nous revenons sur le travail de **prévision du nombre de chiffres du quotient**.

- C'est aussi dans cette étape que nous rappelons la **disposition « définitive » des calculs** (les soustractions peuvent rester posées, conformément aux IO).

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

Calcul mental

Jeu de tic tac. Jeu du furet des multiples en remplaçant les multiples de 3 qui sont pairs par « tic », les multiples de 3 qui sont multiples de 5 par « tac ».

Suite de l'activité proposée à l'étape précédente, mais cette fois-ci les élèves doivent être encore plus vigilants car les deux « règles » sont appliquées simultanément.

Voici en partant de zéro la liste obtenue : tictac ; 3 ; tic ; 9 ; tic ; tac ; tic ; 21 ; tic ; 27 ; tictac ; 33 ; tic ; 39 ; tic ; tac ; tic ; 51 ; tic ; 57 ; tictac ; 63 ; etc.

Découverte

Dans l'étape précédente, les principales phases de l'élaboration de l'algorithme ont été reprises. Nous nous attachons ici à la prévision du nombre de chiffres du quotient.

■ Question 1

Travail individuel : faire lire ce que disent Leïla et Alice. En collectif, demander ce qui permet à Alice de déduire qu'il y aura deux soustractions à effectuer : le nombre par lequel il faudra multiplier 27 se situe entre 10 et 100 ; donc c'est un nombre à deux chiffres. Il y aura donc deux soustractions (au plus) à effectuer.

■ Question 2

Lecture silencieuse de la question.

Bien s'assurer, par la lecture de la bulle du furet, de la compréhension de la signification des deux points. Par rapport à ce que disait Alice en question 1, le furet passe du nombre prévisible de soustractions au nombre prévisible de chiffres du quotient. La division est commencée.

■ Question 3

Le professeur fera remarquer qu'il s'agit toujours de diviser par 27 dont on a le répertoire en question 2.

<u>Démarche</u>

- $27 \times 10 < 700 < 27 \times 100$; donc deux chiffres au quotient ; $700 = (27 \times 25) + 25$.
- $27 \times 100 < 2\,916 < 27 \times 1\,000$; donc trois chiffres au quotient ; $2\,916 = 27 \times 108$.
- $27 \times 1 < 195 < 27 \times 10$; donc un seul chiffre au quotient ; $195 = (27 \times 7) + 6$.

Conclure avec les élèves

Avant de commencer à effectuer une division, il est possible de prévoir le nombre de chiffres du quotient. Pour cela, il suffit d'encadrer le dividende entre deux produits du diviseur par 10, 100 ou 1 000.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56) avec mise au point collective.

● **Exercice 1**

Travail hors contexte sur des divisions. Il s'agit de maintenir l'agilité du calcul réfléchi avant de se servir de la technique.

Réponses

a. 7 × 1 < 25 < 7 × 10 ; quotient à un chiffre ; quotient : 3, reste : 4.
b. 6 × 10 < 126 < 6 × 100 ; quotient à deux chiffres ; quotient : 21, reste : 0.
c. deux chiffres au quotient ; quotient : 92, reste : 4.
d. quotient à deux chiffres ; quotient : 11, reste : 0.
e. quotient à deux chiffres ; quotient : 30, reste : 48.
f. quotient à deux chiffres ; quotient : 11, reste : 15.
g. quotient à deux chiffres ; quotient : 30, reste : 0.
h. quotient à deux chiffres ; quotient : 21, reste : 200.
i. quotient à un chiffre ; quotient : 3, reste : 70.

● **Exercice 2**

Il permet de travailler le lien entre encadrement et nombre de chiffres du quotient.

Réponses : **a.** 854 reste 6 ; **b.** 57 reste 11 ; **c.** 20 reste 304.

● **Exercice 3**

Cette fois, la division est posée. Le professeur demandera de mettre le nombre de points qui correspond au nombre de chiffres du quotient.

Réponses : 736 = (48 × 15) + 16 ; 2 864 = (14 × 204) + 8.

● **Exercice 4**

Certaines calculatrices donnent le quotient et le reste. Mais, même avec ces machines, l'exercice nécessitera une réflexion.

Pour la première ligne, toute machine donne le quotient. Il faudra « enlever » la partie après la virgule pour la plupart des machines. Le professeur donnera une explication. Pour la seconde ligne, il s'agit d'une division exacte, donc il suffit de diviser 624 par 13. Pour la troisième ligne, il faut reconstruire le dividende en effectuant : (8 × 264) + 5.

Réponses

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
516	19	**27**	**3**
624	**48**	13	0
2 117	8	264	5

● **Exercice 5**

Travail réflexif sur l'algorithme.

Réponses

– Pour la **première division**, le quotient est à un chiffre. Le nombre soustrait est 24 : on a donc à chercher 24 = 6 × ?.

$$\begin{array}{rrr|l} & 2 & 7 & 6 \\ - & 2 & 4 & 4 \\ \hline & & 3 & \end{array}$$

– Pour la **deuxième division**, le nombre soustrait est 560 ; on a donc à chercher 560 = 7 × ?.
Ensuite, il suffit de compléter.

$$\begin{array}{rrrr|l} & 5 & 9 & 7 & 7 \\ - & 5 & 6 & 0 & 8\ 5 \\ \hline & & 3 & 7 & \\ - & & 3 & 5 & \\ \hline & & & 2 & \end{array}$$

– Pour la **troisième division**, en complétant la première soustraction, on obtient 5 732.

$$\begin{array}{rrrrr|l} & 5 & 7 & 3 & 2 & 1\ 5 \\ - & 4 & 5 & 0 & 0 & 3\ 8\ 2 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 2 & \\ - & 1 & 2 & 0 & 0 & \\ \hline & & & 3 & 2 & \\ - & & & 3 & 0 & \\ \hline & & & & 2 & \end{array}$$

● **Exercice 6**

Problème, avec une donnée inutile (900 km/h), qui nécessite une lecture attentive car il s'agit de chercher un « nombre de litres par minute ». La division de 1 800 par 7 a pour quotient entier 257, ce qui donne approximativement 257 litres par minute.

● **Remue-méninges**

Libre à chacun d'apprécier s'il doit ou non accorder beaucoup de temps à l'étude de cette technique, sans oublier que le but recherché est l'équilibre entre un procédé de division bien automatisé et la maîtrise du sens.

ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

Calcul automatisé, calcul réfléchi : les quatre opérations (1)

MANUEL P. 56

Objectifs

- S'entraîner à automatiser certains calculs sur les nombres entiers.
- S'entraîner à utiliser les expressions : moitié, double, tiers, etc.
- Revoir la règle des parenthèses.

Pourquoi cette étape ?

Calcul et raisonnement peuvent aller de pair. Dans ces étapes sur le calcul réfléchi, nous entraînons les élèves à développer des procédures de calcul dit « réfléchi » en s'appuyant sur les propriétés des nombres et des opérations.

1 SÉANCE
MATÉRIEL • Par élève : une fiche autocorrective (voir p. 243)

Calcul mental

Jeu de portrait sur les nombres entiers.
Voir étape 14.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 58).

• **Exercice 1**
Il vise à :
– automatiser les multiplications et les divisions d'un nombre à deux chiffres par un nombre à un chiffre ;
– rechercher rapidement « la moitié », « le double », « le tiers », « le triple », « le quart » et « le quadruple » de certains nombres ;
– automatiser les multiplications d'un nombre par certains multiples de 10 ;
– automatiser les divisions d'un nombre « rond » par 4, par 5 et par certains multiples de 10.

• **Exercice 2**
Utiliser à bon escient les expressions « moitié », « double », « tiers », « triple », « quart » et « quadruple » pour exprimer la relation entre deux nombres.

• **Exercice 3**
Entraînement à faire des calculs avec des parenthèses.


Faire lire et commenter la bulle du furet.

• **Exercice 4 (accompagné par l'enseignant)**
Il s'agit, en s'appuyant sur le sens de la multiplication, d'entraîner les élèves à utiliser « en acte » la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition pour effectuer des calculs, c'est-à-dire sans formaliser cette propriété.

Procédures attendues
a. $23 \times 17 = (23 \times 16) + 23$
b. $24 \times 16 = (23 \times 16) + 16$
c. $23 \times 26 = (23 \times 16) + (23 \times 10)$
d. $33 \times 16 = (23 \times 16) + (10 \times 16)$

Numération : encadrer des nombres

MANUEL P.57

Objectif

S'entraîner à situer des nombres entre des multiples de 10, 100, 1 000.

Pourquoi cette étape ?

• Dans cette étape, les élèves s'entraînent à **utiliser la droite numérique** pour :
– situer des nombres par rapport aux multiples consécutifs de 10, 100, 1 000 ;
– donner des intervalles dans lesquels se situe un nombre ;
– choisir une graduation permettant de placer une suite donnée de nombres, ce qui est une compétence nécessaire pour construire des graphiques cartésiens.

• Ils ont ainsi à **traduire la plus ou moins grande proximité des nombres** ; ils découvrent qu'il n'est pas toujours possible de représenter précisément sur une même droite les nombres donnés et les écarts qui les séparent.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu du furet des multiples de 10, puis de 100, puis de 1 000. Demander de temps en temps de quel multiple de 10 (100, 1 000) il s'agit (ex. : 570 c'est 10 fois 57).

Exercice dirigé

Faire lire silencieusement l'ensemble de l'exercice.

Les élèves doivent repérer que sur la droite A, les graduations commencent à 800 et vont de 10 en 10 et sur la droite B, elles commencent à 0 et vont de 100 en 100.

Les amener à reformuler les textes de Théo et d'Alice : 910 et 920 sont deux multiples successifs de 10, ce sont deux dizaines consécutives ; 900 et 1 000 sont deux multiples consécutifs de 100, ce sont deux centaines consécutives.

Après un temps de travail individuel, reprendre chaque question l'une après l'autre et procéder à une correction collective.

■ Questions 1 et 2

Elles visent à faire encadrer des nombres entre deux dizaines ou deux centaines consécutives, formuler par écrit cet encadrement selon le modèle proposé par Alice et Théo, puis placer des nombres sur les droites appropriées. Il est important que les élèves reproduisent les droites graduées : ils prennent conscience de la portion de droite graduée qui est représentée dans chaque cas (on a gradué à partir de 0 ou à partir de 800), et de la longueur entre chaque graduation (sur la droite A, entre deux points il y a 10 unités ; sur la droite B, entre deux points il y a 100 unités). On dit qu'on a gradué la droite A de 10 en 10 à partir de 800 et la droite B de 100 en 100 à partir de 0.

Le professeur pourra faire remarquer que, selon la finesse de l'encadrement, des nombres peuvent appartenir ou non au même intervalle. Ainsi, sur la droite A, le nombre 958 n'appartient pas au même intervalle que les nombres 931 et 937, mais si on plaçait ces nombres sur la droite B, ils seraient dans le même intervalle.

Lors de la correction, attirer l'attention des élèves sur le fait que l'on ne peut pas toujours placer les nombres avec précision mais qu'il est important de respecter l'ordre. Par exemple, 931 et 937 peuvent être placés entre les graduations 900 et 1 000 approximativement, cependant 931 est placé avant 937.

■ Question 3

Élargissement du travail des questions précédentes dans un champ numérique plus grand.

La question permet aussi de déterminer la proximité d'un nombre avec les bornes de l'intervalle : 24 352 est plus proche de 24 000 que de 25 000.

Conclure avec les élèves

On peut toujours encadrer un nombre entre deux dizaines successives, entre deux centaines ou entre deux milliers successifs. Par exemple :

32 543 est compris entre 32 540 et 32 550 ;
on écrit 32 540 < 32 543 < 32 550.

32 543 est compris entre 32 500 et 32 600 ;
on écrit 32 500 < 32 543 < 32 600.

32 543 est compris entre 32 000 et 33 000 ;
on écrit 32 000 < 32 543 < 33 000.

Pour représenter ces encadrements, on peut placer les nombres sur des droites numériques graduées de 10 en 10, de 100 en 100 ou de 1 000 en 1 000. Dans ce cas, on respecte l'ordre dans lequel ils se trouvent dans la suite numérique. Par contre, il n'est pas toujours possible de les placer avec précision.

Exercices

- **Exercices 1, 2 et 3**

Ils reprennent le travail effectué dans l'exercice dirigé sans nécessité de dessiner des droites numériques.

ÉTAPE 17

Angles

MANUEL P. 58-59

Objectifs

- Comparer des angles.
- Avoir conscience que les longueurs des côtés n'ont pas d'incidence sur le résultat de la comparaison.
- Utiliser des gabarits d'angles.

Pourquoi cette étape ?

- La notion d'angle peut être envisagée sous différents aspects : **angle de figures**, angle de vue ou de visée, angle de rotation. C'est le premier aspect que nous étudions principalement parce qu'il est bien adapté à l'âge des élèves, nous abordons le second dans le remue-méninges.
- La notion d'angle est complexe : on confond bien souvent l'angle et sa mesure, oubliant par là-même qu'**un angle est un objet géométrique.** C'est une portion de plan délimitée par deux demi-droites de même origine, appelée aussi parfois **secteur angulaire.**

Pour les élèves la difficulté principale est d'envisager l'angle indépendamment de la longueur de ses côtés (qui en fait représentent les deux demi-droites).

- Pour approfondir l'étude de cette notion complexe, nous reprenons un jeu introduit en CM1 qui consiste à encastrer des pièces polygonales en s'appuyant sur le repérage d'égalité d'angles. Avec cette situation, les élèves continuent à travailler le **passage de ce qui est perçu visuellement à ce qui est vérifié expérimentalement** en utilisant des instruments (ici les gabarits d'angles, et le « porte-angle » constitué de deux bandes de bristol articulées).

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Par élève :
– des feuilles de papier calque ;
– deux bandes de bristol, une attache parisienne ;
– une feuille de brouillon pour noter les prévisions ;
– une règle, une équerre.
• Par groupe :
– les pièces du jeu du géométriscrabble (fiches photocopiables p. 289-290) ;
– 2 fiches avec deux pièces du géométriscrabble déjà encastrées (fiche photocopiable p. 291) ;
– des feuilles pour les messages ; un pion ; du scotch.
• Pour la classe : les pièces du manuel reproduites en plus grand pour le tableau.

Calcul mental

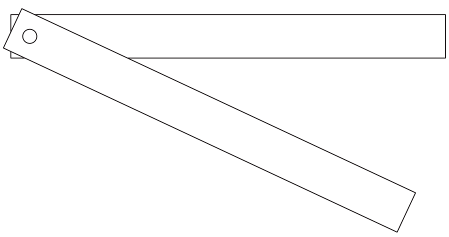
À la recherche du quotient. Le professeur donne le dividende et le diviseur d'une division et les place sur la potence, les élèves doivent trouver mentalement le quotient.

Exemple :

57	6
	?

Activité préparatoire

- **Fabrication d'un « porte-angle »**



Le professeur propose aux élèves de fabriquer un « porte-angle », instrument qui permet de comparer des angles ou de les « reporter ». S'il dispose de cet instrument en métal ou en plastique, il peut le faire observer et décrire par les élèves.
Distribuer à chaque élève deux bandes de bristol et une attache parisienne.

JEU DU « GÉOMÉTRISCRABBLE »

Par groupes de 3 élèves.
Chaque groupe reçoit une fiche sur laquelle sont dessinées deux pièces du jeu déjà encastrées (comme les pièces F et G de la découverte) et une enveloppe contenant les autres pièces du jeu.
Ce jeu comporte 4 phases.

■ Première phase

Chaque joueur tire une pièce, il essaie de l'encastrer. S'il réussit, il la scotche, sinon, il la reprend et passe son tour.
Le professeur vérifie que les élèves ont bien compris le but du jeu : peu importe si les longueurs des segments ne coïncident pas, seule compte la possibilité de faire coïncider les angles.
Lorsque 4 à 6 nouvelles pièces sont placées, passer à la deuxième phase du jeu.

■ Deuxième phase

Lorsque le joueur a tiré sa pièce, il doit **prévoir** s'il peut la placer. S'il pense que c'est possible, il dit où et comment. Pour contrôler alors sa prévision, il peut utiliser son porte-angle (ou éventuellement du papier calque). S'il gagne, il place sa pièce à l'endroit prévu et la scotche, sinon il remet la pièce dans l'enveloppe et c'est au second joueur de tirer une pièce.
Le jeu se poursuit pendant une durée fixée par le professeur.

■ Troisième phase

Dans chaque groupe, on désigne un élève qui sera le « marchand ». Il dispose de l'ensemble des pièces et tourne le dos à ses camarades.
Distribuer aux deux autres élèves une nouvelle fiche sur laquelle sont dessinées deux pièces emboîtées, des feuilles pour écrire les messages et un pion. Les deux élèves choisissent un emplacement où ils souhaitent encastrer une pièce et le matérialisent par le pion. Ils rédigent et envoient un message au « marchand » pour obtenir une pièce qui, d'après eux, devrait convenir pour cet emplacement. Le marchand fournit, s'il en trouve une, une pièce correspondant au message.
Si la pièce fournie s'emboîte bien à l'endroit prévu, elle est collée, sinon elle est renvoyée au marchand.
Si le marchand n'a pas trouvé de pièces correspondant au message, les élèves recommencent.
Tous les messages sont conservés.
Au bout d'un temps de jeu défini par le professeur, le jeu est arrêté et le groupe qui a collé le plus de pièces a gagné.

■ Quatrième phase

Mise en commun :
– des messages produits et comparaison des moyens utilisés pour passer la commande ;
– des procédures utilisées par les marchands pour trouver une pièce correspondant au message.

> Procédures fréquentes pour les messagers
> – Les pièces de la feuille sont entièrement dessinées par transparence et l'angle choisi matérialisé par une croix ou surligné à la couleur.
> – Seul un angle est dessiné soit par transparence (utilisation du papier calque) soit avec l'aide du porte-angle.

Mise au point collective de l'information à donner pour réussir.

Découverte

Reprise individuelle de l'activité préparatoire permettant au professeur de voir la manière dont chaque élève s'est approprié la notion d'angle et d'apporter l'aide nécessaire à ceux qui en ont besoin.

■ Lecture de l'ensemble de la découverte

Les élèves retrouvent des éléments du jeu précédent. Le professeur fait remarquer les zones colorées où devront s'encastrer les pièces L et M et précise que c'est Qwang qui place la pièce L en premier.

■ Travail individuel

Les élèves décalquent l'assemblage constitué des pièces F et G. Ils marquent sur leur feuille les numéros des angles des pièces L et M qu'ils supposent pouvoir s'encastrer pour chaque zone colorée et vérifient leurs prévisions en utilisant leur porte-angle ou en décalquant les pièces L et M.
Remarque : suivant la manière dont les élèves prévoient l'emplacement de la pièce L, les possibilités pour la pièce M sont différentes.

■ Mise en commun

Le professeur recense les propositions des élèves.
Les propositions contestées sont vérifiées collectivement avec le matériel du tableau.
Solutions possibles
Pièce L : angle 2 zone orange. **Pièce M** : angle 1 zone bleue (ou angle 1 adjacent à l'angle 1 de la pièce L déjà placée).
Pièce L : angle 4 zone verte. **Pièce M** : angle 2 ou angle 3 zone orange (ou angle 1 adjacent à l'angle 3 de la pièce L déjà placée).
Il n'est pas nécessaire d'exiger l'ensemble des solutions.
L'angle 2 de la pièce L et les angles 2 et 3 de la pièce M peuvent être identifiés comme angles droits.

Conclure avec les élèves

> • Deux segments consécutifs d'un polygone déterminent deux « angles », un à l'intérieur de la figure, l'autre à l'extérieur. **La longueur des côtés de l'angle n'a pas d'importance.**

2 PÉRIODE

• Pour construire un angle égal à un angle donné, on peut utiliser un gabarit d'angle obtenu soit avec le porte-angle soit à partir de la reproduction sur papier calque de l'angle donné.

Pour illustrer cette conclusion, on pourra faire reproduire une pièce du jeu et indiquer un angle saillant (« pointu »), un angle rentrant (« en creux ») et un angle droit.

Exercices

Nous proposons un travail individuel, suivi d'une confrontation à deux et d'une correction collective.

Exercice 1

Révision des notions d'« angle aigu » et d'« angle obtus ».

Lecture et commentaire collectif de la pancarte du furet.

Les élèves doivent noter leurs prévisions sur leur cahier puis les vérifier avec leur porte-angle ou un papier-calque.

• Exercices 2 et 3

Entraînement à comparer des angles.

Les élèves doivent noter leurs prévisions sur leur cahier, puis les vérifier avec leur porte-angle ou un papier calque.

• Remue-méninges

Ici, il s'agit d'envisager l'angle de visée.

Lecture et commentaire du texte. Observation de la photographie pour identifier les différentes parties du plan schématique du théâtre.

ÉTAPE 18

Droites perpendiculaires et droites parallèles

Manuel p. 60-61

Objectifs

• Se remémorer les positions relatives de deux ou plusieurs droites.

• Construire deux droites parallèles soit en utilisant une perpendiculaire commune, soit en utilisant leur distance.

Pourquoi cette étape ?

• Les notions de droites perpendiculaires et de droites parallèles ont été travaillées depuis le CE1, il ne s'agit donc pas ici de tout reprendre, mais **de stabiliser et d'approfondir les connaissances** et d'entraîner les élèves à construire des droites perpendiculaires ainsi que des droites parallèles entre elles. Si toutefois le professeur repère des difficultés pour certains élèves, il peut revenir à la construction de ces notions en proposant des situations dans le méso-espace (espace de la cour de récréation). Pour cela, se reporter aux étapes 20 et 26 du manuel CM1.

• Rappelons que, pour le tracé de deux droites parallèles, on peut utiliser **deux constructions différentes :** l'une s'appuie sur la propriété pour deux droites parallèles d'être perpendiculaires à une même droite, l'autre sur la propriété pour deux droites parallèles d'avoir un écartement constant.

• Remarque : si certains élèves ont toujours des difficultés à identifier l'angle droit de l'équerre, à identifier les angles droits s'ils ne sont pas en position « prototypique » (horizontale, verticale), ne pas hésiter à leur faire utiliser une équerre en papier confectionnée par double pliage dans une feuille non rectangulaire.

2 séances • **Séance 1** activité préparatoire, découverte et exercices 1 et 2 • **Séance 2** exercices 3 à 8

Matériel • Par élève :

– deux modèles de feuilles photocopiées A et B, sur chacune deux droites parallèles qui diffèrent par leur écartement et leur position dans la feuille ; une feuille de papier pour les messages, une feuille de papier uni (ou calque) pour la construction.

– le matériel personnel de géométrie.

Calcul mental

À la recherche du reste. Le professeur donne le dividende et le diviseur d'une division et les place sur la potence, les élèves doivent trouver mentalement le reste.

Exemple :

$$\begin{array}{r|l} 39 & 7 \\ \hline ? & \end{array}$$

Activité préparatoire

L'objectif de l'activité préparatoire et de la découverte est de faire prendre conscience aux élèves des informations nécessaires pour pouvoir reproduire des droites parallèles sans les décalquer.

■ Préparation et consigne

Répartir les élèves en groupes de deux, la moitié de la classe sera constituée de groupes A, l'autre moitié de groupes B. Associer ensuite chaque groupe A avec un groupe B non voisin.
Donner à chaque groupe une feuille pour le message et une feuille unie pour la construction, la feuille A préparée avec les deux droites parallèles pour les groupes A, la feuille B pour les groupes B.
Consigne : « Vous devez écrire un message pour que le groupe qui vous est associé construise ce que vous avez sur votre feuille. Attention, vous ne devez pas décalquer et votre message ne doit pas contenir de dessin, la vérification se fera par transparence. »

■ Recherche et construction

Pendant le temps de recherche (environ 15 min), le professeur précise individuellement, si c'est nécessaire, que la position des droites dans la feuille n'a pas d'importance. Procéder ensuite à l'échange des messages et à la construction correspondant aux messages reçus, puis à la confrontation entre les modèles et les productions.

Procédures envisageables

– Certains élèves proposent une description des deux droites et évoquent leur écartement.
– D'autres proposent une liste d'informations en vue de la construction des droites, soit en donnant la valeur de la distance des deux droites soit en faisant intervenir une droite perpendiculaire aux deux droites.

■ Mise en commun

Le professeur choisira un certain nombre de messages représentatifs des procédures rencontrées dans la classe. Ces messages seront lus, commentés en s'appuyant sur la production qu'ils ont permis de réaliser, modifiés ou corrigés si nécessaire.

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte. Il s'agit d'une « mise en scène » de l'activité préparatoire permettant à chaque élève de se confronter individuellement au problème. Le document a une apparence de « bout de papier » pour que l'attention des élèves ne soit pas distraite par la position des droites sur une feuille rectangulaire.

Après un temps de travail individuel, les élèves mettent bout à bout leur tracé avec celui de leur voisin pour vérifier si le « train pourrait circuler » soit, en termes mathématiques, si les deux droites parallèles tracées ont bien le même écartement.

Mise en commun des procédures utilisées.

Conclure avec les élèves

- Deux droites parallèles ont un écartement constant.
- Pour reproduire deux droites parallèles, il faut déterminer leur écartement. Pour cela, il faut tracer une droite qui leur est perpendiculaire et mesurer la longueur du segment que les deux droites parallèles déterminent sur cette perpendiculaire.

Pour le rappel de la construction de droites parallèles, lire le paragraphe correspondant de l'Aide-mémoire, page 19. Les élèves pourront reproduire ces deux modes de construction sur leur cahier.

Exercices

Nous proposons un travail individuel, suivi d'une confrontation à deux et d'une correction collective.

• Exercice 1

Il permet de mettre en place un vocabulaire précis pour désigner et argumenter les positions relatives de deux droites.

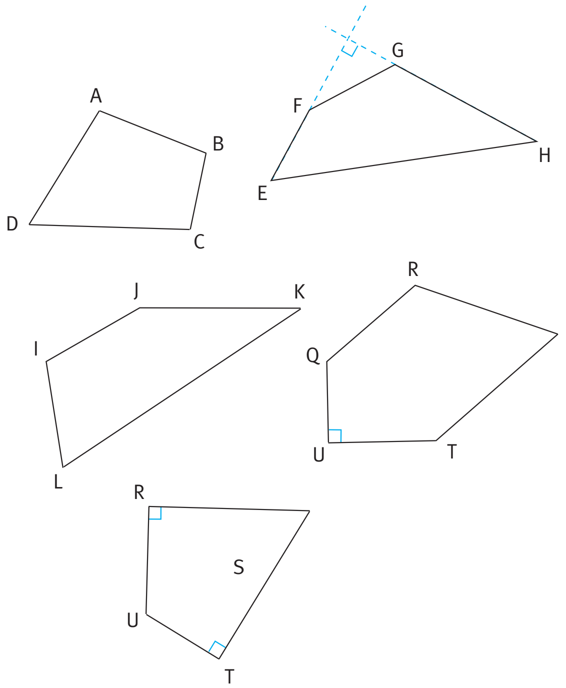
• Exercice 2

Il vise à donner une autre image mentale de la notion d'écartement constant.

• Exercice 3

Les élèves vont devoir envisager « les droites » qui portent les côtés des polygones pour repérer leurs positions relatives. Ainsi pour le polygone EFGH, les côtés [EF] et [GH] sont perpendiculaires alors qu'ils ne sont pas consécutifs, il faut donc prolonger les côtés pour faire apparaître l'angle droit.

Pour chaque question, les élèves peuvent décalquer les polygones, mais ils peuvent également noter leur prévision en utilisant les lettres. La vérification se fait avec les instruments.



• **Exercices 4 et 5**

Dans l'**exercice 5**, sur papier uni, les élèves devront mettre en œuvre les procédés de construction revus lors de la découverte. Les réseaux de parallèles ainsi construits pourront servir dans les situations de partage de segments.

• **Exercices 6 et 7**

Entraînement à la construction de droites parallèles ou perpendiculaires, en respectant une contrainte.

• **Exercice 8 (accompagné par l'enseignant)**

Exercice évoquant une situation du méso-espace étudiée en CM1.

Le trajet le plus court pour aller du point où est Pierre à la rivière, dont les bords sont représentés par deux droites parallèles, est un chemin qui est en ligne droite et qui est perpendiculaire aux bords de la rivière.

ÉTAPE 19

Représentation de données : graphiques et tableaux

MANUEL P. 62-63

Objectif

Lire, interpréter et construire des tableaux de nombres et des graphiques.

Pourquoi cette étape ?

• Depuis le CE2, les élèves ont découvert qu'un graphique peut être **une représentation visuelle d'une relation entre deux variables numériques**. Ils ont rencontré divers types de graphiques se différenciant par le mode de présentation mais aussi par la nature des variables et le type de phénomènes qu'ils permettent de décrire. Ils ont appris à les lire, à en extraire des données pour les comparer, à construire des tableaux à partir des graphiques, à comparer des éléments.

• Dans cette étape, nous poursuivons ce travail à partir d'un **graphique à barres** ou **histogramme** (découverte et exercice 2) et d'un **graphique linéaire** (exercice 1).

1 SÉANCE

Calcul mental

À la recherche du dividende. Le professeur donne le diviseur, le quotient et le reste d'une division et les place sur la potence, les élèves doivent trouver mentalement le dividende.

Exemple :

?	6
3	11

Découverte

Le graphique à barres verticales doubles donne deux informations simultanément : les précipitations (sur l'axe vertical) dans deux villes (Marseille et Strasbourg) au cours de chaque mois de l'année (axe horizontal). C'est un moyen efficace de comparer deux ensembles de données. On peut ainsi comparer l'évolution des précipitations au cours de l'année pour chacune des villes, ou bien comparer les précipitations au cours de chaque mois dans les deux villes.

■ Lecture silencieuse du document

Attirer l'attention des élèves sur les variables qui sont mises en relation. Leur préciser que les barres vertes et bleues représentent des hauteurs en mm.

Travail individuel, suivi d'une correction collective.

■ Question 1

a. Elle permet de vérifier les capacités de lecture du graphique.

b. et **c.** Ces questions visent à faire comparer les hauteurs de précipitations des deux villes durant le même mois.
d. Elle montre l'intérêt du graphique à barres. Au lieu de comparer des nombres, on compare des hauteurs de rectangles, ce qui permet de voir rapidement que le rectangle le moins haut correspond à la hauteur de précipitation la plus petite.

■ Question 2

Elle permet d'entraîner les élèves à construire un graphique. Pour cela, ils doivent :
– trouver la légende pour les axes ;
– trouver comment graduer les axes ; ils peuvent s'inspirer du modèle de la découverte.
Les élèves doivent trouver que 1 cm sur l'axe vertical représente 10 mm d'eau, donc que 1 mm sur l'axe vertical représente 1 mm d'eau, ce qui leur permet de connaître les hauteurs des rectangles à construire.
Le professeur attirera l'attention sur le fait que pour un graphique à barres, la hauteur de la barre représente la valeur de la variable. La largeur de la barre a peu d'importance mais elle doit être constante.

Exercices

• Exercice 1

Il présente un graphique linéaire et vise à réinvestir le travail sur la lecture d'un graphique, dans le cadre des températures moyennes.
Lecture silencieuse. Le document est ensuite commenté collectivement. Attirer l'attention des élèves sur :
– les variables qui sont mises en relation : température maximale en France dans la première quinzaine du mois d'août en 2003 et dates du 1er au 16 août 2003 ;
– l'échelle : elle est régulière sur les deux axes. Sur l'axe des températures, les graduations vont de 2 en 2, sur l'axe des dates, les jours sont repérés dans les colonnes et non sur les lignes verticales ;
– la position des points : ils ne sont pas tous situés sur des lignes du quadrillage, les valeurs données pour la température dans ce cas seront des valeurs approximatives. Travail individuel suivi d'une première mise en commun par deux des procédures et des résultats.
Correction collective de l'ensemble des questions.

• Exercice 2

Il présente un graphique particulier, que l'on peut qualifier de type figuratif : la longueur des autoroutes est représentée par une vue de dessus d'un morceau d'autoroute sur lequel circulent des véhicules. Le graphique s'apparente à un graphique à barres dans lequel les barres sont des parallélogrammes. Les proportions sont conservées entre les nombres exprimant les longueurs des autoroutes et les côtés les plus longs des parallélogrammes.

Après lecture silencieuse du document attirer l'attention des élèves sur :
– les axes qui ne forment pas d'angle droit comme dans les exemples précédents ;
– les variables mises en relation : année sur un axe et longueur d'autoroutes en km en France sur l'autre ;
– la longueur d'autoroutes à péage entre parenthèses qui n'est pas représentée.
Résolution individuelle de l'ensemble des questions suivie d'une confrontation à deux et d'une correction collective.

Questions a. et b. Elles visent à vérifier que les élèves savent lire le graphique. Dans la question **b**, les élèves ont à résoudre un problème de soustraction de type « partie-tout ».

Question c. Problèmes de soustraction de type « transformation ».

Question d. Elle fait intervenir diverses compétences. Ainsi pour l'affirmation de Théo, il s'agit de résoudre un problème de soustraction de type « partie-tout » et un problème de multiplication puis de comparer des nombres. La difficulté vient de ce que ces étapes intermédiaires doivent être déterminées par les élèves pour conclure. Ils doivent :
– trouver la partie gratuite en 1970 :
1 440 – 1 010 = 430 ;
– trouver la partie gratuite en 2000 :
9 850 – 7 365 = 2 485 ;
– comparer 2 485 et 5 × 430 ;
– conclure : 2 485 > 2 150 ; donc Théo a raison.
L'affirmation de Leïla amène à effectuer le produit de 1 010 par 7 et comparer le résultat 7 070 à 7 365.
La question fait intervenir la notion d'ordre de grandeur.
Pour conclure, les élèves peuvent considérer que les deux nombres 7 070 et 7 365 sont proches et donc que Leïla a raison. On peut même dire que la partie à péage en 2000 est un peu plus de sept fois plus grande qu'en 1970.

Conclure avec les élèves

Un graphique permet de visualiser des informations et des relations entre des données qui sont liées.

Le professeur choisira l'exemple qui lui semble le plus adapté pour ses élèves.

ÉTAPE 20

Problèmes pour apprendre à chercher (2)

MANUEL P. 65

Objectifs

- Résoudre des problèmes pour lesquels les élèves ne disposent pas, le plus souvent, de la procédure experte.
- Émettre et tester des hypothèses, gérer des essais, vérifier que la solution produite tient compte de toutes les contraintes.

Pourquoi cette étape ?

Il s'agit de proposer des problèmes pour lesquels les élèves auront la possibilité d'élaborer des solutions personnelles. Le but n'est pas de mettre en évidence des procédures expertes qui ne sont pas, dans la plupart des cas, au niveau des élèves de l'école élémentaire, mais d'**entraîner les élèves à développer une attitude de recherche**. Ce travail a déjà été abordé à l'étape 4.

1 SÉANCE

MATÉRIEL
- Pour le calcul mental : jeu de recto verso fractionnaire (fiches photocopiables p. 307 à 310).
- Pour la découverte :
  – par groupe, une grande feuille et de gros feutres ;
  – par élève, du papier quadrillé pour faciliter la recherche.

Calcul mental

Jeu de recto verso des nombres décimaux. Les cartes portent au recto une fraction décimale, au verso son écriture à virgule. Il s'agit de prévoir le verso lorsque l'on voit le recto (et inversement).

Les élèves jouent à deux avec un jeu de 10 cartes au moins. Ils posent le paquet de cartes entre eux. À tour de rôle, chaque élève observe la carte sur le paquet, il prévoit ce qui est écrit au verso et le note sur une feuille. Il retourne alors la carte pour vérifier. Si sa prévision est correcte, il garde la carte pour lui, sinon, il la replace sous le tas de cartes. Le jeu s'arrête après un temps imparti par le professeur ; le gagnant est celui qui a conservé le plus de cartes.

Les jeux de recto verso sont particulièrement intéressants pour plusieurs raisons :
– la validation est assurée immédiatement et sans intervention de l'enseignant ;
– lorsqu'une réponse est erronée, la carte portant la question sera à nouveau posée puisqu'elle est remise en jeu ;
– la préparation matérielle est simple puisque les cartes des différents jeux peuvent être mélangées sans conséquence ;
– enfin, le temps de jeu est le même pour tous.

Découverte

■ Lecture et reformulation

La lecture silencieuse et la reformulation du texte introductif seront suivies par la lecture et la reformulation de chaque question.

■ Travail individuel puis par groupes, question après question

Temps de recherche personnelle (les élèves peuvent utiliser le papier quadrillé pour faire leurs essais), puis confrontation des résultats par groupes de 2 ou 3 élèves.
Avant le travail de mise en forme d'une solution commune dans les groupes, le professeur fera rappeler les contraintes du problème :
– la mosaïque est de forme carrée, comme un quadrillage ;
– il y a un rang de carreaux bleus sur le pourtour ;
– il y a des carreaux jaunes au centre.
Distribuer la grande feuille et les feutres. Demander aux groupes de présenter leurs démarches et leurs solutions sur la grande feuille qui sera ensuite affichée.

■ Mise en commun, débat et validation

La mise en commun pourra porter sur les procédures de résolution (erronées, incomplètes, ou abouties), sur les résultats et sur la nature des erreurs.
Un rapporteur dans chaque groupe présente la solution de son groupe. La validation des solutions proposées se fera par l'examen des schémas des mosaïques proposées.

■ Question 1 a

Procédures observées
- Essais non organisés : réaliser des schémas de mosaïques, dénombrer les carreaux. Si nécessaire faire un nouvel essai.
- Essais organisés : certains élèves peuvent penser que, pour qu'il y ait plus de carreaux jaunes que de carreaux bleus, il faut une mosaïque importante au centre. Ils réalisent un schéma et dénombrent les carreaux jaunes et bleus.

Si la solution envisagée ne convient pas, ils font un nouvel essai.

• Essais organisés : réaliser des schémas de mosaïques en organisant la recherche : la première mosaïque dessinée est la plus petite possible (1 carreau jaune, 8 carreaux bleus). La mosaïque suivante aura 4 carreaux jaunes (2 × 2) au centre et 12 carreaux bleus sur le pourtour. La mosaïque suivante aura 9 carreaux jaunes (3 × 3) et 16 carreaux bleus, c'est la 2e mosaïque représentée sur la page. La mosaïque suivante aura 16 carreaux jaunes (4 × 4) et 20 carreaux bleus. La mosaïque suivante aura 25 carreaux jaunes (5 × 5) et 24 carreaux bleus. Cette mosaïque répond aux contraintes imposées.

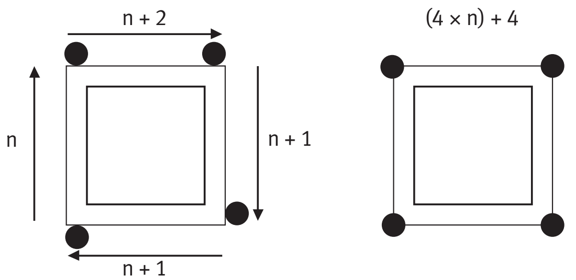
• Au cours des essais, des élèves peuvent commencer à prendre conscience que le nombre de carreaux jaunes s'écrit sous la forme n × n. Pour calculer le nombre de carreaux bleus, plusieurs représentations sont possibles :

– faire le tour du carré en faisant la somme des carreaux contenus sur chaque côté, on obtient :
(n + 2) + (n + 1) + (n + 1) + n ;

– se représenter les 4 côtés identiques aux côtés du carré central et rajouter les 4 coins de la mosaïque ;

– certains élèves font aussi 2 × (n + 2) + 2 × n en faisant les deux rangées horizontales complètes et les deux rangées verticales sans les angles (ou inversement) ;

– d'autres font aussi 4 × (n + 1), en prenant un angle mais pas 2 avec chaque côté ; en fait, ils font :
(n + 1) + (n + 1) + (n + 1) + (n + 1).



Rappelons que le but n'est pas d'obtenir une formalisation quelconque mais un engagement dans la recherche avec une bonne représentation de l'organisation de la mosaïque.

Par contre, un début de formalisation sera nécessaire pour répondre à la question 1d.

■ Question 1 b

<u>Procédures observées</u>

– Chercher à réaliser un pourtour carré avec 12 carreaux bleus sur un côté et dénombrer les carreaux jaunes au centre.

– Rappeler que l'on a déjà exploré ce cas dans la question 1.

– La valeur 12, assez importante, de carreaux sur un côté conduit de nombreux élèves à abandonner le dénombrement 1 à 1 au profit de procédures mixtes utilisant à la fois des schémas et des calculs ; par exemple, ils dessinent le contour avec les 12 carreaux bleus de la première rangée, puis se disent qu'il y aura au centre un carré de 10 carreaux jaunes par côté, ce qui fait 10 × 10 carreaux jaunes. Ils terminent en dénombrant les carreaux bleus.

■ Question 1 c

Le problème revient à chercher le plus grand nombre qui multiplié par lui-même est égal à 49. Le nombre proposé permet une recherche en dessinant la mosaïque, toutefois la plupart des élèves se rappellent que 49 = 7 × 7. Une fois que la partie centrale de la mosaïque est réalisée, l'élève doit trouver le nombre de carreaux bleus sur le pourtour.

<u>Réponse</u> : 49 carreaux jaunes, 32 carreaux bleus.

■ Question 1 d.

Le problème revient à chercher le plus grand nombre qui multiplié par lui-même est inférieur ou égal à 230. Une fois que la partie centrale de la mosaïque est réalisée, l'élève doit trouver le nombre de carreaux bleus sur le pourtour.

Le nombre proposé (230) ne permet pas une recherche en dessinant la mosaïque. Les élèves doivent passer par des représentations plus schématiques, c'est-à-dire que les carreaux ne sont plus représentés un par un mais leur nombre sur chaque côté du carré peut être écrit.

<u>Réponse</u> : 225 carreaux jaunes, 64 carreaux bleus, il restera 5 carreaux jaunes non utilisés.

■ Question 2

Elle vise un entraînement à la recherche de nombres qui sont des carrés.

<u>Réponses</u> : 4 = 2 × 2 ; 16 = 4 × 4 ; 25 = 5 × 5 ; 49 = 7 × 7 ; 64 = 8 × 8.

La question b permet au professeur de voir comment chacun des élèves s'est approprié la particularité des nombres qui sont des carrés de nombres entiers.

Conclure avec les élèves

• Pour résoudre ce problème, il a fallu s'organiser et ne pas oublier toutes les contraintes, faire des essais, les tester, garder trace de ces essais, et rédiger sa réponse en expliquant les calculs qui ont permis de l'obtenir.

• Quand les nombres sont petits, on peut répondre en faisant un dessin. Quand les nombres sont grands, il faut faire un schéma pour représenter globalement la situation et calculer directement à partir des nombres.

Exercices

Nous suggérons de garder le même type de déroulement que celui mis en œuvre dans la découverte :
– lecture des consignes et reformulation ;
– travail individuel puis à deux ;
– mise en commun des résultats et des procédures, débat et validation.

• Exercice 1

Il faut résoudre une étape intermédiaire : la recherche du nombre de pièces et de billets.

La contrainte d'avoir le même nombre de pièces et de billets revient à chercher un multiple de 7 puisque 2 + 5 = 7.

84 = 7 × ?, le nombre cherché est est 12.

Madame Morin a donc 12 pièces et 12 billets dans chacune de ses poches.

Une fois ce résultat obtenu, il s'agit de calculer la somme contenue dans chacune de ses poches, c'est-à-dire faire deux multiplications.
Réponse : 24 € dans la poche gauche et 60 € dans la poche droite.

La procédure experte consiste à résoudre le système :

$$\begin{cases} x = y \\ 2x + 5y = 84 \end{cases}$$

• **Exercice 2**

C'est le même contexte que le précédent problème, une contrainte a changé : Monsieur Daumas a 27 pièces et billets et non le même nombre de pièces et de billets.

Procédures observées
– Des essais en partant d'un nombre de pièces de 2 € puis en complétant avec des billets de 5 €, en oubliant la contrainte des 27 pièces et billets.
– Des essais en cherchant à respecter l'ensemble des contraintes mais pas assez organisés pour mener la résolution à terme.
– Des essais organisés en partant de la contrainte « il y a 27 pièces et billets » et en cherchant pour quelles valeurs on obtiendra 84 € :
1 × 2 = 2 et 26 × 5 = 130 ; 2 + 130 = 132 ; c'est trop.
5 × 2 = 10 et 22 × 5 = 110 ; 10 + 110 = 120 ; c'est trop.
10 × 2 = 20 et 17 × 5 = 85 ; 20 + 85 = 105 ; c'est trop.
15 × 2 = 30 et 12 × 5 = 60 ; 30 + 60 = 90 ; c'est trop.
16 × 2 = 32 et 11 × 5 = 55 ; 32 + 55 = 87 ; c'est trop.
17 × 2 = 34 et 10 × 5 = 50 ; 34 + 50 = 84 ; 84 est le nombre cherché.
Monsieur Daumas a 34 € dans sa poche gauche et 50 € dans sa poche droite.
– Certains élèves peuvent s'appuyer sur le résultat de l'exercice 1 : avec 12 pièces de 2 € et 12 pièces de 5 €, soit 24 pièces et billets on arrive à 84 €. Or Monsieur Daumas a 27 pièces et billets, il faut échanger des billets de 5 € contre des pièces de 2 €. 2 billets de 5 € correspondent à 5 pièces de 2 €.
Avec (12 + 5) pièces de 2 € et (12 – 2) billets de 5 € on a 27 pièces et billets et 84 €.

La procédure experte consiste à résoudre le système :

$$\begin{cases} x + y = 27 \\ 2x + 5y = 84 \end{cases}$$

ÉTAPE 21

Addition et soustraction de nombres entiers et décimaux

MANUEL P. 66-67

Objectifs

- Revenir aux fractions décimales pour expliquer la technique d'addition des nombres décimaux.
- Aborder l'addition à trou des nombres décimaux.

Pourquoi cette étape ?

L'écriture des fractions décimales sous leur forme canonique a permis de conforter le sens des écritures à virgule et l'addition de certaines fractions décimales. Nous repartons de l'écriture des fractions décimales pour **fixer le procédé de calcul de l'addition de deux nombres décimaux**. La découverte est une reprise de de l'étape 72 du manuel de CM1.

• **L'addition à trou** trouve une place logique à ce moment de la progression.

1 SÉANCE

MATÉRIEL
- Pour le calcul mental : jeu de recto verso fractionnaire (fiches photocopiables p. 307 à 310).
- Pour la classe : si possible, des baguettes de bois ou de carton pour simuler la plinthe de la découverte, le mètre de la classe.

Calcul mental

Jeu de recto verso des nombres décimaux. Voir étape 20.

Découverte

Il s'agit de prévoir la longueur de plinthe obtenue à partir de deux morceaux : l'un de 1,5 m, l'autre de 0,97 m.
Après que les élèves ont effectué leurs prévisions (question 2), le professeur peut dessiner au tableau les deux morceaux de plinthe pour permettre une vérification pragmatique.
S'il le juge utile, il pourra prévoir un matériel afin de faire vivre la mise bout à bout, la prévision, puis la vérification matérielle.

■ **Question 1**

Travail individuel. Les élèves effectuent des calculs. Différentier les corrections après la questions 2.

■ **Question 2**

Travail collectif. Le professeur relève les réponses des élèves à la question 1 et les compare avec ceux de Leïla, Alice et Qwang.
Il propose les trois méthodes de vérification citées dans le manuel qui ne sont bien sûr pas de même nature : la

première est pragmatique, les deux autres sont théoriques.
Revenir sur les résultats erronés pour les analyser : 1,147 (Qwang) et 1,102 (Alice) sont obtenus en additionnant « à part » les parties décimales (50 + 97 et 5 + 97) ;
Certains élèves peuvent avoir trouvé 1,12 ou 11,2 (résultats obtenus en additionnant 15 et 97 et en plaçant la virgule après, selon une stratégie ou une autre).


Faire lire la bulle du furet qui explique la façon d'additionner deux nombres décimaux.

■ **Question 3**

Il s'agit de trouver le terme manquant d'une addition à trou en se servant du schéma qui incite à additionner 0,2 et 0,57.
Réponse : 0,77.

Conclure avec les élèves

La conclusion pourra revêtir la forme d'un exemple détaillé, sans référence à la mesure, mettant côte à côte l'addition des fractions et l'addition en colonne des décimaux.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

● **Exercice 1**

Il permet de s'assurer que les élèves savent réduire une somme de fractions décimales.
Réponses : **a.** $\frac{28}{10}$; **b.** $\frac{817}{100}$; **c.** $\frac{473}{100}$; **d.** $\frac{5\,537}{1\,000}$

● **Exercice 2**

Entraînement au passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture à virgule.
Réponses : **a.** 1,5 ; **b.** 2,35 ; **c.** 2,64 ; **d.** 3,4 ; **e.** 0,5 ; **f.** 5,04.

● **Exercice 3**

Certains élèves vont encore hésiter. Théo propose un moyen qui est souvent donné comme une recette, sans que l'on se soit assuré au préalable que les élèves savent que 4,7 = 4,70 !
Nous conseillons donc de justifier, une fois de plus, l'égalité de 4,7 et 4,70 à l'aide des fractions (en rappelant que 7 dixièmes c'est 70 centièmes).

● **Exercice 4**

Il s'agit d'entraîner les élèves à se poser des questions sur le sens des écritures décimales. Pour 12,03 et 12,3 un retour au nom du rang concerné (3 centièmes dans le premier cas, 3 dixièmes dans le second) ainsi qu'un placement des nombres sur une droite numérique pourront fort utilement lever des doutes chez certains élèves.

● **Exercice 5**

Le choix de la procédure est laissé à l'initiative des élèves. Pour les additions de la première ligne, un calcul mental est possible, pour la deuxième ligne l'addition en colonnes est nécessaire. Il est important d'observer la manière dont les élèves disposent les nombres en colonnes pour rectifier si nécessaire.

● **Exercice 6**

Il s'agit de trouver l'écart entre deux nombres, hors de tout contexte. Plusieurs approches sont possibles, par exemple : 2,7, pour aller à 3, cela fait 0,3, puis pour aller à 3,2, cela fait 0,2 ; donc, en tout : 0,5.
12,75 pour aller directement à 13, cela fait 0,25 ; ou bien 12,75 pour aller à 12,80, cela fait 0,05, puis pour aller à 13, cela fait 0,2 ; donc, en tout 0,25.
Ces démarches peuvent être appuyées d'un schéma à flèches ou d'un dessin sur la droite numérique.

● **Exercice 7**

Il permet de débusquer les erreurs classiques.
Réponse
3,5 + 5,6 = 8,11 et 4,67 + 0,3 = 4,70 sont des égalités fausses.

● **Exercice 8**

Il permet d'interpréter un énoncé qui nécessite la résolution d'une addition à trou de la forme : ? + a = b.

● **Exercice 9**

Il traite des additions à trou hors contexte.

● **Exercice 10**

Ici, il faut penser à uniformiser les unités (tout en kilos ou tout en grammes). Dans les deux cas, l'addition en colonnes devra être posée convenablement.

● **Exercice 11 (accompagné par l'enseignant)**

Dans le contexte d'une lecture de carte, il s'agit de prendre l'information puis d'additionner plusieurs décimaux.
Nous suggérons un premier travail collectif d'observation et de lecture dirigée de la carte avant de laisser les élèves répondre individuellement à la question posée.
Mise en commun des propositions.
Réponse
En partant de Bouloire dans la direction de Coudrecieux :
4 + 2,5 + 6,5 + 5,5 + 4 + 4,5 + 4 + 4 = 35 soit 35 km.
On peut faire remarquer que les balises permettent de lire 8 au lieu de 4 + 4 entre Tresson et Bouloire.

● **Remue-méninges**

Réponses

	36,1		
	25,8	10,3	
20,5	5,3	5	
17,1	3,4	1,9	3,1

	61,52		
	35,8	25,72	
20,08	15,72	10	
5,16	14,92	0,8	9,2

	61,93		
	17,8	44,13	
0,28	17,52	26,61	
0,17	0,11	17,41	9,2

ÉTAPE 22

Soustraction des nombres décimaux : technique

MANUEL P. 68

Objectifs

Construire une technique de la soustraction de deux nombres décimaux en étendant à ces nombres les méthodes de calcul étudiées pour les entiers.

Pourquoi cette étape ?

La soustraction des nombres décimaux a déjà été rencontrée au CM1 et revue, à l'étape précédente, sous forme d'addition à trou. Cette fois, il s'agit de reprendre avec les élèves la **technique de soustraction de deux nombres décimaux** qui s'appuie sur la soustraction dans les nombres entiers, afin de les aider à contrôler efficacement l'algorithme. C'est pour cela que nous proposons une approche analogue à celle que nous avons utilisée pour construire la technique usuelle de la soustraction des nombres entiers.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu du furet avec les nombres décimaux. Compter de 0,1 en 0,1 en croissant, puis en décroissant à partir d'un nombre donné. Recommencer en comptant de 0,2 en 0,2.

Ici, on travaille le passage à l'unité supérieure. Par exemple en comptant de 0,1 en 0,1 à partir de 2,4, il faut être vigilant : après 2,9 c'est 3 et non 2,10.

Découverte

Dans cette activité de découverte, plusieurs techniques sont proposées :

– Alice utilise la technique des sauts (déjà vue lors de l'étape 21) ;
– Piotr utilise la technique qui consiste à maintenir constant l'écart entre deux nombres et à trouver un nombre simple à soustraire (ici 10) ;
– Leïla explique la technique directement dérivée de la technique de la soustraction de deux entiers.

■ Question 1

Travail individuel : cela permet au professeur de voir comment les élèves abordent ce calcul.
Différer la correction après la question 2.

■ Question 2

Répartir les élèves en groupes, chaque groupe s'occupant d'une ou de deux méthodes présentées. Le professeur pourra constituer les groupes en fonction de la façon dont les élèves ont résolu la question 1.
Mise en commun. Le but n'est pas de comparer les méthodes, mais de comprendre d'une part qu'elles conduisent au même résultat et d'autre part que la méthode usuelle s'appuie, quand on fait intervenir des retenues, sur la même propriété que la méthode de Piotr qui consiste à maintenir l'écart constant.

L'affirmation de Qwang doit faire l'objet d'une mise au point collective. Cela permet au professeur de demander aux élèves de vérifier l'exactitude du résultat de leur soustraction par une addition.

■ Question 3

Travail individuel. Selon sa classe, le professeur pourra éventuellement choisir de privilégier la technique de Leïla.

Réponses : **a.** 61,8 ; **b.** 10,93 ; **c.** 108,49 ; **d.** 31,55.

Conclure avec les élèves

La conclusion pourra revêtir la forme d'un exemple de calcul autre que 13,5 – 9,35 (par exemple : 23,7 – 14,65) effectué avec la technique de Leïla.

Exercice

Aucune technique particulière n'est exigée puisqu'il s'agit d'abord de débusquer les soustractions « faciles ». Ce sont 2,14 – 1,14 et, dans une moindre mesure, 13,4 – 1,2 (pas de retenue).

Le professeur pourra demander ensuite aux élèves d'effectuer les soustractions selon la méthode de Leïla.

Attention à la soustraction 254,14 – 1,7 pour laquelle les élèves trouvent souvent la réponse erronée 253,7.

Réponses : **a.** 12,2 ; **b.** 17,7 ; **c.** 1 ; **d.** 252,44 ; **e.** 10,65.

Utiliser la calculatrice (1)

MANUEL P. 69

Objectifs

- Utiliser la calculatrice pour approfondir ses connaissances sur les opérations.
- S'appuyer sur la signification des chiffres suivant leur position dans les nombres décimaux pour calculer.

Pourquoi cette étape ?

- En CM1, les élèves ont utilisé la calculatrice pour effectuer des calculs simples sur les nombres entiers (addition, soustraction, multiplication). Pour la division, ils ont découvert que l'affichage de la calculatrice donnait souvent un nombre à virgule qui permettait cependant de trouver le quotient et le reste.
- Dans cette étape, la calculatrice va être utilisée pour consolider ce travail, et pour renforcer les connaissances sur la **signification des chiffres composant un nombre décimal à virgule**.
- Nous souhaitons également amener les élèves à **exercer un contrôle sur leur travail avec la calculatrice** : planifier la suite des calculs à effectuer, noter calculs et résultats au fur et à mesure, les vérifier.

1 SÉANCE
MATÉRIEL • Par élève : une calculatrice.

Calcul mental

Jeu du furet avec des nombres décimaux. Compter de 0,5 en 0,5 en croissant puis en décroissant à partir d'un nombre donné. Recommencer en comptant de 1,1 en 1,1.

C'est toujours le passage à l'unité supérieure (ou inférieure) qui est travaillé. Par exemple, en comptant de 0,5 en 0,5 à partir de 1,4, en croissant, après 1,9 c'est 2,4 et non 1,14.

Découverte

L'organisation peut être la suivante : lecture silencieuse des consignes et reformulation ; travail individuel suivi d'échanges deux à deux pour comparer les résultats ; mise au point collective.
Le professeur rappellera que l'écriture « à virgule » devient une écriture « à point » sur la calculatrice.

■ Question 1

Dans le manuel, les enfants posent des questions de recherche de l'élément manquant dans diverses opérations à trou. L'utilisation de la calculatrice les contraint à transformer ces opérations à trou en opérations réciproques où le nombre à chercher est le résultat du calcul.

La question de Qwang amène l'élève à anticiper la suite de calculs à effectuer en transformant une addition à trou en soustraction.
Réponse : 485,62.

La question d'Alice vise à résoudre une soustraction à trou en la transformant en addition.
Les élèves doivent comprendre que, compte tenu du résultat, le nombre soustrait ne peut être que 7,65. Il s'agit alors de répondre à la question ? – 7,65 = 34,08 ce qui revient à calculer 34,08 + 7,65.

■ Question 2

La question de Théo conduit à résoudre une multiplication à trou en la transformant en division.

Réponse : 946.

La question de Leïla conduit à résoudre une division à trou dont on connaît le quotient et le reste, le troisième nombre connu pouvant être le dividende ou le diviseur. Il y a donc deux solutions (61 731 et 19). Les élèves doivent comprendre que selon le cas on effectue une multiplication ou une division.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56) avec mise au point collective.

• Exercices 1 et 2

Ces exercices font travailler de manière systématique la numération écrite des nombres entiers et des nombres à virgule. Les élèves ont la charge de trouver une suite d'opérations permettant d'obtenir le nombre cherché.

Par exemple, pour passer de 5 432 à 4 732 sans effacer l'écran, il faut identifier qu'il s'agit de passer de 54 centaines à 47 centaines, et qu'il faudra retirer 7 centaines et donc taper par exemple – 700.

Dans l'exercice 2, il faut identifier que le chiffre 7 dans 67,34 correspond à 7 unités en raison de sa position, et le chiffre 3 à 3 dixièmes. Il faudra donc ajouter 1 unité et 2 dixièmes, soit 1,2 pour obtenir 68,54.

Faire noter au fur et à mesure les calculs réalisés et les résultats obtenus, analyser les erreurs (de frappe ou de calcul).

ÉTAPE 24

Comparer des nombres décimaux

Manuel p. 70-71

Objectif

Se rappeler les règles de comparaison des nombres décimaux et l'organisation sur la droite numérique.

Pourquoi cette étape ?

- Les élèves ont beaucoup de difficulté à passer des règles de comparaison des nombres entiers à celles de comparaison des nombres décimaux. On connaît les erreurs récurrentes de rangement des nombres décimaux dues à cet obstacle. Pour traiter cette question en lui donnant toute son importance, nous proposons une activité préparatoire de découverte.
- La recherche de valeurs approchées d'un nombre, et particulièrement d'un nombre décimal, est importante. Nous abordons ce point dans la découverte (question 4), nous y reviendrons lors de la division décimale des nombres entiers.

2 séances • Séance 1 activité préparatoire et découverte • Séance 2 exercices

Calcul mental

Recherche de compléments à l'entier supérieur.

Ex. : Combien faut-il ajouter à 3,2 pour obtenir 4 ?

Activité préparatoire

■ Principe

Dans la classe, le professeur organise quatre groupes.

Deux élèves sont choisis (au sort). Ils écrivent un nombre décimal au dos du tableau (non visible des groupes). Chaque groupe pourra poser des questions aux deux élèves afin de découvrir le nombre écrit au dos du tableau.

■ Règles

– On sait que le nombre n'aura pas plus de n chiffres après la virgule (n est fixé par le professeur en fonction de sa classe).

– Les questions ne peuvent être que « Le nombre est-il plus petit que… ? » ou « Le nombre est-il plus grand que… ? ».

– Toute question qui traite séparément partie entière et partie décimale est interdite. En effet, cela reviendrait à rechercher deux nombres entiers. Le professeur devra être vigilant.

– Chaque équipe pose sa question à tour de rôle.

– Dès qu'une équipe pense avoir trouvé le nombre, elle le propose.

■ Remarques

– Le professeur pourra aider les deux élèves à répondre aux questions des groupes.

– Lors du premier jeu, il est probable que les élèves posent des questions sans se soucier des questions déjà posées par les autres groupes. Le professeur pourra, au bout d'un moment, attirer l'attention sur le fait que l'on peut tirer de l'information à partir des questions antérieures.

– Après une ou deux parties, nous suggérons de faire réfléchir les élèves à une façon de « mémoriser » les renseignements donnés par le jeu des questions réponses.

– Un travail sur la droite numérique, avec le placement de nombres et le coloriage en rouge des parties où l'on sait déjà que le nombre n'est pas, fera apparaître parfois des déficits de représentation ; par exemple, il n'est pas rare de voir des élèves ne pas placer 12,3 et 12,30 au même endroit…

Cette activité peut être reprise pour 4 ou 5 nombres. Le professeur fait changer le groupe des deux élèves pour chaque nouveau nombre. Pour le premier jeu, un nombre décimal à un seul chiffre après la virgule est suffisant.

Découverte

Il s'agit d'une reprise individuelle de l'activité de découverte pour que chaque élève puisse se confronter individuellement au problème et que le professeur puisse apporter une aide personnalisée à ceux qui en ont besoin.

■ Question 1

Lecture individuelle des quatre premières lignes d'introduction et des questions **a** et **b**.

Le professeur rappelle que dans l'activité préparatoire de découverte, le travail avait été facilité par la représentation sur la droite numérique. Il encourage donc chaque élève, dans un travail individuel, à faire de même.

Réponses

a. Le nombre est 19,268.

b. Questions inutiles (en respectant bien sûr la chronologie, sinon, les deux dernières questions suffiraient !) : « Plus grand que 16 ? » « Plus petit que 19,6 ? » « Plus grand que 19,35 ? »

■ **Question 2**

Les questions **a**, **b**, **c** et **d** ont peut-être déjà été rencontrées lors de l'activité préparatoire de découverte. Il s'agit de revenir sur des difficultés qui pourraient subsister. Pour les résoudre, un retour à l'écriture fractionnaire reste indispensable.

■ **Question 3**

En collectif. Il s'agit d'une question importante : entre deux décimaux, on peut toujours placer un nombre décimal (donc une infinité) ; l'idée qu'un décimal « vient juste après » un autre est donc, en soi, absurde. Le professeur pourra demander d'argumenter, par exemple en faisant écrire un nombre situé entre 3,5 et 3,6.

■ **Question 4**

Faire lire et commenter la bulle du furet.

Le professeur pourra définir, s'il le juge nécessaire, la valeur approchée au dixième près par excès.

Conclure avec les élèves

> Entre deux nombres décimaux, on peut toujours placer des nombres décimaux.

Le professeur pourra également faire recopier ce que dit le furet sur la valeur approchée.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56) avec mise au point collective.

● **Exercice 1**

Travail hors contexte sur les écritures et leurs pièges. Si des difficultés persistent, revenir aux écritures fractionnaires.

Réponses : **a.** faux ; **b.** faux ; **c.** vrai ; **d.** vrai.

● **Exercice 2**

Il s'agit de revenir sur l'ordre des nombres entiers.

● **Exercices 3 et 4**

Cette fois, il s'agit d'écrire des nombres décimaux à l'aide des étiquettes et de les ranger. Pour l'**exercice 3**, les élèves peuvent se servir des nombres trouvés dans l'exercice 2 puisque les chiffres à utiliser sont les mêmes. De ce fait, le travail sur la mise en ordre permettra de voir les différences entre les règles de comparaison des entiers et celles des décimaux.

La présence du 0 dans l'**exercice 4** posera quelques problèmes. Elle permettra de confirmer que les écritures 06,79 et 6,790 représentent le même nombre.

● **Exercice 5**

Le professeur pourra demander d'en trouver plus d'un.

● **Exercice 6**

Entre 4,5 et 4,6, il n'y a que 9 nombres à deux chiffres après la virgule ; il faudra donc obligatoirement que les élèves citent un ou des nombres comportant plus de deux chiffres après la virgule.

● **Exercice 7**

Ici, il faut passer au moins à trois puis quatre chiffres après la virgule.

● **Exercice 8**

Un recours à la droite numérique peut s'avérer utile.

Deux réponses : 9,52 et 9,6.

● **Exercice 9**

De nombreuses réponses sont possibles.

Réponse possible : 2,31 ; 2,33 ; 2,35.

● **Exercice 10**

Un travail systématique sur la droite numérique peut être bénéfique pour les élèves.

● **Remue-méninges**

Cet exercice pourra surprendre les enseignants eux-mêmes. Il montre que l'ordre dans la partie décimale des nombres décimaux est du même type que l'ordre lexicographique.

Réponse

Rangeons les « mots » comme s'ils étaient dans un dictionnaire : 102 ; 2 ; 2 001 ; 201 ; 210.

Rangeons maintenant les nombres décimaux dans l'ordre croissant : 0,102 ; 0,2 ; 0,2001 ; 0,201 ; 0,210.

La suite est « la même ». Et pourtant, un adulte n'a pas à trop réfléchir pour la ranger alors qu'il faut réfléchir pour ranger les « mots » proposés selon la règle alphabétique.

Calcul automatisé, calcul réfléchi sur les nombres entiers

MANUEL P. 72

Objectifs

- Reconnaître les multiples de 2 ; 5 et 10.
- Revoir les techniques opératoires dans l'ensemble des nombres entiers.

Pourquoi cette étape ?

Le but est de préparer les élèves à prolonger les opérations dans l'ensemble des décimaux : entraînement à la mémorisation des répertoires additifs et multiplicatifs, des techniques opératoires, de la reconnaissance des multiples.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • par élève : une fiche autocorrective (voir p. 244)

Calcul mental

Jeu du « Tout sur... » (nombres entiers et décimaux). Voir étape 11.

Exercices

Pour le déroulement, voir p. 58.

• **Exercice 1**

Automatisation de la connaissance des répertoires.

• **Exercices 2 et 3**

Entretien des compétences dans les techniques opératoires.

• **Exercice 4**

Il s'agit d'automatiser la reconnaissance des multiples de 2 ; 5 et 10.

Faire lire et commenter la bulle du furet.

• **REMUE-MÉNINGES**

Il vise à faire construire des nombres en tenant compte de contraintes relatives au nombre de chiffres, à la valeur des chiffres et à leur proximité avec un nombre donné.

Réponses : nombre A : 4 056 ; nombre B : 5 964 ; nombre C : 4 965.

Reproduction, restauration de figures

MANUEL P. 73

Objectif

Identifier des propriétés d'alignement, de milieu, de perpendicularité ou de parallélisme pour restaurer des figures à partir de certains éléments.

Pourquoi cette étape ?

• Il s'agit d'une activité que les élèves connaissent : la reproduction de figures a été travaillée dans plusieurs étapes. Ce qui est nouveau, c'est le fait que les éléments à restaurer ne présentent pas de spécificités particulières : il s'agit d'**identifier des relations entre des éléments géométriques** et non plus de reconnaître des « figures simples » dans des figures complexes.

• Le travail de reproduction à une échelle différente contribue à construire progressivement la notion de « figure géométrique » en la distinguant de celle de dessin : la figure obtenue après l'agrandissement est la même que la figure modèle, tandis que les deux dessins sont différents.

• Dans cette étape, c'est la **démarche mise en œuvre** par les élèves qui est privilégiée :
– faire de hypothèses et les tester ;
– élaborer une solution personnelle, s'assurer de sa validité ;
– argumenter pour convaincre de la validité de sa construction.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : pour faciliter le travail, le professeur peut fournir des photocopies des quadrilatères ABCD et MNPQ pour la découverte et du quadrilatère STUV pour l'exercice.
• Pour la classe : les figures construites sur transparent pour permettre la validation par superposition (fiche photocopiable, p. 316). Sur une affiche pour le tableau : le modèle ABCD reproduit en grande taille.

Calcul mental

Le professeur écrit deux nombres décimaux, les élèves écrivent le plus grand (ou le plus petit). Reprendre en disant les nombres sans les écrire. Ex. : comparer 3,7 et 3,28 ; 5,6 et 5,60 ; 34,7 et 33,85 ; 40,07 et 4,007, etc.

Il s'agit d'entretenir les connaissances des élèves sur la comparaison des nombres décimaux. Les nombres choisis doivent permettre au professeur de déceler les erreurs tenaces.

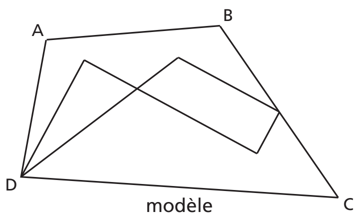
Découverte

Il s'agit ici de mettre les élèves en situation de développer une observation spécifique pour permettre la reproduction de figures géométriques : faire des hypothèses sur les positions relatives des différents segments composant la figure à restaurer et pour cela penser à la position particulière de certains points, à l'orthogonalité ou au parallélisme de certains segments.

■ Question 1

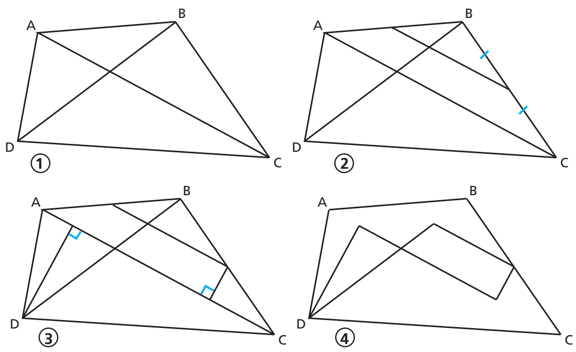
Après lecture silencieuse, donner la photocopie du quadrilatère ABCD ou préciser aux élèves que seul le quadrilatère ABCD doit être décalqué.

Travail individuel, vérification avec le transparent préparé par l'enseignant.



modèle

Exemple de procédure



1. Tracer les deux diagonales.
2. Joindre le milieu de [AB] au milieu de [BC] ou tracer une parallèle à [AC] à partir du milieu de [BC].
3. Tracer deux perpendiculaires à la diagonale [AC] , l'une passant par le point D, l'autre par le milieu de [BC].
4. Effacer les traits qu'on ne voit pas dans le modèle.

■ Question 2

S'assurer que les élèves ont bien compris que le quadrilatère MNPQ est un agrandissement du quadrilatère ABCD.

Cette question a pour but de faire comprendre aux élèves que, lorsque l'on a repéré les propriétés des éléments d'une figure (travail fait à la question 1), on peut facilement l'agrandir sans utiliser de mesure de longueur.
Présenter le travail comme un défi : comment faire pour « restaurer » les parties qui manquent dans le quadrilatère MNPQ ?
Travail individuel.
Validation avec le transparent prévu par le professeur.

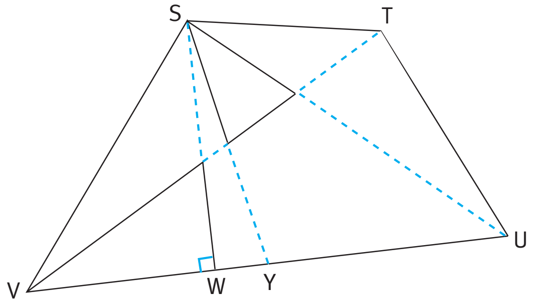
■ **Mise en commun**

Elle peut se faire question après question ou après le travail sur la question 2. Interroger plusieurs élèves pour leur demander de venir expliciter leur démarche en s'appuyant sur la figure agrandie affichée au tableau.

Exercice

Il s'agit d'une application directe de la découverte. Après lecture silencieuse de la question, donner la photocopie du quadrilatère STUV ou préciser aux élèves que seul le quadrilatère STUV doit être décalqué.

En prolongement, le professeur peut donner un agrandissement du quadrilatère STUV pour que les élèves reproduisent le modèle en restaurant la partie manquante.



Le segment [SW] est perpendiculaire à [VU].
Y est le milieu de [VU].

Conclure avec les élèves

Pour reproduire les éléments manquants d'une figure, il faut analyser cette figure, c'est-à-dire chercher ses propriétés. Pour cela, on peut faire des hypothèses, les tester, faire des essais, intervenir sur la figure modèle.

ÉTAPE 26

Distance, milieu, cercle

MANUEL P. 74-75

Objectifs

- Envisager le cercle comme ensemble des points situés à la même distance du centre.
- Envisager la parallèle à une droite comme ensemble de points situés à la même distance de la droite.

Pourquoi cette étape ?

- C'est une **étape de synthèse** qui permet de **faire le point sur la notion de distance dans différentes situations :**
– distance de deux points en relation avec la notion de milieu (et plus tard celle de médiatrice d'un segment) et avec celle de cercle ;
– distance d'un point à une droite en relation avec la notion de droites perpendiculaires ;
– distance de deux droites en relation avec la notion de droites parallèles.
- Remarque : ce qui caractérise la notion de « distance », c'est qu'elle ne fait pas appel à un « objet géométrique » déjà là et « visible » : la distance de deux points « existe » sans être matérialisée ! Il faut tracer le segment qui joint les deux points pour la « voir ». La distance d'un point d'un cercle au centre du cercle ne se « voit » pas, il faut tracer un rayon pour la voir. De même, la distance d'un point à une droite ou celle de deux droites parallèles ne se « voient » pas ; pour les « voir », il faut tracer la droite perpendiculaire à la droite donnée passant par le point dans le premier cas, la perpendiculaire commune aux deux droites dans le second cas.
- Cette étape permet également de commencer à étudier le « régionnement du plan » à l'aide d'une droite ou d'un cercle : les points situés à moins de 4 cm d'un point A sont les points du disque de centre A et de rayon 4 cm, les points situés à moins de 4 cm d'une droite d sont les points de la bande définie par les deux parallèles à d distantes de 4 cm de d.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 À 3 • **SÉANCE 2** EXERCICES 4 À 9

MATÉRIEL • Par élève :
– Éventuellement, une photocopie du plan de la découverte pour éviter le temps de décalquage.
– Le matériel personnel de géométrie.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit quatre nombres entiers ou décimaux au tableau, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres dans l'ordre croissant.

Il s'agit ici d'entretenir les connaissances des élèves sur la comparaison des nombres entiers et décimaux.

Découverte

■ Présentation de la situation

La situation proposée évoque une situation fictive de « jeu » se déroulant dans le méso-espace et représentée sur un plan.
Il est souhaitable que les élèves répondent successivement aux consignes relatives au trois messages, sinon ils utilisent en premier le troisième message et placent d'abord les milieux des segments qui joignent deux palmiers (généralement ils oublient les milieux des segments [AC] et [BD]), puis vérifient les contraintes des autres messages.

■ Question 1

Lecture silencieuse du texte introductif. Après reformulation de la situation, préciser si nécessaire la phrase « Un centimètre sur le plan correspond à un mètre sur l'île ».

• Lecture du premier message et de la consigne.
Travail individuel suivi d'une confrontation à deux.

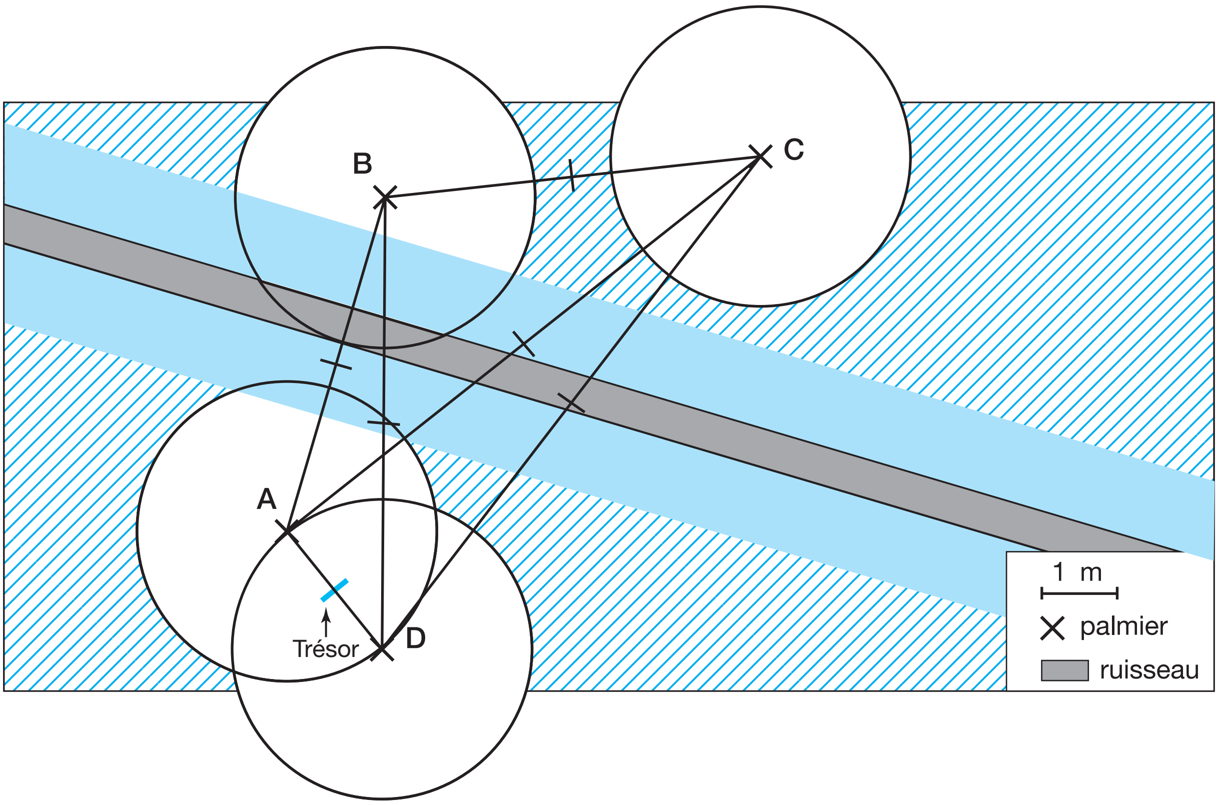
> Procédures observées
> – Certains élèves placent des points isolés à moins de 2 cm d'un des points A, B, C ou D.
> – D'autres tracent les quatre cercles de centres respectifs A, B, C et D et de rayon 2 cm.

Mise en commun des propositions.

Conclusion provisoire : les points situés à moins de 2 m d'un palmier sont à l'intérieur des cercles de centres respectifs A, B, C, D et de rayon 2 mètres.

• Lecture du deuxième message et de la consigne.
Travail individuel suivi d'une confrontation à deux.
Mise en commun des propositions.
Conclusion provisoire :
– les points situés à plus d'1 mètre du ruisseau sont dans deux demi-plans définis par deux droites situées respectivement à 1 mètre du bord du ruisseau et ne contenant pas le ruisseau ;
– les points qui correspondent aux deux messages sont dans les intersections de ces demi-plans et des disques tracés précédemment.

• Lecture silencieuse du troisième message.
Travail individuel, suivi d'une confrontation à deux et d'une correction collective.



PÉRIODE 2

Conclure avec les élèves

- Tous les points situés à moins de 2 cm d'un point A sont à l'intérieur du cercle de centre A et de rayon 2 cm.
- Tous les points situés à 1 cm d'une droite d sont sur deux droites parallèles à la droite d et distantes de 1 cm de d.

Les élèves pourront illustrer cette conclusion par le tracé d'un cercle de centre A et de rayon 2 cm, d'une droite d et de deux droites parallèles distantes de 1 cm de la droite d.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercices 1, 2 et 3

Ils renforcent la conception du cercle comme ensemble de points équidistants du centre, et font envisager l'intérieur du cercle (le disque) comme zone des points plus près du centre que les points du cercle et l'extérieur du disque comme ensemble des points plus éloignés du centre que ceux du cercle. L'enjeu de ces exercices est le grand nombre de points à placer.

• Exercices 4 et 5

Ils renforcent la conception d'une droite parallèle à une droite d comme un ensemble des points situés à la même distance de la droite d, et font envisager l'espace compris entre les deux droites (la bande) comme zone des points plus près de d que ceux de la droite parallèle tracée.

C'est aussi le grand nombre de points à placer qui fait l'enjeu de ces exercices.

Faire lire la bulle du furet et la commenter avant l'exercice 6.

• Exercice 6

Les élèves s'entraînent à dire et à écrire ce qu'ils savent du milieu d'un segment et à utiliser les symboles conventionnels pour indiquer que des segments ont la même longueur.

• Exercices 7 et 8

Les élèves s'entraînent à dire et à écrire ce qu'ils savent d'un carré et d'un rectangle et à construire ces figures en respectant des contraintes de longueurs.

On revoit la signification du mot « centre » pour un carré et pour un rectangle.

• Exercice 9

Les élèves ont déjà travaillé au CM1 sur la reproduction de figures à partir de schémas codés. C'est le premier travail de ce type au CM2. Rappelons que, dans ce cas, les élèves s'appuient non sur l'analyse géométrique instrumentée du dessin mais sur les renseignements donnés par le texte ou par les signes conventionnels.

ÉTAPE 27

Reproduire et construire des figures

MANUEL P. 76-77

Objectifs

- Analyser une figure pour comprendre comment la construire.
- Apprendre à contrôler ses prévisions avec des instruments et à argumenter ses réponses.

Pourquoi cette étape ?

Dans les étapes 3 et 25 les élèves ont appris à « observer » des figures géométriques, à les « analyser » pour comprendre comment les reproduire (recherche de milieux, alignement, parallélisme, orthogonalité, centre de cercles, de demi-cercles…) puis à vérifier avec des instruments les hypothèses qu'ils ont faites. Cette étape permet de **stabiliser le lien entre une figure complexe et les instructions permettant de la construire.**

- L'enjeu à terme est de savoir donner les instructions en les hiérarchisant pour qu'une autre personne puisse construire une figure sans l'avoir vue. Ce travail spécifique nécessite pour les élèves de se décentrer de leur place d'observateur pour se mettre à la place du récepteur du programme de construction qui, lui, n'a jamais vu la figure. Ce passage est difficile. Pour aider les élèves dans ce cheminement, nous procédons progressivement.

2 SÉANCES • SÉANCE 1 DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 À 3 • SÉANCE 2 EXERCICES 4 À 6

MATÉRIEL
- Par élève :
  – des feuilles de papier blanc ;
  – le matériel personnel de géométrie.
- Pour l'enseignant : la reproduction de l'œuvre de Max Bill et les figures à construire aux exercices 3, 4, 5 et 6 sur transparent pour permettre une vérification individuelle et rapide des constructions (fiche photocopiable, p. 317).

Calcul mental

Le professeur écrit un nombre décimal, les élèves l'encadrent par deux nombres entiers consécutifs. Reprendre en disant le nombre sans l'écrire.

Le professeur peut interroger oralement les élèves ou leur demander d'écrire l'encadrement qu'ils proposent sur une feuille ou une ardoise.

Découverte

■ Présentation de l'artiste

Voici un extrait du catalogue *La collection du Musée National d'Art Moderne*, Centre Georges Pompidou, 1987, page 74. Le professeur pourra y puiser les informations qu'il souhaite utiliser pour présenter l'artiste aux élèves.

Max Bill, né à Winterthur (1908), fut, de 1927 à 1929, l'élève de Joseph Albers, de Vassily Kandinsky et surtout de Paul Klee au Bauhaus de Dessau. […] *Max Bill est d'ailleurs un créateur étonnamment fécond : architecte, sculpteur, peintre, graphiste, décorateur de théâtre, mais aussi acteur de la vie socio-culturelle, il a été professeur, conférencier, écrivain, organisateur d'expositions ; il a participé, en outre, à la gestion publique de sa ville, Zurich, où il s'était établi comme architecte en 1930.*

■ Présentation de l'œuvre

Donner un temps d'observation de l'œuvre de Max Bill. Procéder ensuite à un questionnement dirigé pour décrire le tableau :
– demander aux élèves d'expliquer le titre du tableau, accepter toutes les propositions justifiées ;
– nommer les formes présentes : rectangles, carrés, arcs de cercles : demi-cercles, quart de cercles, éventuellement arcs de cercles tangents… ; rappeler qu'il s'agit de l'œuvre d'un artiste et qu'il n'y a pas de ce fait une exigence de rigueur mathématique dans les figures utilisées ; on peut considérer que le quadrilatère à fond ocre est un carré, le rectangle à fond gris et le rectangle à fond noir des « doubles carrés » ; les centres des arcs de cercles sont en général des sommets de rectangle, les centres de demi-cercles sont souvent des milieux de côtés de rectangle ; le diamètre d'un des demi-cercles d'un rectangle de fond donné (généralement le plus grand mais pas toujours) est repris pour un des demi-cercles d'un des rectangles adjacents, ce qui contribue à donner l'impression de mouvement.
– nommer les couleurs, leurs associations (on pourra remarquer que la couleur des arcs de cercles est reprise comme couleur du fond dans le rectangle adjacent en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre).
Tout le vocabulaire mathématique et plastique peut être noté au tableau.
Lecture de la consigne. Travail individuel, vérification avec un transparent préparé par le professeur.

■ **Remarque**

Le professeur pourra faire reproduire la totalité du tableau en partageant le travail entre les élèves. Dans ce cas, associer les élèves par trois : l'un reproduit le rectangle à fond violet, un autre celui à fond noir, le troisième les deux derniers rectangles. La mise en couleur pourra être réalisée au cours d'une séance d'activités plastiques, en proposant par exemple aux élèves de rechercher d'autres associations de couleurs.
Mise en commun des analyses et des procédures de reproduction.
Après cette reproduction à même échelle, le professeur pourra, s'il le désire, proposer aux élèves de réaliser par groupes un agrandissement de cette œuvre.

Exercices

Déroulement : nous suggérons un travail individuel suivi d'une confrontation à deux et d'une correction collective pour les quatre premiers exercices, individuelle pour les deux derniers.

● **Exercices 1, 2 et 3**

Familiarisation des élèves avec les programmes de construction.

Exercice 1 : il faut associer le message à la bonne figure.

Exercice 2 : il faut associer la figure au bon message.

Exercice 3 : travail sur la hiérarchie des informations.

● **Exercice 4**

Observation dirigée d'une figure complexe afin d'entraîner les élèves à analyser de manière très précise les figures qu'ils ont à reproduire. Cette analyse géométrique permet en outre d'agrandir la figure sans utiliser la proportionnalité numérique.

● **Exercice 5**

Les élèves s'entraînent à décoder les symboles conventionnels utilisés sur les figures géométriques et à mettre en mots ce qu'ils savent sur une figure. Cette mise en mots renforce les liens entre l'activité graphique de construction et les propriétés géométriques de la figure.

● **Exercice 6**

Il s'agit cette fois pour les élèves de décoder un message de construction et de réaliser la figure. La validation se fait avec le transparent préparé par le professeur.

ÉTAPE 28

Numération : dépasser le million

MANUEL P. 78-79

Objectifs

- Rencontrer de grands nombres.
- Associer leur écriture en lettres et en chiffres, les comparer.

Pourquoi cette étape ?

- Cette étape consolide le travail mené en CM1 sur les grands nombres proches du million en étudiant plus spécifiquement le passage de la désignation orale des nombres (ou de leur écriture en lettres) à leur écriture chiffrée et réciproquement.

L'utilisation d'un tableau de numération peut s'avérer une aide efficace.

- Il s'agit aussi de renforcer le travail mené sur la décomposition canonique des nombres et sur leur comparaison dans un champ numérique plus grand.

2 SÉANCES • SÉANCE 1 DÉCOUVERTE • SÉANCE 2 EXERCICES

Calcul mental

Le professeur donne la décomposition d'un nombre décimal dans l'ordre ou le désordre, les élèves écrivent le nombres sur leur ardoise ou l'affichent sur leur calculatrice. Ex. : 2 dizaines, 6 unités, 8 centièmes ; 7 centaines, 8 centièmes, 5 dixièmes ; etc.

Il s'agit de réactiver le lien entre les différents groupements et leur écriture chiffrée, dans un champ familier pour des élèves de CM2 (champ que déterminera le professeur suivant sa classe).

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte, puis travail individuel suivi d'une correction collective de l'ensemble des questions.

■ Question 1

Trouver parmi plusieurs écritures chiffrées celle qui correspond à l'écriture littérale d'un nombre donné.
Elle permet à l'enseignant de débusquer les erreurs persistantes. L'analyse de ces erreurs éventuelles pourra être faite soit collectivement si elles concernent un grand nombre d'élèves, soit individuellement.

Lors de la correction, il peut être nécessaire de préciser à nouveau la manière dont est organisé le « tableau de numération ».

■ Question 2

Associer écriture littérale et décomposition canonique d'un nombre.

■ Question 3

Comparer des nombres et les ranger (questions **a** et **b**). Dans les questions **b** et **c**, les élèves ont aussi à résoudre des problèmes additifs dans lesquels on cherche le tout connaissant les parties.

Réponses

b. Basse-Normandie : 1 449 000 habitants.
Haute-Normandie : 1 811 000 habitants.
Conclusion : la Haute-Normandie est plus peuplée que la Basse-Normandie.
c. 3 260 000 habitants en Normandie en 2006.

Conclure avec les élèves

- Pour dire 1 000, il existe un mot, le mot « mille ». Pour dire 10 000, il n'existe pas de mot spécifique : on dit « dix mille » ; de même pour 100 000, on dit « cent mille » ; pour dire 1 000 000, il existe le mot « million ».
- Tous les nombres entre 1 000 et 999 999 999 peuvent se dire en juxtaposant au plus cinq éléments : un nombre inférieur à mille puis le mot « million(s) », un nombre inférieur à mille puis le mot « mille », un nombre inférieur à mille.

Faire lire l'Aide-mémoire, pages 2 et 3.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercices 1, 2 et 4

Application directe du travail mené dans la découverte. Les élèves sont entraînés à passer de l'écriture littérale d'un nombre à son écriture chiffrée et réciproquement.

• Exercice 3

Consolidation des connaissances sur la décomposition canonique d'un nombre en tenant compte des groupements manquants.

• Exercice 5

Il vise à renforcer les notions de successeur et de prédécesseur d'un nombre entier écrit en lettres et à débusquer les erreurs les plus courantes dans le passage de l'oral à l'écrit et réciproquement.

• Exercices 6 et 7

Réinvestissement les règles de comparaison de nombres (exercices 6 et 7) et passage de l'écriture chiffrée d'un nombre à son écriture littérale (exercice 6).

• Remue-méninges

Il s'agit de résoudre un problème de multiplication en faisant des conversions d'unités de durées : un jour, c'est 1 440 minutes, une année (non bissextile), c'est 365 jours, soit 525 600 minutes. Deux ans, c'est 1 051 200 minutes. Le cousin de Théo a environ deux ans.

Utiliser la calculatrice (2)

MANUEL P. 80

Objectif

Utiliser la calculatrice pour travailler sur la numération et les opérations avec des nombres entiers.

Pourquoi cette étape ?

• À l'étape 23, les élèves ont utilisé la calculatrice pour résoudre des problèmes simples relevant des quatre opérations sur les nombres entiers ou décimaux et ont consolidé leurs connaissances sur la signification des chiffres composant l'écriture d'un nombre.

• Dans cette étape, nous souhaitons leur permettre de renforcer ce travail sur les nombres entiers en réinvestissant leurs connaissances sur les propriétés des opérations.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève :
– une calculatrice
– une fiche autocorrective (voir p. 245)

Calcul mental

Compétition calcul mental/calculatrice. Une moitié de la classe a des calculatrices, l'autre calcule de tête. Le professeur écrit à l'avance au tableau une suite de calculs à effectuer en un temps limité. Discuter ensuite de la pertinence de l'usage de la calculatrice ou du calcul mental suivant les calculs. Permuter les équipes au bout d'un certain temps.

Exemples de listes

Liste 1 : 750 – 11 ; 20 × 5 ; 48,7 + 100 ; 367 + 9 ; 48 × 137 ; 28,6 × 10 ; 7,8 + 5,2 + 4,6 ; 38,4 + 10 ; 100 × 54,9 ; 25 × 4 ; 458 – 60.

Liste 2 : 3 859 – 2 000 ; 4,2 × 5 ; 69,9 + 1 ; 7,8 + 2,2 ; 48 × 0,5 ; 3,6 + 52,4 + 10 ; 3 128 – 795 ; 56 × 0,1 ; 125 × 4 ; 45,8 – 15,3 ; 5,9 + 0,1.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 58) avec une mise au point collective à l'issue de chaque exercice.

• Exercice 1

Passage de l'écriture littérale d'un nombre entier à son écriture chiffrée, travail sur la signification des chiffres composant un nombre.

• Exercices 2 et 4

Travail sur la signification des chiffres composant un nombre et sur le sens de l'addition et de la soustraction.

• Exercices 3 et 8

Renforcement des connaissances sur les propriétés de la multiplication, notamment la distributivité de la multiplication sur l'addition.

• Exercice 5

Transformation d'une multiplication à trou en division.

• Exercice 6

L'explication demandée a pour but de conduire les élèves à voir que :
– pour **a**, on a ajouté un même nombre (11) aux deux termes d'une soustraction, ce qui ne change pas le résultat ;
– pour **b**, on a ajouté un même nombre (6) aux deux termes d'une somme, ce qui augmente le résultat de 12 ;
– pour **c**, on a retranché 1 au premier terme de la soustraction et ajouté 1 à l'autre, ce qui modifie le résultat (en le diminuant de 2).

• Exercice 7

Renforcement des connaissances sur les propriétés de la multiplication : le résultat ne change pas si l'on multiplie un des facteurs par un nombre et que l'on divise le deuxième facteur par le même nombre ; donc les égalités **a** et **c** sont correctes, **b** est fausse puisqu'on a multiplié les deux facteurs par 2.

• REMUE-MÉNINGES

L'élève doit repérer dans quel ordre il faut traiter les informations.

Réponses : ◆ = 14 ✻ = 658 ♥ = 1 438

Problèmes pour s'entraîner : aide méthodologique

MANUEL P. 81

Objectifs

- S'entraîner à résoudre des problèmes.
- Apprendre à s'aider, quand c'est nécessaire, en les résolvant dans un champ numérique plus petit.

Pourquoi cette étape ?

- Dans cette étape, nous présentons des couples de problèmes dont les énoncés sont très proches.

Pour chaque problème, **les élèves ont à choisir une procédure de résolution et une procédure de calcul**.

Dans le premier problème, la difficulté liée aux nombres est conséquente. Or, on sait que le fait de se retrouver face à des nombres sortant du champ numérique familier peut amener certains élèves à régresser dans leur capacité à se représenter le problème.

Dans le second problème, les élèves ont toujours à décider de la procédure de résolution, mais le champ numérique est familier et la résolution peut être menée en utilisant des procédures de calcul élémentaires ou de calcul réfléchi.
La confrontation du second problème avec le premier peut permettre d'éclairer celui-ci.

- Cette méthodologie, que nous avons mise en place pour chaque niveau depuis le CE1, est intéressante à proposer car les élèves peuvent ensuite l'employer d'eux-mêmes lorsqu'ils se trouvent face à des problèmes qu'ils jugent complexes. Attention toutefois, tous les problèmes ne se prêtent pas à cette démarche.
- C'est la mise en œuvre d'une attitude de recherche et non la procédure experte qui est visée.

1 SÉANCE

Mise en route

Dictée géométrique. Ex. : Trace une droite, appelle-la d. Place un point A à l'extérieur de la droite d. Trace la droite qui passe par A et qui est perpendiculaire à d.

Le professeur donne les consignes successivement en laissant aux élèves le temps de les exécuter. Il demande d'utiliser l'équerre et s'assure que l'utilisation de celle-ci est correcte.

Découverte

Le travail des élèves porte d'abord sur la recherche du premier problème. S'ils n'arrivent pas à trouver une procédure de résolution pour ce problème, ils cherchent à résoudre le deuxième problème. Il leur reste alors à transposer la procédure choisie pour résoudre le premier.

Après le travail de lecture individuelle, il sera intéressant de procéder à une analyse collective des similitudes et des différences entre les deux énoncés de problème.

■ Travail individuel puis première confrontation à deux

Procédures observées
– Par essais successifs en se rapprochant chaque fois du but à atteindre.
– Percevoir que les trois nombres vont être du type 200 + ?, et chercher trois nombres qui se suivent dont la somme est 12.
– Chercher trois nombres égaux dont la somme est 612 puis ajuster.

Réponse problème 1 : 203 ; 204 ; 205.
Réponse problème 2 : 15 ; 16 ; 17.

■ Mise en commun

Elle peut se dérouler en deux temps :
– le professeur commence par questionner les élèves sur leur cheminement : résolution du problème 1 directement ou aller-retour entre le problème 1 et le problème 2 ;
– puis, il procède à la mise en commun habituelle : relevé des réponses, explicitation des démarches, choix collectif d'une démarche experte.

Conclure avec les élèves

Le professeur décidera de placer cette conclusion ici ou à la fin de l'étape.

> Quand un problème semble difficile à résoudre, on peut remplacer les nombres de l'énoncé par des nombres plus petits. Cela peut aider à comprendre le problème initial.

Exercices

Nous proposons de garder le même type de déroulement que celui mis en œuvre dans la découverte :
– lecture des consignes et reformulation ;
– travail individuel puis à deux ;
– mise en commun des résultats et des procédures, débat et validation.

• **Exercice 1**

Ces problèmes montrent que l'on peut avoir des informations sur l'écriture chiffrée d'un nombre sans nécessairement le connaître.

Dans les deux problèmes, la présence du facteur 10 et des facteurs 2 et 5 permettent de déduire que le nombre sera un multiple de 100. Le chiffre des unités et le chiffre des dizaines sont donc 0.

• **Exercice 2**

Le 2e problème peut se résoudre en dénombrant pas à pas les chiffres utilisés, le dernier nombre écrit est 38.

Il sera nécessaire d'organiser le dénombrement pour résoudre le 1er problème.

Procédures observées

• Certains procèdent par petites étapes en utilisant le fait qu'il faut 19 chiffres pour écrire les nombres de 1 à 14 :
– dénombrer les nombres de 15 à 20, il y en a 6 ;
– puis de 21 à 30, il y en a 10 ;
– puis remarquer qu'il en est de même dans chaque dizaine ; donc de 31 à 90 il y en a 6 × 10 ;
– de 91 à 99, il y en a 9 ;
– etc.

• D'autres trouveront directement qu'il y a 99 – 14 nombres de 15 à 99, soit 85 nombres.

Il faut donc utiliser (85 × 2) + 19 = 189 chiffres pour écrire tous les nombres jusqu'à 99.

Remarquer qu'il reste (459 – 189) chiffres à utiliser, soit 270.

Chaque nombre, après 99, s'écrit avec 3 chiffres, 270 = 3 × 90, on peut écrire 90 nombres à partir de 100, on arrive donc à 189.

• Certains élèves n'utiliseront pas le résultat intermédiaire donné et chercheront directement le nombre écrit après avoir utilisé 459 chiffres :
– ils remarquent qu'il y a 9 nombres avec 1 chiffre, puis 90 nombres à 2 chiffres. Ce qui donne 189 chiffres pour écrire tous les nombres jusqu'à 99 ;
– la procédure est ensuite identique à celle décrite précédemment.

ÉTAPE 30

Se repérer sur une carte, lire un tableau

MANUEL P. 82-83

Objectif

Réinvestir ses connaissances sur le repérage sur quadrillage et les nombres entiers.

Pourquoi cette étape ?

• Nous souhaitons amener les élèves à utiliser le **repérage sur quadrillage dans la lecture de cartes** dans le contexte de l'Union européenne.

• Dans cette étape, nous avons fait le choix de travailler sur les principaux fleuves d'Europe, en présentant les données sur une carte et dans un tableau pour permettre aux élèves de **s'entraîner à lire des documents divers**.

• Dans la seconde partie, les élèves ont à **comparer des nombres** et à **résoudre des problèmes soustractifs dans un contexte de longueurs.**

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Pour la classe : si possible, une carte des fleuves de l'Europe à afficher au tableau.

Mise en route

Dictée de figures géométriques. Ex. : Trace un segment de longueur 5 cm. Appelle A et B ses extrémités. Trace le cercle de centre A passant par B.

Autre exemple : Trace un carré de côté 6 cm. Appelle ses sommets X, Y, Z et T en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre. Place le point I au milieu du segment [ZT]. Trace le demi-cercle de diamètre [ZT] à l'intérieur du carré.

Localisation des fleuves de l'Union européenne

Lecture silencieuse de la carte et du texte. Le professeur fera observer la couleur sur certains pays : il s'agit des pays de l'Union européenne. Il veillera à actualiser les informations en fonction de l'élargissement de l'UE.

Après un temps de travail individuel, procéder à une correction collective. Les élèves ont à comprendre qu'un fleuve peut être caractérisé par sa source, le lieu où il se jette, les pays qu'il borde ou traverse. Le quadrillage facilite ainsi la caractérisation d'un fleuve afin de le situer sur une carte.

Réponses

Question 1 : **a.** le Rhin ; **b.** la Vistule ; **c.** le Tibre.

Question 2 : dix pays sont traversés ou bordés par le Danube : l'Allemagne, l'Autriche, la Slovaquie, la Hongrie, la Croatie, la Serbie, la Roumanie, la Bulgarie, la Moldavie, l'Ukraine. Six font partie de l'Union européenne.

Remarque : Le Danube traverse l'Allemagne et l'Autriche, pénètre à peine en Slovaquie mais forme une partie de la frontière entre la Slovaquie et la Hongrie, traverse la Hongrie, forme la frontière entre la Croatie (sans pénétrer en Croatie) et la Serbie, traverse la Serbie, forme une partie de la frontière entre la Roumanie et la Bulgarie (sans pénétrer en Bulgarie), traverse la Roumanie, borde la Moldavie sur 570 mètres et forme la frontière entre la Roumanie et l'Ukraine.

Conclure avec les élèves

Le quadrillage est un moyen commode qu'utilisent les géographes pour découper et représenter l'espace sur une carte. Il aide à localiser différents éléments de cet espace et à les décrire plus facilement.

Longueur des principaux fleuves de l'Union européenne

Après lecture silencieuse de l'ensemble du document, attirer l'attention des élèves sur le fait que, pour répondre à certaines questions, ils peuvent avoir à prendre des informations sur la carte qu'ils viennent d'étudier et sur le tableau.
Travail individuel, suivi d'une correction collective de l'ensemble des questions.

■ Question 1

Comparaison de nombres.

Réponse : la Tamise qui arrose l'Angleterre.

■ Question 2

Mise en ordre de nombres.

Réponse : le Danube, le Rhin, l'Elbe, la Vistule, la Loire, le Tage, la Meuse, l'Ebre, l'Oder, le Rhône, la Seine, le Guadalquivir, le Pô, la Garonne, la Tamise.

■ Question 3

Elle vise diverses compétences. Les élèves doivent :
– trouver le nombre le plus grand parmi les quinze nombres du tableau ;
– résoudre un problème de transformation avec recherche de l'état initial ; l'énoncé suggère une addition à trou : ? + 2 200 = 2 857, qui peut être transformée en soustraction ;
– lire dans le tableau ce nombre pour trouver le fleuve.

Réponse : le Guadalquivir.

■ Question 4

Ici, les élèves doivent prendre des informations dans le tableau et sur la carte. Ils ont à :
– trouver sur la carte le fleuve qui traverse le Portugal : le Tage ;
– revenir au tableau pour lire la longueur de ce fleuve : 1 006 km ;
– résoudre un problème de soustraction de type comparaison : ? + 359 = 1 006 ;
– lire dans le tableau le fleuve dont la longueur est 647 et conclure qu'il s'agit de la Garonne.

■ Question 5

Elle nécessite un aller-retour entre la carte et le tableau.

Réponse : 848 est le seul nombre palindrome, il s'agit de l'Oder.

■ Question 6

Réponse : trois nombres ont la somme de leurs chiffres égale à 13 (1 165 ; 346 ; 652) ; les fleuves correspondants sont l'Elbe, la Tamise et le Pô. La carte permet de repérer que seul l'Elbe traverse deux pays.

■ Question 7

Classement à partir des données d'un tableau et comparaison des classes obtenues selon leur nombre d'éléments.

Réponse : Méditerranée (2), mer du Nord (4), mer Baltique (2), océan Atlantique (4), Manche (1), mer Noire (1), mer Adriatique (1).
4 fleuves se jettent dans l'océan Atlantique, et 4 dans la mer du Nord.

L'art contemporain et la géométrie

MANUEL P. 86

Des informations complémentaires

Par le choix de l'étude de quelques œuvres d'artistes contemporains, nous souhaitons mettre en évidence les liens entre les mathématiques et certains courants artistiques et contribuer à enrichir les représentations des élèves sur certaines notions géométriques. Il ne s'agit pas de détourner des œuvres d'art à des fins pédagogiques, mais plutôt, quand cela s'avère possible, de les décoder d'un point de vue mathématique en veillant à préserver leur dimension artistique première.

Nous présentons dans cette page deux œuvres de deux artistes faisant partie d'un des courants de l'art non figuratif, courant désigné sous le terme d'« abstraction géométrique ». L'œuvre de Max Bill (étape 27) est issue du même courant. À sa naissance, l'abstraction se définit par une prise de distance vis-à-vis de la réalité visible. Avec l'abstraction géométrique, l'enjeu est en plus d'affirmer l'autonomie des formes pures.

Piet Mondrian (1872-1944) est l'un des plus grands représentants de l'art non figuratif, courant qui débute en 1910 et qui s'est développé par la suite jusqu'à devenir l'un des principaux de notre époque. En 1917, il participe avec Théo Van Doesburgh (1883-1931) à la fondation d'un groupe qui prendra le nom de la revue qu'il publie, *De Stijl* (Le style), dans laquelle les artistes exposent leur nouvelle théorie : le néoplasticisme. De nombreuses compositions de Mondrian et de Van Doesburg sont composées de traits verticaux et horizontaux noirs combinés à des aplats géométriques de couleurs primaires.

Activités avec les élèves

Après avoir lu le texte introductif, laisser un moment d'expression libre sur la Composition A de Piet Mondrian.

Lecture silencieuse du texte relatif au carré.

Nous suggérons au professeur d'apporter des reproductions des œuvres citées ainsi que le tracé correspondant à la reproduction du tableau de Van Doesburgh dans un carré de 12 cm sur un transparent pour permettre la validation par transparence.

Observation spontanée puis dirigée de l'œuvre *Composition arithmétique* de Théo Van Doesburg.

Il s'agit de quatre carrés noirs « posés sur leur pointe », de plus en plus petits en partant du bas à droite et allant vers le haut à gauche. Chacun se trouve dans une zone en forme de « L retourné » de couleur beige ou rose.

Demander aux élèves de chercher comment sont positionnées ces carrés les uns par rapports aux autres, puis de reproduire le tableau dans un carré de 12 cm de côté.

Pour éviter les reproductions approximatives, il convient de fixer les règles du jeu. Il s'agit de reproduire le tableau comme s'il s'agissait d'un agrandissement photographique. Le professeur aura préparé un tel agrandissement pour permettre une validation par superposition.

Travail à deux. Exemple d'investigations :

– les médianes des quatre carrés noirs sont alignées sur la diagonale du carré extérieur ;

– les zones beiges et roses sont délimitées par des horizontales et des verticales qui sont à la moitié du côté du carré, à la moitié de la moitié, etc. ;

– les diagonales horizontales des carrés noirs sont placées au 1/12 ; 1/6 ; 1/3 ; 2/3 du côté vertical (il en est de même des diagonales verticales des carrés noirs) ;

– les côtés des carrés noirs restent inclinés selon le même angle ;

– etc.

Mise en commun des analyses et des procédures de reproduction.

Le professeur décidera en fonction de sa classe et de son intérêt personnel d'aborder le second point de cette page en séance de mathématiques ou d'arts plastiques.

ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition et soustraction de nombres décimaux

MANUEL P. 88

Objectif

Mettre en œuvre des procédures de calcul réfléchi en s'appuyant sur la valeur des chiffres selon leur rang.

Pourquoi cette étape ?

• Il s'agit ici de renforcer les connaissances des élèves sur les nombres décimaux. La validation des calculs se fait en revenant sur le sens des écritures décimales.

• Le calcul réfléchi est l'occasion de rencontrer diverses façons d'effectuer un même calcul et de justifier celui qui a été choisi. Il ne se limite pas au calcul mental : il peut s'appuyer sur des écrits intermédiaires rendant compte des étapes utilisées et donc du raisonnement suivi par les élèves. Il utilise toujours des résultats mémorisés.

1 SÉANCE
MATÉRIEL • Par élève : une fiche autocorrective (p. 246).

Calcul mental

Le professeur donne (par oral ou au tableau) la décomposition d'un nombre décimal dans l'ordre ou le désordre, les élèves écrivent le nombre sur leur ardoise ou l'affichent sur leur calculatrice.
Exemple : 6 unités et 7 centièmes ; 4 dixièmes et 5 dizaines ; 6 centaines 3 dizaines et 5 centièmes ; 2 centièmes 1 dixième et 9 unités ; etc.
Reprendre en proposant diverses décompositions.
Exemple : 24 unités et 3 dixièmes ; 54 dixièmes ; 567 centièmes ; 5 dixièmes et 14 centaines.

Il s'agit pour les élèves de traduire sous forme chiffrée les différents groupements, en introduisant les zéros nécessaires pour respecter les groupements manquants mais sans qu'il y ait cependant de calculs additifs liés aux échanges à effectuer du type 4 unités et 23 dixièmes.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 58).

• **Exercice 1**

Additionner des nombres décimaux
L'entraînement porte :
– sur la prise en compte des retenues, par exemple : 2,7 + 1,3 ;
– sur la nécessité de tenir compte de la valeur des chiffres en fonction de leur position, par exemple : 7,65 + 5.

Soustraire des nombres décimaux
Les nombres sont familiers, l'entraînement porte :
– sur la prise en compte des retenues, par exemple : 5,3 – 3,7 ;
– sur la nécessité de tenir compte de la valeur des chiffres, par exemple : 7,8 – 4.

Trouver un complément à l'entier supérieur
Ici, il s'agit de trouver le complément d'un nombre décimal, comportant un chiffre après la virgule, à l'entier supérieur, ce qui revient à chercher le complément à 10 dixièmes. C'est un prolongement du travail sur les compléments à 10.

Trouver un complément au multiple de 10 le plus proche
La tâche demandée se décompose en deux temps : trouver un complément à l'entier supérieur, puis au multiple de 10 le plus proche. Par exemple pour 17,5 + … = 20 ; 17,5 + 0,5 = 18 ; 18 + 2 = 20 ; 17,5 + 2,5 = 20.

Trouver un complément à un nombre décimal proche
Il s'agit du décimal supérieur le plus proche ayant un chiffre après la virgule.

Trouver l'écart
On doit identifier le rang concerné : entre 2,7 et 2,8 l'écart est de 1 dixième ; entre 2,73 et 2,7 il est de 3 centièmes.

• **Exercices 2 et 3**

Rechercher l'encadrement d'un décimal par deux entiers consécutifs et repérer l'entier le plus proche sont des compétences très utiles, notamment pour effectuer des approximations et contrôler un calcul.

• **Exercice 4**

Rappeler aux élèves qu'ils peuvent effectuer des calculs intermédiaires et les écrire.
Les nombres choisis obligent les élèves à analyser la valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture des nombres. Plusieurs cas sont proposés.
– Le plus simple : les nombres ont le même nombre de chiffres après la virgule ; on effectue les sommes chiffre à chiffre en partant de la droite et il n'y a pas de retenue. Exemple : 3,45 + 2,04.

– Plus complexe : les nombres n'ont pas le même nombre de chiffres après la virgule ; il faut tenir compte de la position de chaque chiffre pour les additionner à bon escient et il y a une retenue.
Exemple : 0,9 + 0,17.

– Autre difficulté : la présence de 0 intermédiaires.
Exemple : 5,09 – 3,7.
Les élèves devront analyser l'écriture décimale des nombres avec encore plus d'attention quand il s'agira d'effectuer la somme de 3 nombres.

ÉTAPE 31

Multiplication d'un nombre décimal par 10 ou 100 ou 1 000

MANUEL P. 89

Objectif

Comprendre les règles de multiplication d'un nombre décimal par 10 ou 100 ou 1 000.

Pourquoi cette étape ?

• Il s'agit d'établir les fondements des techniques de la multiplication par 10, 100 ou 1 000 en s'appuyant sur la signification des chiffres placés derrière la virgule, par un retour aux écritures fractionnaires. La multiplication d'un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000 est un prolongement des connaissances que les élèves ont de la multiplication d'un nombre entier par 10, 100 ou 1 000.

• Cette étape prépare la suivante où nous mettons en place la technique de la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier.

1 SÉANCE
MATÉRIEL • Par élève : une calculatrice.

Calcul mental

Jeu de portrait sur des nombres décimaux.
Exemples :
– Le nombre a deux chiffres après la virgule, il est compris entre 6,4 et 6,5 ; son chiffre des centièmes est la moitié de celui des unités.
– Le nombre contient exactement 7 centièmes et 4 unités.
– Le nombre a deux chiffres après la virgule. Il est plus grand que 3 et plus petit que 3,1. Son chiffre des centièmes est 5.
Dans les portraits, le professeur veillera à utiliser les termes « dixièmes », « centièmes », « millièmes ».

Découverte

Faire lire silencieusement l'ensemble de la découverte.
Le travail peut s'organiser en deux temps : travail individuel ou à deux, suivi d'une correction collective question par question.

■ Question 1

Cette question permet d'établir les fondements de la « loi des zéros ».

Le professeur pourra demander aux élèves de lire puis de commenter les bulles du furet.

L'objectif est de revenir sur le sens des écritures décimales avant d'aborder la connaissance visée dans cette étape.
Les élèves peuvent s'appuyer :
– sur l'addition des nombres décimaux travaillée à l'étape 21
$0{,}1 \times 10 = 0{,}1 + 0{,}1 + \ldots + 0{,}1 = 1$
– ou sur le sens des écritures décimales
$0{,}1 = \frac{1}{10}$; $\frac{1}{10} \times 10 = 1$
De même pour les autres produits.

■ Question 2

a. Les élèves doivent anticiper par le calcul le résultat du produit, puis effectuer une validation pragmatique : la droite permet de retrouver 0,6 × 10 par 10 reports de segments de mesure 0,6.
b. Ici, la vérification ne peut plus s'effectuer par report d'un segment sur la droite. La calculatrice permet alors de vérifier le calcul.

■ Questions 3 et 4

Dégager à partir de plusieurs exemples la règle du produit d'un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000.

Question 3

Travail individuel. En cas d'hésitation, le professeur pourra rappeler que 0,05 c'est $\frac{5}{100}$ et qu'il faut 100 fois $\frac{1}{100}$ pour faire 1 ou bien inviter les élèves à revenir à ce que dit le furet. Correction collective.

Question 4

Travail individuel.

Procédures possibles

– Les élèves peuvent justifier en décomposant les décimaux en entiers, dixièmes et centièmes et en utilisant la distributivité de la multiplication sur l'addition, par exemple, pour calculer 42,67 × 100 :

$42{,}67 = 42 + 0{,}6 + 0{,}07$

$42{,}67 \times 100 = (42 \times 100) + (0{,}6 \times 100) + (0{,}07 \times 100)$

$42{,}67 \times 100 = 4\,200 + 60 + 7 = 4\,267$

– Les élèves peuvent aussi s'appuyer sur le sens des écritures décimales : $42{,}67 = \frac{4\,267}{100}$; $(\frac{4\,267}{100}) \times 100 = 4\,267$.

Correction collective. Mettre en évidence les règles de décalage de virgule qui commencent à se dégager.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

● **Exercice 1**

C'est une extension de la question 4 de la découverte. Nous suggérons, après un travail individuel, de revenir collectivement sur les calculs.

● **Exercice 2**

Il s'agit d'une multiplication à trou. On peut faire remarquer aux élèves que, dans la suite 80 ; 8 ; 0,8 ; 0,08 on passe d'un nombre au suivant en divisant par dix.

● **Exercice 3**

Ici aussi, il s'agit de multiplications à trous.

Réponses : **a.** 100 ; **b.** 10 ; **c.** 5,019 ; **d.** 0,72.

● **Exercice 4**

Problème qui met en scène la multiplication d'un décimal par 10.

Deux stratégies possibles nécessitant un calcul intermédiaire

S1 : 0,85 × 10 et 1,25 × 10.

S2 : 0,85 + 1,25 = 2,1 et 2,1 × 10.

Ensuite, le résultat doit être comparé à 25.

Réponse : Leïla a assez d'argent et recevra 4 euros de monnaie.

Conclure avec les élèves

• Pour multiplier un nombre par 10, on décale la virgule d'un rang vers la droite. Ce qui revient à transformer les centièmes en dixièmes, les dixièmes en unités, les unités en dizaines, etc.

• Pour multiplier un nombre par 100, on décale la virgule de deux rangs vers la droite. Ce qui revient à transformer les centièmes en unités, les dixièmes en dizaines, les unités en centaines, etc.

• Et ainsi de suite.

Le professeur pourra donner deux exemples de son choix.

ÉTAPE 32

Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier

MANUEL P. 90-91

Objectifs

Comprendre comment multiplier un nombre décimal par un nombre entier.

Pourquoi cette étape ?

Nous nous appuyons sur l'addition réitérée d'un nombre décimal pour donner du sens à la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier.

Puis nous reprenons les procédures de calcul utilisées pour la multiplication des nombres entiers :

– le plan de découpage permet de visualiser la distributivité ;

– l'utilisation de la monnaie permet de donner du sens au placement de la virgule ;

– la multiplication en colonne pas à pas aide au passage à la technique usuelle.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit quatre nombres décimaux au tableau, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres obtenus en multipliant par 10 (ou par 100 ou par 1 000) les nombres cachés.

Il s'agit ici d'entraîner les élèves à appliquer les règles étudiées au cours de l'étape 31.

Découverte

■ **Question 1**

Différer la correction de cette question à l'issue du travail sur la question 2.

■ **Question 2**

Lecture et travail individuel ou par deux.

a. Qwang s'appuie sur un travail de décomposition du nombre 8,95 en $8 + \frac{9}{10} + \frac{5}{100}$. Chaque nombre est ensuite multiplié par 6.

b. Leïla propose la multiplication pas à pas. Il faut bien comprendre ce que chaque ligne signifie. Pour cela, le professeur peut demander aux élèves de faire le lien entre les calculs intermédiaires de Qwang et ceux de Leïla.

c. Alice passe par un changement d'unités qui permet de revenir à la multiplication dans les entiers. Cela lui permet d'expliquer, dans le contexte de la monnaie, une règle qui va être généralisée lors du bilan.

■ Bilan collectif

– Le professeur fait comparer les façons de procéder de Qwang, de Leïla et d'Alice ainsi que la façon dont chaque élève a résolu la question 1.

– Le résultat peut être vérifié à l'aide de la calculatrice de trois façons :
en tapant 8,95 × 6 ;
en tapant 6 × 8,95 ;
en tapant 8,95 + 8,95 + 8,95 + 8,95 + 8,95 + 8,95.
C'est l'occasion de mettre en évidence l'équivalence entre ces trois procédures de calcul.

– Reprise du travail d'Alice : dans la monnaie, les centimes d'euros sont des centièmes ; 8,95 € c'est 895 centièmes ; donc, quand on multiplie 895 centièmes par 6, on obtient des centièmes que l'on peut ensuite écrire sous forme d'un nombre à virgule.

■ Question 3

Travail individuel puis bilan collectif.
Cette question permet de travailler sur les équivalences :
8,95 × 60 c'est aussi (8,95 × 6) × 10
et 8,95 × 600 c'est aussi (8,95 × 6) × 100.
Le recours à la calculatrice comme moyen de vérifier est recommandé.

■ Question 4

Travail individuel. Cette question permet de passer :
– du produit par un nombre à un chiffre au produit par un nombre à deux chiffres en s'appuyant sur la distributivité 8,95 × 24 c'est 8,95 × (20 + 4) ;
– du produit d'un décimal par un entier au produit d'un entier par un décimal en s'appuyant sur la commutativité 35 × 8,95 c'est 8,95 × 35.

Conclure avec les élèves

Faire lire le paragraphe relatif à la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier dans l'Aide-mémoire, page 12, et faire écrire un ou deux exemples.

Exercices

Déroulement habituel (voir p.56).

• Exercices 1 et 2

Si certains élèves ont des difficultés, revenir sur les écritures fractionnaires.

• Exercices 3 et 4

Application de la question 3 de la découverte.

<u>Réponse exercice 3</u>
a. 7,3 × 50 = (7,3 × 5) × 10.
b. 500 × 7,3 = 7,3 × 500 = (7,3 × 5) × 100.

• Exercice 5

Certains calculs supposent que les élèves permutent les termes afin d'obtenir une multiplication d'un décimal par un entier (voir question 4 de la découverte).
<u>Réponses</u> : **a.** 6,3 ; **b.** 7,2 ; **c.** 7 ; **d.** 32,96 ; **e.** 133,4 ; **f.** 22,2 ; **g.** 21,28 ; **h.** 721,8.

• Exercice 6

Les résultats donnés permettent de se focaliser, dans le cadre d'un calcul réfléchi, sur l'ordre de grandeur et le placement de la virgule.

<u>Procédures possibles pour 3,2 × 47</u>
– Soit 3,2 c'est 32 dixièmes, multiplier 32 dixièmes par 47, ce qui donne 1 504 dixièmes, c'est-à-dire 150,4.
– Soit 3,2 × 47 = (3,2 × 40) + (3,2 × 7) ;
3,2 × 40 = (3,2 × 10) × 4 = 32 × 4 = 128
et $3{,}2 \times 7 = \frac{32}{10} \times 7 = \frac{224}{10} = 22{,}4$;
3,2 × 47 = 128 + 22,4 = 150,4.

<u>Réponses</u> : **a.** 12,8 ; **b.** 150,4 ; **c.** 12,8 ; **d.** 23,68 ; **e.** 2,24 ; **f.** 236,8.

• Exercice 7

Calcul réfléchi.
<u>Réponses</u> : **a.** 100 ; **b.** 200.

• Exercices 8 à 11

Les compétences acquises dans le domaine du calcul trouvent leur intérêt si elles sont mobilisées à bon escient par les élèves pour résoudre des problèmes.

Exercice 8

Il nécessite un contrôle des unités de mesure de longueur et une multiplication par un nombre entier.

<u>Procédure</u>
En millimètres, les cheveux vont pousser de :
0,3 × 365 = 109,5 mm.
La longueur des cheveux sera d'environ 70 + 109,5 c'est-à-dire 179,5 mm.
En centimètres, cela fait environ 18 cm.

<u>Réponse</u> : 18 cm.

Exercice 9

Ce problème nécessite d'effectuer une soustraction (280 – 10), puis une division par 100.
<u>Réponse</u> : 2,7 g.

Exercice 10

Il faut effectuer la multiplication de 2,6 par 95.
<u>Réponse</u> : 247 kg.

Exercice 11

Il met en jeu la multiplication de nombres décimaux par 100 dans le contexte de la monnaie.
<u>Réponses</u>
a. 23 55 €.
b. 29 950 €.
c. 29 950 – 23 550 = 6 400 €.
Le professeur pourra demander s'il n'existe pas une autre méthode pour prévoir le bénéfice.
Bénéfice par appareil vendu : 64 €, soit pour 100 appareils 6 400 €.

● **REMUE-MÉNINGES**

Un tableau peut aider à comprendre.

Premier pliage	Deuxième pliage	Troisième pliage	Quatrième pliage	Cinquième pliage
0,2 mm	0,4 mm	0,8 mm	1,6 mm	3,2 mm

La suite 0,2 ; 0,4 ; 0,8 ; 1,6 ; 3,2 ; 6,4 ; 12,8 ; 25,6 ; 51,2 ; 102,4 ; 204,8 ; 409,6 ; 819,2 ; 1 638,4 permet de conclure que le mètre sera (largement) dépassé au bout de 14 pliages… si on parvient à plier !

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Symétrie par rapport à un axe

MANUEL P. 92-93

Objectifs

- Anticiper l'effet d'un découpage sur du papier plié.
- Revoir la notion d'axe de symétrie d'une figure plane.

Pourquoi cette étape ?

- Elle permet au professeur :

– de **tester les connaissances des élèves sur la notion de symétrie axiale** en proposant à l'ensemble de la classe l'exercice dirigé ;

– de les réactiver si nécessaire pour tous ou seulement pour certains en proposant les exercices.

La situation proposée dans l'exercice dirigé est analogue à celle du CM1 (reproduction de divers « napperons », avec du papier, par pliage et découpage). Naturellement, les « napperons » sont différents de ceux du CM1 et posent de nouvelles questions aux élèves.

- La symétrie axiale est la connaissance en acte que les élèves doivent mettre en œuvre pour résoudre le problème sans que le professeur leur ait montré. Les élèves consolident ainsi des **images mentales fonctionnelles de la notion de symétrie axiale** et font fonctionner des « théorèmes en acte » relatifs à l'existence d'axe(s) de symétrie dans certaines figures. Par exemple, pour obtenir une découpe qui a la forme d'un triangle isocèle, les élèves coupent perpendiculairement au pli, ce qui revient en fait à appliquer implicitement la propriété « dans un triangle isocèle, l'axe de symétrie est également hauteur ».
- Cette situation met en avant **le rôle de l'anticipation**. La manipulation est là pour valider ou invalider les décisions prises auparavant.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** EXERCICE DIRIGÉ • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Pour la classe :
– les napperons des questions 1 et 2 de l'exercice dirigé en grand format ;
– le dessin d'un autre modèle de napperon à proposer aux élèves rapides qui auraient résolu correctement la question 1 avant les autres (fiche photocopiable p. 291) ;
– des carrés de papier en grand nombre (que les élèves ont pu fabriquer précédemment à partir de feuilles rectangulaires).
• Par élève : une paire de ciseaux, le matériel personnel de géométrie, du papier calque (exercice 4 et Remue-méninges).

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit quatre nombres décimaux au tableau, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres obtenus en multipliant par 10 (ou par 100 ou par 1 000) les nombres cachés.

Il s'agit ici de consolider la connaissance des règles étudiées au cours de l'étape 31.

Exercice dirigé

Le professeur s'assurera que les élèves savent effectuer des pliages rosaces en quatre (suivant les médianes et suivant les diagonales du carré) et en huit. Insister sur le soin à apporter au pliage : superposition des bords de la feuille, écrasement des plis, choix des sommets à superposer.

■ Question 1

Lecture silencieuse. Prendre le temps de commenter les schémas de pliage, les codes utilisés que l'on retrouve sur les différents napperons (les côtés du carré sont bordés de rouge, le centre est marqué par un point vert lorsqu'il n'est pas découpé) ainsi que les différentes étapes du « travail » de Leïla.

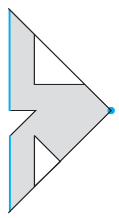
Les élèves doivent relever un défi : dans un carré de papier plus grand que le modèle, faire, par pliage et découpage, un napperon qui « ressemble » au napperon

de Leïla. Il est nécessaire de fixer au départ les « critères de ressemblance » entre le modèle et les réalisations : le nombre de découpes, leurs formes, leurs positions relatives, leur orientation. Ces critères seront listés au tableau, ils permettent aux élèves de valider eux-mêmes leurs réalisations.
Laisser les élèves faire quelques essais ; faire une première mise au point assez rapidement à partir des réalisations effectuées (généralement erronées à ce stade de la recherche), en évitant de dire comment faire, puis laisser un nouveau temps de recherche aux élèves (une demi-heure environ).

Procédures envisageables
– Identification des axes de symétrie et réalisation des pliages associés, repérage des éléments à découper sur ce pliage.
– Pliage en deux suivant une diagonale (ou parfois suivant une médiane) et reproduction des découpes sur ce pliage en deux.
– Pliage en quatre suivant les diagonales (parfois suivant les médianes), puis reproduction par découpage sur le papier ainsi plié de toutes les découpes du modèle complet.
– Pliage en deux ou en quatre, découpage de certaines parties, dépliage et rectification sur la feuille dépliée.

■ Mise en commun

Lorsque plusieurs élèves ont obtenu un résultat satisfaisant, le professeur fait une mise en commun des différentes stratégies utilisées, qu'elles aient abouti ou non, et des productions correspondantes (il prend soin de choisir des productions erronées qui relèvent de types différents). Plusieurs réalisations sont affichées et étudiées par l'ensemble des élèves : le napperon est-il ressemblant ? Quelles sont les différences, d'où viennent-elles ? Les droites suivant lesquelles on a plié sont reconnues comme axes de symétrie.
Après ce temps d'échange, il est souhaitable de laisser un nouveau temps de travail aux élèves pour que tous aient réalisé un napperon conforme au modèle. Les élèves ayant déjà réussi reçoivent un nouveau modèle, ce qui permet un réinvestissement des stratégies utilisées ou un ajustement lorsque celles-ci étaient approximatives.



■ Question 2

Situation « retournée » par rapport à la situation de la question 1 : ici, les élèves doivent prévoir ce qui va se passer quand on déplie le carré plié en huit et reconnaître dans un des trois napperons celui que l'on obtiendra.
Travail individuel, confrontation à deux des prévisions effectuées.
Réponse : C.

La vérification sera effectuée en réalisant le pliage et les découpages comme indiqué sur la figure H et en dépliant le carré de papier.
Mise en commun des méthodes utilisées pour trouver.

■ Question 3

Les élèves doivent tracer les axes de symétrie de tous les napperons, qu'ils soient analogues au modèle proposé ou non. Ceci permet d'analyser les erreurs et de repérer certaines procédures de découpage.

Conclure avec les élèves

Les droites de pliage sont les axes de symétrie du napperon. Quand on plie selon un axe de symétrie, les deux parties se superposent exactement.
Les élèves illustreront cette conclusion en collant dans leur cahier un napperon de manière à ce qu'on puisse le replier sur lui-même suivant chacun des axes de symétrie.

Exercices

L'organisation peut être la suivante :
– Lecture des consignes, reformulation étayée par l'enseignant.
– Travail individuel suivi d'un recensement des prévisions au cours duquel quelques élèves explicitent la manière dont ils ont procédé. Puis vérification individuelle par découpage effectif.

● Exercice 1 à 3

Ils ont pour but de renforcer la conception que se font les élèves de la symétrie axiale, en les entraînant à anticiper les effets d'un découpage sur des carrés de papier pliés.

Exercice 1

Reprise de la question 2 de l'exercice dirigé sur un papier plié en deux, suivant une médiane. Cette fois, les élèves doivent dessiner à main levée leur prévision.

Exercice 2

Il peut être proposé aux élèves qui n'ont pas réussi l'exercice 1, puisqu'il s'agit de choisir parmi des napperons déjà dessinés.
Réponse : T.

Exercice 3

Le découpage est effectué sur un pliage en quatre, suivant les médianes ; les élèves doivent prévoir le napperon en le dessinant à main levée.

● Exercice 4

Entraînement à anticiper l'effet d'un pliage selon une droite pour repérer l'éventuel axe de symétrie de la figure.

● Remue-méninges

Les structures de pierre des rosaces des cathédrales gothiques ont un nombre variable d'axes de symétrie (souvent 12). Mettre à la disposition des élèves du papier calque pour retrouver ces axes de symétrie.
On pourra rechercher d'autres rosaces et en dénombrer les axes de symétrie.

Il peut être intéressant de lier cette activité à l'étude de l'architecture médiévale, et éventuellement à une étude de la symbolique des nombres. On peut aussi, dans le cadre d'une activité plastique, reproduire ces structures de pierre, en identifiant le motif à partir duquel, par symétrie, on retrouve le tout.

Réponses : Vernon : 4 axes. Melun : 6 axes. Reims : 12 axes. Beaulieu : 7 axes.

ÉTAPE 33

Axes de symétrie des figures usuelles (1)

MANUEL P. 94-95

Objectif

Identifier les axes de symétrie des figures usuelles.

Pourquoi cette étape ?

• À partir des connaissances déjà construites sur les liens entre symétrie axiale et pliage, les élèves vont devoir identifier les axes de symétrie des figures usuelles. La situation proposée reprend, en la complexifiant, une situation proposée en CM1 : ici, le découpage est exécuté dans du papier uni et les morceaux obtenus sont non seulement dépliés, mais aussi positionnés de manière quelconque.

• Les élèves vont également affiner leur image mentale de la notion de symétrie axiale en s'entraînant à chercher si une droite dessinée dans un polygone est ou non un axe de symétrie (en anticipant l'effet du pliage).

• La reconnaissance des axes de symétrie des figures usuelles sera reprise à l'étape 37 sous un autre aspect, avant la phase d'institutionnalisation.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : une paire de ciseaux, le matériel personnel de géométrie, du papier calque.

Calcul mental

Jeu des nombres pensés. Le professeur pense à un nombre entier ou décimal. Il dit qu'il multiplie ce nombre par 10 (ou par 100) et donne le résultat. Les élèves écrivent le nombre pensé. Recommencer plusieurs fois.

Il s'agit ici de rendre disponible de manière rapide la réciprocité entre la multiplication et la division des nombres entiers et décimaux par des puissances de dix.

Découverte

Lecture du texte introductif, travail individuel.

Ce travail de prévision doit être mené dans un premier temps sans avoir recours au découpage effectif.

Mise en commun des propositions en demandant aux élèves de les argumenter.

Vérification individuelle ou collective en faisant les découpages.

Réponses : 1 → B ; 2 → C ; 3 → F ; 4 → E ; 5 → A ; 6 → G ; 7 → D.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercices 1 à 5

Entraînement à anticiper l'effet du pliage selon une droite pour repérer les éventuels axes de symétrie de divers polygones. Lors de la correction collective, le professeur pourra demander aux élèves d'argumenter leurs réponses et de chercher un moyen de valider (reproduction sur du papier calque).

Remarque : il est très fréquent que les élèves considèrent que les parallélogrammes admettent des axes de symétrie, il est dans ce cas indispensable de faire construire un parallélogramme aux élèves concernés, de le « découper » et d'exécuter les pliages suivant les médianes et les diagonales pour que les élèves puissent visualiser la non superposition des deux parties.

• Exercice 6

Lecture du texte introductif. Préciser que le « morceau de papier » est celui obtenu à partir de la partie jaune sur le schéma. Les élèves doivent, dans un premier temps, prévoir la forme du morceau déplié, la désigner par son nom et en faire le dessin à main levée sur leur cahier avant d'effectuer les découpages pour vérifier.

Mise en commun : identifier les quadrilatères obtenus et indiquer les axes de symétrie mis en évidence dans chaque cas.

Réponses

T : on obtient un losange, les axes de symétrie correspondant aux plis sont ses diagonales.

U : on obtient un carré, les axes de symétrie correspondant aux plis sont ses médianes.

V : on obtient aussi un carré, les axes de symétrie correspondant aux plis sont ses diagonales.

W : on obtient un rectangle, les axes de symétrie correspondant aux plis sont ses médianes.

ÉTAPE 34

Relations entre les grandeurs : proportionnalité ?

MANUEL P. 96-97

Objectif

Étudier deux situations dans lesquelles des grandeurs de nature différente sont en relation : une situation de proportionnalité et une de non proportionnalité.

Pourquoi cette étape ?

• Nous rappelons que l'étude de la proportionnalité pour elle-même relève du collège. Il s'agit, à l'école primaire, d'étendre **la connaissance du champ des problèmes multiplicatifs.** Autrement dit, il ne s'agit pas pour les élèves d'identifier la relation de proportionnalité dans les problèmes mais de l'utiliser en acte, de manière intuitive, lors de leurs résolutions. De ce fait, on attend d'eux une résolution s'appuyant sur des raisonnements élaborés et énoncés dans le contexte de la situation.

• **L'utilisation de tableaux de nombres et de graphiques** permet d'organiser des informations dans de nombreuses situations qu'elles relèvent de la proportionnalité ou non.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu des nombres pensés. Le professeur pense à un nombre. Il dit qu'il le multiplie par 7 et donne le résultat. Les élèves écrivent le nombre pensé. Reprendre en multipliant toujours par 7.

Exemples :

– Je pense à un nombre, je le multiplie par 7, j'obtiens 35. (Le nombre pensé est 5.)

– Je pense à un nombre, je le multiplie par 7, j'obtiens 350. (Le nombre pensé est 50.)

– Je pense à un nombre, je le multiplie par 7, j'obtiens 357. (Le nombre pensé est 51.)

Il s'agit ici de permettre aux élèves de construire des stratégies de calcul en s'appuyant sur les propriétés de linéarité.

Découverte

■ Question 1

Lecture silencieuse et reformulation. Après un temps de travail individuel suivi d'une première confrontation à deux, le professeur pourra engager la mise en commun des différentes procédures de calcul pour enrichir la connaissance des élèves sur la proportionnalité.

a. Cette question vise à s'assurer que les élèves ont compris les contraintes de la situation : les prospectus expédiés sont identiques et pèsent le même poids. C'est un problème de multiplication.

b. Cette question permet de vérifier que les élèves savent transférer sur un graphique les informations données dans un tableau.

c. et **d.** Les élèves doivent mettre en œuvre des procédures de calcul spécifiques de la proportionnalité pour prolonger les informations données dans le tableau. De nombreuses procédures sont envisageables, elles s'appuient de manière souvent implicite sur les propriétés de linéarité.

Exemples de procédures

– Le poids de 10 prospectus, c'est 10 fois le poids d'un prospectus.

– Le poids de 15 prospectus, c'est le poids de 10 prospectus plus le poids de 5 prospectus ; ou bien c'est 3 fois le poids de 5 prospectus ou encore 5 fois le poids de 3 prospectus (utilisation des propriétés de linéarité) ; c'est également 15 fois le poids d'un prospectus (utilisation du coefficient de proportionnalité).

– Etc.

e. La question est ici « retournée » : les élèves doivent trouver le nombre maximum de prospectus correspondant à une masse donnée.

Deux démarches possibles

– Calculer le poids d'un nombre croissant de prospectus jusqu'à approcher le plus possible 5 kg.

– Résoudre un problème de division : chercher le nombre de fois ou 35 (g) est contenu dans 5 000 (g)

5 000 = (35 × 142) + 30

Réponse : 142 prospectus

■ Question 2

Lecture silencieuse et reformulation. Après un temps de travail individuel suivi d'une première confrontation par deux, le professeur engagera la mise en commun.

a. Cette question permet de vérifier que les élèves ont compris le mode de fonctionnement des tarifs d'affranchissement et savent les transférer sur un graphique. Il s'agit d'un tarif par tranches, le graphique est donc composé de segments horizontaux. Pour les bornes des intervalles, la valeur à considérer est celle de l'extrémité droite du segment (petit trait vertical). Par exemple, pour un poids de 20 grammes, c'est le tarif 0,55 € qui est retenu et non pas le tarif 0,88 €.

b. Ce problème comporte deux étapes :
– imaginer les différentes possibilités d'envoyer les documents et calculer les poids correspondants ;
– s'appuyer sur le graphique ou sur le tableau pour calculer le coût de chaque organisation.

Réponses
Il y a 5 manières d'organiser l'envoi des documents. Pour plus de commodité, nous avons désigné dans le tableau ci-dessous les documents par des lettres a (31 g), b (312 g), c (168 g) et e pour l'enveloppe (18 g).

Faire lire et commenter la bulle du furet.

Organisation de l'expédition des documents	Poids des documents et des enveloppes	Prix
3 documents ensemble (a + b + c) + e	**(31 + 312 + 168) + 18 = 529**	**Prix total 3,85 €**
2 documents ensemble, le 3e seul (a + b) + e c + e	(31 + 312) + 18 = 361 168 + 18 = 186	2,97 € 2,18 € Prix total 5,15 €
2 documents ensemble, le 3e seul (a + c) + e b + e	(31 + 168) + 18 = 217 312 + 18 = 330	2,18 € 2,97 € Prix total 5,15 €
2 documents ensemble, le 3e seul (b + c) + e a + e	**(312 + 168) + 18 = 498** **31 + 18 = 49**	**2,97 €** **0,88 €** **Prix total 3,85 €**
Chaque document dans une enveloppe	31 + 18 = 49 312 + 18 = 330 168 + 18 = 186	0,88 € 2,97 € 2,18 € Prix total 6,03 €

Conclure avec les élèves

• Dans la situation des prospectus, il est possible de prévoir le poids en fonction du nombre de prospectus en utilisant la multiplication. La représentation graphique est alors une série de points alignés avec le point O situé à l'intersection de la droite des nombres de prospectus et de la droite des poids. On dit que le poids est proportionnel au nombre de prospectus.

• Dans la situation des tarifs d'affranchissement, on ne peut pas prévoir, en faisant une multiplication, les tarifs en fonction du poids ; il faut disposer d'un document donnant les prix en fonction du poids. La représentation graphique n'est plus une série de points alignés avec le point O. Le prix n'est pas proportionnel au poids.

ÉTAPE 35

Proportionnalité dans la vie quotidienne

MANUEL P. 98-99

Objectif

Identifier des situations de proportionnalité dans des contextes familiers.

Pourquoi cette étape ?

• Il s'agit de prolonger l'étude des situations dans lesquelles il est question de deux ensembles de grandeurs et d'une relation qui les lie. La connaissance de cette relation permet d'anticiper par le calcul la valeur d'une grandeur connaissant la valeur de l'autre.

• Le professeur mettra en évidence les raisonnements élaborés et décrits par les élèves dans le contexte de la situation et, dans le cas où cette relation est une relation de proportionnalité, il sera intéressant de distinguer les raisonnements qui s'appuient sur les propriétés de linéarité de ceux qui s'appuient sur la recherche de la valeur de l'unité.

2 SÉANCES • SÉANCE 1 DÉCOUVERTE ET EXERCICE 1 • SÉANCE 2 EXERCICES 2 À 7

Calcul mental

Jeu des nombres pensés. Reprendre le jeu avec un autre multiplicateur, par exemple 8 (voir étape précédente). La liste des nombres obtenus peut être : 80 ; 88 ; 56 ; 800 ; 856 ; 112 ; 11,2…

Découverte

Faire lire silencieusement puis reformuler l'ensemble de la découverte. Après un temps de travail individuel suivi d'une première confrontation par deux, le professeur pourra engager la mise en commun.

■ Question 1

Elle vise la compréhension de la situation, en particulier des deux modes de fonctionnement des tarifs.

Durée de la location	Prix Sports et loisirs	Prix magasin Calvo
7 jours	**5 × 7 = 35**	(4 × 7) + 10 = 38
14 jours	5 × 14 = 70	**(4 × 14) + 10 = 66**

Information pour le professeur
Les tarifs sont deux fonctions numériques :
– la première (magasin Sports et loisirs) est du type $f(x) = 5x$ *ou* $x \rightarrow 5x$ *; c'est une fonction linéaire, nous sommes dans une situation de proportionnalité ;*
– la seconde (magasin de cycles Calvo) est du type $f(x) = 4x + 10$ *ou* $x \rightarrow 4x + 10$ *; c'est une fonction affine, ce n'est pas d'une situation de proportionnalité.*

■ Question 2

Il s'agit de mettre en parallèle les deux relations numériques et de percevoir les deux fonctions numériques sous-jacentes.
Pour la question **a**, il est possible de répartir le travail entre les élèves.
Pour la question **b**, nous suggérons un travail individuel pour que le professeur puisse repérer la manière de faire de chacun et apporter une aide, si nécessaire.

<u>Réponses</u>
Pour moins de dix jours, la location au magasin *Sports et Loisirs* revient moins cher.
Pour 10 jours, les deux magasins ont des prix identiques.
Au-delà de 10 jours, le magasin de cycles *Calvo* est le moins cher.
Nous suggérons de reporter la conclusion à la fin de l'étape.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

■ Exercice 1

La relation entre le nombre de morceaux de sucre et leur poids est une relation de proportionnalité. C'est un problème dans le champ de la multiplication, sa particularité est ici que le poids d'un morceau de sucre n'est pas donné.
Les procédures observées sont en général de deux types : appui sur les propriétés de linéarité ou recherche de la valeur de l'unité.

<u>Procédures pour la question **a**</u>
– Le poids de 50 morceaux de sucre est la somme des poids de 20 morceaux de sucre et de 30 morceaux de sucre, soit 400 g (160 + 240 = 400).
Les élèves font fonctionner de manière intuitive l'une des propriétés de linéarité de la proportionnalité.
– Des élèves peuvent rechercher le poids d'un morceau de sucre : 160 divisé par 20, le poids d'un morceau de sucre est 8 g. Donc le poids de 50 morceaux de sucre est 400 g (50 × 8 = 400).
<u>Procédures pour la question **b**</u>
– Le poids de 15 morceaux de sucre est la moitié du poids de 30 morceaux de sucre, soit 120 g. Les élèves s'appuient sur une propriété de linéarité.
– Calcul à partir du poids d'un morceau de sucre.
<u>Procédures pour la question **c**</u>
– Appui sur les propriétés de linéarité : 60 morceaux de sucre c'est 3 fois plus lourd que 20 morceaux de sucre
3 × 160 = 480

ou deux fois plus lourd que 30 morceaux de sucre
2 × 240 = 480.
– Appui sur le poids d'un morceau de sucre, 8 g
60 × 8 = 480.

Les questions **d** et **e** traitent des problèmes inverses. Les deux types de procédures ne fonctionnent pas ici de la même manière.

Procédure pour la question **d**

Pour 1 600 g, l'appui sur les propriétés de linéarité est simple : 1 600, c'est 10 fois 160, il y a donc 10 fois plus de morceaux de sucre que dans 160 g
10 × 20 = 200, soit 200 morceaux.

Procédures pour la question **e**

– Appui sur les propriétés de linéarité : 1 800 g, c'est 1 600 + 200 ; 1 600 g, c'est le poids de 200 morceaux ; 400 g, c'est le poids de 50 morceaux donc 200 g, c'est le poids de 25 morceaux ; donc 1 800 g, c'est le poids de 225 morceaux.
– Recherche du nombre de morceaux connaissant le poids d'un morceau (1800 divisé par 8).

• Exercice 2

Problème de proportionnalité.

Procédures de résolution

– Utiliser la propriété de linéarité : 72, c'est 12 fois 6, donc la quantité de beurre sera égale à 12 fois 250 g.

	Quantité de lait (en litres)	Quantité de beurre (en grammes)	
× 12	6	250	× 12
	72	**250 × 12 = 3 000**	

– L'utilisation de coefficient de proportionnalité $\frac{125}{3}$ est à éviter.

• Exercice 3

Problème de proportionnalité.

Procédures de résolution

– Utiliser la propriété de linéarité : 200, c'est 5 fois 40, donc le nombre de pains sera égal à 5 fois 10.

	Nombre de pains	Nombre d'élèves	
× 5	10	40	× 5
	10 × 5 = 50	200	

– Passer par la recherche du nombre d'élèves pour un pain.

• Exercice 4

Ce problème permet d'aborder la notion de distance moyenne. On considère qu'il y a proportionnalité entre le nombre de matchs et la distance moyenne parcourue ballon au pied.

Réponses

a. 60 = 20 × 3 ; 224 × 3 = 672 ; la distance moyenne parcourue en une saison est de 672 km.

b. 34 × 3 = 102 ; il parcourt 102 km en moyenne avec le ballon au pied.

• Exercice 5

Il s'agit ici de 3 problèmes de division (recherche du nombre de parts) :
– Combien de fois 10 est contenu dans 150 ?
– Combien de fois 15 est contenu dans 300 ?
– Combien de fois 12 est contenu dans 60 ?

Dans chaque cas le reste est nul, la solution est le quotient.

• Exercice 6

Problèmes de proportionnalité : les prix des ingrédients sont proportionnels aux quantités.
Les procédures de calcul des prix vont dépendre des relations entre les nombres qui sont donnés.

Procédures envisageables

– La recherche du prix des 6 paquets de biscottes, connaissant le prix de 2 paquets, amène les élèves à utiliser la relation multiplicative (× 3) qui existe entre les nombres de paquets et à l'appliquer aux prix (3 × 3 = 9).
– La recherche du prix de 8 boîtes de chocolat en poudre, connaissant le prix de 5 boîtes, va obliger les élèves à rechercher le prix d'une boîte. C'est sans doute aussi cette démarche que les élèves utiliseront pour calculer le prix de 4 paquets de café connaissant le prix de 3 paquets.
– Pour la recherche du prix de 6 boîtes de thé, connaissant le prix de 4 boîtes, les deux démarches sont aussi rapides l'une que l'autre. Par exemple, calculer le prix de 2 boîtes de thé, puis doubler pour avoir le prix des 4 boîtes, ou bien calculer le prix d'une boîte.

• Exercice 7

Problème de recherche du nombre de parts, la réponse est le quotient par excès.
Réponse : 18 adultes.

Conclure avec les élèves

Les situations dans lesquelles les grandeurs sont liées par une relation multiplicative sont appelées des situations de proportionnalité.
Parmi les situations que nous avons étudiées, la situation du poids des prospectus (étape 34), celle de la location de vélo chez *Sports et loisirs*, les situations des exercices (1 à 6) sont des situations de proportionnalité.
Ce n'est pas le cas pour les tarifs postaux (étape 34), ni pour la location de vélo chez *Cycles Calvo*.

Le professeur pourra s'appuyer sur le paragraphe correspondant de l'Aide-mémoire, pages 15 et 16.

ÉTAPE 36

Relations arithmétiques entre les nombres entiers : les multiples (2)

MANUEL P. 100-101

Objectifs

- Résoudre des problèmes mettant en jeu la notion de multiple.
- Revoir les caractéristiques des nombres multiples de 2, de 5 ou de 10.

Pourquoi cette étape ?

Les situations étudiées permettent un réinvestissement de la notion de multiple et de la division euclidienne. Elles permettent aussi aux élèves d'envisager la suite des nombres comme des classes de nombres entiers ayant le même reste dans la division euclidienne par un nombre donné. C'est une manière d'**enrichir la structuration arithmétique des nombres**, envisagée jusqu'ici surtout en dizaines et sous forme de tableaux de nombres à 10 colonnes.

2 SÉANCES • SÉANCE 1 DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 À 4 • SÉANCE 2 EXERCICES 5 À 12

Calcul mental

Jeu des nombres pensés. Reprendre le jeu avec un autre multiplicateur, par exemple 9 (voir étape 34).
La liste des nombres obtenus peut-être : 54 ; 5,4 ; 108 ; 1 080 ; 900 ; 954 ; 9,54…

Découverte

■ Question 1

Grâce aux questions **a**, **b** et **c**, les élèves vont comprendre comment le tableau est structuré. La question **d** leur permettra de mettre en application ce qu'ils ont compris.
Faire lire silencieusement puis reformuler la totalité de la question 1.

Questions a, b et c

Travail individuel. Le professeur pourra demander aux élèves de répondre à ces questions sans, dans un premier temps, utiliser le tableau.
Ensuite, suivant les difficultés rencontrées, le professeur pourra autoriser certains élèves à recopier et à compléter le tableau case après case.

> Procédures observées
> – Certains élèves simulent mentalement le remplissage du tableau case après case pour lister les nombres dans les colonnes.
> – D'autres élèves perçoivent l'organisation du tableau :
> première colonne : multiples de 5 ;
> deuxième colonne : multiples de 5, plus 1, etc.

Après une première confrontation par deux, le professeur procédera à une mise en commun intermédiaire en faisant expliciter les procédures mises en œuvre par les élèves.

Question d

Nous suggérons un nouveau temps de recherche individuelle. La taille du nombre (200) conduit les élèves à abandonner le remplissage case après case du tableau et à chercher une stratégie s'appuyant sur les remarques faites lors de la mise en commun.

> Procédures envisageables
> – Certains élèves cherchent par tâtonnements des multiples de 5 proches de 200.
> – D'autres font la liste complète des multiples de 5.
> – D'autres élèves partent de constats sur le tableau, par exemple : 10 = 5 × 2 ; 10 se situe dans la troisième ligne ; 15 = 5 × 3 ; 15 se situe dans la quatrième ligne ; ils concluent alors que le numéro de ligne est le quotient de 200 par 5 auquel on ajoute 1 (ligne 41).
> – D'autres élèves effectuent la division de 200 par 5 ; 200 = 5 × 40 et remarquent que le reste est égal à 0 comme pour les nombres 5, 10, 15, etc.

Mise en commun des procédures.
Le professeur pourra demander à un groupe de procéder à une vérification pragmatique en remplissant effectivement le tableau case par case.

Question e

Laisser un temps de recherche individuelle.

> Procédures envisageables
> – Recherche des multiples de 5 juste inférieurs aux nombres à placer : par exemple 88, c'est 85 + 3, et remplissage de la ligne commençant par 85.
> – Division de 88 par 5 (88 = 17 × 5 + 3) ; 17 × 5 = 85 ; 85 est dans la même colonne que 0, donc 88 est dans la même colonne que 3.
> – Recherche du reste de la division de 88 par 5 pour placer 88 dans la colonne correspondant au reste.
> – Etc.

Mise en commun des procédures.

■ Question 2

Les élèves transfèrent le travail effectué pour les multiples de 5 au cas des multiples de 9.
Cette partie se déroule de manière analogue mais on demande aux élèves de traiter individuellement l'ensemble des questions avant toute mise en commun.

Question 3

Après un temps de travail individuel puis à deux, le professeur procède à une correction collective.
Ce type de question a été abordé dans l'étape 14. Les élèves peuvent lister la suite des multiples de 5, puis de 9 et repérer le premier multiple commun rencontré.

Conclure avec les élèves

- En écrivant la suite des nombres entiers dans un tableau à 5 colonnes, on observe que :
– les nombres écrits dans la 1re colonne sont les multiples de 5 ;
– les nombres de la 2e colonne sont les sommes d'un multiple de 5 et du nombre 1 ;
– … ;
– les nombres de la 5e colonne sont les sommes d'un multiple de 5 et du nombre 4.
- De la même manière, en écrivant la suite des nombres dans un tableau à 9 colonnes, on observe que :
– les nombres de la 1re colonne sont les multiples de 9 ;
– les nombres de la 2e colonne sont les sommes d'un multiple de 9 et du nombre 1 ;
– … ;
– les nombres de la 9e colonne sont les sommes d'un multiple de 9 et du nombre 8.

Le professeur pourra faire copier un des deux tableaux, compléter la ligne où se trouve 200 et faire écrire sous chaque colonne, suivant le tableau choisi :
(5 × …) ; (5 × …) + 1 ; (5 × …) + 2 ; etc.
ou (9 × …) ; (9 × …) + 1 ; (9 × …) + 2 ; etc.

Exercices

Déroulement habituel (voir p.56).

• Exercices 1 à 5

Applications directes de la situation de découverte, ils permettent de revoir les multiples de 2, de 10, de 100, de 5 et de conforter la connaissance des « critères de divisibilité » par 2, par 5, par 10 et par 100.

À l'issue du travail sur ces exercices, faire lire et commenter la bulle du furet.

• Exercice 6

Il vise à familiariser les élèves avec :
a. les multiples de 3 et les multiples de 5, puis leurs multiples communs : les multiples de 15 ;
b. les multiples de 25 et les multiples de 50, puis leurs multiples communs : les multiples de 50.
La confrontation des conclusions faites à l'issue des exercices 5 et 6 permet de mettre en évidence que, pour trouver un multiple commun à deux nombres, il n'est pas toujours nécessaire de faire leur produit.

• Exercice 7

Il permet de montrer qu'il est maintenant facile de retrouver les multiples de 2 et de 5 ; par contre, pour trouver si un nombre est multiple de 3, il convient d'effectuer la division de ce nombre par 3.
Indication pour le professeur : à ce niveau de la scolarité, il n'est pas opportun de donner les caractéristiques des multiples de 3 (somme des chiffres, multiple de 3), cela sera vu au collège.
Réponses
Multiples de 2 : 534 et 354.
Multiples de 5 : 345 et 435.
Multiples de 3 : toutes les combinaisons des trois chiffres, c'est-à-dire 543 ; 534 ; 453 ; 435 ; 345 ; 354.

• Exercice 8

Travail sur les multiples de 25.

• Exercices 9 et 10

Vérification de la validité des deux types de proposition :
– « Il existe des nombres qui… » (exercice 9 **a** et **b**)
Pour dire que la proposition est vraie, il suffit de trouver un nombre possédant les caractéristiques demandées (**a**).
Pour dire que la proposition est fausse, il faut connaître les propriétés générales sur les multiples du nombre (**b**).
– « Tous les nombres… » (exercice 9 **c** et exercice 10 **a**, **b** et **c**)
Pour dire que la proposition est fausse, il suffit de trouver un nombre qui ne la vérifie pas (exercice 10 **a**).
Pour dire que la proposition est vraie, il faut faire référence à des connaissances générales sur les multiples des nombres (exercice 9 **c** et exercice 10 **b** et **c**).
Réponses exercice 9
a. Vrai, par exemple 10 est un multiple de 5 qui est pair.
b. Faux, tous les multiples de 5 se terminent par 0 ou par 5.
c. Vrai, tous les nombres terminés par 0 sont des multiples de 10.
Réponses exercice 10
a. Faux, par exemple 6 est un multiple de 2 et n'est pas un multiple de 4.
b. Vrai, tous les multiples de 4 sont des multiples de 2, car 4 = 2 × 2.
c. Vrai, tous les nombres multiples de 10 sont aussi des multiples de 2 et de 5, car 10 = 2 × 5.

• Exercices 11 et 12

Jeux de portrait sur les nombres qui font intervenir les connaissances sur les multiples et la division euclidienne abordées dans la découverte. C'est une application de la propriété énoncée par le furet en haut de la page.
Réponse exercice 10 : 255.
Réponse exercice 11 : 765.

Problèmes à une ou plusieurs étapes (2)

MANUEL P. 103

Objectif

S'entraîner à résoudre des problèmes familiers, à une ou plusieurs étapes.

Pourquoi cette étape ?

C'est la deuxième étape de ce type (cf. p. 50). Les problèmes proposés nécessitent de penser une ou plusieurs étapes intermédiaires pour les résoudre et permettent de travailler sur les écritures qui peuvent traduire globalement la présentation de la réponse.

1 SÉANCE
MATÉRIEL • Par élève : une fiche autocorrectrice (p. 247).

Calcul mental

Jeu de portrait sur les nombres entiers. Le professeur choisit un nombre. À tour de rôle, les élèves posent une question pour trouver ce nombre ; le professeur répond par oui ou par non.

Voir étape 14.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 58).

- **Exercices 1 et 2**

Problèmes de recherche de l'état initial. L'élève doit effectuer une multiplication pour calculer la transformation, l'état final est donné. Les nombres sont des nombres décimaux.

- **Exercice 3**

C'est un problème à deux étapes : l'une multiplicative, l'autre additive.

- **Exercice 4**

Problème de recherche de la valeur d'une part (recherche du nombre de billes par sac).

- **Exercice 5**

Problème de recherche de l'état initial (nombre de voitures le matin) connaissant deux transformations (sortie de 115 voitures et entrée de 272 voitures) et l'état final (1 183 voitures le soir).

Procédures de résolution possibles

– Rechercher le nombre de voitures en plus dans le parking (272 – 115 = 157), puis calculer le nombre de voitures présentes le matin par une addition à trou ? + 157 = 1 183, ou par une soustraction (1 183 – 157 = ?).

– Effectuer les calculs en reconstruisant à l'envers les données : il y a 1 183 voitures le soir, or il en est rentré 272 donc avant il y en avait 1 183 – 272 = 911, il en était sorti 115, donc avant il y en avait 911 + 115 = 1 026.

- **Exercices 6, 7 et 8**

Des informations sont données, un calcul est proposé, il s'agit de trouver quelle nouvelle information donne le résultat de ce calcul. C'est une manière de mettre les élèves dans une position différente de celle dans laquelle ils se trouvent habituellement lors d'une résolution de problème : penser une écriture comme traduisant globalement la présentation de la réponse à une question.

Axes de symétrie des figures usuelles (2)

Manuel p. 104-105

Objectifs

- Identifier les axes de symétrie d'une figure usuelle.
- Trouver les éléments symétriques d'une figure admettant un axe de symétrie.

Pourquoi cette étape ?

- Elle permet d'enrichir les images mentales sur la notion de symétrie axiale. En CM1 et dans les étapes précédentes (consolidation pages 92-93 et étape 33), un axe de symétrie d'une figure est vu comme la droite suivant laquelle on plie pour que les deux parties de la figure se superposent exactement. Ici, est abordée de manière intuitive une **nouvelle manière de s'interroger sur l'existence d'axes de symétrie** pour une figure : une figure admet au moins un axe de symétrie si elle se superpose à elle-même après retournement et, réciproquement, si elle se superpose à elle-même après retournement, c'est qu'elle admet au moins un axe de symétrie ; le nombre d'axes de symétrie correspond au nombre de manière de la superposer à elle-même après retournement en la faisant pivoter. Pour pouvoir mettre en scène cette propriété nous proposons un jeu d'encastrement.

À la fin de ce travail, pourront être institutionnalisées **les propriétés des quadrilatères usuels et des triangles relatives à leurs axes de symétrie**.

- Dans les exercices 4 et 5, il s'agit d'initier une étude plus locale de la symétrie axiale, en conduisant les élèves à repérer les éléments de la figure qui se correspondent par symétrie.

2 séances • **Séance 1** découverte • **Séance 2** exercices

Matériel • Par élève : une photocopie du jeu d'encastrement agrandi, ainsi que les pièces du jeu également agrandies à découper (matériel photocopiable p. 292), du papier calque ; une paire de ciseaux, le matériel personnel de géométrie.

Calcul mental

Petits problèmes numériques oraux.

Exemples :

– Une fleuriste a fait 8 bouquets de 11 tulipes et il reste 5 tulipes. Combien de tulipes avait-elle ?

– Louis a 52 billes, il a 25 billes de plus qu'Arthur. Combien de billes Arthur a-t-il ?

– Laurianne a 15 billes. Tony en a trois fois plus. Combien de billes Tony a-t-il ?

– Michael a 7 vignettes. Kévin en a le double. Combien de vignettes ont-ils à eux deux ?

– Samy a 24 billes. Il en donne la moitié à Hamza, puis 8 à Anthony. Combien de billes garde-t-il ?

Activité préparatoire

Les élèves cherchent si les pièces polygonales du jeu d'encastrement peuvent coïncider exactement avec leurs empreintes de plusieurs manières.

■ Première phase

Nous suggérons au professeur de montrer un jeu d'encastrement, tel que celui présenté en illustration, pour préciser le vocabulaire : pièce bicolore, emplacement ou empreinte, retourner une pièce, la faire pivoter, etc.

Distribuer le matériel aux élèves et leur demander de chercher les manières de positionner la pièce E sur son emplacement. Travail individuel ou par deux.

Recenser les propositions, les faire valider (sur la face orange de deux manières : sommets avec le point noir en coïncidence ou opposés ; de même sur la face bleue : 2 manières).

Faire de même pour la pièce A (une seule manière : sur la face orange, en faisant coïncider le point noir avec celui de l'emplacement).

Faire ensuite ranger les pièces dans une enveloppe.

■ Deuxième phase

Demander aux élèves de prévoir quelles pièces ne pourront pas être encastrées en étant sur leur face bleue et de noter leur lettre sur leur cahier. Puis leur demander de prévoir et de noter de combien de manières les autres pièces pourront être placées sur leur emplacement en restant sur leur face bleue, toutes ces prévisions étant effectuées sans utiliser le matériel.

Nous suggérons de laisser aux élèves un temps de recherche individuelle ou à deux.

Mise en commun des prévisions, en demandant aux élèves d'argumenter leurs propositions, puis vérification avec le matériel.

Découverte

Il s'agit d'une reprise de l'activité préparatoire (questions 1a et 2a) et d'un prolongement consistant à chercher à caractériser mathématiquement les propriétés observées (questions 1b et 2b).

■ Questions 1 et 2

Lecture du texte introductif et des questions 1 et 2.
Travail individuel ou à deux.
Mise en commun des propositions et première synthèse.
Alice et Théo ont raison : lorsqu'une pièce s'encastre dans son emplacement après retournement, c'est qu'elle a au moins un axe de symétrie. Dans ce cas, le nombre de manières de l'encastrer après retournement correspond au nombre d'axes de symétrie de la pièce.

■ Question 3

Elle vise à faire le point sur les axes de symétrie des figures usuelles, dont les pièces du jeu sont des représentantes.
Travail individuel. Les élèves peuvent utiliser le matériel s'ils en éprouvent le besoin.
Mise en commun.

Conclure avec les élèves

- On savait déjà qu'une figure admet au moins un axe de symétrie si, lorsqu'on la plie suivant cet axe, les deux parties se superposent exactement. Maintenant on a appris qu'une figure admet au moins un axe de symétrie si elle se superpose exactement à son empreinte après retournement.
- Certains polygones peuvent avoir un axe de symétrie, d'autres peuvent en avoir plusieurs, d'autres n'en ont pas.

Le professeur pourra faire noter aux élèves sur leur cahier les propriétés suivantes et les faire illustrer par les figures correspondantes.
– Le parallélogramme n'a pas d'axe de symétrie.
– Le rectangle a deux axes de symétrie : ses médianes.
– Le losange a deux axes de symétrie : ses diagonales.
– Le carré a quatre axes de symétrie : ses diagonales et ses médianes.
– Le triangle isocèle a un axe de symétrie.
– Le triangle équilatéral a trois axes de symétrie.
– Le triangle rectangle n'a pas d'axe de symétrie (sauf s'il est en même temps isocèle).
– Le trapèze isocèle a un axe de symétrie.
Lecture des deux premiers points de l'Aide-mémoire, page 20.

Exercices

Pour les exercices 1 et 2, nous proposons, après lecture des consignes et reformulation, un travail individuel au cours duquel les élèves notent d'abord leur prévision sur leur cahier, puis vérifient en décalquant les figures et en effectuant les pliages qu'ils ont prévus. Correction individualisée.

Pour les exercices 3 à 5, nous suggérons un travail individuel suivi d'un échange à deux et d'une mise en commun collective.

• Exercices 1 et 2

Ils ont pour but d'entraîner les élèves à envisager l'existence et la position d'éventuels axes de symétrie dans des figures géométriques plus ou moins complexes.
Réponses exercice 1 : K et M (2 axes), L (3 axes), N (1 axe).
Réponses exercice 2 : O (1 axe), P (2 axes).

• Exercice 3

Il vise à faire prendre conscience aux élèves que le cercle a une infinité d'axes de symétrie.

• Exercices 4 et 5

Ici, les élèves vont focaliser leur attention sur la manière dont les points, les segments et les angles se correspondent par symétrie axiale. La validation est pragmatique, elle fait référence à la superposition des éléments symétriques dans un pliage suivant l'axe de symétrie. Ceci va permettre de trouver les conditions pour que deux points soient symétriques par rapport à un axe, conditions qui seront reprises à l'étape suivante.
Le professeur pourra, en prolongement, questionner les élèves sur la position des droites (AD) et (BC) par rapport à l'axe de symétrie pour l'exercice 4, et des droites (FD) et (AC) pour l'exercice 5 (elles sont perpendiculaires à l'axe de symétrie).
Il pourra également questionner les élèves sur les droites (AB) et (DC) de l'exercice 4 qui portent des segments symétriques : elles se coupent sur l'axe de symétrie.
Réponses exercice 4
Le symétrique du point A est le point D.
Le symétrique du point B est le point C.
Le symétrique du segment [CD] est le segment [BA].
Le symétrique de l'angle ABC est l'angle DCB.
Réponses exercice 5
a. Théo a raison : en effet, le symétrique du point F est bien le point D et le symétrique du point B est le point B lui-même car il est sur l'axe de symétrie.
b. Qwang a raison car le cercle a pour diamètre [BE] qui est sur l'axe de symétrie.
c. Le point C est le symétrique du point A.
d. Le segment [CD] est le symétrique du segment [AF].
Nous suggérons au professeur de consacrer un temps de discussion collective à l'issue de ces deux exercices pour mettre en mots les propriétés qui ont été rencontrées (ces savoirs ne sont pas exigibles, il est cependant intéressant de les aborder expérimentalement dès le CM) :
– la droite qui joint deux points symétriques est perpendiculaire à l'axe de symétrie ;
– le symétrique d'un point de l'axe de symétrie est le point lui-même ;
– le symétrique d'un segment est un segment, etc.

ÉTAPE 38

Transformer une figure par symétrie

MANUEL P. 106-107

Objectifs

- Utiliser les propriétés locales de la symétrie axiale.
- Prendre des repères pour construire la figure symétrique d'une figure donnée.

Pourquoi cette étape ?

À l'étape précédente, les élèves ont commencé à repérer les points symétriques dans une figure admettant un axe de symétrie. Cette compétence va être travaillée ici pour apprendre à identifier des figures symétriques par rapport à un axe, puis à transformer une figure par symétrie axiale. La symétrie axiale va prendre ainsi progressivement son statut de **transformation ponctuelle transformant une figure en une deuxième figure**, symétrique de la première par rapport à un axe, figure qui est appelée image de la première.

- Pour identifier l'axe de symétrie de deux figures symétriques ou pour transformer une figure par rapport à un axe, les élèves utiliseront deux procédés :
– l'utilisation du quadrillage à partir du repérage des régularités liées à la symétrie, les axes étant horizontaux, verticaux ou obliques (diagonales des mailles du quadrillage) ;
– l'utilisation du papier calque.

Ces différents procédés concourent à **mettre en œuvre**, de manière en partie implicite, **plusieurs propriétés fondamentales de la symétrie axiale**.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL
- Par élève : des feuilles de papier quadrillé et de papier calque ; le matériel personnel de géométrie.
- Pour la classe : les figures complétées de l'exercice 1 et du remue-méninges et les figures de l'exercice 2 reproduites sur un transparent pour vérification de l'exactitude des tracés.

Calcul mental

Petits problèmes arithmétiques à résoudre mentalement.

Exemples :
– Avec 82 billes, combien de sacs de 25 billes peut-on remplir ? Reste-t-il des billes ?
– Alexandre donne 8 billes à Mathis. Il lui en reste 35. Combien de billes Alexandre avait-il avant d'en donner ?
– Jules échange un billet de 10 € contre des pièces de 2 €. Combien de pièces doit-on lui donner ?
– Sofia échange un billet de 5 € contre des pièces de 50 c. Combien de pièces faut-il lui donner ?
– L'album de Thomas a 20 pages. Sur chaque page, il peut coller 5 rangées de 8 timbres. Combien de timbres peut contenir son album ?
– Dans son album de timbres, sur chaque page, Alicia peut coller 6 rangées de 5 timbres. Combien de pages lui faut-il pour coller 300 timbres ?

Découverte

Les élèves doivent bien comprendre que chaque dessin désigné par une lettre est composé de deux « chiens » et d'une droite verte. Il s'agit, dans chaque cas, de savoir si les deux « chiens » sont symétriques par rapport à l'axe vert, en d'autres termes, de savoir si chaque dessin admet ou non la droite verte comme axe de symétrie.

Travail individuel. Les élèves écrivent leur prévision.

Mise en commun. Les diverses propositions sont relevées, leurs auteurs les argumentent. Une vérification avec le papier calque peut s'avérer nécessaire pour certains élèves ; dans ce cas faire décalquer l'ensemble composé des deux « chiens » et de l'axe, puis demander aux élèves de vérifier par pliage sur l'axe l'éventuelle superposition des deux « chiens ».

Réponses

Dans les dessins A, C et F, les figures sont symétriques par rapport à l'axe vert.

Dans le dessin B, les points homologues ne sont pas sur une droite perpendiculaire à l'axe vert, c'est comme si on avait « oublié » que l'axe n'était pas vertical.

Pour le dessin D, la distance à l'axe vert des points homologues n'est pas la même : « un chien est plus près de l'axe vert que l'autre ».

Pour le dessin E, les chiens sont à la bonne distance de l'axe, mais les points homologues ne sont pas sur une droite perpendiculaire à l'axe vert : « les chiens sont décalés ».

Nous différons la conclusion à l'issue du travail sur les exercices.

Exercices

Nous proposons, après lecture des consignes et reformulation, un travail individuel suivi d'une vérification avec le transparent préparé par le professeur, puis d'une mise en commun des procédures utilisées.

3 PÉRIODE

• **Exercice 1**

Entraînement à mettre en œuvre les propriétés dégagées dans la découverte dans le cas aisé où les figures sont dessinées sur quadrillage et les axes sont verticaux ou portés par les diagonales des mailles du quadrillage.

Dans le cas A, l'axe est vertical et la figure traverse l'axe, ce qui simplifie beaucoup la tâche.

Dans le cas B, l'axe est oblique et la figure touche l'axe en un point qui est donc son propre symétrique.

Dans le cas C, l'axe est oblique et la figure ne traverse pas l'axe.

Il peut être judicieux de demander tout d'abord aux élèves de tracer à main levée la figure symétrique pour leur permettre de la positionner convenablement sans être perturbés par le quadrillage.

Les difficultés pour construire la figure symétrique d'une figure donnée qui ne touche pas l'axe de symétrie sont nombreuses puisqu'il faut contrôler à la fois la distance à l'axe et l'alignement des points symétriques sur une droite perpendiculaire à l'axe.

Une mise en commun après vérification avec le transparent est essentielle pour que les élèves puissent exposer leur manière de faire.

Conclure :

– lorsque l'axe est oblique, il ne faut pas oublier que les droites perpendiculaires à cet axe ne sont pas les lignes du quadrillage ;

– les segments symétriques de deux segments perpendiculaires sont deux segments perpendiculaires ;

– deux segments symétriques non parallèles à l'axe se coupent sur l'axe de symétrie ;

– un segment perpendiculaire à l'axe et le segment symétrique sont sur la même droite.

• **Exercice 2**

Entraînement à repérer, dans chaque cas, la position de l'axe de symétrie, et ce sur papier uni, ce qui « bloque » les procédures s'appuyant sur le dénombrement de carreaux pour les remplacer par des procédures s'appuyant sur des connaissances construites précédemment :

– deux segments symétriques se coupent sur l'axe de symétrie ;

– des points symétriques sont sur une droite perpendiculaire à l'axe et sont à la même distance de celui-ci.

Là encore, les élèves peuvent commencer par tracer à main levée, dans chaque cas, la position qu'ils envisagent pour l'axe avant de faire la construction attendue avec les instruments.

• **Remue-méninges**

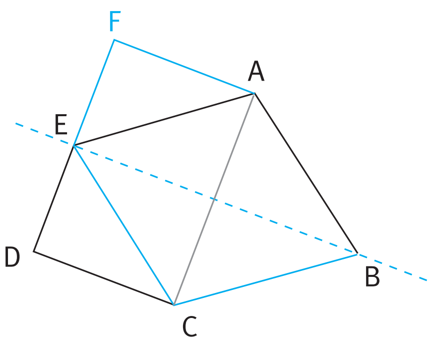
Bien s'assurer que les élèves ont compris que la figure représentée est incomplète. La situation proposée leur impose de repérer chacun des éléments constitutifs de la figure incomplète – ici, les différents segments – de repérer les points qui sont symétriques l'un de l'autre et de mettre en œuvre, pour compléter la figure, les connaissances qu'ils ont acquises précédemment.

Procédures envisageables

– Tracés à main levée en cherchant à obtenir une figure qui a un axe de symétrie.

– Pliage en superposant les points A et C.

– Tracé du segment [AC] et de la droite passant par B perpendiculaire au segment [AC] ; cette droite est l'axe de symétrie. On constate qu'elle passe par le point E, et que le segment [ED] lui est perpendiculaire. Il suffit donc de prolonger le segment [ED] d'une longueur égale pour obtenir le point F symétrique de D. Il reste à tracer les segments [BC], [EC], [AF].



Conclure avec les élèves

• Deux figures sont symétriques par rapport à un axe si, en pliant selon cet axe, ces deux figures se superposent.

• Les points symétriques sont situés sur une droite perpendiculaire à l'axe de symétrie et sont à la même distance de cet axe.

Pour illustrer cette conclusion, le professeur pourra faire reproduire sur calque la figure F de la découverte et les cas C des exercices 2 et 3 et faire coller ces calques sur le cahier de manière à permettre de vérifier la superposition par pliage.

Lecture du dernier point de l'Aide-mémoire, page 20.

ÉTAPE 39

Nombres décimaux et mesure de longueurs

MANUEL P. 108-109

Objectifs

Exprimer des mesures de longueurs à l'aide de nombres décimaux et d'une unité.

Pourquoi cette étape ?

Il s'agit pour les élèves de revoir que les nombres décimaux permettent d'exprimer des mesures de longueurs en utilisant une seule unité (4,638 km au lieu de 4 km 638 m). Ils doivent pour cela comprendre la signification précise de chaque chiffre après la virgule en fonction de sa position.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : une calculatrice.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit quatre nombres entiers ou décimaux au tableau, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres dans l'ordre croissant.

Il s'agit ici d'entretenir les connaissances des élèves sur la comparaison des nombres entiers et décimaux.

Découverte

La comparaison de mesures effectuées avec nos unités issues du système métrique et avec des unités anglaises va être le prétexte à un travail de conversion. Cette étape peut aussi être l'occasion de faire connaître quelques habitudes de mesurage de nos voisins d'outre Manche.

Informations pour le professeur.

Le mille marin ou mille nautique (nautical mile, symbole NM) est une unité de mesure de distance utilisée en navigation maritime et aérienne. Le tour de la Terre fait approximativement 40 000 000 m. Le mille marin international correspond à la longueur d'un arc de cercle de 1 minute (1′ = 1/60 de degré) sur un grand cercle de la sphère terrestre. Le mille marin vaut donc 40 000 000 divisé par 360 × 60, soit à peu près 1 852 mètres.

Le mot anglais « mile » s'écrit souvent « mille » en français quand il s'agit du mille nautique utilisé comme unité de mesure en France. En revanche, on écrit plus fréquemment « mile » (pluriel « miles ») pour l'unité de mesure terrestre qui est spécifiquement une unité de mesure anglo-saxonne, mais on peut aussi parler du « mille terrestre ».

■ Question 1

Lecture individuelle. Il y a trois supports de lecture à prendre en compte : le texte, le tableau de correspondance et le dialogue entre Mike et Louis.

Attention à l'harmonisation des unités (choix du mètre ou du centimètre).

1 yard 2 pieds 3 pouces se convertit en centimètres : 91,5 + (2 × 30,5) + (3 × 2,54).

Réponse : Mike (160 cm) est plus grand que Louis (155 cm).

■ Question 2

Nous retrouvons la multiplication d'un nombre décimal par 10 (voir étape 31).

Réponse : 0,305 × 10 = 3,05 mètres.

Conclure avec les élèves

Mettre en parallèle les deux systèmes de mesure de longueurs.

- Dans le système métrique, les différentes unités se déduisent les unes des autres en multipliant ou en divisant par 10, 100, 1 000, etc. ; de ce fait, les longueurs peuvent s'exprimer dans une unité donnée à l'aide de nombres décimaux.
- Dans le système anglais, il n'y a pas de régularité, les relations entre les différentes unités qui le composent sont toutes différentes ; de ce fait, les longueurs s'expriment avec plusieurs unités simultanément.

Exercices

Déroulement habituel (voir p.56).

• Exercice 1

Exercice de conversion qui va permettre tantôt de passer à des nombres entiers, tantôt à des nombres à virgule, tantôt à une écriture mixte comme dans **f** : 35,567 m = 35 m 5 dm 6 cm 7 mm.

• Exercice 2

L'objectif est d'aller chercher l'information dans le tableau puis d'opérer une conversion dans un sens ou dans l'autre : 1 mile (terrestre), c'est 1,61 km, donc 1 610 m ; 1 mile nautique, c'est 1 852 m, donc 1,852 km.

• Exercices 3 à 6

Entraînement aux conversions d'unités.

Exercice 3

Réponses

a. 42,195 km = 42 195 m.

b. Le semi-marathon a une longueur de 21 097,5 m.

Ce résultat ne peut se calculer, à ce moment de l'année, de façon totalement automatique. Une approche réfléchie ou l'usage de la calculatrice permettent d'y aboutir.

Exercice 4

Procédures possibles
– Effectuer 23 200 × 1 852 puis convertir en km.
– Convertir d'abord un mile nautique en km (1,852) et donc multiplier par un nombre décimal.

Réponse : 23 200 miles nautiques correspondent à environ 42 966 kilomètres, soit à peu près la circonférence de la Terre.

Exercice 5

Réponse : 5,49 m.

Exercice 6

Réponse : 31 miles valent 49,91 km. (31 × 1,61). Le tunnel au Japon est le plus long.

• **Exercice 7**

Entraînement à lire une carte avec son système de codage des parcours.

Réponses

Élise : 2 + 2,8 + 1 + 1,3 + 2,4 + 0,9 + 2 + 1 + 2,8 + 2 = 18,2

Mourad : 2 + 3 + 0,9 + 3,5 + 2,8 + 1,3 + 1 + 2,8 + 2 = 19,3

Mourad a parcouru 19,3 km ; Élise a parcouru 18,2 km.

• **Remue-méninges**

Une multiplication avec de grands nombres !

Réponses

8 minutes sont 480 secondes.

L'opération 299 792,458 × 480 dépasse souvent les capacités des calculatrices ou bien donne une réponse sous forme scientifique. On pourra travailler par séquences :

299 × 480 = 143 520

donc 299 000 × 480 = 143 520 000

792 × 480 = 380 160

0,458 × 480 = 219,84

Soit au total : 143 520 000 + 380 160 + 219,84 = 1 433 900 379,84 km donc sensiblement 1 434 millions de km.

Cette distance a été appelée l'Unité Astronomique (UA).

ÉTAPE 40

Aire des surfaces planes et fractions

Manuel p. 110-111

Objectifs

- Revoir la notion d'aire d'une figure plane.
- Comparer des aires par découpage et recollement.
- Exprimer des mesures d'aire par des fractions.

Pourquoi cette étape ?

Il s'agit de retravailler la notion d'aire en comparant directement des surfaces puis en se référant à leur mesure. Dans ce cadre, les fractions sont souvent présentes et utiles.

La distinction entre l'aire et le périmètre d'une figure est travaillée dans l'exercice 5, cette distinction sera reprise à l'étape 58 et à l'étape 80.

2 séances • **Séance 1** découverte • **Séance 2** exercices

Matériel • Par élève : crayon, règle, papier, ciseaux.

Calcul mental

Le maître énonce une fraction simple ou une fraction décimale, les élèves écrivent les deux entiers (consécutifs) qui l'encadrent.

Ex. : $\frac{7}{5}$; $\frac{64}{10}$; $\frac{35}{4}$; $\frac{9}{2}$; $\frac{20}{3}$; $\frac{142}{10}$; $\frac{18}{5}$; $\frac{54}{100}$; $\frac{307}{100}$.

Le but est de stabiliser les connaissances des élèves sur les fractions. Rappelons que plusieurs procédures sont envisageables ; par exemple, pour $\frac{35}{4}$:
– chercher les multiples de 4 qui encadrent 35 :
32 c'est (8 × 4) et 36 c'est (9 × 4), donc $\frac{35}{4}$ est entre 8 et 9 ;
– chercher la partie entière de $\frac{35}{4}$ en cherchant le quotient entier de la division de 35 par 4.
Pour les fractions décimales, l'encadrement est pratiquement évident : exemple $\frac{142}{10}$ est entre 14 et 15.

Découverte

Lecture silencieuse du paragraphe d'introduction. Travail individuel. Le travail de reproduction peut se faire sur feuille quadrillée. Les élèves ont à repérer les diagonales du carré et les milieux de deux côtés consécutifs et des deux demi-diagonales. Ils auront déjà, par ce travail, une approche intuitive du découpage en fractions de la figure. Le professeur peut aussi proposer aux élèves une photocopie où le tangram de côté 8 cm est reproduit. Il demandera beaucoup de soin pour le découpage des pièces.
Vérification individuelle.
Remarque pour l'ensemble de la découverte : l'unité choisie est l'aire du tangram complet, quelle que soit sa dimension.

■ **Question 1**

Travail individuel, puis correction collective.

Réponses

Les pièces A et B se superposent, elles ont la même aire.
Les pièces G et E se superposent, elles ont la même aire.
Les pièces F, C et D sont recouvrables chacune par deux pièces de type G. Elles ont donc elles aussi même aire, cette fois sans être superposables.

■ Question 2

Il s'agit maintenant de passer à la mesure des aires en prenant l'aire du tangram comme unité.
Travail individuel ou à deux. Correction collective.

Réponses

A et B mesurent $\frac{1}{4}$ u. F, C et D mesurent $\frac{1}{8}$ u.

E et G mesurent $\frac{1}{16}$ u.

■ Question 3

Travail individuel ou à deux.

Procédures possibles

– Utiliser les pièces découpées pour paver chacune des figures T, V et W.
– Décalquer les figures T, V et W, placer le calque sur le tangram du livre en cherchant les pièces qui permettent de les reconstituer.
Dans les deux cas, production d'une somme de fractions correspondant à chacune des pièces utilisées pour réaliser chacune des figures.

Mise en commun des propositions.
Plusieurs solutions sont possibles, en voici quelques-unes. Pour l'aire, on se bornera à l'écriture additive des fractions correspondant aux pièces utilisées.

Réponses

T : assemblage de F et E (ou de F et G) ; aire $\frac{1}{8} + \frac{1}{16}$.
V : assemblage de D, C et E, aire $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$.
W : assemblage de C + A + F, c'est-à-dire $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$. Certains élèves proposeront peut-être $\frac{1}{2}$.
W est aussi l'assemblage de 8 pièces identiques à E, etc.

■ Question 4

Travail individuel. La vérification peut être effectuée par binômes. Le professeur aidera lors de cette vérification.

Conclure avec les élèves

• Deux surfaces peuvent avoir la même aire sans être superposables.
• Les aires se mesurent. Les fractions sont souvent un bon moyen d'écrire la mesure d'une aire une fois que l'on a choisi une aire unité.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56) avec une mise au point collective à l'issue de chaque exercice.

• Exercice 1

Travail de reconnaissance visuelle qui peut être vérifié par mesurage ou découpage et superposition.
Réponse : les rectangles partagés en quatre parties de même aire sont A, C et D. C et D sont souvent oubliés.

• Exercices 2 à 4

Trouver la mesure de l'aire de diverses surfaces lorsque l'on connaît l'aire unité.

Exercice 2

Il y a 40 rectangles élémentaires superposables. 16 sont coloriés. Procédure par simple dénombrement.
Réponse : **a.** $\frac{16}{40}$ u (on pourrait proposer $\frac{2}{5}$u mais l'approche simple à partir de la figure n'est pas possible).
b. Qwang a tort, la partie jaune recouvre plus du tiers de la figure complète.

Exercice 3

Le déplacement des parties pour reconstituer un demi-cercle permet de comprendre la réponse d'Alice.
Réponse : **a.** $\frac{4}{12}$ u + $\frac{1}{5}$ u ou $\frac{6}{12}$ u ; **b.** Alice a raison.

Exercice 4

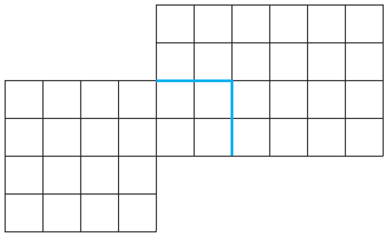
Réponses : **a.** $\frac{1}{5}$ u ; **b.** u ; **c.** $\frac{5}{4}$ u.

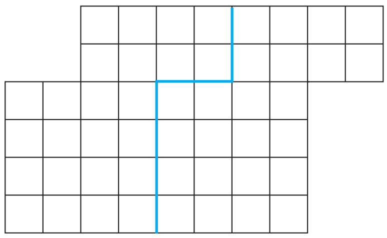
• Exercice 5

Cet exercice est fondamental pour travailler la distinction entre aire et périmètre. Plusieurs figures peuvent avoir la même aire sans avoir le même périmètre, de même plusieurs figures peuvent avoir le même périmètre sans avoir la même aire. Très souvent, les élèves pensent à tort que si l'aire augmente, le périmètre augmente aussi.
Correction individuelle.

• Remue-méninges

Certains élèves proposeront des surfaces de même aire mais non superposables, accepter ces solutions mais relancer la recherche : c'est un remue-méninges !





3 PÉRIODE

ÉTAPE 41

Mesure des aires, aires du rectangle et du carré

MANUEL P. 112-113

Objectifs

- Rencontrer les unités de mesure d'aires.
- Se familiariser avec les formules de calcul.

Pourquoi cette étape ?

- Dans cette étape, sont introduites les unités cm^2 et dm^2. Le pavage d'un carré d'aire 1 dm^2 par des carrés d'aire 1 cm^2 va permettre aux élèves de s'approprier la relation qui lie ces deux unités : 1 dm^2 = 100 cm^2.
- Les élèves vont ensuite avoir deux types de tâches à effectuer :
  – construire des surfaces d'aires données ;
  – évaluer l'aire de différentes surfaces en cherchant à les paver avec une surface unité, ce qui conduira soit à un nombre, soit à un encadrement.
- Dans le cas de l'aire du rectangle et du carré, les élèves vont rencontrer les formules de calcul. Rappelons que la difficulté majeure (comme pour les formules de calcul de périmètres) vient de la présence de lettres pour désigner des nombres et de signes opératoires entre ces lettres.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 À 4 • **SÉANCE 2** EXERCICES 5 À 8

MATÉRIEL • Par élève : plusieurs carrés de 10 cm de côté découpés dans des feuilles quadrillées, à petits carreaux (0,5 × 0,5) ou, mieux, en cm^2 ; des crayons de couleur (vert, jaune et rouge).

Calcul mental

Le professeur énonce une fraction simple ou une fraction décimale, les élèves doivent l'écrire comme somme de sa partie entière et de son rompu.

Exemples : $\frac{9}{4}$; $\frac{235}{100}$; $\frac{16}{3}$; $\frac{15}{6}$; $\frac{27}{10}$; $\frac{6}{5}$; $\frac{9}{10}$; etc.

Réponses attendues : $\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$; $\frac{235}{100} = 2 + \frac{35}{100}$; etc.

Découverte

Il s'agit de faire comprendre aux élèves que 1 dm^2 c'est 100 cm^2 et non 10 cm^2 comme le pensent certains. Une situation de coloriage respectant diverses contraintes donne un certain enjeu à cette activité.

Lecture et reformulation du texte introductif pour vérifier que les élèves ont bien compris les contraintes imposées. Distribuer aux élèves les carrés quadrillés. Nous proposons pour chaque question un travail individuel suivi d'une mise au point collective.

■ Question 1

Elle permet de s'assurer que les élèves ont compris le principe du pavage.

Pour réaliser les pavages, les élèves utilisent leurs crayons de couleur. Plusieurs élèves peuvent exposer leurs solutions qui seront débattues par la classe.

■ Question 2

Certains élèves dénombrent les carrés un à un, d'autres utilisent un calcul multiplicatif en constatant que c'est un quadrillage de 10 lignes et 10 colonnes contenant donc 100 carrés.

■ Question 3

Travail sur l'équivalence des deux relations :
1 dm^2 = 100 cm^2 et 1 cm^2 = $\frac{1}{100}$ dm^2.

■ Questions 4 et 5

Elles peuvent être résolues par un dénombrement ou par un calcul.

Ensemble des solutions possibles

L'aire de la partie verte reste toujours la même quelle que soit la solution choisie : 36 cm^2.
Aire de la partie jaune 4 cm^2, de la partie rouge 60 cm^2.
Aire de la partie jaune 16 cm^2, de la partie rouge 48 cm^2.
Aire de la partie jaune 36 cm^2, de la partie rouge 28 cm^2.
Aire de la partie jaune 64 cm^2, de la partie rouge 0 cm^2.

Conclure avec les élèves

Faire lire et commenter la pancarte du furet.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercice 1

Il permet de revoir que des surfaces de formes différentes peuvent avoir la même aire et de comprendre que des surfaces d'aire 1 dm^2 peuvent ne pas être carrées bien que l'on entende le mot « carré » dans l'unité d'aire !

• Exercice 2

Entraînement à évaluer l'aire de diverses surfaces en opérant mentalement des découpages et des recollements.

Réponses

A : 3 + $\frac{1}{8}$ cm^2 ; B : 4 cm^2 ; C : $\frac{7}{2}$ cm^2.

● **Exercice 3**
Les élèves doivent eux-mêmes créer des surfaces de formes quelconques mais d'aire imposée.

● **Exercice 4**
Il permet aux élèves de comprendre que les nombres qui indiquent la mesure de l'aire d'une surface sont dépendants de l'unité choisie. On pourra reprendre les résultats de la question 2 de l'étape 40.

Réponses
L'aire totale du tangram que les élèves ont reproduit est 64 cm^2.

A et B ont une aire de $\frac{64}{4}$ cm^2 soit 16 cm^2.

C, D et F ont une aire de $\frac{64}{8}$ cm^2 soit 8 cm^2.

E et G ont une aire de $\frac{64}{16}$ cm^2 soit 4 cm^2.

● **Exercice 5**
Il vise à établir la formule de l'aire d'un rectangle lorsque l'on connaît ses dimensions.
La question **a** peut être résolue par un dénombrement ; la prévision demandée à la question **b** doit conduire les élèves à faire le lien entre l'aire du rectangle et les dimensions de ses côtés. La question **c** installe la formule. Les dimensions du rectangle sont désignées par les lettres L et l mais il n'est pas indispensable de les nommer longueur et largeur, l'important est d'aider les élèves à prendre conscience que ces lettres désignent des nombres qui dépendent du rectangle considéré.
Réponses : **a**. 12 cm^2 ; **b**. 35 cm^2 ; **c**. Leïla a raison.

● **Exercice 6**
Il vise à établir la formule de l'aire d'un carré lorsque l'on connaît son côté.
La question **a** peut être résolue par un dénombrement ; la prévision demandée à la question **b** doit conduire les élèves à faire le lien entre l'aire du carré et la dimension de son côté ; la question **c** installe la formule.
Réponses : **a**. 9 cm^2 ; **b**. 25 cm^2 ; **c**. Théo a raison.

● **Exercice 7**
Il vise à faire établir, de manière pragmatique, par les élèves la formule de calcul de l'aire du losange en se référant à celle d'un rectangle par construction d'une surface rectangulaire d'aire double, et cela sans passer par le dénombrement de carreaux.
Réponses : l'aire du rectangle est 12 cm^2 ; l'aire du losange est la moitié, soit 6 cm^2.

● **Exercice 8**
Application des formules étudiées dans les exercices 5 et 6.
Réponses : **a**. 64 cm^2 ; **b**. 4 cm ; **c**. 30 cm^2.

3 PÉRIODE

ÉTAPE 42

Mesure des aires : hauteur du triangle, aire du triangle

MANUEL P. 114-115

Objectifs

Découvrir une hauteur comme segment utile au calcul de l'aire du triangle.

Pourquoi cette étape ?

• Pour établir la formule de l'aire d'un triangle, il est nécessaire de définir la notion de hauteur d'un triangle et de **savoir associer un côté et la hauteur correspondante**. Cette étape groupe la découverte des hauteurs d'un triangle et celle de la formule de son aire. Il est prématuré de mener un travail de fond sur cette notion de hauteur et notamment sur le fait que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes, c'est au collège que les élèves étudieront ces propriétés.

• Il est possible d'introduire la notion de hauteur d'un point de vue géométrique, mais ce n'est pas dans l'esprit des programmes qui mettent en avant la rencontre avec les formules de calcul de l'aire de quelques surfaces planes.

Remarque : dans les « formules » de calcul, les lettres désignent des nombres, mais en fait chaque lettre désigne à la fois l'objet géométrique et le nombre qui est sa mesure, ainsi dans la formule $A = \frac{1}{2} \times b \times h$, la lettre b désigne à la fois un côté du triangle nommé « base » et sa longueur, de même la lettre h désigne à la fois la « hauteur » (un segment géométrique) associé à la base b et sa longueur. Cette double lecture des lettres est difficile notamment dans des cas où les deux significations « s'entrechoquent » ; par exemple, dans l'exercice 2, le segment « hauteur » [EH] relatif à la base [AB] du triangle ABE et le segment « hauteur » [FK] relatif à la base [AB] du triangle ABF sont « différents », mais leur longueur est la même d'où la formulation « deux triangles qui ont même base et même hauteur ont la même aire »

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICE 1 • **SÉANCE 2** EXERCICES 2 À 4

Mise en route

Dictée géométrique.

Exemples :

– Trace un segment [AB] de 5 cm de long. Trace le cercle de centre A de rayon 4 cm. Place sur ce cercle un point qui soit à 3,5 cm de B.

– Trace une droite d. Place un point A qui ne soit pas sur la droite d. Trace le segment qui passe par A et qui est perpendiculaire à d.

Pour l'organisation, voir la mise en route de l'étape 30.

Découverte

■ Question 1

a. Le professeur peut relever les propositions sans les faire justifier : il s'agit d'une estimation à vue d'œil.

b. Faire commenter la proposition de Qwang : il ne s'agit plus d'une prévision mais de la recherche d'une preuve expérimentale.

c. Il s'agit de mettre en évidence qu'il est possible de ramener la détermination de l'aire d'un triangle à celle d'un rectangle bien choisi. La question comporte deux parties d'inégale difficulté : le mesurage des côtés du rectangle construit par Leïla et le calcul de son aire d'une part, la prise de conscience que l'aire de ce rectangle est le double de l'aire du triangle MNP d'autre part. Nous suggérons de faire reproduire aux élèves le rectangle et le triangle MNP en deux exemplaires sur des feuilles volantes (quadrillées pour gagner du temps), de manière à pouvoir découper et faire les déplacements et les superpositions nécessaires.

Réponse : 6 × 5 soit 30 cm². L'aire du triangle MNP est 15 cm².

d. C'est le même travail avec le triangle BCD mais, cette fois, la construction du rectangle est à la charge des élèves. Ils doivent donc trouver la dimension du second côté du rectangle, c'est-à-dire de la hauteur relative au côté [BD] du triangle BCD. On voit à nouveau que l'aire d'un triangle peut être obtenue comme moitié de l'aire d'un rectangle bien choisi, dont un côté est un côté du triangle. Lors de la mise en commun, recenser les différentes manières de décrire la dimension du second côté du rectangle : c'est la distance du sommet C au côté [BC], puis conclure sur l'aire la plus grande.

Réponse : 8 × 4 soit 32 cm². L'aire du triangle BCD est 16 cm². C'est lui qui a la plus grande aire. Qwang avait certes raison, mais la superposition des 2 triangles ne permet pas vraiment de conclure.

■ Question 2

Faire lire la bulle du furet et appliquer la « formule » aux deux triangles étudiés.

Par exemple : pour le triangle MNP, à la question 1c, on a vu que b = MP = 6 cm et h = 5 cm, c'est la distance du point N à la droite MP, c'est la longueur du deuxième côté du rectangle que l'on a construit. Pour connaître cette distance, il faut donc tracer le segment passant par N et perpendiculaire à [MP], c'est ce segment que l'on appelle hauteur du triangle MNP associée au coté [MP].

Conclure avec les élèves

Pour trouver l'aire d'un triangle, on peut utiliser la formule $A = \frac{1}{2} \times b \times h$. Pour cela, il faut identifier un côté du triangle et la hauteur qui lui est associée, puis trouver la longueur de ce côté (b) et de cette hauteur (h) et enfin remplacer b et h par leur valeur dans la formule.

Nous suggérons de faire construire soigneusement le triangle MNP et sa hauteur [NH] en se servant de la règle et de l'équerre.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56) avec mise au point collective à l'issue de chaque exercice.

● Exercice 1

Entraînement au calcul de l'aire d'un triangle, sans avoir à tracer ni à mesurer les hauteurs.

Réponse : 10 cm² pour ABC et 12 cm² pour MNP.

● Exercice 2

Il met en évidence que lorsque des triangles ont la même base, et des hauteurs de même longueur, leur aire est toujours la moitié de celle du rectangle.

Réponse : 24 cm² dans tous les cas.

Faire exécuter le dessin du rectangle sur la feuille quadrillée et placer les points E, F, G sur le côté [CD] et conclure que quelle que soit la position du point E sur le côté [CD], l'aire du triangle ABE est toujours la moitié de celle du rectangle ABCD.

● Exercice 3

Cet exercice prolonge le précédent et permet des formulations qui s'émancipent du calcul ; les deux triangles ont un côté commun et des hauteurs, liées à ce côté, de même longueur, donc les aires sont égales.

Conclure que lorsque des triangles ont même base et même hauteur, ils ont la même aire.

Réponse : ces deux triangles ont même aire.

● Exercice 4

Il montre que l'on peut appliquer la formule de calcul avec n'importe laquelle des trois hauteurs d'un triangle, si l'on utilise bien la base correspondante.

Réponses

a. Il faut effectuer le produit BC × AM, puis diviser par deux.

b. Il est possible que les élèves hésitent à affirmer a priori que l'on doit trouver trois fois la même aire avant d'effectuer le calcul.

Conclure que l'aire du triangle ABC est :

$\frac{1}{2}(CP \times AB) = \frac{1}{2}(AC \times RB) = \frac{1}{2}(CB \times AM)$.

L'utilisation d'un support quadrillé facilite le tracé des triangles.

ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

Décimaux et fractions (1)

MANUEL P. 116-117

Objectif

- Entretenir ses connaissances sur les décimaux et les fractions.
- Revoir les techniques de calcul avec les nombres décimaux.

Pourquoi cette étape ?

Nous proposons un ensemble d'exercices qui permettent aux élèves de conforter les connaissances relatives aux fractions et aux décimaux acquises précédemment. Le professeur pourra ainsi recenser les éventuels points à retravailler avec certains élèves.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : – un morceau de feuille de papier millimétré pour l'exercice 1 ;
– une fiche autocorrective (p. 248-249)

Calcul mental

À la recherche du milieu. Le professeur donne deux nombres, les élèves doivent trouver le nombre qui est juste au milieu.
Exemples : Quel est le nombre qui est « juste au milieu » entre 6 et 7 ? entre 5 et 9 ? entre 2,6 et 2,8 ? entre 5,4 et 5,6 ? entre 5 et 5,1 ? entre 2,6 et 3 ?

Cette activité contribue à entraîner les élèves à évaluer des écarts entre des nombres décimaux. Un appui sur la droite numérique graduée en dixièmes et en centièmes peut être nécessaire pour certains élèves. Outre l'activité de calcul, cet exercice permet de renforcer chez les élèves une propriété fondamentale des nombres décimaux : entre deux nombres décimaux, il en existe toujours d'autres.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 58).

• **Exercice 1**

Une correction individuelle est souhaitable afin de bien voir où en est chaque élève. Reprise d'exercices déjà travaillés. S'assurer, par le placement sur la droite numérique que les élèves ont bien compris que 1,7 et 1,70, puis 1,30 et 1,3, puis 1,240 et 1,24 sont égaux.

• **Exercice 2**

Renforcement de la connaissance d'une propriété fondamentale des nombres décimaux : entre deux nombres décimaux, on peut toujours en trouver d'autres. Dans chaque cas, une infinité de nombres conviennent ! Les élèves doivent en citer un.

• **Exercice 3**

Même activité que dans l'exercice 1 mais sans recours à la droite.

• **Exercices 4 à 8**

Révision du passage des écritures fractionnaires aux écritures à virgule.

• **Exercice 9**

Le professeur s'assurera que les élèves placent bien les virgules les unes sous les autres. Il rappellera qu'il s'agit d'additionner (ou de soustraire) les unités ensemble, les dixièmes ensemble, etc.

• **Exercice 10**

Ce n'est que dans le cadre d'une suite de nombres construite avec une règle que l'on peut prévoir le nombre suivant.

• **Exercice 11**

Calcul réfléchi écrit. Il n'est pas nécessaire d'effectuer la soustraction.

Réponses

Une planche de 3 m ne convient pas car 1,85 + 3 est plus petit que 5,74.
Une planche de 4 m convient car 1,85 + 4 = 5,85.
Une planche de 5 m convient mais fera plus de chute.

• **Exercice 12**

Il s'agit de bien comprendre la consigne écrite qui utilise des lettres. La règle peut surprendre mais elle correspond à la réalité.
L'exercice consiste à effectuer des sommes de trois nombres décimaux puis de comparer les résultats à 100.

• **Exercice 13**

Multiplications à trou. Exiger une vérification de chacune des multiplications une fois les « trous » remplis.

• **Exercice 14**

Mise en œuvre de la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier, déjà vue à l'étape 32.
Pour la deuxième partie de l'exercice, il s'agit de calculs réfléchis qui vont mettre en jeu les règles de positionnement de la virgule.

• **Exercice 15**

Problème multiplicatif. Attention à la lecture de l'énoncé, il ne s'agit pas de calculer le poids total des 17 lettres !

• **Exercice 16**

C'est un entraînement des compétences développées dans les étapes 11 et 24.

• **REMUE-MÉNINGES**

Réponse : un demi-quart de lieue, c'est la moitié d'un quart de lieue, c'est donc 500 mètres.

ÉTAPE 43

Mesure des masses

MANUEL P. 118-119

Objectifs

- Revoir les unités de mesure de masse.
- Résoudre des problèmes utilisant la notion d'équilibre.

Pourquoi cette étape ?

- Dès le CE2, les élèves ont appris à comparer les masses de divers objets à l'aide de la balance Roberval ou d'une balance à plateaux. Ils ont appris à **résoudre des problèmes liés à la double pesée ou à la pesée par différence**. Dans cette étape, nous leur proposons de reprendre ce travail et de consolider les stratégies de calcul ainsi explorées. Les stratégies expertes relèvent a priori d'équations ou de systèmes d'équations du premier degré mais la contextualisation et la schématisation proposées permettent aux élèves de construire une procédure de résolution originale s'appuyant sur la transitivité de la relation « avoir la même masse ».
- Les élèves réinvestissent les connaissances sur les **opérations avec les nombres entiers et décimaux** et sur les conversions.
- **Remarque** : La distinction entre les termes « masse » et « poids » est laissée pour le collège. Nous utilisons indifféremment ces termes.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

Calcul mental

Le compte est bon.

Un seul tirage (ex. : 3 ; 8 ; 7 ; 4 ; 1) et différents nombres-cibles donnés successivement (ex. : 68 ; 90 ; 400 ; 0 ; 343).

Cette activité s'inspire du jeu télévisé de même nom avec quelques différences :

– le nombre-cible et les nombres donnés pour l'atteindre ne sont pas tirés au hasard ;

– les élèves doivent produire une égalité entre le nombre-cible et l'écriture décomposée qui a permis d'atteindre ce nombre.

Le professeur écrit au tableau le nombre-cible, puis il inscrit au-dessous les nombres que les enfants peuvent utiliser pour obtenir ou approcher au plus près le nombre-cible. Chaque nombre peut être utilisé une fois au plus. Les élèves cherchent individuellement. Le professeur recense ensuite les solutions, les élèves viennent écrire l'égalité qu'ils proposent. Les différentes solutions sont ensuite validées ou corrigées collectivement.

Exemples de solutions :

$68 = [(7 + 3 - 1) \times 8] - 4$ ou $68 = (4 \times 3) + (8 \times 7)$...

$90 = (4 \times 8 \times 3) + 1 - 7$

$400 = 8 \times (4 + 1) \times (7 + 3)$

$0 = 8 - 7 - 1$

$343 = 7 \times (3 + 4) \times (8 - 1)$

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte.

Attirer l'attention des élèves sur les diverses masses marquées, leurs valeurs respectives, et sur la bulle du furet.

Travail à deux sur chacune des questions, suivi d'une mise en commun des procédures et des résultats.

■ Question 1

Description collective des schémas : lien avec la balance Roberval et « décodage » de l'équilibre par observation de la position horizontale du bras et de la position verticale de l'aiguille.

La résolution experte de cette question relève de la résolution d'un système d'équations du premier degré à trois inconnues hors des compétences des élèves. Ce qui est recherché ici, c'est la mise en œuvre d'une stratégie de résolution s'appuyant sur une mise en ordre des informations données.

> Stratégie possible
> – Le troisième schéma permet de déterminer la masse de 4 verres par calcul de la somme des masses marquées, puis la masse d'un verre par division.
> – Le deuxième schéma permet de trouver la masse d'un bol par soustraction.
> – Le premier schéma permet de calculer la masse de la carafe par multiplication.

Réponse : un verre pèse 70 g, un bol 130 g et la carafe 780 g.

■ Question 2

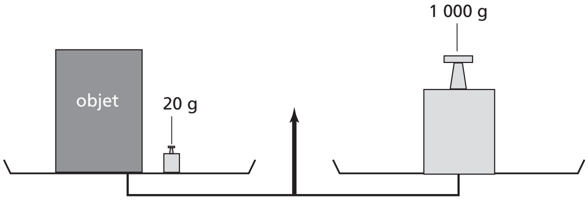
Elle vise à rappeler aux élèves la possibilité d'une diversité de procédures pour réaliser un équilibre avec une balance Roberval, en particulier, réaliser un équilibre en ajoutant une masse à l'objet à peser (équilibre par différence). Les élèves peuvent convertir 0,980 kg en grammes, puis :

– pour la solution de Qwang, décomposer 980 en somme de 7 nombres en respectant une contrainte supplémentaire : les nombres intervenant dans la décomposition

doivent faire partie des valeurs des masses marquées. Par exemple on ne peut pas proposer la décomposition 500 + 400 + 40 + 10 + 10 + 10 + 10 car il n'y a pas de masses marquées de 400 g ou de 40 g ;
– pour la solution de Leïla, reconnaître en 980 la différence 1 000 – 20 pour réaliser un équilibre par différence.

Réponses : Qwang a utilisé les masses de 500 g, 200 g, 100 g, 100 g, 50 g, 20 g et 10 g.

Leïla a utilisé les masses de 1 kg et 20 g.



Lors de la mise en commun, attirer l'attention des élèves sur le fait que les deux plateaux peuvent être utilisés indifféremment pourvu que les conditions d'équilibre soient respectées. Par exemple, l'objet et la masse de 20 g peuvent être aussi bien sur le plateau de gauche que sur le plateau de droite.

■ Question 3

Procédure de pesée par différence.

Après conversion de 1,198 kg en 1 198 g, les élèves doivent trouver la décomposition de 1 198 qui convient.

Réponse : sur un plateau, l'objet + une masse marquée de 2 g ; sur l'autre plateau, 1 000 g + 200 g.

■ Question 4

Reprise du travail effectué dans la question 1, avec cette fois deux objets de poids inconnus.

> Procédure envisageable
>
> Remplacer fictivement la pastèque de la balance de gauche par ce qui est sur la balance de droite (un ananas et 1 150 g). On obtient donc 2 ananas + 1 150 g sur un plateau et 2 700 g sur l'autre.
>
> 2 ananas, c'est 2 700 g – 1 150 g = 1 550 g. L'ananas pèse 775 g, la pastèque pèse 1 925 g ou 1,925 kg.

Conclure avec les élèves

> Lorsqu'une balance Roberval est en équilibre, les objets qui sont sur les plateaux ont la même masse.

Les élèves pourront également noter sur leur cahier le texte de la bulle du furet.

Lire le paragraphe sur la mesure des masses de l'Aide-mémoire, page 30.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercices 1 et 2

Reprise du travail mené dans la découverte sur la détermination d'une masse par différence à partir d'un équilibre réalisé avec une balance Roberval ou une balance à affichage digital.

Réponse exercice 1 : le potiron pèse 1,430 kg.

Réponse exercice 2 : une boule pèse 250 g et un cube pèse 430 g.

• Exercice 3

Il permet de rencontrer la relation fondamentale : **1 litre d'eau pèse 1 kilogramme**. Il s'agit d'un problème de multiplication permettant de débusquer soit des erreurs courantes sur le produit d'un nombre décimal par un entier, soit des erreurs de conversion.

• Exercice 4

Travail sur différentes unités de masse en les situant par rapport au gramme et au kilogramme. Présenter le tableau comme une aide à la conversion.

• Exercice 5

Problème de division avec recherche du nombre de parts dans le contexte des masses.

• Remue-méninges

Ce problème se résout par test d'hypothèses en respectant deux contraintes : la somme des masses des pièces est constante, le nombre de pièces de chaque sorte est entier.

Réponses

Théo : 2 pièces de 1 euro et 10 pièces de 2 euros.

Alice : trois solutions possibles :
– 6 pièces de 1 euro et 2 pièces de 2 centimes ;
– 4 pièces de 1 euro et 7 pièces de 2 centimes ;
– 2 pièces de 1 euro et 12 pièces de 2 centimes.

ÉTAPE 44

Numération : lire, écrire les grands nombres

MANUEL P. 120-121

Objectifs

- Étudier les règles de construction des noms de nombres jusqu'au milliard.
- Débusquer les erreurs fréquentes.

Pourquoi cette étape ?

- Les élèves ont déjà rencontré des « grands nombres », mais ici, il s'agit d'étudier plus spécifiquement les **règles de passage de la désignation orale des nombres** (ou de leur écriture en lettres) **à leur écriture chiffrée et réciproquement, dans un champ numérique allant au-delà du milliard**.

Notons cependant que ces très grands nombres dépassant le milliard ne sont pas d'un usage fréquent, aussi les exercices portent essentiellement sur des nombres plus petits.

- Rappelons que, pour les nombres supérieurs à 999, la numération orale met en jeu une « sur-base » de numération égale à mille. Le groupement correspondant à « mille mille » est désigné par le mot « million », celui correspondant à « mille millions » est désigné par le mot « milliard ». Pour permettre aux élèves d'étudier le fonctionnement de la numération orale, nous leur proposons un jeu de cartes analogue à celui du CM1 dans un champ numérique plus grand : des cartes portant des nombres écrits en chiffres encadrent trois cartes portant respectivement le mot-nombre « milliard », le mot-nombre « million » et le mot-nombre « mille ». Le passage à l'écriture chiffrée va montrer une nouvelle fois la nécessité d'écrire des zéros pour indiquer les groupements manquants. L'utilisation d'un tableau de numération peut s'avérer une aide efficace.

2 SÉANCES • SÉANCE 1 DÉCOUVERTE • SÉANCE 2 EXERCICES

MATÉRIEL
- Par élève : une enveloppe contenant (voir matériel photocopiable, p. 311) :
  – neuf étiquettes portant les nombres suivants écrits en chiffres : 4, 8, 25, 40, 58, 207, 357, 483, 624 ;
  – trois étiquettes portant respectivement les mots-nombres « mille », « million(s) » et « milliard(s) ».
- Pour la classe : les mêmes étiquettes de grande taille à afficher au tableau ; un tableau de numération à afficher également.

Calcul mental

Petits problèmes oraux sur les masses.
Exemples :
– Un maraîcher récolte 25 kg de haricots verts dans son premier champ et 4 fois plus dans le second champ. Quelle masse de haricots verts a-t-il récoltée dans le second champ ?
– À neuf ans, Louise pèse 26 kg. C'est 9 kg de plus que son poids à cinq ans. Quel était son poids à cinq ans ?
– Yara a deux ans. Elle pèse 12 kg ; son poids a quadruplé depuis sa naissance. Combien pesait-elle quand elle est née ?
– Nicolas a douze ans, il a grossi de 7 kg en un an, il pèse maintenant 45 kg. Quel était son poids à onze ans ?
– À huit ans, Dona pesait 21 kg ; en trois ans son poids a doublé. Quel est le poids de Dona à 11 ans ?

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte. Faire reformuler la règle du jeu.
Le professeur distribue à chaque élève l'enveloppe avec les étiquettes.

■ Question 1

Après une période de travail individuel, une mise en commun est nécessaire. Elle permet de préciser la manière dont est organisé le « tableau de numération » et de rappeler que le zéro n'est pas dit, alors qu'il apparaît dans l'écriture chiffrée du nombre 357 624 058.

■ Question 2

Prolongement à la classe des milliards du travail effectué dans la question précédente, avec une contrainte supplémentaire portant sur le nombre de chiffres.
Travail individuel suivi d'une correction collective.
a. La recherche conduit les élèves à trouver que pour obtenir un nombre de dix chiffres, le nombre de milliards doit être un nombre à un chiffre.
Avec les cartes d'Alice, seule l'étiquette 8 peut être posée avant le mot milliard.
Réponses
8 milliards 40 millions 207 mille : 8 040 207 000
8 milliards 207 millions 40 mille : 8 207 040 000
b. Pour obtenir un nombre de douze chiffres, les élèves doivent trouver que le nombre de milliards doit être un nombre à trois chiffres.

Réponses
207 milliards 40 millions 8 mille : 207 040 008 000
207 milliards 8 millions 40 mille : 207 008 040 000

■ Question 3

Après un temps de recherche individuelle, les élèves comparent leurs propositions par deux, puis font la liste des nombres qu'ils ont trouvés et vérifiés.
Cette question permet de débusquer les erreurs liées aux zéros intercalaires et de les corriger. Évidemment, on n'attend pas tous les nombres possibles. Cependant, il est important de relancer la recherche dans les groupes pour qu'apparaisse la nécessité de placer des zéros au moment du passage à l'écriture chiffrée.

■ Mise en commun

Il sera intéressant de faire apparaître que :
– dès que l'on utilise le mot « milliard », on obtient des nombres ayant au moins 10 chiffres ;
– après « milliard(s) », l'écriture chiffrée du nombre de millions doit toujours comporter 3 chiffres ;
– après « million(s) », l'écriture chiffrée du nombre de millier(s) doit toujours comporter 3 chiffres ;
– après « mille », l'écriture chiffrée du nombre d'unités doit toujours comporter 3 chiffres.

Conclure avec les élèves

• Tous les nombres entre 1 000 et 999 999 999 999 peuvent se dire en juxtaposant au plus cinq éléments :
un nombre inférieur à mille puis le mot « milliard(s) »,
un nombre inférieur à mille puis le mot « million(s) »,
un nombre inférieur à mille puis le mot « mille »,
un nombre inférieur à mille.
• Pour écrire ces nombres en chiffres, on juxtapose les nombres que l'on entend avant le mot « milliard », entre le mot « milliard » et le mot « million », entre le mot « million » et le mot « mille », puis après le mot « mille », en plaçant des 0 pour indiquer les groupements manquants.

Pour illustrer cette conclusion, on fera écrire aux élèves quelques exemples. Le professeur pourra les choisir parmi ceux qui ont été proposés par les élèves dans la question 3.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercices 1 et 2

Ils permettent de montrer que :
– pour écrire un nombre à 7 chiffres, il faut juxtaposer un nombre à 1 chiffre et l'étiquette « million » ;
– pour écrire un nombre à 8 chiffres, il faut juxtaposer un nombre à 2 chiffres et l'étiquette « million ».
Réponses exercice 1 : 4 millions (4 000 000) ou 8 millions (8 000 000).
Réponses exercice 2 : 25 millions (25 000 000) ou 40 millions (40 000 000) ou 58 millions (58 000 000).

• Exercice 3

Travail sur l'algorithme de la numération écrite.

• Exercice 4

Travail sur la suite orale des nombres.

• Exercice 5

Comme il existe dix chiffres distincts et dix seulement, le nombre aura dix chiffres : c'est le nombre 9 876 543 210.

• Exercice 6

Il vise à rappeler que pour dire un nombre de huit ou neuf chiffres, le mot « million » doit toujours être utilisé, alors que les mots « mille » et « cent » ne sont pas toujours indispensables. Pour dire un nombre de onze chiffres, c'est le mot « milliard » qui est indispensable.
Réponses
a. Plusieurs solutions, par exemple « seize millions ».
b. Une seule solution : « cent millions ».
c. Plusieurs solutions, par exemple « dix milliards ».

• Exercice 7

Il permet de débusquer une erreur récurrente lors du passage de l'écriture littérale à l'écriture chiffrée : on n'écrit pas toujours ce que l'on entend.
Réponse : b.

• Exercice 8

Entraînement à passer du système de numération orale au système de numération écrite.
Remarque : les données sont des estimations avant le recensement de 2009.
Réponses
Population française : 63 753 000 habitants.
France métropolitaine : 61 875 000 habitants.
Population des départements d'Outre-mer 1 878 000 habitants.

Lire des tableaux, calculer et comparer des longueurs

MANUEL P. 122-123

Objectifs

- Rechercher des informations dans des tableaux.
- Calculer et comparer des distances exprimées dans des unités différentes.

Pourquoi cette étape ?

Dans le contexte de l'Union européenne, les élèves réinvestissent le travail effectué dans l'étape 39 sur la comparaison de mesures exprimées avec des unités du système métrique et avec des unités anglaises.

Cette étape permet aussi de revoir les opérations avec les nombres décimaux et la comparaison des décimaux étudiées précédemment.

1 SÉANCE

Calcul mental

Le compte est bon. Voir étape 43.
Exemple : Un seul tirage : 5 ; 10 ; 3 ; 9 ; 7. Plusieurs nombres-cibles donnés successivement : 4 500 ; 16 ; 92.
Exemples de solutions :
$4\,500 = (5 \times 9 \times 10) \times (7 + 3)$
$16 = 5 + 3 + 7 + 10 - 9$
$92 = (5 \times 10) + (9 - 3) \times 7$

Partie A

Après la lecture silencieuse du texte introductif, rappeler aux élèves qu'ils ont déjà travaillé sur les unités anglaises dans l'étape 39. Faire préciser éventuellement certains termes, même s'ils sont explicités dans le texte : réseau, voie ferrée, voie normale, écartement standard et évoquer rapidement les questions techniques que posent ces écartements différents lorsqu'un train traverse plusieurs pays européens.
Pour chaque question, nous suggérons un temps de travail individuel, suivi d'une mise en commun des résultats et des procédures.

■ Question 1

a. Conversion dans le système métrique.
b. Utilisation des équivalences données pour exprimer en mm une distance exprimée dans un système d'unités non décimal.

Procédures envisageables
- Calculer ce que valent en mm :
– un pied : 304,8 mm (ou 305 mm d'après l'étape 39) ;
– 4 pieds : 1 219,2 mm (ou 1 220 mm) ;
– 8 pouces : 203,2 mm ;
– un demi-pouce : 12,7 mm ;
puis additionner les nombres, trouver 1 435,1 mm (ou 1 435,9 mm) et conclure.
- Exprimer la distance donnée dans une seule unité du système anglo-saxon : convertir 4 pieds en 48 pouces, ajouter 8 pouces et demi, trouver 56 pouces et demi. Calculer ce que valent 56 pouces et demi en mm, trouver 1 435,1 mm et conclure.

■ Question 2

a. Rangement de nombres décimaux ayant la même partie entière et des parties décimales de longueur différente.
b. Réinvestissement de la technique de la soustraction des nombres décimaux. Les élèves doivent déterminer l'écart entre 1,435 et chaque nombre du tableau.
Réponses

Pays	Écart en m
Espagne	0,239
Estonie, Lituanie, Lettonie	0,085
Finlande	0,089
Irlande	0,165
Portugal	0,230

c. et **d.** Comparaison des distances exprimées dans des unités différentes, réinvestissement de la notion d'ordre de grandeur.

Procédures envisageables pour **c**
– Reprendre le résultat trouvé à la question 1 : 1 pied vaut 304,8 mm (ou 305 mm), multiplier ce nombre par 5, trouver 1 524 mm (ou 1 525 mm) et convertir en m.
– Trouver que 5 pieds valent 60 pouces, et effectuer le produit de 60 par 25,4, trouver 1 524 mm, convertir en m et conclure.

Pour répondre à la question posée, il faut convenir de ce que l'on va considérer comme « proche » qui est un terme relatif. Il faudra donc se mettre d'accord sur le degré d'approximation accepté : on peut considérer que 4 pays parmi les pays étudiés, affichent un écartement proche de 5 pieds (Estonie, Lituanie, Lettonie (1,52 m), Finlande (1,524 m).

Procédure envisageable pour **d**
Les élèves peuvent chercher la valeur en mm de 5 pouces et d'un demi-pouce, ajouter la valeur de 5 pieds trouvée précédemment, trouver 1 663,7 mm.
La comparaison avec les valeurs du tableau peut conduire à une discussion sur le degré d'approximation accepté : l'écartement de 1 665 mm (Portugal) est celui qui est le plus proche de 5 pieds 5 pouces et demi.

■ Question 3

Comparaison d'une série de nombres exprimant des mesures.

Partie B

Après lecture silencieuse, attirer l'attention des élèves sur le fait que les informations données dans la partie A peuvent être utiles ici. Nous suggérons, pour chaque question, un travail individuel suivi d'une correction collective.

■ Questions 1a et 1b

Problème de division avec recherche du nombre de parts. Pour répondre à la question **b**, les élèves peuvent utiliser une procédure de linéarité (proportionnalité) : avec des rails de 18 m, il faut 2 fois plus de barres qu'avec des rails de 36 m.

■ Questions 2a et 2b

Procédures possibles

– Convertir la longueur du réseau ferrée en mètres. Puis rechercher le nombre de barres de 400 m nécessaire pour une file de rail, ce qui nécessite de résoudre un problème de division de type recherche d'un nombre de parts (diviser la longueur du réseau ferré, ou longueur d'une file de rail, exprimée en m, par la longueur d'une barre). Comparer enfin le résultat obtenu aux nombres proposés.

– Multiplier les valeurs proposées par 400 et comparer les résultats à la longueur du réseau, en effectuant les conversions nécessaires.

Remarque : le nombre de rails nécessaire pour les deux files de rails est le double des nombres trouvés.

Réponses

a. 8 600.

b. Danemark 5 000 ; Allemagne : 90 000 ; Grèce : 5 700 ; France : 81 000 ; Italie : 41 000 ; Royaume-Uni : 43 000 ; Suède : 29 000.

■ Question 2c

Problème de division de type recherche du nombre de parts, faisant intervenir des conversions d'unités et la notion d'ordre de grandeur.

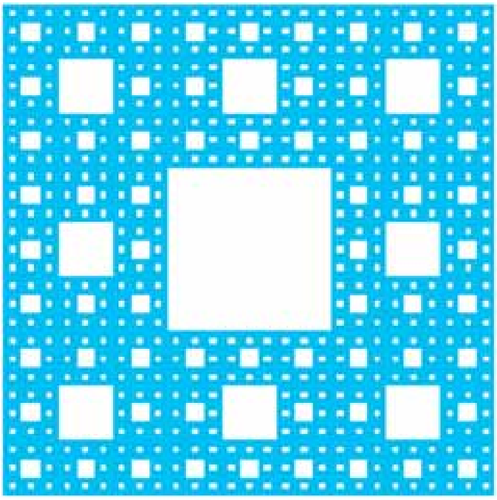
Réponse : le nombre de traverses est proche de 50 000 000.

Des formes géométriques nouvelles : les fractales

MANUEL P. 126

Des informations complémentaires

« Fractal » est un mot inventé par Benoît Mandelbrot en 1974 sur la racine latine fractus qui signifie « brisé ». C'était au départ un adjectif : *les objets fractals*. Actuellement, on nomme « fractale » une courbe ou surface de forme irrégulière ou morcelée qui se crée en suivant des règles déterministes ou aléatoires.
Voici un autre exemple de fractale, il s'agit d'un tapis de Sierpinski construit à partir d'un carré.



Activités avec les élèves

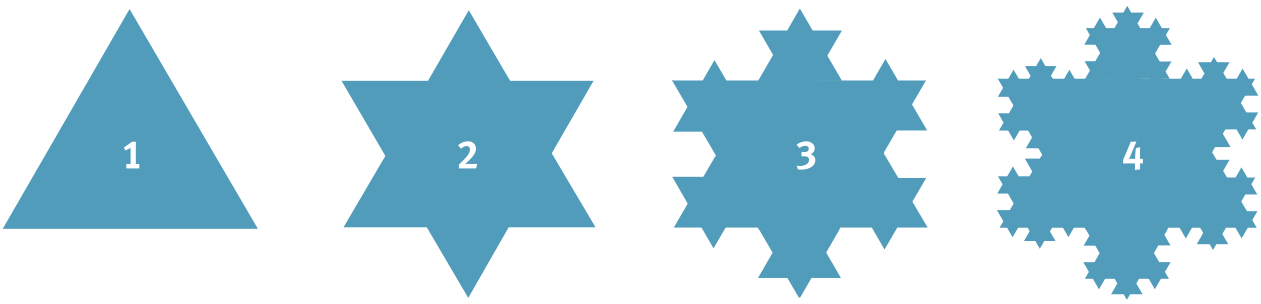
Avant de passer au travail de construction, le professeur fait lire le texte informatif et le commente.

■ La construction à partir du triangle de Sierpinski

Le professeur demande de compter le nombre de triangles orange lors de l'étape 1, puis lors de l'étape 2.
Étape 0 : 1 triangle
Étape 1 : 3 triangles
Étape 2 : 9 triangles
Il s'agit ensuite de comprendre la règle de passage d'une étape à la suivante et donc de la faire découvrir par les élèves afin qu'ils soient en mesure de prévoir le nombre de triangles à l'étape 3.
Chaque triangle va générer 3 triangles. Donc à l'étape 3, il y aura $3 \times 9 = 27$ triangles. À l'étape 4, il y aura 81 triangles.
Tout en restant dans une surface finie, cette construction permet d'engendrer un nombre de triangles qui croît très vite.

■ La construction à partir du flocon de Von Koch

Les élèves devront formuler, si possible par écrit, une consigne qui permette à d'autres élèves ne connaissant pas ce flocon de passer de l'étape 1 à l'étape 2, puis de construire le flocon 3.
Au fur et à mesure des étapes, l'aire de ce flocon va rester finie alors que son périmètre tend vers l'infini.



Division avec quotient décimal : l'art d'utiliser les restes

MANUEL P. 128-129

Objectif

Rencontrer des situations dont les contextes permettent de prolonger la division euclidienne.

Pourquoi cette étape ?

• Le calcul d'un quotient décimal, issu de la division de deux entiers ou d'un décimal par un entier, est une nouvelle compétence exigible au cycle 3. Cette étape permet une reprise complète de ce qui a été vu au CM1.

• Les deux familles de problèmes (recherche de la valeur d'une part, recherche du nombre de parts), bien que différentes, conduisent à la division euclidienne lorsque les situations font intervenir des **grandeurs discrètes non fractionnables**. Mais, lorsqu'il s'agit de **grandeurs continues** ou de **quantités fractionnables**, les problèmes de recherche du nombre de parts relèvent de la division euclidienne, ceux relatifs à la valeur d'une part conduisent à la recherche de quotient décimaux exacts ou approchés. On dit alors qu'il s'agit de divisions décimales.

• Cette étape va permettre de comprendre pourquoi dans certains cas **le partage du reste a du sens**, ce qui permet de donner un quotient décimal, et pourquoi, dans d'autres cas, cela ne l'est pas.

2 SÉANCES • SÉANCE 1 DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 À 5 • SÉANCE 2 EXERCICES 6 À 14
MATÉRIEL • Par élève : une calculatrice.

Calcul mental

Jeu du nombre caché. Le professeur choisit un nombre décimal. À tour de rôle, les élèves proposent un nombre. Pour chaque nombre, le professeur dit s'il est trop grand ou trop petit.

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte.

Les trois questions correspondent à trois problèmes de recherche de la valeur d'une part. Dans le premier problème, la grandeur (nombre de dictionnaires) est une grandeur discrète, dans les deux autres, la grandeur (longueur d'un ruban ou d'un segment) est une grandeur continue. La question d'un éventuel partage du reste se pose dans le cas des grandeurs continues.

Les nombres font partie du domaine familier, les divisions peuvent se faire en calcul réfléchi.

Travail individuel.

■ Question 1

$84 = (15 \times 5) + 9$

La solution est le quotient entier : chaque classe aura 5 dictionnaires et il reste 9 dictionnaires.

La calculatrice peut être utilisée, l'interprétation des affichages fait partie de l'objectif de l'étape.

■ Question 2

Le reste, 9 m, peut être partagé : 9 m = 900 cm ; or $900 = 15 \times 60$. On peut partager un ruban de 84 m en 15 rubans, chacun mesure 5 m et 60 cm soit 5,60 m. Le reste est nul. Le quotient 5,6 est un quotient décimal exact. La division de 84 par 15 à la calculatrice donne effectivement comme quotient 5,6.

Mise en commun : il s'agit des mêmes nombres que dans la question 1 mais, cette fois, le reste peut être partagé.

■ Question 3

$10 = (7 \times 1) + 3$

Le reste 3 cm peut aussi être partagé, 3 cm = 30 mm, $30 = (7 \times 4) + 2$.

On peut partager un segment de 10 cm en 7 segments, chaque segment mesure 1 cm et 4 mm soit 1,4 cm, il reste un segment de 2 mm soit 0,2 cm.

La valeur approchée du quotient au millimètre près est de 14 mm ou 1,4 cm.

$10 = (7 \times 1{,}4) + 0{,}2$

Conclure avec les élèves

Faire lire et commenter les bulles du furet.

Le professeur pourra faire recopier les textes des bulles de droite en donnant un exemple pour chaque cas décrit.

Cette conclusion peut être différée ou reprise après les exercices.

Remarque pour le professeur. L'expression « quotient exact » a un sens précis en mathématiques : il désigne le nombre entier, décimal ou fractionnaire qui, multiplié par le diviseur, donne exactement le dividende.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercices 1 et 2

Applications directes de la situation de découverte : recherche de la valeur d'une part dans le contexte de la monnaie. Pour pouvoir partager le plus loin possible le reste, on convertit les euros en centimes d'euros.

Exercice 1 : la division euclidienne ne suffit pas. On peut raisonner en centimes d'euros, 40 € c'est 4 000 centimes d'euro, on a donc à diviser 4 000 par 1 000.

Réponse : 4 centimes d'euros soit 0,04 € par photocopie.

Exercice 2 : même stratégie que précédemment. Dans le contexte de la monnaie, le partage à l'aide des centimes d'euros permet d'obtenir un quotient décimal exact.

Réponse : le prix d'un bâton de glace est 0,65 €.

• Exercice 3

Il s'agit cette fois de la recherche du nombre de parts, la question du partage du reste ne se pose pas.

Réponse : 105 plateaux.

• Exercice 4

Ce problème a été posé en CM1 (découverte de l'étape 38), c'est le jeu du Rétro Saut. Le professeur pourra se référer au Livre du professeur du CM1 pour avoir plus de précisions s'il souhaite développer davantage cette situation.

La position d'arrivée est donnée par le reste de la division de 350 par 17 pour Léna et de 350 par 12 pour Jules.

Réponse : $350 = (17 \times 20) + 10$ et $350 = (12 \times 29) + 2$. C'est Jules qui arrive plus près de zéro.

• Exercice 5

Démarches envisageables

– Par changement d'unité : 15 litres c'est aussi 1 500 centilitres. La division euclidienne apporte la solution.

– Par une multiplication à trou : $? \times 10 = 15$. L'approche peut se faire par calcul réfléchi, par la division en cherchant à partager le reste, avec ou sans l'aide de la calculatrice.

Réponse : 1,5 litres ou 150 centilitres.

• Exercice 6

Dans cet exercice, le prolongement de la division est plus délicat puisqu'il est nécessaire de convertir les 2 minutes restantes en secondes.

Démarches envisageables

– Calculer : 46 minutes pour 4 tours, cela fait 11 minutes par tour et il reste 2 minutes à répartir, soit 120 secondes. Le temps moyen mis pour effectuer un tour est donc de 11 minutes et 30 secondes.

– Transformer le temps en secondes : 2 760 secondes pour 4 tours ; 2 760 divisé par 4, résultat 690 secondes soit 11 minutes et 30 secondes.

• Exercices 7 à 11

Partages de longueurs (grandeurs continues).

Exercice 7 : trouver la valeur d'une part. On obtient un quotient décimal exact.

Réponse : 0,75 m.

Exercice 8 : trouver la valeur d'une part. Quotient décimal exact.

Réponse : 1,25 m.

Exercice 9 : le partage du reste n'est pas à envisager puisqu'il s'agit de comptabiliser le nombre de « morceaux » d'une longueur donnée (recherche du nombre de parts) et non de constituer des morceaux les plus longs possible (recherche de la valeur d'une part).

Réponse : 8 rallonges.

Exercice 10 : recherche de la valeur d'une part. Quotient décimal exact.

Réponse : 1,25m.

Exercice 11 : recherche de la valeur d'une part.

La division pourrait se continuer indéfiniment.

Il est raisonnable de donner le quotient décimal approché au cm près.

Réponse : 2,57 m.

• Exercice 12

Retour sur la notion de valeur approchée.

Réponses

a. 12,4 ; 7,6 ; 28,9 ; 54

b. 68,37 ; 12,84 ; 4,09 ; 26,3

• Exercice 13

Retour sur la notion de périmètre du carré. Recherche de la valeur d'une part dans un contexte de grandeur continue, on peut donc diviser par 4 le reste 3 de la division de 115 par 4. $115 = 4 \times 28{,}75$.

Réponse : 28,75 m. Quotient décimal exact.

• Exercice 14

Le professeur attend des élèves qu'ils construisent un problème pour lequel le partage équitable du reste a du sens.

Conclure avec les élèves

Il peut être intéressant de reprendre la conclusion après la résolution de l'ensemble des exercices, en faisant une nouvelle lecture des bulles du furet et en listant les problèmes pour lesquels la question posée permet d'envisager de partager le reste.

• Remue-méninges

Les élèves peuvent utiliser leur calculatrice pour mener leur recherche.

La somme des deux nombres est 8,2. L'un des deux nombres est entier, cela veut dire que l'autre est un nombre décimal dont le chiffre des dixièmes est 2 (il s'écrit « ...,2 »).

Pour que le produit soit 16, il faut donc trouver par quel nombre entier multiplier $\frac{2}{10}$ pour obtenir un nombre entier, 5 convient puisque $5 \times \frac{2}{10} = 1$.

Certains élèves feront peut-être ce raisonnement, mais la majorité procédera par tâtonnements en essayant diverses valeurs, ce qui leur fera effectuer des multiplications d'un nombre décimal par un entier.

Réponse : les nombres cherchés sont 5 et 3,2.

ÉTAPE 47

Mesure des durées

MANUEL P. 130-131

Objectif

Réinvestir les connaissances sur le calcul des durées et des instants.

Pourquoi cette étape ?

• Dès le CE2, les élèves ont appris à distinguer les notions d'instant et de durée et à les exprimer dans diverses unités (siècle, année, mois, semaine, jour, heure, minute, seconde). Ils ont résolu des problèmes additifs visant à les déterminer.

• Nous avons choisi de consacrer cette étape à la résolution de problèmes additifs et soustractifs faisant intervenir les **nombres sexagésimaux**. Le but est d'amener les élèves à déterminer une durée comme un écart entre deux instants ou à déterminer un instant connaissant la durée et le deuxième instant. Pour cela, les élèves ont à réinvestir des procédures de résolution et de calcul déjà explorées en CM1, en particulier la technique par sauts, et à utiliser les **équivalences usuelles** (1 j = 24 h, 1 h = 60 min, 1 min = 60 s) pour calculer ou comparer des instants et des durées.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 ET 2 • **SÉANCE 2** EXERCICES 3 À 8

Calcul mental

Jeu du furet des multiples de 60, de 30 et de 15.

Après un rapide jeu du furet sur les multiples de 60, noter au tableau 5 ou 6 nombres multiples de 60 et quelques intrus, demander aux élèves de chercher les intrus et, pour les autres, d'écrire de quels multiples il s'agit.

Exemple : 180 ; 300 ; 120 ; 140 ; 480 ; 3 600 ; 560

Intrus : 140 ; 560.

Multiples de 60 : 180 = 3 × 60 ; 300 = 5 × 60 ; 120 = 2 × 60 ; 480 = 8 × 60 ; 3 600 = 60 × 60.

Faire de même avec les multiples de 30 et de 15.

C'est une préparation aux calculs sur les durées.

Découverte

Faire lire l'ensemble de la découverte : le texte informatif sur le passage du Gois, les informations données dans le tableau et sur la pancarte ainsi que les questions. Faire repérer l'île de Noirmoutier sur une carte de France.

Donner, si nécessaire, quelques informations sur le phénomène des marées. Expliquer le mot Gois qui, étymologiquement, est proche du mot « gué ». Le passage du Gois est exceptionnel par sa longueur. Leur indiquer que la marée haute est appelée « pleine mer », la marée basse « basse mer ».

S'assurer que les élèves ont compris les liens entre les différentes informations numériques données dans le texte, dans le tableau et sur la pancarte.

Pour chaque question, travail individuel, suivi d'une mise en commun des procédures et des résultats.

■ Question 1

Les élèves doivent mettre en relation les données du tableau et de la pancarte pour calculer un instant connaissant une durée et un autre instant.

Réponses

a. Alice a raison puisque 22 h c'est seulement 35 min avant la basse mer.

b. Le 10 janvier 2009, on pouvait emprunter le passage du Gois le matin de 8 h 47 à 11 h 47 et le soir de 21 h 05 à 0 h 05.

■ Question 2

Elle vise à consolider la procédure de calcul par sauts pour les durées.

Réponses

a.

3 h 41 min $\xrightarrow{6\text{ h }36\text{ min}}$ 10 h 17 min $\xrightarrow{5\text{ h }55\text{ min}}$ 16 h 12 min $\xrightarrow{6\text{ h }23\text{ min}}$ 22 h 35 min

b.

4 h 26 min $\xrightarrow{6\text{ h }57\text{ min}}$ 11 h 23 min $\xrightarrow{5\text{ h }33\text{ min}}$ 16 h 56 min $\xrightarrow{6\text{ h }40\text{ min}}$ 23 h 36 min

■ Question 3

Elle permet de calculer un instant connaissant un instant et une durée.

Réponse : 15 h 25 min.

Conclure avec les élèves

Le professeur pourra faire le rappel suivant.

• Une durée traduit un temps entre deux instants ou deux événements.

• Un instant et une durée s'expriment avec les mêmes unités de temps : siècle, année, mois, semaine, jour, heure, minute, seconde.

• Pour effectuer des calculs avec des nombres exprimant des instants ou des durées, la méthode des sauts est souvent la plus aisée car elle évite les conversions.

Rappeler les abréviations utilisées pour jour (j), heure (h), minute (min et non mn comme on le voit encore souvent), seconde (s).

Faire commenter et lire le paragraphe sur la mesure de durées de l'Aide-mémoire, page 30.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56). La correction peut aussi être collective.

• Exercices 1 et 2

Consolider ses connaissances sur les équivalences entre les différentes unités de durée tout en effectuant des calculs.

• Exercices 3 et 4

Recherche d'un instant connaissant une durée et un deuxième instant ou d'une durée connaissant deux instants.

Réponse exercice 3 : 8 h 08 min.

Réponse exercice 4 : 12 heures.

• Exercice 5

Problème à plusieurs étapes : les élèves doivent comprendre que les notions d'avance et de retard sont à considérer par rapport à un instant donné, ici 4 heures, et que l'heure de rencontre est distincte de l'heure de rendez-vous prévue initialement.

Réponse : les enfants se retrouvent à 4 h 04 min.

• Exercice 6

Problèmes additifs ou soustractifs pouvant être considérés comme relevant de la comparaison des états.

Deux procédures envisageables

– Déterminer l'écart entre l'heure affichée par les deux montres, puis selon les cas ajouter ou soustraire cet écart. La montre de Qwang retarde de 8 minutes par rapport à l'horloge.

a. Pour obtenir l'heure affichée par l'horloge, il faut ajouter 8 minutes à l'heure affichée par la montre de Qwang.

b. Pour obtenir l'heure affichée par la montre de Qwang, il faut enlever 8 minutes à l'heure affichée par l'horloge.

– Déterminer l'écart entre les heures affichées par la montre et ajouter ou soustraire cet écart à l'heure affichée par l'horloge.

a. Entre 11 h 52 et 16 h 49, l'écart est de 4 h 57, donc à l'horloge il sera 16 h 57.

b. Entre 12 h et 18 h 03, l'écart est de 6 h 03, donc la montre de Qwang marquera 11 h 52 + 6 h 03 soit 17 h 55.

• Exercice 7

Recherche d'un instant connaissant une durée et un deuxième instant, La difficulté vient de ce que les élèves doivent tenir compte de deux échelles du temps : celle de la date qui nécessite de tenir compte de l'équivalence entre 1 jour et 24 heures, celle des heures et minutes qui permet de déterminer l'heure d'arrivée ou de départ.

Réponse : 15 avril à 2 h 30.

• Exercice 8 (accompagné par l'enseignant)

C'est une première rencontre avec la division décimale de l'unité heure que l'on rencontre couramment dans les secteurs où l'on applique des tarifs horaires, en raison de la facilité de calcul que ce choix procure.

Lecture et commentaire du texte introductif et du tableau. Préciser, si nécessaire, ce que signifie tarif horaire, puis questionner les élèves sur la manière dont sont indiquées les durées dans le tableau : au lieu de fractionner l'heure en 60 minutes, on fractionne l'heure en 100 centièmes d'heure.

Réponses

a. Vidange : 0,75 h c'est 3/4 h c'est donc 45 min.

Plaquettes de frein : 1,25 h = 1 h 15 min.

Dépense : (28 × 0,75) + (30 × 1,25) = 58,5 €.

b. Dan dépense : (32 × 1,5) + (30 × 1,5) = 93 €.

Il doit prévoir 3 h (car 1,5 h = 1 h 30 min).

c. Le garagiste affiche les durées sous forme de nombres décimaux car les calculs sont plus faciles : il suffit de multiplier le tarif horaire par la durée sous forme décimale.

• Remue-méninges

Révision de la lecture de l'heure sur une horloge et utilisation de ces données pour résoudre un problème par test d'hypothèses.

Réponse : 4 h 40.

Propriétés des triangles et des quadrilatères

MANUEL P. 132-133

Objectifs

- Revoir les propriétés des triangles et des quadrilatères relatives aux côtés et aux angles.
- Envisager les propriétés des quadrilatères relatives aux diagonales.

Pourquoi cette étape ?

- Les élèves ont étudié les propriétés relatives aux côtés et aux angles des triangles (étape 6) et des quadrilatères (étape 9). Ils ont également étudié (étapes 33 et 37) les axes de symétrie de ces figures. Dans cette étape de synthèse, l'attention est portée sur **les diagonales des quadrilatères**.
- La mise en mots des propriétés des figures est une étape fondamentale dans le travail de conceptualisation, mais elle est difficile dans la mesure où le langage mathématique ne « fonctionne » pas toujours comme le langage usuel. Ainsi dans les jeux de portrait, les élèves sont confrontés au problème suivant : la phrase « un carré a 2 angles droits » est une phrase vraie en mathématiques (puisque le carré a 4 angles droits il en a, a fortiori, 2) alors qu'elle serait considérée comme inexacte en langage usuel. On dit que, contrairement au langage usuel, **le langage mathématique ne suit pas le principe de l'information maximum.**

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Par élève : 2 exemplaires d'une des fiches photocopiables (pages 293 et 294) au choix de l'enseignant. Faire découper à chaque élève, à un moment perdu, les figures d'un des jeux de fiches qu'il conservera dans une enveloppe.
• Pour la classe : le professeur peut fabriquer le jeu de figures en papier cartonné en grand format pour les activités collectives au tableau.

Calcul mental

Petits problèmes oraux de calcul de durées à résoudre par sauts.

Exemples :

– Une émission commence à 17 h 50 et se termine à 18 h 25. Quelle est sa durée ?

– Un spectacle commence à 19 h 45 et dure 2 h 15. À quelle heure se termine-t-il ?

– Un film dure 1 h 30 et se termine à 20 h 10. À quelle heure a-t-il commencé ?

– En TGV, le trajet Paris-La Rochelle dure 2 h 50. À quelle heure est parti de Paris le TGV qui arrive à 13 h 40 à La Rochelle ?

– Le TGV Paris-Lyon est annoncé avec un retard de 12 minutes. Il devait arriver à 17 h 51. À quelle heure va-t-il arriver ?

Activité préparatoire

■ Remarques préalables

Avec les jeux de portrait (et les jeux du « Qui est-ce ? ») les élèves prennent en compte les relations entre les différents éléments d'une figure et les mettent en mots à l'aide du vocabulaire géométrique dans une situation de communication réelle. Ce type d'activité a donc pour objet d'accroître les capacités d'observation des élèves et plus spécifiquement leurs capacités à catégoriser.

Les portraits sont proposés soit par le professeur, soit par les élèves. Dans le premier cas, les élèves sont en position de recevoir des informations avec un vocabulaire expert qu'ils doivent traiter. Dans le second cas, ils sont en position de produire l'information pour que leurs camarades retrouvent la figure.

Dans les jeux du « Qui est-ce ? », c'est le professeur qui choisit une figure parmi les figures du référentiel. Les élèves cherchent la figure choisie en posant des questions sur les propriétés de la figure (les questions du type « La figure est-elle un rectangle ? » ne sont pas acceptées). Le professeur répond uniquement par « oui » ou « non ».

Chaque élève dispose des figures découpées et de la feuille photocopiée avec ces mêmes figures.

Déroulement en trois phases.

■ Première phase

Le professeur rappelle oralement ce qu'est un polygone, un quadrilatère, une diagonale, afin que ces mots soient disponibles dans l'activité. De même, il précise l'utilisation du terme « exactement » à partir d'exemples : « C'est un polygone qui a exactement 2 angles droits » est à différencier de « C'est un polygone qui a 2 angles droits » (celui-ci peut en avoir plus de 2).

Puis il fait le portrait d'une des figures du référentiel en inscrivant les propriétés au fur et à mesure au tableau s'il le juge nécessaire. Les élèves doivent trouver de quelle figure il s'agit, en procédant par exemple par élimination en utilisant les figures découpées. Lorsqu'ils pensent avoir trouvé la figure, ils attendent le signal et écrivent la lettre correspondante sur leur ardoise. La vérification se fait collectivement en utilisant les figures grand format du tableau.

Les propriétés choisies par le professeur concernent les côtés (nombre, parallélisme, perpendicularité, égalité de longueur), les angles (nombre, angle droit, aigu, obtus), les diagonales (nombre, perpendicularité, égalité des longueurs) mais ne font pas intervenir de mesure de longueur.

Exemple : « La figure que j'ai choisie est un polygone », puis « Elle a quatre côtés », puis « Ses diagonales sont perpendiculaires », puis « Elle a exactement un axe de symétrie » (Figure H).

Reprendre plusieurs portraits. (Cette activité sera reprise lors de la mise en route de l'étape 56.)

■ Deuxième phase

Jeu du « Qui est-ce ? » : le professeur choisit une figure secrètement et attend cette fois de répondre par « oui » ou « non » à des questions. À tour de rôle, les élèves posent une question à l'oral. Lorsqu'un élève pense avoir trouvé la figure, il lève le doigt et donne sa réponse. Reprendre plusieurs fois.

■ Troisième phase

Le professeur choisit une figure secrètement. Les élèves travaillent par deux ou trois. À tour de rôle, chaque groupe pose, cette fois-ci par écrit, une question. Le professeur répond en écrivant sur la feuille du groupe seulement « oui » ou « non ». Lorsqu'un groupe pense avoir trouvé la figure, il écrit la lettre qui la désigne et la propose au professeur.

En cas de réussite, le groupe fait alors le portrait par écrit d'une ou plusieurs figures du référentiel pour préparer le jeu du portrait de la séance 2.

En cas d'échec, il poursuit sa recherche en posant de nouvelles questions. Le jeu s'arrête lorsque tous les groupes ont trouvé la figure.

Découverte

La première question est une reprise individuelle de l'activité préparatoire.

La seconde est une situation « retournée » par rapport à l'activité traditionnelle de classement de figures : plusieurs figures du référentiel sont mises ensemble parce qu'elles ont une propriété que les autres n'ont pas, les élèves doivent trouver cette propriété.

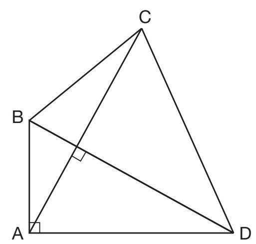
La troisième vise à faire réfléchir les élèves sur les propriétés spécifiques des quadrilatères.

Le professeur peut organiser le travail question par question : lecture et travail individuel (laisser les figures découpées à disposition peut faciliter le travail de certains élèves) puis confrontation à deux et mise au point collective.

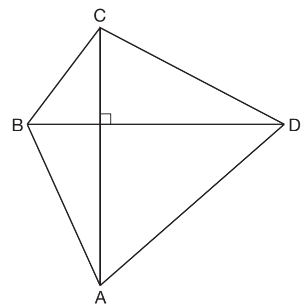
<u>Réponses</u>

1. **a.** Losange A. **b.** Triangle équilatéral I. **c.** Trapèze L.
2. **a.** Leurs diagonales ont même longueur.
   b. Leurs diagonales se coupent en leur milieu.
3. Le premier est un carré. Le second et le troisième ne sont pas des quadrilatères usuels car, pour qu'ils vérifient les conditions imposées, il ne faut pas que leurs diagonales aient même milieu.

Pour avoir un angle droit, on peut tracer un triangle ABD rectangle en A et tracer le segment perpendiculaire à [BD] passant par A et de longueur égale à BD.



Pour n'avoir aucun angle droit, on peut tracer deux segments perpendiculaires et de même longueur mais qui ne se coupent pas en leur milieu, et joindre les extrémités.



Nous suggérons de reporter la conclusion à la fin de l'étape.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

● Exercice 1

Reprise de la question 1 de la découverte pour entraîner les élèves à repérer les propriétés des figures, à traiter logiquement des informations et à comprendre le fonctionnement du langage mathématique.

<u>Réponses</u>

a. H a exactement deux angles droits et un axe de symétrie et un seul.

b. M a exactement une paire de côtés parallèles et exactement deux angles droits.

● Exercice 2

Reprise de la question 2 de la découverte pour développer les compétences d'observation des élèves à repérer des propriétés permettant de discriminer des figures.

<u>Réponse</u> : ils ont au moins un angle droit.

● Exercice 3

Il s'agit de sélectionner les propriétés discriminantes d'une figure et de les mettre en mots.

<u>Réponse</u> : de nombreux portraits conviennent.

Exemple : « C'est un quadrilatère, il a deux paires de côtés parallèles et n'a pas d'angle droit. » ou « C'est un quadrilatère, ses diagonales se coupent en leur milieu, mais elles n'ont pas la même longueur. »

● Exercices 4, 5 et 6

Pour réussir ces exercices, les élèves doivent mobiliser les propriétés bien connues des figures usuelles.

Les propriétés données par les élèves pour caractériser les quadrilatères usuels peuvent être surabondantes, la recherche de propriétés caractéristiques des quadrilatères usuels n'étant pas un objectif à atteindre en cycle 3.

Réponse exercice 4

F est un quadrilatère qui a 4 angles droits, 2 paires de côtés parallèles et les côtés opposés de même longueur. Les élèves ont aussi vu que les diagonales avaient la même longueur (question 2a) et même milieu (question 2b). F a deux axes de symétrie.

Réponse exercice 5

Il faut vérifier que les quatre côtés ont la même longueur. Une autre réponse correcte est de vérifier que les diagonales ont le même milieu et sont perpendiculaires.

Réponse exercice 6

Deux côtés du triangle doivent avoir la même longueur.

• Exercices 7 et 8

Ils permettent de faire le point sur toutes les propriétés rencontrées dans l'étape et de préparer la conclusion.

Voir ci-dessous les réponses.

• Exercice 9

Théo et Qwang explicitent les inclusions de familles de figures :

– un carré a toutes les propriétés d'un rectangle, c'est donc un rectangle, mais comme il a des propriétés en plus, c'est un rectangle « particulier » ;

– de même, un carré a toutes les propriétés d'un losange, c'est donc un losange mais qui a des propriétés en plus, c'est donc un losange « particulier ».

La conclusion est donc qu'un carré est à la fois un rectangle et un losange.

Ce travail sera repris au collège.

Conclure avec les élèves

Le professeur pourra faire construire certaines figures usuelles et écrire leurs propriétés en s'inspirant des pages 21 à 23 de l'Aide-mémoire relatives aux triangles et aux quadrilatères.

Réponse exercice 7

Polygones	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Nombre de côtés	4	4	3	4	3	4	4	4	3	4	3	4	4
Nombre d'angles droits	0	0	0	4	1	4	1	2	0	0	0	0	2
Nombre de paires de côtés parallèles	2	0	0	2	0	2	0	0	0	2	0	1	1
Nombre de paires de cotés de même longueur	2	1	1	2	0	2	0	2	*	2	0	1	1
Nombre d'axes de symétrie	2	0	1	4	0	2	0	1	3	0	0	1	0

* Trois côtés de même longueur

Réponse exercice 8

Polygones	A	B	D	F	G	H	J	L	M
Les diagonales ont la même longueur.	n	n	o	o	n	n	n	o	n
Les diagonales ont le même milieu.	o	n	o	o	n	n	o	n	n
Les diagonales sont perpendiculaires.	o	n	o	n	o	o	n	n	n

Multiplication d'un décimal par un entier

MANUEL P. 134

Objectif

S'entraîner à acquérir une bonne maîtrise du calcul du produit d'un nombre décimal par un nombre entier.

Pourquoi cette étape ?

Dans l'étape 32, nous nous sommes appuyés sur l'addition réitérée d'un nombre décimal pour donner du sens à la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier. Les élèves ont mis en parallèle trois méthodes : l'utilisation d'un plan de découpage, la multiplication en colonne, pas à pas, enfin la technique usuelle. Nous reprenons plusieurs exercices afin de les entraîner à ces calculs.

1 SÉANCE
MATÉRIEL • Par élève : une fiche autocorrective (p. 250).

Calcul mental

À la recherche du milieu. Le professeur donne deux nombres, les élèves doivent trouver le nombre qui est juste au milieu.

Exemple : Quel est le nombre « juste au milieu » entre 6,3 et 6,5 ? entre 5,8 et 5,9 ? entre 4 et 4,6 ? entre 3,1 et 3,12 ? entre 6 et 7,8 ?

Cette activité entraîne les élèves à évaluer des écarts entre des nombres décimaux ; un appui sur la droite numérique graduée en dixièmes et en centièmes peut être nécessaire pour certains. Elle permet en outre de renforcer une propriété fondamentale des nombres décimaux qui est loin d'être évidente pour les élèves : entre deux nombres décimaux, il en existe toujours d'autres.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercice 1

Il fait le lien entre addition et multiplication, point de départ de l'étape 32. La calculatrice permet de contrôler le résultat.

• Exercice 2

On attend des élèves qu'ils comptent le nombre de termes de l'addition pour la remplacer par une multiplication.

• Exercice 3

Cette fois, les multiplications sont posées. Un travail sur l'ordre de grandeur du résultat permet de donner du sens au placement de la virgule.

• Exercices 4 et 5

Retour sur le calcul de périmètres. Il faut explorer les figures afin de dénombrer les côtés.

• Exercice 6

Cet exercice de proportionnalité permet, selon diverses procédures, de travailler la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier.

Procédures envisageables
– Pour 4 €, il suffit de dire que c'est deux fois plus que 2 € (13,10 × 2). Mais 6,55 × 4 est une autre procédure correcte.
– Pour 7 €, ajouter 13,10 et 32,75 est une procédure économique. Toutefois 6,55 × 7 est aussi une procédure correcte.
– Pour la question **b**, la procédure 32,75 × 5 est économique et 6,55 × 25 est aussi une procédure possible.

ÉTAPE 49

Problèmes pour apprendre à chercher : reproduire une figure (1)

MANUEL P. 135

Objectif

Identifier des propriétés d'alignement, d'égalité de longueurs, de perpendicularité ou de parallélisme pour reproduire des figures.

Pourquoi cette étape ?

Comme dans l'étape 25, les élèves sont amenés à développer une attitude de recherche en géométrie. Ici, nous sommes dans la situation déjà connue de reproduction (à échelle différente) de figures complexes, composées de figures connues des élèves.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Pour la classe : les figures construites sur transparent pour permettre la validation par superposition (matériel photocopiable, p. 318, pour la figure de la découverte).
• Sur une affiche pour le tableau : la figure de la découverte reproduite en grande taille.

Calcul mental

Le professeur donne cinq mots-nombres, les élèves cherchent le maximum de nombres pouvant se dire avec ces mots et les écrivent en chiffres.

Exemple : quatre ; sept ; vingt ; cent ; million.

Il ne s'agit pas de mener une recherche exhaustive, mais de prendre conscience de l'agencement des mots-nombres. Mettre éventuellement à la disposition des élèves des étiquettes sur lesquelles ils écrivent les mots-nombres de manière à pouvoir les déplacer. Ils écrivent ensuite en chiffres les nombres qu'ils trouvent. Lors de leur recensement faire vérifier les propositions qui, ensuite, pourront être rangées en ordre croissant.

Découverte

Pour réaliser la reproduction de la figure proposée, il est nécessaire d'identifier les sous-figures qui la composent et de faire des hypothèses sur leurs positions relatives. Nous avons imposé la dimension à donner au rayon du petit cercle d'une part pour que le professeur puisse utiliser un transparent de la figure à construire pour la vérification (cf. matériel ci-dessus), mais aussi parce que cette donnée va guider les étapes de la construction de la figure.

■ Travail individuel

Après lecture silencieuse, un temps d'observation collective de la figure agrandie affichée au tableau peut être envisagé pour que les élèves identifient bien le carré, le losange, le rectangle et les deux cercles. Nous suggérons de nommer les points par des lettres pour faciliter la communication, mais de ne pas faire décrire les positions relatives des figures à ce moment-là de la séance, ce qui supprimerait le travail de recherche des élèves.

Travail individuel puis par deux, vérification avec le transparent préparé par l'enseignant.

■ Mise en commun

Elle porte sur les analyses effectuées par les élèves et leurs procédures de construction. Elle est plus bénéfique après la construction car c'est en cherchant à construire que l'on trouve les propriétés. Si quelques élèves seulement ne rentrent pas dans la construction, un étayage individuel devrait suffire. Si, par contre, un grand nombre d'élèves est en panne, le professeur procède à une première mise en commun des observations sur les propriétés de la figure :

- le grand cercle a le même centre que le petit et un rayon qui est le double de celui du petit ;
- la construction du carré et du losange est contrainte par le fait que l'on ne connaît pas les longueurs de leurs côtés alors que leurs diagonales sont connues : ce sont des diamètres des cercles ;
  - pour tracer le carré, on trace deux diamètres perpendiculaires du petit cercle ;
  - le carré et le losange ont une diagonale commune qui est un diamètre du petit cercle ;
  - pour tracer le losange, on prolonge l'autre diagonale du carré pour qu'elle coupe le grand cercle aux deux sommets cherchés ;
- deux côtés opposés du losange sont sur deux côtés opposés du rectangle ; pour tracer ces côtés, on peut prolonger les côtés du losange jusqu'à ce qu'ils coupent le cercle. Ensuite, pour finir le rectangle, il faut tracer des angles droits aux deux sommets.

4 PÉRIODE

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

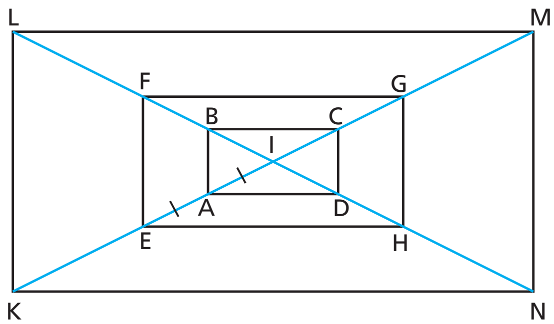
Dans les deux exercices, on cherche les relations qui lient deux figures semblables concentriques pour construire des « familles de figures semblables concentriques ». Nous suggérons de nommer les sommets des différentes figures pour faciliter la communication.

• Exercice 1

Les rectangles rouges et verts (qui sont des doubles carrés) ont le même centre (I), leurs diagonales respectives sont portées par les mêmes droites. Les diagonales du rectangle vert ont une longueur double de celles du rectangle rouge.

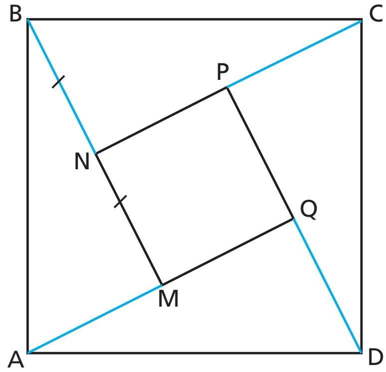
a. Procédé de construction : tracer le rectangle rouge (3 cm × 1,5 cm). Tracer ses diagonales. Prolonger chaque demi-diagonale d'une longueur égale (avec la règle graduée, une bande de papier ou le compas). Joindre les 4 points obtenus.

b. Procédé de construction : prolonger chaque demi-diagonale du rectangle vert d'une longueur égale (avec la règle graduée, une bande de papier ou le compas). Joindre les 4 points obtenus.

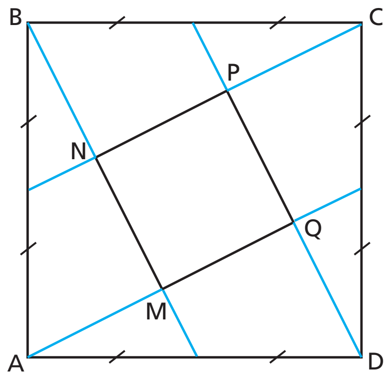


• Exercice 2 (accompagné par l'enseignant)

Pour trouver les sommets du carré vert, on prolonge chaque côté du carré rouge d'une longueur égale. N est le milieu de [MB], P le milieu de [NC], Q le milieu de [PD], M le milieu de [QA].



Pour construire le carré rouge à partir du carré vert, joindre le sommet A au milieu du côté [DC], le sommet B au milieu du segment [AD], le sommet C au milieu du segment [AB], le sommet D au milieu du segment [BC].



ÉTAPE 50

Comparaison relative entre grandeurs : proportionnalité outil

MANUEL P. 136-137

Objectif

Construire des raisonnements en utilisant la proportionnalité pour résoudre des problèmes de comparaison relative entre des grandeurs.

Pourquoi cette étape ?

• Les étapes 34 et 35 étaient consacrées à l'étude de situations dans lesquelles deux ensembles de grandeurs sont liés par une relation. La connaissance de cette relation permet d'anticiper par le calcul la valeur d'une grandeur, connaissant la valeur de la grandeur associée. Nous avons identifié parmi ces relations celles qui relevaient de la proportionnalité.

• Dans cette étape, il s'agit de résoudre **une nouvelle catégorie de problèmes faisant intervenir la proportionnalité** : comparer des « mélanges » constitués des mêmes ingrédients en quantités différentes.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES 1 À 3 • **SÉANCE 3** EXERCICES 4 À 9

MATÉRIEL • Pour le calcul mental, pour deux élèves : un jeu de cartes (pages 303 à 306 à photocopier en recto seul).

Calcul mental

Jeu de mariage multiplicatif.

Chaque jeu est composé de 12 ou 16 ou 24 cartes allant par paires. Une des cartes de la paire porte une écriture multiplicative, l'autre le nombre correspondant. Les élèves jouent par deux, trois ou quatre. Toutes les cartes sont distribuées. Les élèves font les « mariages » (paire de cartes portant la même valeur) qu'ils ont en main et les étalent sur la table pour que tous les joueurs et le professeur puissent vérifier. Puis, à tour de rôle, ils tirent une carte dans le jeu de leur voisin de gauche pour tenter de réaliser un nouveau mariage. Le gagnant est celui qui a réalisé le plus de mariage dans le temps de jeu imparti.

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte et reformulation :

– les enfants peignent leur cabane (Alice et Leïla) ou leur bateau (Qwang et Théo) ;

– chaque enfant utilise deux mélanges composés d'une couleur (jaune, rouge, vert ou bleu) et de blanc.

Les questions portent sur l'identification des deux mélanges effectués par chaque enfant. Si une donnée est identique pour chacun des mélanges, la comparaison est immédiate (3 tubes de jaune pour 2 litres de blanc, c'est moins foncé que 3 tubes de jaune pour 1 litre de blanc).

Mais il se peut que, dans chaque mélange, il n'y ait ni la même quantité de peinture blanche ni la même quantité de colorant. Pour pouvoir les comparer, il faut « se ramener » à une même quantité soit de peinture blanche soit de colorant, en modifiant les quantités d'un des mélanges sans en changer les proportions. C'est cette connaissance qui est au centre de cette découverte : la proportionnalité est l'outil nécessaire pour trouver des mélanges équivalents et faire des comparaisons.

Travail en deux temps, tout d'abord sur les questions 1 et 2, puis sur les questions 3 et 4. Dans chaque cas, laisser un temps de recherche individuelle, puis par deux, avant de procéder à la mise en commun.

■ Question 1

Procédures observées

• Procédures correctes possibles

– Dans le mélange A, il y a moins de peinture blanche que dans le mélange B, alors que la quantité de peinture jaune est la même ; donc le mélange A sera d'un jaune plus foncé.

– D'autres procédures sont possibles en se ramenant à des mélanges équivalents aux mélanges A et B et ayant la même quantité de peinture blanche.

• Procédures erronées

– Il y a le même nombre de tubes de peinture jaune dans le mélange A et le mélange B, donc les deux mélanges sont les mêmes.

– Penser que le mélange obtenu en ajoutant 1 litre de peinture blanche et 1 tube de peinture jaune au mélange A ne change pas sa couleur. En conclure que le mélange B est moins foncé car pour 2 litres de peinture blanche, il a 3 tubes de peinture jaune.

Le professeur interviendra individuellement auprès des élèves qui développent ce type de procédures pour les amener à les abandonner.

Réponse : le toit est peint avec le mélange A et les murs avec le mélange B.

4 PÉRIODE

■ Question 2

Procédures observées

– Certains élèves cherchent un mélange équivalent au mélange C (1 litre de peinture blanche, 2 tubes de peinture rouge) par une procédure utilisant la proportionnalité : pour avoir un mélange identique au mélange C mais avec 2 litres de peinture blanche, il faudrait 4 tubes de peinture rouge.

– D'autres élèves s'appuient sur la comparaison directe des proportions : dans le mélange D (3 tubes de peinture rouge pour 2 litres de peinture blanche), il y a en proportion moins de peinture rouge que dans le mélange C (2 tubes de peinture rouge pour 1 litre de peinture blanche). La couleur obtenue avec le mélange D sera donc d'un rouge plus clair.

– D'autres enfin peuvent penser que, dans les deux mélanges, il y a 1 tube de peinture rouge de plus que de litres de peinture blanche donc que les mélanges sont les mêmes. Pour des élèves qui développent ce type de procédure erronée, un étayage individuel par le professeur nous semble indispensable.

Réponse : le mur est peint avec le mélange D et la fenêtre et la porte avec le mélange C.

■ Question 3

Procédures observées

– Procédure erronée consistant à dire qu'il y a 1 litre de peinture blanche et 1 tube de couleur de différence entre les deux mélanges donc que les deux mélanges sont les mêmes.

– Recherche de l'équivalent du mélange E mais avec 3 litres de peinture blanche :

peinture blanche	2 litres	3 litres
peinture verte	1 tube	1,5 tube

– Comparaison directe des proportions : dans le mélange E, il y a en proportion moins de peinture verte que dans le mélange F, la couleur obtenue avec le mélange E sera donc un vert plus clair.

Réponse : Alice a tort.

■ Question 4

Il y a la même proportion de peinture blanche et de peinture bleue dans les deux mélanges, les deux mélanges G et H sont équivalents.

Réponse : Leïla a raison.

Conclure avec les élèves

Pour que deux mélanges soient équivalents, il faut qu'il y ait la même proportion entre les différents composants du mélange.

Le professeur pourra s'appuyer sur deux exemples pour illustrer :

– le mélange B n'est pas équivalent au mélange A ; pour être équivalent au mélange A, il faudrait qu'il comporte 6 tubes de peinture jaune ;

– les mélanges G et H sont équivalents, il y a deux fois plus de tubes bleus que de litres de peinture blanche.

Exercices

Déroulement habituel *(voir p. 56).*

● Exercices 1 et 2

Ce sont deux problèmes de proportionnalité directe. Les tableaux de nombres permettent d'organiser les informations déjà présentes dans le texte.

Exercice 1

Procédures de résolution

moitié

Farine	Beurre
250 g	125 g
1 000 g	?

× 4 × 4

– Utilisation du coefficient de proportionnalité : on passe d'une colonne à l'autre en prenant la moitié.

– Utilisation du rapport scalaire : 1 kg de farine, c'est 4 fois plus que 250 g de farine, donc il faut 4 fois plus de beurre.

– Utilisation de la propriété de linéarité :

1 000 = 250 + 250 + 250 + 250

Donc, il faut :

125 + 125 + 125 + 125 grammes de farine.

Exercice 2

Procédures de résolution

Farine	Beurre
450 g	300 g
?	400 g

– La recherche du coefficient de proportionnalité n'est pas aisée du fait des nombres donnés : par quel nombre multiplier 450 pour obtenir 300 ?

– La recherche du rapport scalaire qui permet de passer de 300 à 400 n'est pas aisée non plus.

– Une procédure efficace et plus accessible, compte tenu des nombres en jeu, consiste à rechercher la masse de farine pour 100 g de beurre : 100 g c'est 3 fois moins que 300 g, donc pour 100 g de beurre il faut 3 fois moins de farine, c'est à dire 150 g. On recherche alors la quantité de farine nécessaire pour 400 g de beurre, c'est 4 fois plus soit 600 g.

● Exercice 3

Exercice d'application de la découverte : trouver, entre la pâte brisée et la pâte feuilletée, dont les ingrédients sont donnés aux exercices 1 et 2, quelle est celle où, en proportion, il y a le plus de beurre.

Avec les informations que nous avons sur les deux pâtes, il n'est pas possible de faire une comparaison directe. Il va donc falloir fabriquer un mélange identique à l'un des deux et ayant une donnée commune avec l'autre. Il faut choisir la donnée dont on va partir (beurre ou farine).

Pâte brisée	
Farine	Beurre
250 g	125 g
1 000 g	500 g

Pâte feuilletée	
Farine	**Beurre**
450 g	300 g
600 g	400 g
150 g	100 g
750 g	500 g

Procédures envisageables

– Choisir le beurre (500 g) comme donnée identique pour les deux pâtes et regarder la masse de farine correspondante. Pour la pâte feuilletée, pour 100 g de beurre il faut 150 g de farine ; ce qui donne pour 500 g de beurre 750 g de farine. Pour la pâte brisée, pour 500 g de beurre il faut 1 000 g de farine, c'est donc la pâte feuilletée qui est la plus riche en beurre.

– Choisir la farine (1 000 g) comme donnée identique pour les deux pâtes et regarder la masse de beurre correspondante. Pour la pâte brisée, nous le savons, elle est de 500 g ; pour la pâte feuilletée, on peut la calculer : la masse de beurre est un peu plus de 600 g (300 g pour 450 g de farine, donc plus de 2 fois plus). C'est donc la pâte feuilletée la plus riche en beurre.

– Etc.

• Exercice 4

Exercice d'application de la découverte : le mélange comporte 3 ingrédients mais seuls le volume d'eau et la quantité de sucre sont à prendre en compte.

Pour répondre à la question posée, il faut fabriquer un thé identique à la recette A ou à la recette B et qui comporte une donnée identique à l'autre recette.

Une procédure consiste à rechercher le mélange nécessaire pour obtenir un thé identique à la recette A mais avec 2 L d'eau. On peut passer par une étape intermédiaire : chercher la quantité de sucre pour 0,5 L d'eau.

Recette A

	Quantité d'eau	Quantité de sucre
	1,5 L	6 cuillères à soupe
divisé par 3	0,5 L	2 cuillères à soupe
× 4	2 L	8 cuillères à soupe

Réponse : le thé A est plus sucré que le thé B.

• Exercice 5

Problème de proportionnalité directe : deux grandeurs (nombre de sachets de thé et nombre de cuillères de sucre) sont proportionnelles à une troisième (nombre de litres d'eau).

b. On peut passer par la réponse à la question **a** : quantités de sucre et de thé pour 0,5 L d'eau.

c. Plusieurs stratégies : 2 fois ce qu'il faut pour 1,5 L ou bien 3 fois ce qu'il faut pour 1 L, ou bien ce qu'il faut pour 1 L ajouté à ce qu'il faut pour 2 L.

	Quantité d'eau	Quantité de sucre	Quantité de thé
	1,5 L	6 cuillères	3 sachets
divisé par 3	0,5 L	2 cuillères	1 sachet
× 2	1 L	4 cuillères	2 sachets
× 2	2 L	8 cuillères	4 sachets
	3 L	12 cuillères	6 sachets

• Exercice 6

Préciser ce qu'est le « taux d'alcool autorisé au volant ». Il s'agit de comparer des « taux » pour lesquels une des données est identique (1 000 g de sang). La comparaison est directe.

Réponse : c'est en Suède que le « taux d'alcool autorisé au volant » est le plus bas (0,2 g pour 1 000 g de sang), puis la France (0,5 g pour 1 000 g de sang), enfin l'Angleterre et l'Irlande (0,8 g pour 1 000 g de sang).

• Exercices 7 et 8

Comparaison de deux mélanges à un mélange référence (limite de solubilité du sel dans l'eau et limite de solubilité du sucre dans l'eau). Le professeur pourra préciser la notion de dissolution, si nécessaire. On ne peut pas faire une comparaison directe, il faut, dans chaque cas, fabriquer un mélange équivalent aux mélanges donnés mais avec une donnée identique au mélange de référence.

On peut choisir de fabriquer des mélanges correspondant à 1 L d'eau, mais d'autres choix sont possibles.

Exercice 7

Mélange A

	Quantité d'eau	Quantité de sel
	0,75 L	280 g
× 4	3 L	1 120 g
divisé par 3	1 L	entre 373 et 374 g

Réponse : le sel ne se dissout pas dans l'eau.

Mélange B

	Quantité d'eau	Quantité de sel
	2,5 L	880 g
divisé par 5	0,5 L	176 g
× 2	1 L	352 g

Réponse : le sel se dissout dans l'eau.

Exercice 8

Mélange C

	Quantité d'eau	Quantité de sucre
	1,25 L	1 400 g
divisé par 5	0,25 L	280g
× 4	1 L	1 120g

Réponse : le sucre se dissout dans l'eau.

Mélange D

	Quantité d'eau	Quantité de sucre
	0,2 L	400 g
× 4	1 L	2 000 g

Réponse : le sucre ne se pas dissout dans l'eau.

• **Exercice 9** (accompagné par l'enseignant)
On ne s'étendra pas sur ce que veut dire « lire le plus vite », ici il s'agit de la capacité à passer en revue les mots d'un texte.
Pour répondre à cette question, il faut fabriquer une donnée commune. L'analyse rapide des nombres donnés nous montre qu'on peut chercher combien Titou et Mireille lisent en moyenne en 30 secondes.

Titou

Temps	Nombre de mots
150 s	350
30 s	70

divisé par 5

Mireille

Temps	Nombre de mots
120 s	320
30 s	80

divisé par 4

Réponse : c'est Mireille qui lit le plus vite.

ÉTAPE 51

Agrandissement et réduction de figures planes (1)

MANUEL P. 138-139

Objectifs

• Comprendre comment agrandir ou réduire une figure géométrique en en conservant la forme et en utilisant ses dimensions.

• Envisager les aspects géométriques de la proportionnalité.

Pourquoi cette étape ?

• Les élèves ont très largement travaillé l'agrandissement et la réduction de figures en utilisant les propriétés géométriques intrinsèques de la figure modèle. Les figures obtenues ainsi ont été nommées figures semblables (ou « pareilles, mais en plus grand ou en plus petit »). Dans cette étape, on envisage **l'agrandissement et la réduction en tant que transformations numériques correspondant à la proportionnalité** : deux figures sont « semblables » si les dimensions de l'une sont proportionnelles aux dimensions correspondantes de l'autre.

• La découverte est inspirée de la situation bien connue du « puzzle » proposée par Guy Brousseau. Chaque élève agrandit une pièce du puzzle et c'est la reconstruction du puzzle avec les différentes pièces qui assure la validation et permet aux élèves de rejeter des modèles d'agrandissement erronés, comme celui consistant à ajouter le même nombre à toutes les dimensions.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL
• Pour le calcul mental, pour deux élèves : un jeu de cartes (pages 303 à 306 à photocopier en recto seul).
• Par groupe de 4 élèves : le puzzle de la découverte découpé en morceaux (matériel photocopiable, p. 295).
• Par élève : une ou plusieurs feuilles de papier cartonné ; le matériel personnel de géométrie.

Calcul mental

Jeu de mémory multiplicatif.

Chaque jeu est composé de 12 ou 16 ou 24 cartes allant par paires. Une des cartes de la paire porte une écriture multiplicative, l'autre le nombre correspondant.

Les élèves jouent par deux. Ils disposent devant eux les cartes, faces cachées. Le premier joueur retourne deux cartes sans les déplacer.

1er cas : les deux cartes forment une paire, c'est-à-dire désignent le même nombre, le joueur les gagne (il les place à côté de lui, faces visibles pour que ses camarades et le professeur puissent vérifier) et rejoue en retournant à nouveau deux cartes.

2e cas : les deux cartes retournées ne forment pas une paire, le joueur les repose faces cachées exactement à la place où elles étaient au départ, et c'est au tour du second joueur de retourner deux cartes, et ainsi de suite.

Le gagnant est celui qui, au bout du temps imparti par le professeur, possède le plus de paires.

Découverte

■ **Question 1**

Lecture silencieuse et reformulation. Travail par groupes de quatre élèves, chacun étant chargé d'agrandir une des pièces du puzzle. Lorsque chacun a réalisé sa pièce, les élèves du groupe se rassemblent pour tenter de reconstituer le puzzle agrandi.

Le professeur peut donner des consignes d'agrandissement différentes suivant les groupes ; cependant, l'agrandissement imposé par l'expression : « les segments qui mesurent 4 cm sur le dessin du manuel doivent mesurer 6 cm sur le puzzle agrandi » est intéressant car ce coefficient peut donner lieu à des procédures variées. Donner éventuellement un exemple pour que ce soit plus clair : « JK devient 6 cm ». Au sein du groupe, les élèves peuvent discuter d'une méthode d'agrandissement avant d'engager le travail proprement dit.

Procédures observées

– Ajouter 2 cm à toutes les dimensions (procédure erronée).

– Ajouter à chaque dimension sa moitié (procédure correcte).

– Multiplier chaque dimension par 3 puis la diviser par 2 (procédure correcte).

– Chercher des rapports simples dans les dimensions du modèle et les répercuter sur le modèle agrandi (utilisation des propriétés de linéarité).

– Agrandir avec un des procédés ci-dessus certaines dimensions et chercher à conserver la forme globale (procédure mixte souvent utilisée pour les trapèzes).

– Etc.

■ Mise en commun

Les puzzles agrandis sont affichés et les groupes expliquent leurs procédures et leur point de vue sur la conformité du puzzle agrandi au modèle.

Organiser un débat pour faire émerger les procédures efficaces et rejeter celles qui sont erronées.

Tous les groupes n'auront pas réussi leur agrandissement au moment de la mise en commun. À l'issue de celle-ci, le professeur pourra leur demander de construire le puzzle, en mettant en œuvre une procédure parmi celles qui viennent d'être discutées. (Pendant ce temps, les groupes ayant réussi pourront agrandir le puzzle avec comme nouvelle consigne : « ce qui mesure 4 cm sur le dessin devra mesurer 7 cm sur le puzzle agrandi ».)

■ Questions 2 et 3

Lecture silencieuse et reformulation.

La discussion autour des procédures proposées par Alice et Leïla a déjà dû émerger dans la mise en commun de la question 1. C'est l'occasion de les revoir.

Alice a obtenu un rectangle mais les proportions de ce rectangle ne sont pas les bonnes.

Leïla a raison : elle a observé que, pour agrandir le segment de 4 cm afin qu'il fasse 6 cm, on ajoutait au segment initial la moitié de sa dimension.

C'est d'ailleurs l'opinion de Théo, qui généralise pour chaque dimension, en disant qu'il ajoute « la moitié de » cette dimension.

La conservation des angles droits a été sans doute utilisée de manière implicite par les élèves, ce que dit Qwang va permettre au professeur de revenir sur cette propriété qui sera d'ailleurs élargie au cours de l'exercice 4.

Conclure avec les élèves

• On a constaté que lorsqu'un angle est droit dans la figure de départ, il est aussi droit dans la figure agrandie.

• Pour calculer les nouvelles longueurs, on peut utiliser plusieurs méthodes que l'on a déjà eu l'occasion de mettre en œuvre pour résoudre des problèmes de proportionnalité. On peut, par exemple, chercher quelle sera la longueur d'un segment qui mesure 1 cm sur le dessin initial ; pour obtenir ensuite les autres longueurs, il suffit de les multiplier par ce nombre qui s'appelle le rapport d'agrandissement.

Mais on peut également utiliser d'autres stratégies.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercice 1

Prise de conscience des propriétés numériques liées à la notion d'agrandissement ou à celle de réduction.

a. La justification peut porter sur la conservation des angles droits, sur la conservation des rapports entre les différents côtés de la figure (la grande base du trapèze a une longueur double de la petite base, et la hauteur est égale à une fois et demie la longueur de la petite base) ou sur le rapport d'agrandissement ($\times$ 2).

b. Pour montrer que C n'est pas un agrandissement de A, il suffit de choisir des longueurs qui pourraient se correspondre et relever qu'elles n'ont pas le même rapport d'agrandissement.

À l'étape 55, les élèves auront l'occasion de revenir sur la démarche pour montrer qu'une proposition est vraie (ici, B est une réduction de A) ou qu'une proposition est fausse (C n'est pas un agrandissement de A).

• Exercice 2

Il met en évidence la conservation des angles et des rapports de longueur dans une figure lorsque l'on effectue un agrandissement en utilisant la proportionnalité. Cela permet de lier le travail d'agrandissement de figure utilisant les propriétés géométriques avec l'étude actuelle utilisant la proportionnalité (utilisation d'un coefficient multiplicatif pour modifier les dimensions).

• Exercice 3

Reprise de la découverte. Nous suggérons un travail individuel pour permettre au professeur de voir où en est chaque élève et apporter l'aide qui convient.

• Exercice 4

Les élèves prennent, à nouveau, conscience que l'agrandissement (ou la réduction) ne modifie pas la valeur des angles. Cet exercice permet également de retravailler la construction d'un triangle connaissant les dimensions de ses côtés.

ÉTAPE 52

Agrandissement et réduction de figures planes (2)

MANUEL P. 140-141

Objectif

Utiliser la proportionnalité et ses propriétés pour agrandir ou réduire des figures géométriques.

Pourquoi cette étape ?

Elle conforte les découvertes faites à l'étape précédente sur le lien entre agrandissement, réduction et proportionnalité numérique : pour agrandir (ou réduire) une figure géométrique, une méthode consiste à multiplier (ou diviser) toutes ses dimensions par un même nombre.

2 SÉANCES • SÉANCE 1 DÉCOUVERTE • SÉANCE 2 EXERCICES

MATÉRIEL • Pour la classe : les rectangles de la découverte en grand format (multiplier toutes les dimensions par 10) préparés par le professeur pour la mise en commun ; des transparents pour la vérification des figures agrandies ou réduites des exercices 2 à 5.
• Par élève : les rectangles de la découverte à découper (matériel photocopiabkle, p. 295) ; le matériel personnel de géométrie.

Calcul mental

Jeu de bataille multiplicatif.

Même jeu de cartes que pour le mémory multiplicatif (étape 51).

Les élèves jouent par deux. Toutes les cartes sont distribuées entre les deux joueurs qui ne regardent pas leur jeu. La règle du jeu de bataille peut varier légèrement, voici une suggestion :

– Les deux joueurs retournent une carte.

– Celui qui a posé la carte de valeur supérieure gagne les deux cartes.

– Si les deux cartes ont la même valeur, il y a « bataille » : les joueurs déposent chacun une carte face cachée, puis une carte face visible. C'est celui qui a posé la carte de plus grande valeur qui gagne les 6 cartes.

Le gagnant est celui qui, au bout du temps imparti par le professeur, possède le plus de cartes.

C'est un travail sur la comparaison de nombres entiers écrits sous différentes formes.

Découverte

Lecture collective. Travail par deux. Les élèves peuvent disposer des rectangles en papier (voir matériel ci-dessus).

Procédures correctes observées

– Considérer que les rectangles qui sont des agrandissements les uns des autres sont ceux pour lesquels il existe un coefficient d'agrandissement permettant de passer de chacune des dimensions de l'un à la dimension correspondante de l'autre.

– S'appuyer sur la recherche de rectangles semblables à partir de leur forme, ce qui revient à rechercher le coefficient de forme de chaque rectangle (rapport de la longueur sur la largeur).

Procédures erronées observées

– Certains élèves regroupent les rectangles en deux ensembles, les carrés et les rectangles, et considèrent que les carrés sont des agrandissements les uns des autres (ce qui est correct) et les rectangles de même (ce qui est faux).

– Des élèves considèrent que le rectangle C est l'agrandissement du rectangle A car la longueur du rectangle C est le double de la longueur du rectangle A, leur largeur étant identique. Ils perçoivent un coefficient d'agrandissement mais ils ne le font fonctionner que sur une dimension.

– Des élèves pensent que le rectangle H est un agrandissement du rectangle F car on obtient ce rectangle H en ajoutant 3 aux dimensions du rectangle F.

■ Mise en commun

Mise en commun des propositions des élèves en utilisant les rectangles grand format préparés par le professeur. Elle doit permettre de repérer les réponses erronées. Il sera intéressant de montrer que la procédure faisant intervenir le coefficient d'agrandissement ou celle faisant intervenir le coefficient de forme (rapport de la longueur sur la largeur) permettent d'obtenir les mêmes réponses :

– Pour passer du rectangle B au rectangle A, on multiplie longueur et largeur par 2, le coefficient d'agrandissement est de 2.

Pour passer du rectangle A au rectangle H, on multiplie longueur et largeur par 2, le coefficient d'agrandissement est 2.

Pour passer du rectangle B au rectangle H, on multiplie longueur et largeur par 4, le coefficient d'agrandissement est 4.

On remarque qu'alors les trois rectangles sont des agrandissements ou des réductions les uns des autres.

– Une autre stratégie consiste à montrer que les rectangles A, B et H ont le même coefficient de forme : $\frac{3}{2}$ ou 1,5.

De la même manière, on peut montrer que les rectangles C, F, G et I sont des agrandissements ou des réductions les uns des autres. Leur coefficient de forme est 3.
L'argument du même coefficient de forme est particulièrement intéressant pour les carrés : tous les carrés sont des agrandissements ou des réductions les uns des autres, leur coefficient de forme est 1.

Conclure avec les élèves

Des rectangles qui sont des agrandissements ou des réductions les uns des autres (on dit « des rectangles semblables ») ont des dimensions proportionnelles, c'est-à-dire qu'il existe un coefficient d'agrandissement ou de réduction qui lie leurs longueurs entre elles et leurs largeurs entre elles. Ces rectangles ont alors la même « forme » : pour chacun des rectangles semblables, le rapport de leur longueur sur la largeur est le même.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercice 1

Reprise de la découverte pour aider les élèves à consolider les stratégies mises en œuvre dans celle-ci. Nous suggérons un travail individuel pour permettre au professeur de voir où en est chacun des élèves et apporter l'aide personnalisée qui convient.

• Exercices 2 et 3

Ils ont pour but de confronter les élèves à une question très importante : dans un agrandissement de figures, lorsque les dimensions sont multipliées par 2 ou 3 (*ou n*) le périmètre est multiplié par 2 ou 3 (*ou n*), les aires elles sont multipliées par 4 ou 9 (*ou* n^2). Cette question sera reprise au collège.

• Exercices 4 et 5

Exercices d'entraînement. Les agrandissements étant contraints par leur coefficient, la vérification avec les transparents préparés par le professeur est possible.

Exercice 4

Dans chacun des quatre cas, les coefficients d'agrandissement ou de réduction sont donnés par un couple de dimensions qui se correspondent.

Exercice 5

Le coefficient d'agrandissement est donné géométriquement par le segment déjà tracé en vert.

• Remue-méninges

Réponse

PIF	40 mm	50 mm	60 mm
POF	32 mm	40 mm	48 mm
PAF	80 mm	100 mm	120 mm

Le triangle PAF est un agrandissement du triangle PIF, le rapport d'agrandissement est 2. En effet, $0{,}8 \times 2{,}5 = 2$.

4 PÉRIODE

ÉTAPE 53

Représentation de données : diagrammes circulaires et tableaux

MANUEL P. 142-143

Objectif

S'entraîner à lire des diagrammes circulaires, des tableaux.

Pourquoi cette étape ?

Il s'agit d'un travail sur les représentations des données avec un nouveau type de graphique, **le diagramme circulaire**, encore appelé graphique à secteurs ou camembert. Les élèves sont amenés à **mettre en relation différentes représentations d'un même ensemble de données**. Outre le travail classique de lecture directe, ils ont à comparer des éléments. Pour cela, ils peuvent avoir à résoudre des problèmes par test d'hypothèses ou des problèmes additifs et multiplicatifs simples (exercices).

1 SÉANCE

Calcul mental

Le professeur donne cinq mots-nombres, les élèves cherchent le maximum de nombres pouvant se dire avec ces mots et les écrivent en chiffres.

Voir étape 49.

Exemple : dix ; treize ; mille ; cent ; cinq.

Découverte

Lecture silencieuse du document.

Attirer l'attention des élèves sur le titre du graphique, les catégories placées en légende (langues) et sur les valeurs de chaque catégorie indiquées sur le disque. Leur préciser que le graphique à secteurs montre les parties d'un tout et que l'aire de chaque secteur représente la même proportion du disque que la valeur de chaque catégorie par rapport au total des valeurs.

Travail individuel suivi d'une correction collective.

■ Question 1

Elle permet de vérifier que les élèves savent lire le graphique.

■ Question 2

Les élèves doivent comparer des nombres, représentés aussi par des secteurs circulaires (parts de graphique), pour déterminer celui qui est le plus grand, puis associer la couleur du secteur à ce qu'il représente et qui est donné dans la légende.

■ Question 3

Simple calcul additif avec des grands nombres

Réponse : 1 920 506

■ Questions 4 et 5

Comparaison multiplicative avec une estimation du rapport entre deux nombres.

Question 4

> Procédure attendue
>
> Arrondir les deux nombres :
> anglais : 1 700 000 élèves ;
> allemand : 170 000 élèves.
> Mais les élèves peuvent aussi multiplier 171 803 par 10 ou effectuer la division de 1 691 967 par 171 803 à la calculatrice.

Réponse : Qwang a raison.

Question 5

Comparer multiplicativement les nombres 1 691 967 et 1 920 506 soit directement soit en les arrondissant par exemple à 1 700 000 et 1 900 000.

> Procédures possibles
>
> – Diviser 1 691 967 par 1 920 506 (quotient décimal approché : 0,88 proche de 0,9 qui correspond à $\frac{9}{10}$).
> – Diviser 17 par 19 (quotient décimal approché : 0,89, proche de 0,9).
> – Multiplier 19 par 0,9 (résultat 17,1).
> – Transformer progressivement 9 sur 10 en 90 000 sur 100 000, puis en 900 000 sur 1 000 000, puis en 1 800 000 sur 2 000 000, et considérer que 1 700 000 sur 1 900 000 est du même ordre que 1 800 000 sur 2 000 000.
> – Etc.

Réponse : Alice a raison.

Conclure avec les élèves

> Un diagramme circulaire est un moyen commode de visualiser des informations et des relations entre des données qui sont les parties d'un tout.

Lecture et commentaire de l'Aide-mémoire, page 17.

Exercices

Pour chaque exercice, temps de lecture silencieuse, puis commentaire collectif de chaque document. Après un temps de travail individuel puis par deux, conduire une mise en commun des résultats et des procédures.

• **Exercice 1**

Il vise à mettre en relation deux modes de représentation de données (tableau et diagrammes circulaires). L'élève doit identifier le diagramme qui convient parmi les trois. Les échanges collectifs ont pour but de s'assurer que les élèves ont compris la tâche demandée : pour chacun des personnages de l'énoncé (Perpétue et Solange), on ne peut pas considérer isolément les valeurs numériques mais il est nécessaire d'estimer le poids respectif de plusieurs valeurs pour éliminer telle ou telle représentation.

> Exemples de procédures pour identifier le diagramme correspondant aux frais de Perpétue
>
> – Considérer que les frais pour l'alimentation sont trois fois plus élevés que ceux relatifs à l'habillement. Vérifier parmi les trois diagrammes celui pour lequel ce rapport semble ou non respecté soit visuellement (on peut ainsi éliminer le graphique B), soit à l'aide de papier calque avec reproduction du secteur en rouge et report sur le secteur en vert. Conclure que seul le graphique C convient.
>
> – Dans les trois graphiques, les « autres dépenses » sont représentées par le plus grand secteur ; de plus, les valeurs 4 300 et 4 550 sont proches ; elles ne permettent pas de distinguer les diagrammes entre eux.
>
> Cette remarque est également valable pour l'habillement, représenté par des plus petites valeurs, proches de surcroît.
>
> Ce sont les valeurs relatives à l'alimentation, au logement et aux transports qui semblent utiles ici. L'alimentation (en vert) et le transport (en rose) ont des valeurs relativement proches (1 500 et 1 200), ce qui permet d'éliminer le graphique B. Le logement (en jaune) a une valeur proche du double de celle des transports (en rose), ce qui permet d'éliminer le graphique A.

Conclusion : le graphique C correspond aux frais de Perpétue. Par des raisonnements analogues, on montre que parmi les graphiques A et B, le graphique A est celui qui convient pour Solange.

• **Exercices 2 et 3**

Ils permettent aux élèves de découvrir un mode de représentation spécifique (décrivant la répartition des dents chez l'homme et plusieurs mammifères).

Exercice 2

Après lecture silencieuse du document, attirer l'attention des élèves sur :

– l'écriture fournie qui s'apparente à une écriture fractionnaire mais qui n'est pas une fraction. Par exemple, $\frac{2}{2}$ signifie qu'il y a deux incisives dans la demi-mâchoire supérieure et deux incisives dans la demi-mâchoire inférieure ;

– le dessin qui permet d'identifier les types de dents.

Résolution individuelle de l'ensemble des questions suivie d'une confrontation à deux et d'une correction collective.

Réponse : un homme adulte possède 8 incisives, 4 canines, 8 prémolaires et 12 molaires (soit 32 dents).

Exercice 3

C'est une autre manière d'indiquer la répartition des dents chez les mammifères dans une demi-mâchoire. La réponse aux questions peut se faire par lecture directe (**a**), ou après addition (**b**, **c** et **d**). La question **e** permet de mettre en relation les deux modes de description de la répartition des dents : le tableau de nombres et la formule dentaire.

Réponses

a. Tous les animaux du tableau possèdent des incisives.

Le rat, la souris, le hamster, le cobaye et le lapin ne possèdent pas de canine.

b. Mâchoire supérieure : 16 dents ; mâchoire inférieure : 12 dents.

c. Le porc : 44 dents ; le chat : 30 dents.

d. Le rat, la souris, le hamster (16 dents).

e. I $\frac{2}{2}$ C $\frac{1}{1}$ PM $\frac{3}{3}$ M $\frac{3}{3}$

4 PÉRIODE

Calcul automatisé, calcul réfléchi : les quatre opérations (2)

MANUEL P. 145

Objectifs

- Restituer rapidement par un calcul mental des sommes, des différences, des produits.
- S'entraîner à utiliser les techniques opératoires.
- Résoudre mentalement des petits problèmes arithmétiques.

Pourquoi cette étape ?

Elle entraîne les élèves à effectuer mentalement des calculs dans un domaine numérique familier.

1 SÉANCE
MATÉRIEL • Par élève : une fiche autocorrective (p. 251).

Calcul mental

Calcul réfléchi. Le professeur propose plusieurs opérations à calculer mentalement (ex. : 17 × 9 ; 14 × 25 ; 420 divisé par 3 ; 175 divisé par 25).

Il est intéressant de faire expliciter les procédures de calcul de plusieurs élèves pour constater que suivant les nombres en jeu et les propres compétences de celui qui calcule, les stratégies peuvent être très variées.

<u>Procédures envisageables pour 17 × 9</u>
17 × 9 = (17 × 10) – 17
17 × 9 = (10 × 9) + (7 × 9)
17 × 9 = (17 × 3) × 3
etc.
<u>Procédures envisageables pour 14 × 25</u>
14 × 25 = (14 × 20) + (14 × 5)
14 × 25 = (10 × 25) + (4 × 25)
14 × 25 = (14 × 100) : 4 = (1 400 : 2) : 2
etc.

Exercices

Déroulement, voir p. 58.

● **Exercice 1**
Entraînement à automatiser :
– des calculs de sommes, de différences ou de recherche de compléments ;
– des calculs de produits ou de recherche de quotients.

● **Exercice 2**
Techniques de calcul des quatre opérations.

● **Exercice 3**
Problème additif.

● **Exercice 4**
Problème multiplicatif suivi d'un calcul d'écart.

● **Exercice 5**
Produit d'un nombre décimal par 10, par 100 et par 1 000. Cette question a été traitée à l'étape 31.

● **Exercice 6**
Dans le prolongement de l'étape 46 (division avec quotient décimal), on questionne à nouveau la compréhension de l'obtention d'un résultat de la division par 10 ou 100 selon que l'on se place dans l'ensemble des nombres entiers ou dans l'ensemble des décimaux.

ÉTAPE 54

Calculer des moyennes : vitesses, distances, prix, effectifs

MANUEL P. 146-147

Objectif

Aborder la notion de moyenne.

Pourquoi cette étape ?

La notion de moyenne n'est pas une notion complètement inconnue des élèves. Elle est utilisée de manière implicite en sciences, en histoire, en géographie dans la vie sociale (vitesse, etc.) ou de manière plus explicite dans certains systèmes d'évaluation des élèves, sans que son sens mathématique n'ait été véritablement étudié. Cette notion est un objet théorique qui cherche à remplacer la réalité irrégulière par un modèle qui, lui, est régulier. Nous allons proposer des situations qui permettront aux élèves de **commencer à construire le sens mathématique de cette notion** dans quelques contextes particuliers.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 ET 2 • **SÉANCE 2** EXERCICES 3 À 6

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit quatre nombres entiers ou décimaux, puis les cache. Après dix secondes, les élèves écrivent leurs moitiés.

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte et reformulation. Travail individuel puis par deux. Mise en commun.

■ **Question 1**

Problème additif préparatoire à la question suivante.

Réponse : 110 + 90 + 105 + 95 = 400.

■ **Question 2**

C'est l'occasion de définir la vitesse moyenne. Faire lire et commenter la bulle du furet.

Réponse : la vitesse moyenne est de 100 km par heure.

■ **Questions 3 et 4**

Connaître la vitesse moyenne permet de faire des prévisions.

■ **Question 5**

Calcul d'une vitesse moyenne.

Conclure avec les élèves

On pourra conclure en prenant un exemple.

> Les parents de Théo ont parcouru 400 km en 4 heures, on dit qu'ils ont fait en moyenne 100 km par heure. Cela ne veut pas dire qu'ils ont parcouru 100 km à chaque heure.

Exercices

Déroulement habituel (voir p.56).

• **Exercice 1**

– La recherche de la vitesse moyenne du TGV entre Paris et Lyon nécessite de diviser 409 par 2 ; il y aura à partager le reste.

Réponse : 204,5 km par heure.

– La recherche de la vitesse moyenne entre Paris et Strasbourg nécessite de rechercher un résultat intermédiaire, par exemple la distance parcourue en 20 minutes : en 2 h 20 minutes, il y a 7 fois 20 minutes. Donc en 20 minutes, le TGV parcourt 70 km, ce qui donne 210 km en 1 heure.

Réponse : 210 km par heure.

Le TGV Paris-Strasbourg a une vitesse moyenne un peu supérieure au TGV Paris-Lyon.

• **Exercices 2, 4 et 5**

Recherche d'une distance moyenne parcourue par jour.

Réponse exercice 2 : les randonneurs ont parcouru en moyenne 43 km par jour.

Réponse exercice 4 : Ellen Mac Arthur a parcouru en moyenne environ 694 km par jour.

Réponse exercice 5 : Philéas Fogg a parcouru en moyenne 500 km par jour.

• **Exercice 3**

a. Problème qui se résout en deux étapes : d'abord un problème additif, recherche du coût global (660), puis un problème de recherche de la valeur d'une part, 660 divisé par 3.

Réponse : chacun doit payer 220 €.

b. Problème d'égalisation.

> Procédures envisageables
>
> – Chercher à égaliser les dépenses progressivement.
>
> Mélanie donne 80 € à Cyrille. Mélanie a alors déboursé 194 €, Cyrille 220 € et Luc 246 €.
>
> Mélanie donne 26 € à Luc, on obtient alors Mélanie 220 €, Cyrille : 220 € et Luc : 220 €.
>
> – Prendre en compte le résultat de la question **a**, puis calculer l'écart entre 220 et ce que Mélanie a payé (220 – 114 = 106). Répartir cette somme entre Luc (26 €) et Cyrille (80 €).

c. Le coût moyen du voyage est obtenu en divisant le coût total du voyage par personne (220 €) par le nombre de jours (5), soit 44 €.

• **Exercice 6**

a. Travail sur la notion d'effectif moyen.

Après un temps de travail individuel, les élèves font une première mise en commun par deux avant la mise en commun collective.

Le professeur relèvera les différents points de vue et définira la notion de moyenne : le nombre total d'élèves de l'école de Kévin est 280, et il y a 10 classes. S'il y avait le même nombre d'élèves par classe, il y aurait 28 élèves par classe.

b. Application directe de la question **a.**

Réponse : il y a en moyenne 29 élèves par classe.

Conclure que le nombre d'élèves en moyenne par classe (effectif moyen par classe), c'est le nombre total d'élèves de l'école divisé par le nombre de classes.

Le professeur pourra s'appuyer sur les données de son école pour présenter un autre exemple.

• **REMUE-MÉNINGES**

Notion de fréquentation moyenne

Réponse : s'il y a en moyenne 1 800 entrées par jour, il y a 12 600 entrées dans une semaine (1 800 × 7 = 12 600). Samedi et dimanche comptant double, pour connaître la fréquentation moyenne les autres jours de la semaine, il faut diviser 12 600 par 9, soit 1 400 entrées et donc 2 800 entrées le samedi et le dimanche.

ÉTAPE 55

Utiliser des schémas pour élaborer un raisonnement

MANUEL P. 148

Objectifs

- S'appuyer sur les propriétés des figures pour élaborer un raisonnement.
- S'entraîner à utiliser les informations données sur un schéma à main levée pour construire une figure.

Pourquoi cette étape ?

• **Le développement des capacités à argumenter** est un objectif important du travail en mathématiques. Dans cette étape, nous nous appuyons sur des figures dessinées à main levée et codées pour conduire les élèves à élaborer un raisonnement qui, accompagné d'un calcul, permet de trouver la longueur d'un segment sans effectuer de construction. Toutefois, la procédure qui consisterait à construire la figure en « vraie grandeur » en utilisant les instruments de géométrie pour mesurer est tout à fait recevable au CM2.

• Avec ce travail sur le schéma, qui débute au CM1 et se poursuivra au collège, les élèves commencent à envisager la manière d'articuler ce que l'on sait d'une figure par ce qui en est dit dans l'énoncé, ou par les codes utilisés sur le schéma, et ce que l'on sait parce que ce sont des propriétés que l'on a apprises.

• De plus, le travail commencé aux étapes 9, 26 et 27 continue ici : s'entraîner à reproduire une figure donnée sous la forme d'un schéma codé accompagné d'informations textuelles.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Pour la classe : des transparents avec les figures en vraie grandeur (matériel photocopiable, p. 319 et 320) pour la vérification des constructions (exercices 1 et 2) et pour la vérification pragmatique des longueurs obtenues par le calcul (découverte et exercices 3 et 4).
• Par élève : le matériel personnel de géométrie.

Calcul mental

Jeu de portrait sur les nombres entiers.

Exemples :

– C'est un nombre compris entre 4 000 et 5 000 ; c'est un multiple de 10 ; le chiffre des dizaines est la moitié de celui des mille ; la somme des chiffres est 13.

– C'est un nombre multiple de 5 et de 2 ; il a 36 centaines ; son chiffre des dizaines est le triple de celui des mille.

– C'est un nombre compris entre 2 730 et 2 740 ; quand on le divise par 10, le reste est 3.

– C'est un nombre qui contient 12 centaines ; quand on le divise par 100, le reste est 25.

Découverte

Lecture silencieuse. Mise au point du professeur :

– le schéma à main levée donne une idée globale de la figure ;

– les informations apportées par le texte confortent ce qui pouvait être perçu en regardant le schéma ;

– les mesures de longueurs sur ce schéma indiquent les dimensions réelles de la figure.

Nous suggérons un temps de travail individuel.

Procédures les plus fréquentes

– Certains élèves construisent la figure en « vraie grandeur », et mesurent la longueur du segment [EF] sur cette figure (procédure correcte de nature pragmatique).

– Certains élèves élaborent un raisonnement plus ou moins implicite s'appuyant sur le schéma et conduisant au calcul EF = AB – AE – FB = 8 – 3 – 3 = 2 cm.

– Certains élèves mesurent la longueur du segment [EF] sur le schéma à main levée (procédure erronée).

Mise en commun des procédures et organisation d'un « débat » conduisant à la distinction entre ce que l'on sait d'une figure et ce que l'on voit et mettant en évidence l'intérêt d'un raisonnement pour répondre à la question.

Mise au point en collectif d'un raisonnement correct, par exemple :

Le texte dit que ABCD est un rectangle. On sait que dans un rectangle deux côtés opposés ont même longueur, donc le côté [AB] a la même longueur que le côté [DC], et le côté [BC] a même longueur que le côté [AD].
On peut lire sur le schéma que DC = 8 cm et que AD = 3 cm, donc AB = 8 cm et BC = 3 cm.
Le texte dit que le cercle de centre A qui passe par D coupe le segment [AB] en E. Le point E est donc entre A et B et AE est un rayon de ce cercle.
Sur le schéma, on peut lire que le rayon mesure 3 cm, donc AE = 3 cm.
Le texte dit que le cercle de centre B qui passe par C coupe le segment [AB] en F, donc le point F est entre A et B, et [BF] est un rayon du cercle, BF = BC = 3 cm.
EF = AB – AE – FB
EF = 8 – 3 – 3
EF = 2 cm

Conclure avec les élèves

Pour trouver la longueur d'un segment sur la figure, on peut faire un raisonnement et un calcul au lieu de construire la figure en vraie grandeur pour mesurer le segment.

Le professeur peut décider de faire copier le raisonnement précédent sur le cahier.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercices 1 et 2

Le but est d'entraîner les élèves à décoder les symboles conventionnels utilisés sur les figures géométriques et à prendre des informations sur des schémas codés pour mettre en mots ce qu'ils savent d'une figure. Cette mise en mots renforce les liens entre l'activité graphique de construction et les propriétés géométriques de la figure.

Réponse exercice 1 : la figure ABCD est un rectangle car elle a quatre angles droits. Les côtés [AB] et [CD] mesurent 5 cm, les côtés [AD] et [BC] mesurent 3 cm ; le point I est le milieu du segment [AB], le point J est le milieu du segment [BC].

Réponse exercice 2 : le côté du carré ABCD mesure 4 cm. Le point I est le milieu du segment [AB], le segment [BE] a même longueur que le segment [BI], c'est-à-dire 2 cm.

• Exercices 3 et 4

Application de la découverte : élaboration de raisonnements pour trouver des longueurs par le calcul. La construction et le mesurage peuvent être demandés ensuite pour illustrer la validité du raisonnement et du calcul.

Réponse exercice 3 : le cercle de centre A et de rayon [AE] a pour rayon 3 cm ; il coupe le segment [AC] au point F donc la longueur AF est égale à 3 cm ; le triangle ABC est équilatéral, ses trois côtés mesurent donc 10 cm. FC = AC – AF = 10 – 3 = 7 cm.

Réponse exercice 4 : ABC est un triangle équilatéral, ses trois côtés mesurent donc 8 cm ; H est le milieu du segment [BC] donc HC = 4 cm. ADCH est un rectangle donc AD = HC = 4 cm.

ÉTAPE 56

Problèmes pour débattre en mathématiques (1)

MANUEL P. 149

Objectif

Apprendre à argumenter : chercher à généraliser à partir d'exemples, trouver des contre-exemples, prendre en compte les propositions des autres.

Pourquoi cette étape ?

Les élèves sont mis en situation de **trouver des arguments pour valider des propositions**. C'est une étape importante avant d'aborder la classe de 6^{e} où on leur demandera de bâtir une argumentation. Nous avons commencé à aborder ce sujet au cours des exercices 9 et 10 de l'étape 36 : les élèves ont vu que, pour pouvoir dire qu'une proposition est fausse, il suffisait de trouver un nombre ne vérifiant pas la proposition (un « contre-exemple »). Pour pouvoir dire que la proposition est vraie, il faut faire référence à des connaissances générales sur les nombres.

1 SÉANCE

MATÉRIEL
- Par élève, pour la mise en route : le référentiel de figures planes (p. 293 et/ou 294) ;
- Par groupe : une grande feuille et de gros feutres.

Mise en route

Jeu de portrait sur les figures planes.

Distribuer le référentiel de figure (matériel photocopiable p. 293 et/ou 294). Le professeur fait le portrait d'une des figures du référentiel, il peut inscrire les propriétés au fur et à mesure au tableau. Les élèves doivent trouver de quelle figure il s'agit. Par exemple : « La figure est un polygone. », puis « Elle a quatre côtés. », puis « Elle n'est pas convexe. », puis « Elle a exactement un axe de symétrie. » (Figure T, p. 293).

Proposer plusieurs portraits.

C'est une reprise de l'activité préparatoire de l'étape 48, qui entraîne les élèves à donner du sens au vocabulaire géométrique et à développer leur capacité d'observation.

Découverte

Après lecture silencieuse et reformulation de l'ensemble de la découverte, le professeur fera lire et commenter la bulle du furet.

Il s'agit de s'interroger sur la validité de plusieurs affirmations énoncées par les enfants et relatives à certaines propriétés des nombres entiers.

Pour chaque question, après un temps de travail individuel, les élèves procéderont à une première mise en commun par groupe de 2, 3 ou 4. Leur demander d'écrire sur la grande feuille les arguments qu'ils ont trouvés pour répondre aux questions posées.

Lors de la mise en commun, l'enseignant choisira l'ordre de passage des groupes en fonction de la validité et du degré de généralisation des propositions.

■ Question 1

<u>Trois types de procédures de validation envisageables</u>

– Prendre appui sur quelques exemples et en déduire que Théo a raison.

– Prendre appui sur quelques exemples, puis en déduire que, quels que soient les nombres choisis, Théo a raison. L'élève pense à généraliser sans démontrer.

– Prendre appui sur la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition : 2 fois un nombre plus 2 fois un autre nombre, c'est 2 fois la somme de ces deux nombres. Si on traduit de manière algébrique ce sont les prémisses de $(2 \times a) + (2 \times b) = 2 \times (a + b)$.

<u>Réponse</u> : Théo a raison, la somme de deux nombres pairs est un nombre pair.

■ Question 2

Il n'est pas très difficile de montrer que Qwang a tort, puisqu'un contre-exemple suffit.

Les arguments pour montrer la validité de la proposition de Leïla seront de même nature que ceux développés pour la question 1.

Le dernier type de procédure est plus difficile à formaliser puisque les élèves doivent arriver à dire sans disposer du langage algébrique que :

$(2a + 1) + (2b + 1) = 2 \times (a + b + 1)$.

On peut envisager des explications du type : « Un nombre impair a toujours une unité de plus que le nombre pair qui le précède. Donc si on ajoute deux nombres impairs, en fait on ajoute les deux nombres pairs qui les précèdent plus 1 plus encore 1, on trouve donc un nombre pair puisque les nombres pairs vont de deux en deux. »

<u>Réponse</u> : Qwang a tort, la somme de deux nombres impairs n'est pas un nombre impair. C'est Leïla qui a raison, la somme de deux nombres impairs est un nombre pair.

■ Question 3

Cette fois les élèves ont à leur charge l'élaboration de la proposition. Dans la mise en commun, le professeur pourra distinguer les deux temps : relever les propositions, puis les justifications. Les justifications seront de même nature que pour la question précédente.

Réponse : la somme d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair.

Conclure avec les élèves

- La somme de deux nombres pairs est un nombre pair.
- La somme de deux nombres impairs est un nombre pair.
- La somme d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair.

Le professeur pourra faire le point sur l'intérêt d'un contre-exemple pour prouver qu'une affirmation est fausse et sur l'insuffisance de l'exemple pour montrer qu'une proposition est vraie.

Ne pas hésiter à revenir sur les moyens pour montrer qu'une proposition est vraie alors qu'il y a une infinité de cas et qu'il n'est pas possible de les examiner tous.

Une conclusion possible : il faut alors s'appuyer sur des propriétés de tous les nombres concernés, par exemple « Tous les nombres pairs sont des multiples de deux et vont de deux en deux ».

Exercice

Déroulement habituel (voir p. 56). Le professeur pourra mener une mise en commun des procédures et des résultats.

a. Compréhension de la manière dont on fabrique les nombres avec des chiffres imposés. Avec 3 et 9, on peut fabriquer 39 et 93 dont la somme est effectivement 132.

Réponse : Alice a raison.

b. Vérification d'une proposition. La première étape consiste à rechercher toutes les manières de fabriquer des nombres à deux chiffres dont la somme est 12. Il y a un nombre de cas limité, il suffit alors de passer en revue les différents cas pour valider ou invalider la proposition.

Réponse

Il y a 4 façons d'obtenir 12 en faisant la somme de deux nombres à un chiffre :

12 = 3 + 9 ; 12 = 4 + 8 ; 12 = 5 + 7 ; 12 = 6 + 6.

Pour chacune de ces possibilités, il faut construire les nombres et faire leur somme :

39 + 93 = 132 ; 48 + 84 = 132 ; 57 + 75 = 132 ; 66 + 66 = 132.

Leïla a donc raison.

c. Transposition de cette propriété à des nombres à deux chiffres dont la somme des chiffres est 9. La démarche est la même que pour la question **b.**

Réponse

Il y a 4 façons d'obtenir 9 en faisant la somme de deux chiffres :

9 = 1 + 8 ; 9 = 2 + 7 ; 9 = 3 + 6 ; 9 = 4 + 5.

Pour chacune de ces possibilités, il faut construire les nombres et faire leur somme :

18 + 81 = 99 ; 27 + 72 = 99 ; 36 + 63 = 99 ; 45 + 54 = 99.

On trouve toujours 99.

Conclure que, pour vérifier ces propositions, on a pu passer en revue chaque cas parce qu'il n'y en avait pas beaucoup.

ÉTAPE 57

Fractions d'angle droit et figures planes

MANUEL P. 150-151

Objectif

Envisager le fractionnement de l'angle droit et étudier les propriétés angulaires de quelques figures usuelles.

Pourquoi cette étape ?

À l'étape 17, les élèves ont revu la notion d'angle ; ils ont identifié et reproduit des angles droits, des angles aigus, des angles obtus. À l'étape 18, le lien entre droites perpendiculaires et angle droit a été revu. Ici, nous abordons le fractionnement de l'angle droit pour obtenir des angles égaux à la moitié, au quart ou au tiers de celui-ci. Ce travail permet de revoir les fractions à partir d'une nouvelle grandeur : l'angle.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES
MATÉRIEL • Par élève : le matériel personnel de géométrie, du papier calque.

Calcul mental

Le professeur écrit au tableau deux nombres entiers consécutifs, les élèves écrivent une fraction de dénominateur fixé (par exemple : 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 10) située entre les deux nombres. Recommencer plusieurs fois en changeant les entiers. Exemple : écrire une fraction comprise entre 2 et 3 de dénominateur 3.

Il s'agit de travailler le fait que tout nombre entier peut s'écrire sous forme d'une fraction de dénominateur donné. Ainsi, dans l'exemple : 2 c'est $\frac{6}{3}$; 3 c'est $\frac{9}{3}$, les élèves peuvent donc proposer $\frac{7}{3}$ ou $\frac{8}{3}$.

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte. Le professeur pourra faire une mise au point sur les informations que donne le texte sur le territoire du sorcier jaune. Il proposera de nommer par une lettre (par exemple I) le point de rencontre des lignes bleues et vertes, et rappeler que si les droites sont perpendiculaires l'angle est droit.

■ Question a

Elle permet de :
– vérifier que les élèves se rappellent ce qu'est la distance d'un point à une droite ;
– leur donner les moyens d'entrer sans difficulté dans la question **b.**
Nous suggérons un travail individuel, suivi d'une mise au point collective au cours de laquelle sera revu le tracé des deux segments issus de A, respectivement perpendiculaires aux lignes droites bleue et verte.

■ Question b

La connaissance en jeu dans cette question est celle de l'axe de symétrie de l'angle droit (bissectrice). Le but n'est pas d'institutionnaliser cette notion mais de faire trouver cette droite comme réponse à un problème de régionnement du plan.

Travail individuel, suivi d'un travail par deux.

<u>Procédures les plus courantes</u>
• Placement de points plus ou moins nombreux où le sorcier jaune peut se placer.
• Détermination de zones :
– bande par tracé d'une parallèle à la ligne bleue (procédure erronée) ;
– angle par tracé d'une demi-droite passant par le point A et le point I (procédure erronée) ;
– zone obtenue en traçant une ligne reliant des points vérifiant la condition imposée (procédure erronée) ;
– angle obtenu par pliage du papier calque en superposant les lignes bleue et verte (procédure correcte).

Mise en commun des procédures et organisation d'un « débat » conduisant au rejet des procédures erronées par la donnée d'un contre-exemple et à la justification de la procédure de partage de l'angle par pliage.

Conclure avec les élèves

La ligne droite qui partage un angle droit en deux angles égaux par pliage détermine deux zones constituées de points qui se trouvent plus près d'un côté de l'angle droit que de l'autre. Chacun des angles correspond à la moitié d'un angle droit.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).
Ces exercices s'appuient essentiellement sur des manipulations et conduisent à des constats Il s'agit d'une première approche des propriétés angulaires de quelques figures ; ce travail sera repris au collège.

• Exercice 1

Transfert de ce qui a été conclu dans la découverte : la diagonale [AC] du carré ABCD partage l'angle BAD en deux angles superposables, égaux chacun à la moitié d'un angle droit.

• Exercice 2

Envisager un angle correspondant à $\frac{1}{2}$ angle droit, soit par pliage de l'angle droit, soit en le reportant deux fois de manière à obtenir un angle droit. Le triangle obtenu est un triangle rectangle isocèle. C'est une première approche de la propriété concernant la valeur des angles d'un triangle rectangle isocèle et de celle de la somme des angles d'un triangle (qui est égale à deux angles droits).

• Exercice 3

La construction d'un parallélogramme connaissant un de ses angles amène à revoir les propriétés du parallélogramme et plus particulièrement de ses angles par manipulation du porte-angle.

Réponse : deux angles opposés mesurent $\frac{1}{2}$ angle droit, les deux autres mesurent $\frac{3}{2}$ d'angle droit.

• Exercice 4

Revoir le sens de la fraction $\frac{1}{3}$ dans le contexte des angles.

Réponse : $\frac{1}{3}$ d'angle droit.

• Exercice 5

Utiliser un gabarit d'angle pour construire une figure et trouver la valeur d'un angle par manipulation.

Réponse : l'angle MLN mesure $\frac{2}{3}$ d'angle droit.

• Exercice 6

Déterminer la valeur des angles d'un triangle équilatéral.

Réponses : **a.** L'angle FDK mesure $\frac{1}{3}$ d'angle droit.

b. Chaque angle du triangle équilatéral mesure $\frac{2}{3}$ d'angle droit.

• Exercice 7

Dans l'exercice 2, les élèves ont vu que si un triangle a deux angles égaux à $\frac{1}{2}$ angle droit alors c'est un triangle rectangle isocèle ; cette fois, c'est la réciproque qu'ils étudient : quand un triangle est à la fois isocèle et rectangle, alors ses angles aigus mesurent $\frac{1}{2}$ angle droit.

• Exercice 8

a. Évaluation de la valeur d'un angle et vérification par manipulation.

Réponse : l'angle BAD mesure $\frac{2}{3}$ d'angle droit.

b. Construction d'un parallélogramme dont on connaît un angle. Les élèves pourront vérifier la propriété découverte dans l'exercice 3 : les angles opposés d'un parallélogramme ont la même mesure.

> Procédures envisageables
>
> – Utiliser la propriété de l'égalité des longueurs des côtés opposés dans un parallélogramme et utiliser la procédure de construction du triangle (étudiée étape 6) : construire le triangle DCB, avec BC = AD et DC = AB.
>
> – Utiliser la propriété du parallélisme des côtés opposés dans un parallélogramme et utiliser la procédure de construction de droites parallèles (étudiée étape 18) : construire une droite parallèle à (AD) passant par B et une droite parallèle à (AB) passant par D.
>
> – Utiliser la propriété du parallélisme de deux côtés opposés et celle de l'égalité de leurs longueurs dans un parallélogramme : construire un segment [DC] parallèle à [AB] et de même longueur.

• Exercice 9

Envisager l'angle plat comme égal à deux angles droits et l'angle droit comme la moitié de l'angle plat.

ÉTAPE 58

Nombres décimaux et mesure d'aires

MANUEL P. 152-153

Objectifs

- Comparer des aires par divers procédés, dont le calcul.
- Mieux connaître les unités d'aires.
- Étendre le calcul de l'aire d'un rectangle au cas où une dimension est décimale.

Pourquoi cette étape ?

Calculer l'aire d'un rectangle dont l'un des côtés au moins est de dimension entière, connaître et utiliser les unités usuelles (cm^2, dm^2, m^2 et km^2) ainsi que quelques équivalences sont des compétences attendues en fin de cycle 3.

Il faut comprendre cette étape comme la suite des étapes 40 et 41 de la période 3. Cette fois, l'apport des nombres décimaux pour le travail sur les unités est mis en évidence.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES
MATÉRIEL • Par élève : du papier millimétré, des ciseaux, une calculatrice.

Calcul mental

Jeu de portrait sur les nombres décimaux.
Exemples :
– C'est un nombre décimal qui a un chiffre après la virgule ; il est entre 6 et 7 ; si on le multiplie par 2, il devient un entier.
– C'est un nombre décimal compris entre 60 et 70 ; il a un chiffre après la virgule ; son chiffre des dixièmes est la moitié de celui des dizaines ; son chiffre des unités est le triple de celui des dixièmes.
– C'est un nombre décimal ; il a deux chiffres après la virgule ; quand on lui ajoute 25 centièmes, on obtient 7.
– C'est un nombre décimal ; quand on le multiplie par 10, on obtient 34.
– Etc.

Découverte

■ Question 1a

Faire lire individuellement cette question, faire découper les trois rectangles dans du papier millimétré. Cette action obligera les élèves à compter précisément le nombre de « petits carreaux » en largeur et en longueur. Le professeur demandera quelles sont les mesures, en centimètres et en millimètres, et les écrira. Il en profitera pour rappeler qu'un centimètre carré mesure une aire qui n'est pas obligatoirement celle d'un carré d'un centimètre de côté. De la même manière, il définira ce qu'est le millimètre carré.

Recueillir quelques propositions relatives aux deux méthodes suggérées puis demander à chaque élève de choisir une méthode et de la mettre en œuvre.

Rectangles	Longueur en mm	Largeur en mm	Aire en mm^2
A	40	20	800
B	40	22	880
C	45	20	900

Procédures
– Méthode par découpage : elle sera influencée par le comptage qui a eu lieu lors du découpage des trois rectangles. Une bande de 40 × 2 en haut de B et une bande de 20 × 5 à droite de C seront un moyen de comparer les aires puisque ce sont les dépassements constatés lorsque l'on superpose avec le rectangle A. De ce constat, il vient immédiatement que A a la plus petite aire.
Pour comparer C et B, la partie « commune » équivalente au rectangle A (rectangle de 40 mm de long et de 20 mm de large) une fois identifiée, B est plus grand d'une bande de 40 mm sur 2 mm, soit 80 mm^2 et C plus grand d'une bande de 5 mm sur 20 mm, soit 100 mm^2. L'aire de C est plus grande que l'aire de B.
Conclusion : aire (A) < aire (B) < aire (C).
– Méthode par calcul : les élèves vont compter comme dans le tableau ci-dessus. Les aires sont alors calculables en mm^2 et la conclusion s'effectue en rangeant des nombres entiers.
Certains enfants travailleront peut-être en centimètres et obtiendront des mesures d'aires en cm^2 après avoir eu à effectuer une multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier.

■ Question 1b

Lecture de la question, découpage du rectangle D dans du papier millimétré et rappel de ce qui a été vu dans l'étape 40 : des surfaces peuvent avoir même aire et ne pas être superposables.

Le professeur engage les élèves à trouver un rectangle non superposable à D et de même aire, uniquement par découpage. Pour cela, une stratégie consiste à partager la longueur en deux (ou la largeur) et de reconstituer un rectangle. Mais il y a d'autres stratégies possibles.

Le professeur engage ensuite les élèves à recourir au calcul de l'aire (50 × 36 en mm, soit 1 800 mm^2 ou bien 5 × 3,6 en cm, soit 18 cm^2) et demande de trouver d'autres rectangles de même aire. La tâche des élèves consiste alors à rechercher un produit de deux nombres égal à 1 800 (1 800 mm^2). Les élèves proposent généralement des solutions entières (1 × 1 800 ; 2 × 900 ; 3 × 600). Il peut être intéressant de leur demander de pousser leurs recherches au-delà de ces solutions.

Les élèves trouvent généralement plus de solutions qu'avec la méthode par découpage.

■ Question 1c

Faire lire la consigne, faire découper la surface S et recueillir quelques propositions. Travail individuel et mise en commun.

> Stratégies envisageables
>
> – La superposition est possible, mais il va falloir comparer ce qui « dépasse » et la tâche n'est pas simple.
>
> – Il est aussi possible, bien que cela soit plus compliqué, de construire un rectangle de longueur 5 cm et de même aire que la surface S par découpage et recollement, la comparaison est alors facilitée.
>
> – Il est possible de calculer l'aire du « coin écorné ».
> Il s'agit d'une moitié de rectangle dont l'aire est 22 × 20, soit 220 mm^2 (ou la moitié de 2,2 × 2 en cm, soit 2,2 cm^2).
> L'aire de S vaut (50 × 40) – 220 donc 1 780 mm^2.
> Conclusion : aire (S) < aire (D).

■ Question 2a

Le professeur a préparé les élèves à cette question en maintenant les deux unités lors de la question **1b.** Si des problèmes de compréhension subsistent, le professeur pourra proposer d'évaluer, en cm^2 et en mm^2, l'aire d'un rectangle de 4 cm sur 2 cm par exemple.

■ Question 2b

Les dimensions ne permettent ni le dessin ni une comparaison directe ou éventuellement par découpage. Une justification par le calcul est nécessaire. Le tableau de conversion s'avère utile.

Faire lire et commenter la fin du texte de la question ainsi que le texte du furet.

Le professeur pourra s'appuyer sur les équivalences qui viennent d'être travaillées : 1 cm^2 = 100 mm^2, 1 dm^2 = 100 cm^2 = 10 000 mm^2.

Conclure avec les élèves

Faire recopier le texte de la bulle du furet.

Écrire un exemple : l'aire du rectangle D mesure 1 800 mm^2. C'est aussi 18 cm^2.

Éventuellement, faire coller le travail de pavage qui a pu être effectué pour s'assurer de ce résultat.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercice 1

Entraînement aux conversions d'unités d'aire. Une aide individualisée sera peut-être nécessaire pour certains élèves.

• Exercice 2

Travail sur l'absence de liaison entre les variations de l'aire et du périmètre d'une figure. Cela a déjà été abordé à l'étape 40, exercice 5, et sera repris à l'étape 80.

Pour savoir qui a raison, il va falloir mesurer et calculer périmètre et aire. Nous conseillons la calculatrice pour cet exercice, le but étant de se convaincre rapidement que l'affirmation de Théo est fausse.

	A	B	C	D	E
Périmètre en cm	12	14	10	10	16
Aire en cm^2	8	6	6	4	7

• Exercice 3

Les élèves peuvent être étonnés du fait que les dimensions d'un terrain de football ne sont pas fixées, à la différence d'autres surfaces de jeux. Par ailleurs, le terme « engazonner » est sans doute à expliquer. Le problème lui-même n'est pas complexe, même s'il nécessite plusieurs étapes.

• Exercice 4

Il s'agit toujours de travailler la question de la distinction entre l'aire et le périmètre.

En **b**, on trouvera, par un calcul réfléchi, le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 36.

Réponses :

a. 36 m^2 ;

b. côté : 6 m ; périmètre du massif carré : 24 m ; périmètre du massif rectangulaire : 27,2 m ; les deux jardins ont même aire mais n'ont pas même périmètre.

• Exercice 5

Il permet de reprendre ce que l'on a vu à l'étape 42.

Réponse : 13,5 cm^2.

• Exercice 6

Lien entre l'aire d'un triangle rectangle et celle d'un rectangle.

Réponse : 13 cm^2.

ÉTAPE 59

Nombres décimaux et mesure de contenances

MANUEL P. 154-155

Objectifs

- Connaître les unités légales de contenance du système métrique.
- Faire le lien avec les unités légales de masse.

Pourquoi cette étape ?

- Jusqu'ici, les élèves ont revu la mesure des longueurs, des masses, des aires et des durées. Le lien avec les fractions usuelles et les nombres décimaux a été établi dans des activités de conversions ou de résolution de problèmes faisant intervenir les quatre opérations. Nous reprenons ce travail à travers l'étude de la mesure de contenances. Les élèves vont pouvoir consolider la signification des préfixes les plus usités (milli, centi, déci, etc.) accolés à l'unité de référence, le litre, en liaison avec les unités de masse étudiées dans l'étape 43. Ils revoient ainsi les régularités dues à la **compatibilité du système métrique avec l'écriture décimale numérique**. Par ailleurs, ils pourront réinvestir les connaissances sur les **calculs de double, de moitié et de quart**.
- Rappelons que le terme *contenance* désigne un *volume* intérieur ; les termes *contenance* ou *volume* peuvent être indifféremment utilisés.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 ET 2 • **SÉANCE 2** EXERCICES 3 À 7
MATÉRIEL • Pour la classe : un tableau de conversion des unités de contenance affiché au tableau.

Calcul mental

Conversion de mesure d'aires.
Exemple : 3 dm^2, c'est combien de cm^2 ? c'est combien de m^2 ?
Proposer également des petits problèmes simples nécessitant des conversions.
Exemple : une mosaïque d'aire 1 m^2 est constituée de carreaux verts et de carreaux bleus ; les carreaux verts recouvrent une surface d'aire 6 400 cm^2. Quelle est l'aire de la surface en carreaux bleus ?

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte. Description collective de la photo : attirer l'attention des élèves sur le fait que certains des étalons représentés ne sont plus d'usage courant, notamment les doubles et les demis.
Faire lire le tableau de conversion. Faire repérer le lien avec les unités de longueur et de masse. Ce tableau peut-être prolongé à gauche et à droite. Interroger les élèves sur le nom que peut avoir l'unité de capacité 10 fois plus grande que l'hectolitre (le kilolitre).

Lecture collective des équivalences 1 L = 100 cL ; 1 hL = 100 L, ainsi que de la pancarte du furet.

Travail par deux sur chacune des questions, suivi d'une mise en commun des procédures et des résultats.

■ Question 1

Elle vise à déterminer les équivalences des étalons décrits avec les unités usuelles, le litre et le centilitre, tout en réinvestissant les notions de demi et de double.

<u>Procédures envisageables</u>
– Effectuer la conversion dans l'unité demandée puis effectuer le calcul de type demi, double. Exemple pour 1 demi-hectolitre : 1 hL = 100 L donc 1 demi-hectolitre, c'est la moitié de 100 L.
– Se rappeler les équivalences entre fractions usuelles et nombres décimaux, puis convertir. Exemple : un demi, c'est 0,5 et 0,5 hL, c'est 50 L.

■ Question 2

Problème de multiplication. Pour répondre, les élèves doivent en outre effectuer une conversion.

■ Question 3

Elle vise à déterminer une décomposition d'un nombre décimal en respectant des contraintes :
– les nombres intervenant dans la décomposition représentent des valeurs des récipients étalons décrits et non l'ensemble des unités de contenance ;
– la décomposition obtenue doit correspondre au nombre minimum d'étalons utilisables.
<u>Réponse</u> : 1 double-décalitre (20 L) + 1 demi-décalitre (5 L) + 1 litre + 1 double-décilitre (2 dL) + 1 demi-décilitre (5 cL).

■ Question 4

Problème de soustraction et de proportionnalité.
Les élèves doivent :
– se poser une question intermédiaire, relative au poids de l'eau contenue dans la carafe ;

– comprendre que les mesures intervenant dans la soustraction doivent s'exprimer dans la même unité (en g ou en kg) et effectuer la conversion nécessaire ;
– établir le lien de proportionnalité entre masse et contenance.

Réponse : 0,75 L ou 75 cL.

Conclure avec les élèves

Faire recopier le tableau de la page 154.

Les élèves pourront noter sur leur cahier le texte de la pancarte du furet.

Lire le paragraphe sur la mesure des contenances de l'Aide-mémoire, page 30.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

- **Exercice 1**

Il a pour but de revisiter la notion de quart dans le contexte de la mesure des contenances.

- **Exercice 2**

Entraînement aux conversions usuelles. L'utilisation du tableau de la page 154 peut être utile.

- **Exercice 3**

Il s'agit d'estimer les unités appropriées pour donner diverses mesures de contenances.

Réponses : **a.** cL ; **b.** L ou cL ; **c.** L ; **d.** mL ; **e.** hL (mais les litres sont souvent utilisés) ; **f.** L.

- **Exercice 4**

Problèmes de soustraction.

- **Exercice 5**

Problème de proportionnalité nécessitant des conversions.

Procédures envisageables

– Convertir 1 kg en 1 000 g, puis procéder par linéarité : pour obtenir 500 g, il faut 11 L, pour 250 g, il faudra deux fois moins, soit 5,5 L.
– Utiliser le coefficient de proportionnalité : pour 1 kg, il faut 22 L, pour 0,250 kg, il faut 22 × 0,250, soit 5,5 L.

- **Exercice 6**

Problème de division décimale avec recherche de la valeur d'une part.

Réponse : 275 mL. 250 g est une donnée inutile.

- **Exercice 7**

Les élèves prennent appui sur un texte informatif pour résoudre un problème de multiplication (question **a**) et un problème qui relève de la proportionnalité et traite de pourcentages (question **b**), prélude au travail mené à l'étape 66. La question **b** fait intervenir la notion d'ordre de grandeur.

Après lecture de l'ensemble du texte, attirer l'attention des élèves sur la véracité des affirmations d'Alice et de Qwang.

b. La quantité de pétrole produit par l'Algérie représente 1 % de la production mondiale journalière, cela veut dire que pour 100 L produits dans le monde, l'Algérie produit 1 L. On peut dire que la production mondiale est environ 100 fois plus grande que celle de l'Algérie, soit en barils 85 000 000.

- **Remue-méninges**

Problème à résoudre en faisant des suppositions (test d'hypothèses), en imaginant des transvasements.

Deux solutions possibles

Solution 1 :
– remplir le bidon de 4 L ;
– transvaser son contenu dans le bidon de 3 L ; il reste 1 L dans le bidon de 4 L ;
– vider le bidon de 3 L et y transvaser le litre restant du bidon de 4 L ;
– remplir le bidon de 4 L, et compléter avec 2 L de son contenu le bidon de 3 L ;
– il reste alors les 2 L demandés dans le bidon de 4 L.

Solution 2 :
– remplir le bidon de 3 L ;
– transvaser son contenu dans le bidon de 4 L ;
– remplir de nouveau le bidon de 3 L ;
– compléter avec 1 L le bidon de 4 L ;
– il reste alors les 2 L demandés dans le bidon de 3 L.

ÉTAPE 60

Relation entre des grandeurs : proportionnalité

MANUEL P. 156-157

Objectif

Utiliser des procédures expertes pour résoudre des problèmes familiers.

Pourquoi cette étape ?

Elle prolonge l'étude des situations dans lesquelles des grandeurs de nature différentes sont en relation (étapes 34 et 35). La relation qui lie ces grandeurs est ici une relation de proportionnalité. C'est aussi l'occasion de revenir sur la graduation de droites : graduer une demi-droite à l'aide d'une unité relève aussi de la proportionnalité.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par groupe de 2 élèves :
- une photocopie de la machine à partager (fiche photocopiable p. 288) ;
- une grande feuille et un feutre pour permettre de noter les résultats et les procédures de la découverte.

Calcul mental

Conversion de mesure de capacité.

Exemples :

– $\frac{1}{2}$ L, c'est combien de dL ? c'est combien de cL ?

– $\frac{1}{20}$ L, c'est combien de cL ?

– 2 dL, c'est combien de L ? c'est combien de mL ?

– Etc.

Proposer également des petits problèmes simples nécessitant des conversions.
Exemples :

– Combien de pots de 25 cL peut-on remplir avec 1 L ?

– Avec une bouteille de 1,5 L d'eau, combien de gourdes de 75 cL peut-on remplir ?

Découverte

Les questions 1 et 2 mettent en jeu à la fois la proportionnalité et le partage de segments.
La question 3 est un problème de proportionnalité dans le cadre strictement numérique.

■ Question 1

Lecture silencieuse et reformulation. Avant le travail de résolution, faire commenter les informations graphiques données : 1/2 L de liquide et 300 g de farine.
Faire reproduire les deux segments sur les cahiers des élèves : soit par report de chaque longueur sur une bande, soit en mesurant avec une règle graduée.
Après un temps de travail individuel, puis par deux, procéder à la correction collective.
Pour 12 crêpes, il faut 250 g de farine, la graduation indique 300 g de farine.
Le problème revient donc à trouver le point correspondant à 250 connaissant le point origine (nommé par exemple A) et le point 300 (nommé par exemple B). Il s'agit donc de partager équitablement le segment [AB] en 6 parts, chaque partie représentera 50 g. Les élèves peuvent utiliser la machine à partager ou la règle graduée. En effet, le segment [AB] mesure 6 cm, donc 1 cm représente 50 g. Le point C qui indique 250 g se trouve à 5 cm du point A.

■ Question 2

• Les quantités de farine et de lait pour 12 crêpes sont données, comment trouver les quantités pour 18 crêpes ?

Plusieurs procédures pour la farine

– Chercher la quantité de farine pour une crêpe, puis pour 18. Cette procédure n'est pas la plus simple car dans la division de 250 par 12, il y a un reste qu'il faut continuer de diviser, et la division ne s'arrête pas.

– Chercher la quantité pour 6 crêpes, car c'est facilement calculable, deux fois moins que pour 12, puis multiplier par 3 pour avoir la quantité de farine pour 18 crêpes.

	Quantité de farine en g	Nombre de crêpes
	250	12
divisé par 2	125	6
multiplié par 3	375	18

– Etc.

Une procédure pour le lait

Seule la procédure de recherche de la quantité pour 6 crêpes (1/4 L de lait), puis pour 18 crêpes (3/4 L de lait) est aisée.

• Recherche des niveaux sur les segments

L'utilisation des propriétés linéaires de la proportionnalité permet d'aboutir à une procédure efficace.

	Quantité de farine en g	Niveau sur le verre en cm
	300	6
divisé par 6	50	1
divisé par 2	25	0 ,5
	300 + 50 + 25 = 375	6 + 1 + 0,5 = 7,5

	Quantité de lait en L	Niveau sur le verre en cm
	1/2 L	6,6
divisé par 2	1/4 L	3,3
	1/2 + 1/4 = 3/4	6,6 + 3,3 = 9,9

Conclure que pour effectuer des mesures de certains produits, on utilise parfois un verre cylindrique sur lequel figurent des graduations : les quantités (exprimées en grammes ou en litres) sont alors représentées par des segments de droite.

■ Question 3

La première partie de la question est un problème multiplicatif : 4 crêpes par personne, c'est 36 crêpes pour 9 personnes.
Répondre à la question « Le verre mesureur est-il assez grand ? » revient comparer la longueur du segment reproduit sur le livre (13 cm) aux niveaux atteints sur ce verre mesureur par les quantités de farine et de lait nécessaires à la fabrication de 36 crêpes.
La première observation c'est que 36 crêpes c'est trois fois 12 crêpes ou deux fois 18 crêpes. Pour connaître les niveaux atteints par la quantité de farine ou de lait, il faut reprendre les données pour 12 ou 18 crêpes et calculer pour 36.

	Nombre de crêpes	Quantité de farine en g	Niveau sur le verre en cm
	12	250	5
	6	125	2,5
multiplié par 2	18	375	7,5
	36	750	15

Le segment sur le verre mesureur (13 cm) n'est donc pas assez grand.
Parmi les solutions possibles, on peut verser deux fois la quantité pour 18 personnes, ce qui revient à remplir le verre jusqu'à la graduation 7,5 cm puis renouveler l'opération une deuxième fois.

	Nombre de crêpes	Quantité de lait en L	Niveau sur le verre en cm
	12	1/2 L	6,6
	6	1/4 L	3,3
multiplié par 2	18	3/4 L	9,9
	36	3/2 L = 1,5 L	19,8

Le segment sur le verre mesureur n'est donc pas assez grand.
Parmi les solutions possibles, on peut verser deux fois la quantité pour 18 personnes, ce qui revient à remplir le verre jusqu'à la graduation 9,9 cm puis renouveler l'opération une deuxième fois.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercice 1

Il s'agit de chercher la correspondance entre l'unité utilisée pour graduer la droite sur la feuille de papier, le cm, et l'unité d'un espace géographique que cette droite représente, le km.

Procédure envisageable
La distance 8 cm sur la droite représente 22 km. Pour calculer ce que représente 12 cm, plusieurs procédures sont possibles, une des plus simples consiste à chercher ce que représente 4 cm : la moitié de 22, donc 11 km. Puis chercher pour 12 cm (4 × 3), qui représente 33 km (11 × 3).

Distance sur la droite graduée en cm	Distance réelle En km
8	22
4	11
12	33

• Exercice 2

Situation de proportionnalité entre deux ensembles de grandeurs : la masse d'eau et la masse de sel.

Procédure envisageable
Une procédure simple consiste à chercher une relation numérique entre 660 et 30   660 = 30 × 22
et à appliquer cette relation pour calculer la masse d'eau.
La masse d'eau nécessaire est de 22 tonnes.

4 PÉRIODE

ÉTAPE 61

La proportionnalité : la règle de trois

MANUEL P. 157

Objectif

Apprendre une nouvelle méthode pour effectuer un calcul de proportionnalité : la règle de trois.

Pourquoi cette étape ?

• Parmi les procédures qui permettent de résoudre des problèmes de proportionnalité, les plus utilisées sont celles qui utilisent ce qu'on appelle les propriétés de linéarité. Ces procédures consistent à trouver les relations entre les nombres d'un même ensemble de grandeurs et à appliquer ces relations pour calculer dans l'autre ensemble de grandeur (voir partie 1, p. 29).

• Il est aussi fréquent de chercher directement le rapport qui existe entre un nombre d'une grandeur et son correspondant dans l'autre grandeur, on dit alors que l'on cherche un coefficient de proportionnalité. Cela revient à chercher le nombre correspondant à une unité dans l'une des grandeurs : c'est la fameuse règle de trois.

• Dans cette étape, nous proposons des problèmes pour lesquelles la procédure la plus simple sera l'une ou l'autre des procédures que nous venons de décrire. Il s'agit de donner aux élèves une certaine habileté pour choisir une procédure en fonction des nombres en jeu.

1 SÉANCE

Calcul mental

Petits problèmes oraux de proportionnalité.
Exemples :
– 3 stylos coûtent 10 €. Quel est le prix de 15 stylos ?
– Une cannette de soda contient 33 cL. Quelle quantité de soda y a-t-il dans un pack de 6 cannettes ?
– Un paquet de 25 enveloppes coûte 1,25 €. Quel est le prix d'une enveloppe ?
– 14 bougies coûtent 8 €. Quel est le prix de 21 bougies ?

Découverte

■ Question 1

Lecture, suivie d'un travail individuel. La mise en commun est différée à la fin de la question 2.

■ Question 2

Lecture, suivie d'un travail individuel, puis mise en commun.
Relever les justifications données par les élèves pour valider puis terminer les procédures de calcul proposées par Qwang et par Leïla.
Relever les procédures utilisées par les élèves dans la question 1.

Faire lire et commenter la bulle du furet.

Conclure avec les élèves

Le professeur fera recopier le contenu de la bulle du furet.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• **Exercice 1**

a. Application directe de la découverte.
Réponse : 280 g de farine.
b. La recherche de la correspondance de l'unité n'est pas toujours la procédure la plus rapide. Dans ce cas, il est aisé de voir le rapport entre les quantités de gâteaux : 12 = 4 × 3 et donc d'appliquer ce rapport à la quantité de farine, 130 × 4 = 520.
Réponse : 520 g de farine.

• **Exercice 2**

Démarche identique à celle de l'exercice 1.

	Nombre de billes	Prix en €
	12	6,62
divisé par 2	6	3,31
multiplié par 5	30	3,31 × 5 = 16,55

• **Exercice 3**

Problème de proportionnalité. Les données devraient favoriser l'appui sur les propriétés de linéarité.

Achat des boîtes au magasin Nosica

	Nombre de boîtes	Prix en €
	3	2
x 15	45	?

– L'utilisation du coefficient de proportionnalité, c'est-à-dire la recherche du prix d'une boîte, n'est pas simple.
Remarque pour le professeur : on peut, de plus, observer que si l'on utilise le coefficient de proportionnalité 2/3

en choisissant pour calculer une valeur approchée (par exemple 0,66), on obtient pour 45 boîtes le prix de 29,70 € ce qui est une valeur approchée.

– Le rapport scalaire est plus apparent : 45 boîtes c'est 15 fois plus que 3 boîtes, donc c'est 15 fois plus cher : 15 × 2 = 30, le prix de 45 boîtes est 30 €.

Achat des boîtes au magasin Catac

x 9

Nombre de boîtes	Prix en €
5	3
45	?

– L'utilisation du coefficient de proportionnalité, c'est-à-dire la recherche du prix d'une boîte est possible avec ces données : si 5 boîtes coûtent 3 €, 10 boîtes c'est 6 €, donc 1 boîte c'est 60 centimes d'euros. Le prix de 45 boîtes est donc 45 × 60 = 2 700 soit 27 €.

– Le rapport scalaire est simple, 45 boîtes c'est 9 fois plus que 5 boîtes, donc c'est 9 fois plus cher : 9 × 3 = 27, le prix de 45 boîtes est 27 €.

Réponse : l'achat au magasin Catac est plus intéressant.

ÉTAPE 62

Utiliser la calculatrice (3)

MANUEL P. 158-159

Objectif

Utiliser la calculatrice à bon escient pour résoudre des problèmes ou pour vérifier des calculs.

Pourquoi cette étape ?

• L'étape 23 et l'étape d'entraînement de la page 80 ont permis aux élèves de travailler avec la calculatrice sur la numération des nombres entiers et décimaux et sur les opérations. Dans cette étape, tout en poursuivant cet entraînement, nous proposons un travail spécifique sur le **calcul d'expressions mixtes mêlant addition et multiplication,** qui va permettre de revoir le rôle des parenthèses (étape d'entraînement, p. 56) dans une suite d'opérations écrites en ligne. Le fonctionnement des calculatrices (priorité intégrée) sera travaillé dans l'étape 65.

• En même temps, les élèves doivent continuer à exercer un contrôle sur leur travail avec la calculatrice : noter au fur et à mesure les calculs et les résultats, planifier la suite des calculs à effectuer.

2 SÉANCES • SÉANCE 1 DÉCOUVERTE • SÉANCE 2 EXERCICES
MATÉRIEL • Par élève : une calculatrice.

4 PÉRIODE

Calcul mental

Calcul réfléchi. Le professeur propose plusieurs opérations avec les nombres entiers ou décimaux à calculer mentalement (ex. : 2,5 × 8 ; 34 × 0,2 ; 17,5 + 3,6 ; 45,7 – 0,8).

Voir l'étape d'entraînement, page 182.

Découverte

La situation proposée permet aux élèves d'utiliser la calculatrice pour effectuer des opérations en prenant en compte les parenthèses, tout en découvrant les deux échelles les plus utilisées de repérage des températures (degrés Celsius et degrés Farenheit).

Nous suggérons une lecture commentée de la phrase introductive et de l'illustration.

■ Question 1

Il s'agit de s'assurer que les élèves ont bien compris que la même température peut être donnée en degré Celsius et en degré Farenheit : par lecture sur le thermomètre, on peut dire que 21°C correspond à environ 70°F.

Lorsqu'il fait 0°F, il fait environ – 18°C, c'est-à-dire qu'il fait très froid.

■ Question 2

Il faut maintenant apprendre à utiliser la formule de conversion entre degré Celsius et degré Farenheit.

a. Vérification de la compréhension de la signification des lettres dans la formule.

b. Travail individuel, suivi d'une confrontation en groupes des résultats.

Réponses : 37°C correspond à 98,6°F. 100°C correspond à 212°F. 0°C correspond à 32°F.

c. La formule proposée donne la température en degré F quand on la connaît en degré C. Cette question pose le problème inverse : on connaît une température en degré F, on cherche sa valeur en degré C par encadrement. Comme on sait que 98,6°F correspond à 37°C, on en déduit que 100°F correspond à un peu plus de 37°C.

Par le calcul on voit que 38°C correspond à 100,4°F. Donc 100°F correspond à une température en degré C comprise entre 37°C et 38°C.

■ Question 3

Les élèves rapides peuvent compléter le tableau par exemple en donnant les températures en degré C de 5° en 5°.

Celsius	Fahrenheit
0	32
5	41
10	50
37	98,6
37,8	100
38	100,4
100	212

■ Question 4

Entraînement à convertir les degrés d'une échelle à une autre. Plusieurs procédures sont envisageables, par exemple : traduire les températures de Paris en degré F (arrondies au dixième de degré la plus proche).

	printemps	été	automne	hiver
Paris (degré C)	14,1	18,5	8,4	5,7
Paris (degré F)	57,4	65,3	47,1	42,3
New York (degré F)	61,7	73,4	46,9	35,6

Nous proposons d'attendre la fin de l'étape pour conclure.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercices 1, 2 et 4

Problèmes relevant de la multiplication d'un entier par un décimal et de l'addition. La calculatrice permet la vérification des calculs. L'ordre des calculs à effectuer dépend de la calculatrice utilisée. Exemple pour l'exercice 2 : pour effectuer le calcul (7 × 0,55) + (2 × 0,88), si on tape dans l'ordre la suite sans utiliser de parenthèses, le résultat pourra être correct (5,61) avec une calculatrice ayant la priorité intégrée, c'est-à-dire effectuant les multiplications avant les additions, ou erroné (5,148) avec les calculatrices n'ayant pas la priorité intégrée.

Réponse exercice 1 : 3,51 €.
Réponse exercice 2 : 5,61 €.
Réponse exercice 4 : 62,80 €.

• Exercice 3

Pour multiplier par 2,5, plusieurs stratégies peuvent être utilisées. Ces stratégies s'appuient :
– sur différentes écritures possibles de 2,5. Le nombre 2,5 c'est 10 divisé par 4 ou 5 divisé par 2. L'écriture est choisie en fonction de la simplification qu'elle apporte au calcul ;
– sur les propriétés de la multiplication, notamment l'associativité qui reste bien évidemment une propriété utilisée de manière implicite par les élèves.

Réponse : les trois enfants ont raison.

• Exercice 5

Réinvestissement de la notion de périmètre d'un polygone. Les élèves doivent se rappeler qu'un triangle équilatéral ou un losange ont des côtés de même longueur.

Réponses : périmètre du triangle ABC = 14,4 cm, périmètre du losange ABDC = 19,2 cm.

• Remue-méninges

Réinvestissement des règles de priorité des opérations vues dans les exercices précédents pour associer une écriture mixte à son résultat.

Réponses

a. (7,5 : 5) × 7 = 10,5
b. (2,56 × 4) + 3,6 = 13,84
c. (0,85 × 25) – 0,75 = 20,5

Conclure avec les élèves

• Lorsqu'une suite de calculs comporte des parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.
• Pour effectuer à la calculatrice une suite de calculs, il est nécessaire de planifier et d'organiser cette suite de calculs en fonction de la calculatrice dont on dispose.

ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

Décimaux et fractions (2)

MANUEL P. 160-161

Objectifs

- Entretenir ses connaissances sur les décimaux et les fractions.
- Revoir les techniques de calcul avec les nombres décimaux.

Pourquoi cette étape ?

Comme dans les pages 116 et 117, nous proposons un ensemble d'exercices qui permettent de réinvestir les connaissances acquises dans le domaine des fractions et des nombres décimaux.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : – du papier millimétré, si possible ;
– une fiche autocorrective (p. 252 et 253).

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit cinq nombres décimaux, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves les écrivent dans l'ordre décroissant.

Exercices

Déroulement, voir page 58.

• Exercices 1, 2, 3 et 4

Ces exercices permettent d'entretenir les connaissances relatives à l'ordre dans les nombres décimaux et de rappeler que l'idée de successeur d'un nombre décimal n'a pas de sens, de même que l'idée de nombres décimaux consécutifs.

Nous avons vu, dans le remue-méninges de l'étape 24 (p. 71), que l'ordre dans les nombres décimaux, en ce qui concerne la partie décimale, s'apparentait à l'ordre lexicographique.

• Exercices 5

Entraînement à l'encadrement des nombres décimaux et des fractions décimales par des entiers consécutifs.

• Exercices 6, 7, 8 et 9

Reconnaissance, sous des « costumes » différents, des nombres égaux.

• Exercice 10

Exercice de vocabulaire pour rendre les élèves attentifs à la distinction entre *dixième* et *dizaine* et entre *centième* et *centaine*.

• Exercices 11 et 12

Révision de la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier (voir étape 32, page 90, et entraînement, page 134).

En cas de difficulté, ne pas hésiter à revenir à l'addition réitérée ; par exemple, $4 \times \ldots = 3$ revient à chercher le nombre décimal qui additionné 4 fois donne 3.

Le professeur peut également demander quelle est la fraction qui multipliée par 4 donne 1 (c'est $\frac{1}{4}$) et à partir de là demander comment obtenir 3.

• Exercices 13 et 14

Il s'agit d'entraîner les élèves à bien positionner les nombres dans des additions ou soustractions posées en colonne et à mettre en œuvre les techniques opératoires.

• Exercices 15 et 16

Calcul automatisé et calcul réfléchi. Règles de placement de la virgule.

• Exercice 17

Calculs qui ne nécessitent pas l'emploi de la « potence ». Revenir au fait que, lorsque l'on divise l'unité en 10, on obtient des dixièmes, quand on la divise en 100, on obtient des centièmes ; par exemple, 35 divisé par 10, c'est 35 dixièmes, $\frac{35}{10}$ soit 3,5.

• Exercice 18

Problème multiplicatif à résoudre en deux étapes.

• Exercice 19

Les élèves ont abordé, à l'étape 46, la division décimale. Il s'agit, dans une activité hors contexte, de comprendre que des divisions « s'arrêtent », que d'autres ne « s'arrêtent » pas au dixième obligatoirement et que d'autres ne « s'arrêtent » peut-être jamais.

• REMUE-MÉNINGES

Les élèves peuvent mettre en œuvre diverses stratégies qui toutes les conduisent à effectuer de nombreux calculs. Ils peuvent chercher, par exemple, s'il est possible de multiplier 0,75 pour obtenir exactement 3 m ou 4 m. Ils peuvent revenir à des nombres entiers en convertissant toutes les longueurs en cm, et chercher si les divisions de 300 et 400 par 75 ou 80 ont des restes nuls.

Réponses : $4 \times 0{,}75 = 3$ et $5 \times 0{,}80 = 4$, le pavage est donc possible avec 20 feuilles.

ÉTAPE 63

Les grands nombres

MANUEL P. 162-163

Objectif

Réinvestir les connaissances sur les grands nombres.

Pourquoi cette étape ?

Le travail sur les « grands nombres » a déjà été initié au CM1. À l'étape 44, les élèves ont revu les règles de formation des nombres au-delà du million. Ils se sont entraînés aux différentes désignations de ces nombres et les ont comparées. Dans cette étape, nous leur proposons de réinvestir ces connaissances dans un contexte (les passagers des aéroports des capitales européennes) qui leur permet de donner du sens à ces nombres qui ne leur sont, en général, pas vraiment familiers.

1 SÉANCE

Calcul mental

Compétition calculatrice, calcul mental.

Une moitié de classe a des calculatrices, l'autre calcule de tête. Le professeur écrit à l'avance au tableau une suite de calculs à effectuer en un temps limité. Comparer les résultats, puis discuter de la pertinence de l'usage de la calculatrice ou du calcul mental suivant les calculs. Permuter les équipes au bout d'un certain temps.

Exemple de listes :

Liste 1 : 750 – 11 ; 20 × 5 ; 48,7 + 100 ; 367 + 9 ; 48 × 137 ; 28,6 × 10 ; 7,8 + 5,2 + 4,6 ; 38,4 + 10 ; 100 × 54,9 ; 25 × 4 ; 458 – 60.

Liste 2 : 3 859 – 2 000 ; 4,2 × 5 ; 69,9 + 1 ; 7,8 + 2,2 ; 48 × 0,5 ; 3,6 + 52,4 + 10 ; 3 128 – 795 ; 56 × 0,1 ; 125 × 4 ; 45,8 – 15,3 ; 5,9 + 0,1.

Découverte

Pour chacune des parties A, B ou C, nous suggérons un travail de lecture silencieuse des textes, suivi éventuellement d'un échange collectif, puis un travail individuel suivi d'une correction collective.

■ Partie A

Après lecture, amener les élèves à repérer les différentes rubriques qui caractérisent les pays : capitales, couleurs du drapeau sur l'avion, nom des aéroports, nombre de passagers.

Le professeur peut faire situer les pays et leurs capitales sur une carte murale de l'Europe.

Les questions 1, 2 et 4 permettent de réinvestir les règles de comparaison des nombres entiers pour les ordonner ou trouver le plus grand.

La question 3 vise à résoudre un problème additif tout en travaillant sur le passage écriture littérale/écriture chiffrée de nombres et réciproquement.

Réponses

1. Heathrow 67 339 000 (Londres ; Grande-Bretagne).

2. Madrid (Barajas).

3. Paris.

4. Brussels airport (Bruxelles) ; Schwechat (Vienne) ; Arlanda (Stockholm) ; Kastrup (Copenhague) ; Dublin (Dublin) ; Orly (Paris) ; Fiumicino (Rome) ; Gatwick (Londres) ; Schiphol (Amsterdam) ; Barajas (Madrid) ; Charles-de-Gaulle (Paris) ; Heathrow (Londres).

■ Partie B

Localiser les villes sur une carte et repérer de quels pays elles sont les capitales.

1. Elle vise à associer écriture littérale et écriture chiffrée de grands nombres.

Réponses : **a.** aéroport Vilnius (Vilnius) ; **b.** aéroport Brnik (Ljubljana) ; **c.** aéroport Findel (Luxembourg).

2. Il s'agit de retrouver des nombres dans un référentiel à partir d'un « portrait contextualisé ».

Réponses : aéroport Stefanik (Bratislava), un million neuf cent cinq mille.

■ Partie C

Elle permet aux élèves d'effectuer divers calculs sur les grands nombres. L'utilisation de la calculatrice va s'avérer difficile si on calcule directement avec les nombres donnés ; en revanche, il est possible de calculer sur les nombres de milliers.

1. Réponse : 495 891 000.

2. Réponse :

Population européenne en 2006 : 488 000 000.

Population mondiale : environ : 6 588 000 000.

3. Réponse : nombre de passagers des aéroports mondiaux, environ : 2 200 000 000.

Conclure avec les élèves

Conclure par la lecture de l'Aide-mémoire, pages 2 et 3.

Un outil pour agrandir ou réduire les figures

MANUEL P. 166

Des informations complémentaires

Le terme « pantographe » a plusieurs significations.

Un pantographe est un instrument doté de bras articulés, au moyen duquel on peut mécaniquement copier, agrandir ou réduire des dessins ou des gravures. Le système du pantographe est très utilisé dans l'industrie pour réaliser des micro-gravures, fabriquer des objets à partir de modèles d'un autre format, etc. Il est également utilisé en sculpture pour les statues et les bustes. Il existe dans le commerce des pantographes bon marché à destination de l'enseignement. Toutefois, nous avons pensé qu'il était intéressant et motivant de faire construire aux élèves un pantographe. Des planchettes sont idéales, mais il faut être un peu bricoleur.

Les barres du jeu de construction « meccano » sont aussi un moyen sûr et précis de construire un pantographe. Il est important que la construction soit soignée, sinon les résultats seront décevants.

Le pantographe est aussi le dispositif de captage du courant sur une locomotive électrique, constitué par un système de cadres articulés comportant à sa partie supérieure une semelle qui est maintenue au frottement sous le fil de contact de la caténaire. Les premiers pantographes avaient la forme d'un losange, tandis que les pantographes modernes ne comportent qu'un seul bras articulé.

Activités avec les élèves

Faire lire et commenter la première partie de la page.

Nous suggérons que le professeur, avec un pantographe précis comme ceux du commerce, fasse une démonstration devant les élèves de l'agrandissement d'un dessin ou d'une figure (pourquoi pas le tableau de la page 76). Cette démonstration les motivera pour la construction de leur pantographe.

Il attirera l'attention sur le principe de fonctionnement du pantographe en montrant l'existence du parallélogramme MDNB (cf. première question).

Remarque : les réglages à l'aide des trous dans les baguettes permettent de modifier l'échelle de reproduction.

ÉTAPE 64

Problèmes pour apprendre à chercher : reproduire une figure (2)

MANUEL P. 168

Objectifs

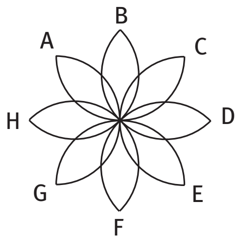
- Chercher les propriétés d'une figure pour comprendre comment la reproduire.
- Faire des tracés supplémentaires pour les mettre en évidence.

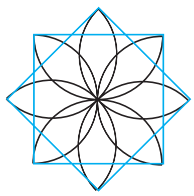
Pourquoi cette étape ?

- Les problèmes pour chercher ne sont pas réservés au domaine numérique. Comme dans l'étape 49, il s'agit d'entraîner les élèves à **développer une attitude de recherche dans le domaine de la géométrie** :
– faire des hypothèses et les tester ;
– élaborer une solution personnelle, s'assurer de sa validité ;
– argumenter pour convaincre de la validité de sa construction.
- Pour faire apparaître certaines propriétés des figures permettant leur reproduction, les élèves doivent faire des tracés supplémentaires qui n'apparaissent pas sur le modèle.
- Nous proposons des reproductions à même échelle sur papier quadrillé pour faciliter la construction, puis sur papier uni pour apprendre à maîtriser les instruments. Ensuite, les élèves doivent **mettre en mots les propriétés** qu'ils ont repérées et utilisées.

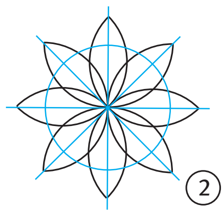
2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICE

MATÉRIEL • Par élève :
– des photocopies de la rose des vents ainsi que les photocopies des dessins suivants (voir fiche photocopiable page 312) ;





①



②

– des feuilles de papier quadrillé et de papier uni ;
– le matériel personnel de géométrie.
• Pour la classe :
– un modèle agrandi de la rose des vents pour affichage au tableau ;
– des transparents avec les figures (découverte et exercice) pour la vérification des constructions.

Mise en route

Dictée géométrique (à main levée).

Exemples :
– Construis un rectangle ABCD. Trace la diagonale [AC], puis le carré ACEF qui contient B.

– Trace un cercle de centre I et de rayon 5 cm. Trace un diamètre du cercle. Appelle-le [AC]. Trace le diamètre perpendiculaire à [AC]. Appelle-le [BD]. Trace le carré ABCD.

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte. Pendant ce temps, le professeur peut afficher la rose des vents en grand format au tableau. Laisser un temps d'observation et de commentaire. Rappeler qu'il s'agit d'une manière de représenter les 4 points cardinaux Nord, Sud, Est et Ouest, ainsi que les directions NE, SE, SO, NO.

■ Première phase

Travail individuel. La majorité des élèves se lance dans la construction d'une rosace à 6 branches, construction qui leur est familière.

Première mise en commun des productions (généralement toutes incorrectes) et analyse des décalages entre les productions et le modèle. Les élèves prennent conscience du nombre de pétales (8), et certains font des propositions de tracés supplémentaires ou de méthodes de construction. Nous suggérons au professeur de lister les propositions mais de ne pas prendre parti à ce moment de la séance.

■ Deuxième phase

Distribuer une photocopie du modèle pour que les élèves puissent effectuer des tracés supplémentaires. Laisser un nouveau temps de recherche individuelle, avec la possibilité d'échanger avec le voisin. Pendant ce temps, le professeur observe les tentatives de chacun et donne si nécessaire la photocopie de la figure 1 ou celle de la figure 2 en fonction de la manière dont chacun a commencé les tracés supplémentaires ou la construction. Si plusieurs élèves restent « bloqués », une mise en commun intermédiaire peut être proposée pour recenser les observations effectuées et les tracés que l'on peut exécuter pour mieux comprendre comment est construite la figure. Ici, la dénomination des extrémités des « pétales » par des lettres facilite la communication.

<u>Observations recensées</u>

– La figure est composée de 8 demi-cercles qui passent tous par le centre de la rose des vents.

– Les diamètres de ces demi-cercles forment deux carrés décalés.

– Si on joint toutes les extrémités des pétales on obtient un octogone régulier.

<u>Tracés possibles</u>

– On peut tracer deux carrés en joignant une extrémité sur deux des pétales (figure 1) ; les carrés obtenus ACEG et HBDF ont le même centre, la même dimension et sont décalés de la moitié d'un angle droit, les médianes de l'un sont donc portées par les diagonales de l'autre et réciproquement.

– On peut joindre les extrémités des pétales « opposés » A et E, B et F, etc. (figure 2). On obtient 4 droites qui passent toutes par le centre de la rose des vents et qui font entre elles des angles correspondant à 1/2 angle droit (étape 57). Cette procédure est moins souvent envisagée par les élèves.

■ Troisième phase

Travail individuel de construction tout d'abord sur papier quadrillé, puis sur papier uni.

<u>Difficultés dans les procédures utilisées</u>

– Pour la procédure de construction s'appuyant sur le tracé des carrés concentriques, le premier carré ne pose généralement pas de problème, la construction du second se fait plus aisément sur quadrillage, et souvent par tâtonnement sur papier uni, ce qui conduit parfois à des erreurs que les élèves devront corriger. Les centres des demi-cercles à tracer sont assez facilement identifiés comme étant les milieux des côtés des carrés construits.

– Pour la construction s'appuyant sur le tracé des droites, les élèves tracent facilement la droite verticale et la droite horizontale. Pour les deux autres, sur quadrillage, les élèves utilisent les diagonales des carreaux du quadrillage ; sur papier uni, le pliage ou l'utilisation du porte-angle ou d'un gabarit d'angle sont de bonnes solutions. Pour cette procédure, l'étape difficile est le tracé du cercle sur lequel se trouvent les centres des demi-cercles. Pour trouver le rayon de ce cercle, il est nécessaire de joindre les extrémités des pétales A et C par exemple, le segment [AC] correspondant au diamètre du cercle cherché.

Mise en commun des productions et mise en mots des procédés de construction à partir des propriétés repérées.

Conclure avec les élèves

Pour comprendre comment une figure géométrique est construite, il est souvent utile de faire des tracés supplémentaires.

Les élèves peuvent coller les reproductions effectuées.

Exercice

Le déroulement peut s'organiser de la façon suivante :

– travail individuel ;

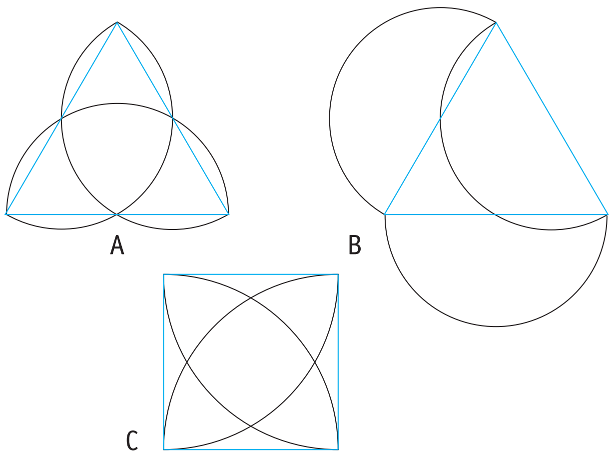
– échange deux à deux à propos des tracés supplémentaires effectués, des propriétés repérées et pour comparer les constructions effectuées ;

– mise au point collective.

Reprise de la découverte.

Les figures A et B sont composées de 3 demi-cercles. Les diamètres de ces demi-cercles forment un triangle équilatéral.

La figure C est formée de 4 quarts de cercles, dont les centres sont les sommets d'un carré.



La proportionnalité : problèmes

MANUEL P. 169

Objectifs

- Résoudre des problèmes de proportionnalité.
- Apprendre à s'aider, quand c'est nécessaire, en les résolvant dans un champ numérique plus petit.

Pourquoi cette étape ?

- Nous proposons une **aide méthodologique à la résolution de problèmes** pour résoudre des problèmes de proportionnalité.

Comme dans l'étape 29, nous présentons des couples de problèmes dont les énoncés sont très proches. Dans le premier problème, la difficulté liée aux nombres est conséquente. Or, on sait que le fait de se retrouver face à des nombres sortant du champ numérique familier peut amener certains élèves à régresser dans leur capacité à se représenter le problème. Dans le second problème, les élèves ont toujours à décider de la procédure de résolution, mais les données numériques sont choisies afin que les procédures de calcul soient très accessibles. La confrontation du second problème avec le premier peut permettre d'éclairer celui-ci et d'enclencher la procédure de résolution et la procédure de calcul.

- Les élèves ont déjà travaillé sur de nombreux problèmes de proportionnalité dans lesquels ils ont mis en œuvre des **procédures de calcul s'appuyant soit sur les propriétés de linéarité soit sur la recherche de la valeur d'une unité**. Dans cette étape, les données favorisent tantôt l'une tantôt l'autre.

Attention : cette forme d'aide n'est pas nécessaire pour tous les élèves. Certains peuvent en effet résoudre un problème en utilisant une procédure et utiliser une procédure différente pour l'autre problème. Il convient donc de ne pas systématiser le parallélisme entre la mise en œuvre des procédures.

1 SÉANCE

Calcul mental

Petits problèmes oraux de proportionnalité.

Exemple : une voiture consomme en moyenne 6 L d'essence aux 100 km. Quelle sera environ sa consommation pour 300 km ? 150 km ? 450 km ? 10 km ?

Exercice dirigé

Après le travail de lecture individuelle, il sera intéressant de procéder à une analyse collective des similitudes et des différences entre les deux énoncés de problème.

Travail individuel puis première confrontation par deux.

Après avoir laissé un temps de recherche, le professeur aidera éventuellement certains élèves en convertissant les euros en centimes et en leur demandant de chercher le poids en grammes.

Correction collective

Rappelons que l'utilisation de tableaux de nombres permet d'organiser les informations mais que ce mode de représentation n'est pas une compétence exigible pour les élèves. Par contre, nous conseillons au professeur, au moment de la synthèse, de présenter les procédures des élèves en s'appuyant sur cette représentation qui permet une explicitation plus aisée.

Procédures envisageables

– La procédure suivante, utilisant les propriétés de linéarité, a des chances d'apparaître étant donné le travail que les élèves ont fait sur les relations arithmétiques entre les nombres : ils connaissent la relation entre 1 000 et 500 ou entre 1 000 et 200. Le passage par le prix de 500 g (rôti de dinde) et de 200 g (rôti de bœuf) permet d'obtenir des données (le prix de 500 g de rôti de dinde, c'est 5 € et le prix de 200 g de rôti de bœuf, c'est 3 €). Pour terminer la recherche, les élèves peuvent utiliser le rapport scalaire (fois 3 entre 5 et 15, fois 6 entre 3 et 18) ou bien la propriété additive (18 c'est 15 + 3, 15 c'est 10 + 5).

Problème 1 : Le rôti de bœuf

Poids en grammes	Prix en euros
1 000	15
200	3
?	18

divisé par 5

Problème 2 : Le rôti de dinde

Poids en grammes	Prix en euros
1 000	10
500	5
?	15

divisé par 2

– Recherche du poids de rôti correspondant à 1 € (100 g pour le rôti de dinde, environ 66,6 g pour le rôti de bœuf).

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercice 1

Cet exercice complète le questionnement commencé dans l'exercice dirigé ; cette fois, il s'agit de rechercher le prix connaissant le poids.

Les nombres choisis devraient favoriser l'utilisation des propriétés de linéarité. Les conversions des kilogrammes en grammes et des euros en centimes d'euros évitent les calculs sur les décimaux.

Attention : dans le premier problème la question porte sur le prix de 1,250 kg de caramel et non 1,450 kg (coquille dans la première édition).

<u>Procédures envisageables</u>

– S'appuyer sur les propriétés de linéarité et les connaissances des élèves des relations arithmétiques entre 1 000, 250 et 1 250 ou encore entre 1 000, 500 et 1 500 qui permettent d'obtenir une relation scalaire plus évidente entre les données.

Problème 1 : Les caramels

Poids en grammes	Prix en centimes
1 000	1 400
250	350
1 250	?

divisé par 4

Pour trouver le prix de 1 250 g, les élèves peuvent soit additionner le prix de 1 000 g et le prix de 250 g soit multiplier par 5 le prix de 250 g.

Problème 2 : Les bonbons acidulés

Poids en grammes	Prix en centimes
1 000	600
500	300
1 500	?

divisé par 2

– S'appuyer aussi sur les propriétés de linéarité mais rechercher les prix de 100 g.

Problème 1 : Les caramels

Poids en grammes	Prix en centimes
1 000	1 400
100	140
1 250	?

divisé par 10

Problème 2 : Les bonbons acidulés

Poids en grammes	Prix en centimes
1 000	600
100	60
500	?

divisé par 10

• Exercice 2

Dans chaque problème, les nombres choisis devraient favoriser la recherche de la valeur d'une unité.

Problème 1 : Les gâteaux aux noisettes

Quantité	Masse de farine en grammes
5	300
1	60
36	?

divisé par 5

x 36

Problème 2 : Les gâteaux au chocolat

Quantité	Masse de farine en grammes
3	120
1	40
7	?

divisé par 3

x 7

• Exercice 3

Les nombres choisis devraient favoriser l'utilisation des propriétés de linéarité.

Problème 1 : Les compas

Quantité	Prix en euros
6	21
3	10,50
15	?

divisé par 2

x 5

Problème 2 : Les règles

Quantité	Prix en euros
4	7
2	3,50
6	?

divisé par 2

x 3

• Exercice 4

Dans chaque problème, les nombres choisis devraient favoriser la recherche de la valeur d'une unité.

<u>Réponses</u>

<u>Problème 1</u> : 23 DVD coûtent 276 €.

<u>Problème 2</u> : 7 jeux vidéos coûtent 175 €.

ÉTAPE 65

Utiliser la calculatrice, le rôle des parenthèses

MANUEL P. 170-171

Objectifs

- Comprendre le fonctionnement de sa propre calculatrice pour effectuer des calculs en ligne.
- Revoir le rôle des parenthèses.
- S'entraîner à utiliser la calculatrice pour vérifier divers calculs.

Pourquoi cette étape ?

• L'étape 23, l'étape d'entraînement page 80 et l'étape 62 ont permis aux élèves de travailler avec la calculatrice sur les opérations et la numération des nombres entiers et décimaux. Les élèves ont déjà rencontré (étape 62, exercices 2 et 4) le fait que, pour une même suite de calculs frappée sur une calculatrice, les résultats obtenus peuvent être différents. **Le calcul d'expressions mixtes mêlant addition et multiplication est travaillée de manière spécifique dans cette étape** pour mieux comprendre le rôle des parenthèses dans une suite d'opérations écrites en ligne.

• En même temps, les élèves doivent continuer à **exercer un contrôle sur leur travail avec la calculatrice** : noter au fur et à mesure les calculs et les résultats, planifier la suite des calculs à effectuer.

1 OU **2** SÉANCES SUIVANT LES CONNAISSANCES DES ÉLÈVES

MATÉRIEL • Par élève : une calculatrice.

Calcul mental

Le défi à 100. Le professeur affiche la grille des nombres de 0 à 99 et 5 nombres (ex. : 4 ; 5 ; 7 ; 3 et 8), les élèves trouvent le plus possible de nombres de la grille en faisant des opérations qui utilisent les cinq nombres une fois seulement.

Cet exercice se déroule sur plusieurs jours. Lors de cette première phase du jeu, le professeur relève les propositions de plusieurs élèves, note dans les cases de la grille les nombres obtenus et demande, pour plusieurs d'entre eux, de produire l'écriture en ligne donnant le résultat.

Exemple : 27 = (4 × 5) + 7 × (9 – 8).

Plusieurs solutions seront sans doute proposées pour un même nombre, les recenser et les faire vérifier.

Découverte

■ Remarque

Les calculatrices ne fonctionnent pas toutes de la même façon. Nous avons déjà abordé cette question aux exercices 2 et 4 de l'étape 62. Que signifie l'expression « cette calculatrice a la priorité intégrée » ? Du point de vue mathématique, les expressions : 4 × 2 + 5 et 5 + 4 × 2 sont égales, en raison de la règle conventionnelle de la priorité des opérations (en l'absence de parenthèses, la multiplication a priorité sur l'addition et la soustraction). Autrement dit, 4 × 2 + 5 = (4 × 2) + 5 et 5 + 4 × 2 = 5 + (4 × 2). Or toutes les calculatrices affichent le résultat 13 si l'on tape dans l'ordre 4 × 2 + 5. Mais si l'on tape dans l'ordre 5 + 4 × 2, certaines calculatrices affichent 13, d'autres donnent le résultat 18. Les premières disposent de la priorité intégrée : elles « restituent » les parenthèses autour des multiplications 5 + (4 × 2), tandis que les autres (communément appelées « calculettes ») effectuent les calculs dans l'ordre de leur apparition 5 + 4 × 2 = (5 + 4) × 2 et donnent un résultat erroné pour le calcul indiqué.

Il est donc indispensable d'apprendre aux élèves à repérer la manière dont fonctionne leur propre calculatrice et à l'utiliser de manière à trouver les résultats mathématiquement attendus.

Nous suggérons un mode de travail individuel suivi d'une confrontation des résultats en groupes de l'ensemble des questions.

■ Question 1

Le calcul mental demandé vise à faire découvrir (ou retrouver) aux élèves la règle de priorité de la multiplication sur l'addition.

Nous suggérons une première correction sur le résultat obtenu en calcul mental. En effet, les élèves ne disposent pas tous de la connaissance des règles de priorité de la multiplication sur l'addition, même si cette question a été déjà évoquée. Il est probable que certains trouvent 18 pour 5 + 4 × 2. Cette mise au point est nécessaire pour rendre efficace la découverte par l'élève de la manière dont fonctionne sa calculatrice en comparant les résultats obtenus avec sa propre calculatrice au résultat attendu (13).

■ Questions 2 et 3

Elles visent à repérer comment fonctionnent les autres calculatrices de la classe en ce qui concerne la règle de priorité de la multiplication sur l'addition.

La confrontation des deux résultats renvoyés par les machines est l'occasion pour le maître de :

- préciser la règle de priorité ;
- faire repérer par chaque élève le type de calculatrice qu'il possède ;
- rappeler le rôle des parenthèses dans une suite de calculs ;
- faire transformer la suite 5 + 4 × 2 pour pouvoir donner le résultat 13 si la calculatrice n'a pas la priorité intégrée :
  – si la calculatrice dispose de touches « parenthèses », il suffit de taper 5 + (4 × 2) ;
  – si elle n'en comporte pas, l'élève peut transformer l'expression en tapant la multiplication en premier 4 × 2 + 5 ; il peut également utiliser les touches mémoires si la calculatrice en possède, mais cette étude est difficile à mener en raison des nombreux modes de fonctionnement différents des calculatrices. L'élève doit ainsi prendre conscience de la nécessité de planifier et d'organiser la suite de calculs à effectuer à la calculatrice.

Conclure avec les élèves

Après avoir lu et commenté ce que dit le furet, les élèves pourront noter sur leur cahier quelques phrases de conclusion, par exemple :

- Lorsqu'une suite de calculs comporte des parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.
- Pour effectuer à la calculatrice une suite de calculs, il est nécessaire de planifier et d'organiser cette suite en fonction de la calculatrice dont on dispose et d'évaluer de tête l'ordre de grandeur du résultat.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercices 1 et 2

Cette reprise de la découverte permet aux élèves de mémoriser que :
– dans une suite de calculs comportant des parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses ;
– pour effectuer une suite de calculs comportant une multiplication et une addition à l'aide de la calculatrice, on peut la transformer en utilisant les touches « parenthèses » si la calculatrice en dispose, sinon, on réécrit la suite de calculs en écrivant la multiplication en premier.

• Exercice 3

Il attire l'attention des élèves sur l'opportunité d'utiliser le calcul mental ou la calculatrice suivant les calculs proposés. Ceci peut être l'occasion d'un défi pour inciter les élèves à effectuer certains calculs mentalement.

• Exercice 4

Réinvestissement des connaissances sur le passage de l'écriture littérale à l'écriture chiffrée des nombres décimaux. Rappel du fait que la virgule s'affiche à l'aide d'un point sur les calculatrices.

• Exercice 5

Utilisation de la calculatrice pour revoir la relation entre le groupement « million » et le groupement « mille ».

• Exercices 6 et 7

Résolution d'un problème de division sur de petits nombres mais dont le quotient n'est pas un nombre entier, avec vérification des résultats à la calculatrice.

Dans ces problèmes, les élèves ont à comprendre que le reste doit être divisé. Pour cela, il leur faut effectuer une conversion.

Exercice 6 : convertir les euros en centimes et diviser par 34 ou bien écrire que 629 = (34 × 18) + 17,
convertir le reste 17 € en 1 700 centimes, diviser 1 700 par 34 et trouver 50 centimes.
Exercice 7 : convertir les mètres en centimètres et diviser 24 000 par 400.

La longueur du pas est 60 cm.

• Exercice 8 (accompagné par l'enseignant)

C'est un problème complexe, pour lequel la procédure de résolution n'est pas évidente : l'interprétation de l'énoncé nécessite de reconnaître un problème de soustraction puis de division avec recherche du nombre de parts.
La résolution comprend 3 étapes :
– les élèves doivent comprendre que le poids affiché comprend le poids du carton vide et celui des catalogues afin de déterminer eux-mêmes l'étape intermédiaire, la soustraction ;
– ils doivent effectuer la conversion en grammes du poids total et effectuer la soustraction 22 975 – 400 ;
– puis ils doivent effectuer la division de 22 575 par 645.
Nous suggérons un travail en deux temps.
– Premier temps : lecture silencieuse du problème, suivi d'une production individuelle des calculs à effectuer et d'une mise en commun des procédures pour mettre en évidence celles qui sont correctes et celles qui sont erronées.
– Deuxième temps : gestion individuelle des calculs à la calculatrice, suivie d'une confrontation des résultats en groupe et d'une correction collective.
Attention ! Si certains élèves produisent une écriture en ligne, selon les calculatrices, le résultat affiché peut être le résultat attendu (35) ou un résultat erroné (un nombre décimal voisin de 22974.379 suivant le nombre de chiffres disponibles à l'écran). Le professeur peut en profiter pour indiquer que, dans une écriture sans parenthèses comportant une soustraction et une division, c'est la division qui a la priorité ; il peut demander aux élèves de transformer l'expression afin d'utiliser les touches parenthèses de leur calculatrice ou d'effectuer leurs calculs en deux étapes.

ÉTAPE 66

Les pourcentages

MANUEL P. 172-173

Objectifs

- Résoudre des problèmes de proportionnalité en construisant des raisonnements appropriés.
- Utiliser les pourcentages pour faire des comparaisons.

Pourquoi cette étape ?

Dans cette étape, qui est un prolongement de l'étape 50, **les pourcentages sont des « outils » pour faciliter la comparaison de plusieurs « proportions »**. Ils permettent de formuler cette comparaison en langage explicite (découverte). Ils sont très souvent utilisés dans la vie de tous les jours (étiquetage, soldes, augmentations diverses). Au CM2, il s'agit d'un début de familiarisation avec cette notion qui sera reprise au collège.

2 SÉANCES • SÉANCE 1 DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 ET 2 • SÉANCE 2 EXERCICES 3 À 8

Calcul mental

Le défi à 100 (suite). Cette fois le professeur choisit les nombres à atteindre parmi ceux qui ne sont pas encore trouvés.

Dans cette phase du défi à 100, il s'agit d'essayer d'obtenir les nombres des cases encore non remplies. Il est possible de répartir les nombres à obtenir entre les élèves en prenant soin de donner chaque nombre à plusieurs élèves pour permettre des comparaisons d'écritures.

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte et reformulation.

■ Question 1

Construction d'un outil pour comparer les rapports entre deux quantités.

Au cours de l'étape 50, les élèves ont comparé des mélanges et ont appris que, pour pouvoir faire une comparaison directe, ils devaient avoir une donnée identique.

Dans cette question, les données ne sont pas directement comparables. Il s'agit donc d'élaborer des stratégies permettant de ramener certaines de ces données à des valeurs rendant possible une comparaison simple.

Plusieurs procédures envisageables

– Faire des comparaisons deux par deux en cherchant, pour chaque cas, des situations équivalentes aux situations données mais avec une donnée commune.

– Chercher un multiple commun à 30, 40 et 50 (par exemple 600) et calculer le nombre d'élèves concernés dans chaque cas en s'appuyant sur les propriétés de linéarité.

Nb d'élèves de 9 ans	Nb d'élèves concernés	
30	24	× 20
600	?	

Nb d'élèves de 10 ans	Nb d'élèves concernés	
40	34	× 15
600	?	

Nb d'élèves de 11 ans	Nb d'élèves concernés	
50	44	× 12
600	?	

Sur 600 élèves interrogés, il y a 480 élèves de 9 ans aimant lire ces histoires, 510 élèves de 10 ans, 528 élèves de 11 ans.

– Chercher, pour 100 élèves interrogés dans chaque catégorie d'âge, le nombre d'élèves aimant lire les aventures d'Harry Potter. Pour résoudre ces problèmes, les élèves peuvent s'appuyer sur les propriétés de linéarité.

Dans le cas des élèves de 9 ans, une piste consiste à calculer le nombre d'élèves concernés pour 300 élèves interrogés (il y en a 240 sur 300), puis se ramener à 100 en divisant le nombre obtenu par 3. Sur 100 élèves de 9 ans interrogés, il y a 80 élèves aimant lire ces histoires.

Dans le cas des élèves de 10 ans, on peut procéder comme précédemment (se ramener à 400 élèves) mais on peut aussi calculer pour 20 élèves (la moitié de 40) le nombre d'élèves concernés (17), ce qui permet de conclure que 85 élèves de 10 ans (5 × 17) sur 100 aiment lire ces histoires.

Dans le cas des élèves de 11 ans, le calcul est plus simple, il suffit de doubler le résultat obtenu pour 50 élèves : 88 élèves de 11 ans sur 100 aiment lire ces histoires.

Nb d'élèves de 9 ans	Nb d'élèves concernés	
30	24	× 10
300	240	div. 3
100	?	

Nb d'élèves de 10 ans	Nb d'élèves concernés	
40	34	div. 2
20	17	× 5
100	?	

5 PÉRIODE

Nb d'élèves de 11 ans	Nb d'élèves concernés
50	44
100	?

× 2

Après un temps de travail individuel, les élèves font une première confrontation par deux avant la mise en commun collective des résultats et des procédures.

Faire lire et commenter les bulles du furet. Si la procédure du furet n'a pas été proposée par les élèves, le professeur demandera à chaque groupe de deux élèves de la mettre en œuvre.

■ Question 2

C'est la question « retournée » de la question précédente. Elle revient à la résolution d'un problème de proportionnalité.

<u>Procédures envisageables</u>

– S'appuyer sur le rapport de proportionnalité (× 0,8).

– S'appuyer sur un résultat intermédiaire, par exemple le nombre d'élèves aimant lire ces aventures pour 20 élèves entre 9 et 11 ans.

× 0,8

Nb d'élèves entre 9 et 11 ans	Nb d'élèves concernés
100	80
20	?
140	?

divisé par 5

<u>Réponse</u> : sur 140 élèves entre 9 et 11 ans, 112 élèves aiment lire ces aventures.

■ Question 3

Elle vise à montrer la pertinence de la notion de pourcentage pour faire des comparaisons. Cette question nécessite de prévoir une étape intermédiaire : calculer le pourcentage d'élèves entre 9 et 11 ans qui apprécient cette lecture dans l'école Sonia Delaunay.

<u>Réponse</u> : 102 élèves sur 120 élèves entre 9 et 11 ans dans l'école Sonia Delaunay, soit 85 %, contre 80 % dans l'école de Qwang. C'est dans l'école Sonia Delaunay que le pourcentage d'élèves appréciant ces livres est le plus grand.

Conclure que pour comparer, en proportion, le nombre d'élèves qui aiment certaines lectures dans plusieurs écoles, il suffit d'établir la comparaison en ramenant le nombre d'élèves de chaque école à un même nombre. Lorsque ce nombre est 100, on dit qu'on a calculé un pourcentage.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercice 1

Application directe de la question 2 de la découverte.

<u>Réponse</u> : s'il y a 25 places gratuites pour 100 places distribuées, il y aura 50 places gratuites pour 200 places distribuées.

• Exercice 2

Recherche d'un pourcentage à partir des informations données.

<u>Réponse</u> : 25 places sur 125, c'est équivalent à 5 places sur 25, soit 20 places sur 100. Il y a 20 % de places gratuites.

• Exercice 3

Application directe de la question 1 de la découverte.

<u>Réponse</u> : 12 élèves sur 20, cela fait 60 % et 15 élèves sur 30 cela fait 50 %. C'est dans la classe de 20 élèves que l'activité piscine est la plus appréciée.

• Exercice 4

La première partie de la question est un problème de proportionnalité : on connaît la masse de sucre contenu dans 100 mL pour chaque boisson, il faut calculer quelle est cette masse, en proportion équivalente, pour 1 L. Le professeur demandera aux élèves, en question préalable, d'indiquer combien il y a de millilitres dans un litre.

La deuxième partie de la question est un problème de comparaison. S'assurer que les élèves comprennent ce que signifie l'expression « concentration en sucre ».

<u>Réponses</u>

Pour 1 L : jus d'orange 94 g, concentré d'orange 105 g, jus de raisin 151 g.

• Exercice 5

Application de la question 2 de la découverte.

<u>Réponses</u> : **a.** 60 ; **b.** 4 500 ; **c.** 180 ; **d.** 84 ; **e.** 126,3 ; **f.** 61,2.

• Exercices 6, 7 et 8

Recherche de l'évolution du prix de certains objets quand on connaît les pourcentages de réduction ou d'augmentation de ces prix.

Exercice 6

Application directe du calcul d'un pourcentage.

<u>Réponse</u> : prix du téléviseur (100 € passe à 80 €) ; prix du lecteur de DVD (60 € passe à 48 €) ; prix de la maxi chaîne (140 € passe à 98 €) ; prix de la mini chaîne (100 € passe à 70 €) ; prix du walkman (56 € passe à 28 €).

Exercices 7 et 8 (accompagnés par l'enseignant)

Composition de deux transformations données sous la forme de pourcentages. Une conception erronée, très présente chez les adultes, consiste à faire la somme ou la différence des pourcentages et conclure que le prix du VTT est resté inchangé et que le prix de la voiture a augmenté de 6 %.

Après un temps de travail individuel, puis par deux, mise en commun des résultats et des procédures. Le calcul des prix du VTT et de la voiture à chaque étape devrait mettre en évidence les procédures erronées.

<u>Réponse exercice 7</u>

Le 15 septembre, le VTT vaut 150 + 15 soit 165 €.

Le 15 janvier, il vaut 165 – 16,50 soit 148,50 €.

<u>Réponse exercice 8</u>

Le 1er juin, le prix de la voiture est 10 000 + 300 soit 10 300 €. Le 1er décembre, le prix est 10 300 + 309 = 10 609 soit 10 609 €. Elle a augmenté de 609 € par rapport à 10 000 € soit de 6,09 € par rapport à 100 €.

Le pourcentage d'augmentation est 6,09 %.

• **REMUE-MÉNINGES**
Qwang a raison : le périmètre du carré est 20 cm ; la longueur des côtés du nouveau carré est 5,5 cm ; le périmètre est 22 cm. Il a augmenté de 2 cm pour 20 cm soit 10 %.

Théo a tort : l'aire du carré est 25 cm^2. L'aire du nouveau carré est 30, 25 cm^2. Il a augmenté de 5,25 cm^2 par rapport à 25 cm^2, soit 21 cm^2 par rapport à 100 cm^2. L'aire augmente donc de 21 %.

ÉTAPE 67

Décrire des solides

MANUEL P. 174-175

Objectifs

- Décrire divers solides.
- Les associer à leur représentation en perspective.
- Identifier les polyèdres.
- Identifier les informations que l'on perd lorsque l'on représente un solide en perspective.

Pourquoi cette étape ?

- Nous proposons de réactiver les connaissances des élèves sur les solides, et les polyèdres en particulier, par des **jeux de portrait** (ou de « Qui est-ce ? ») qui ne peuvent se dérouler sans avoir recours au langage. Comme pour les jeux de portrait sur les figures planes, deux usages de la langue s'affrontent et peuvent se « contredire ». Pour éviter les difficultés, le professeur pourra entraîner ses élèves à utiliser des formulations avec les expressions « au moins », « au plus », « exactement ».
- Comme dans le cas des figures planes, des solides différents sont regroupés et c'est aux élèves de **trouver le critère commun à tous ces solides**.
- La question de la représentation plane des objets de l'espace se pose de manière importante dans un manuel. En effet, le solide de l'espace et ses représentations planes ne se ressemblent guère. Il est donc nécessaire d'**apprendre aux élèves à « lire » les représentations planes des solides** puisque celles-ci font perdre de nombreuses informations à leur sujet. Ainsi, par exemple, sur la représentation en perspective cavalière d'un cube, on ne peut pas « voir » que toutes les faces sont des carrés puisque 4 d'entre elles sont représentées par des parallélogrammes.
- Cette étape est exclusivement consacrée à des activités de **description**, par le biais de jeux de portait, et d'**identification** à partir de représentations en perspective cavalière. L'étude de patrons se fera au cours des étapes suivantes.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL
- Par groupe de 4 ou 5 élèves : un jeu de solides variés en bois ou en carton (les patrons des solides de la découverte se trouvent sur les fiches photocopiables p. 296 à 302).
- Par élève : le matériel personnel de géométrie.

Calcul mental

Petits problèmes oraux sur les pourcentages.

Exemples :
– Si 15 enfants sur 20 aiment lire des romans, quel pourcentage cela représente-t-il ?
– Une réduction de 20 % est annoncée dans un magasin. Combien va-t-on payer des objets dont les prix sont 100 € ? 30 € ? 50 € ? 12 € ? 150 € ?
– Cette année, l'effectif de l'école est de 200 élèves. 90 sont des garçons. Quel pourcentage de garçons y a-t-il dans l'école ? Quel pourcentage de filles ?
– Le prix d'un article est passé de 100 € à 105 €. Quel pourcentage de son prix initial cette augmentation représente-t-elle ?
– Pour un article de 10 €, que préfères-tu : une baisse de 2 % ou une baisse de 2 € ?
– Pour un article de 20 €, que préfères-tu : une baisse de 20 % ou une baisse de 2 € ?

Remarque

Nous attirons l'attention des enseignants sur la **nécessité de mettre à disposition des élèves des solides géométriques en carton ou en bois** :
– pour que les élèves puissent les observer à loisir et construire des images mentales nombreuses, dynamiques et articulées de chacun d'eux ;
– pour qu'ils puissent vérifier les hypothèses qu'ils font en travaillant sur les représentations planes.

Activité préparatoire

Le professeur dispose les solides sur son bureau face aux élèves et désigne chacun d'eux par une lettre (nous conseillons d'identifier les solides correspondant à ceux de la découverte par les mêmes lettres). Les élèves sont regroupés par 4 ou 5 et disposent d'un jeu de solides. Ils écrivent sur chaque solide la lettre qui le désigne.

■ Première phase

Le professeur fait le portrait d'un solide de son choix. Il peut inscrire les propriétés au fur et à mesure au tableau. Celles-ci concernent les faces (nombre, forme), les sommets (nombre, nombre de faces auxquelles le sommet appartient) et le nombre d'arêtes. Les élèves disposant d'un référentiel de solides, la description peut ne pas être exhaustive.
Exemples :
« Le solide que j'ai choisi est un polyèdre car toutes ses faces sont planes. Il a 6 faces qui sont des triangles. » (hexaèdre B)
« Le solide que j'ai choisi n'est pas un polyèdre, il a 2 faces planes qui sont des disques. » (cylindre E)
Les élèves doivent trouver de quel solide il s'agit. Au signal, ils écrivent la lettre correspondante sur leur ardoise.
La vérification se fait collectivement : pour chaque solide proposé par les élèves, on vérifie s'il a les propriétés données par le professeur pour le garder ou le rejeter. Reprendre plusieurs portraits. Le professeur peut introduire au fur et à mesure le nom des différents solides, mais sans avoir d'exigence à ce sujet vis-à-vis des élèves.

■ Deuxième phase

Jeu du « Qui est-ce ? » : le professeur choisit un solide mais ne dit pas lequel. À tour de rôle, les élèves posent une question à laquelle le professeur répond seulement par « oui » ou par « non ». Lorsqu'un élève pense avoir trouvé le solide choisi, il lève le doigt et donne sa réponse. Si celle-ci est exacte, l'élève explique sa démarche, sinon le jeu continue. Reprendre plusieurs fois.

■ Troisième phase

Les élèves travaillent par groupes de 4 ou 5. Le professeur donne à chaque groupe l'ensemble des solides et propose une situation « retournée » par rapport à l'activité traditionnelle de classement de figures : plusieurs solides du référentiel sont mis ensemble parce qu'ils ont une propriété que les autres n'ont pas ; les élèves doivent trouver cette propriété. Par exemple, le professeur propose de regrouper les solides A et B, les élèves doivent trouver ce qu'ils ont en commun (ce sont des polyèdres qui ont 5 sommets). Autres exemples de regroupements : B, C et I (6 faces) ; B et D (9 arêtes) etc.
Mise en commun : recenser les propriétés trouvées par les élèves. Pour chacune d'elles, faire une vérification collective pour la garder ou la rejeter.

■ Remarque

Seule la connaissance des noms de quelques solides est exigible. Le professeur peut cependant appeler les solides par leur nom, mais il ne doit pas oublier que plusieurs noms sont possibles. Ainsi un cube est un hexaèdre régulier, c'est aussi un prisme droit à base carrée, etc. L'expression « prisme droit » est une expression générique pour tous les solides constitués de 2 faces polygonales superposables situées dans des plans parallèles (les bases) et d'une surface latérale composée d'autant de rectangles que de côtés de chacun des polygones de base.

Découverte

Lecture de l'ensemble de la découverte. Le premier travail collectif consiste à apparier les solides représentés en perspective dans le manuel et les solides en 3 dimensions avec lesquels les élèves ont travaillé pendant les activités préparatoires. Pour chaque représentation, le professeur questionnera les élèves pour leur demander ce qui est « conservé » du solide dans la représentation et ce qui est « perdu ». Par exemple, pour le solide A, on ne voit pas sur la représentation que la base de la pyramide est un carré, etc.

■ Questions 1, 2 et 3

Reprise de l'activité préparatoire. Travail individuel, correction collective pour les questions 1 et 3, individuelle pour la question 2.
Réponse question 1 : **a.** cylindre E ; **b.** hexaèdre B.
Réponse question 2, exemple de portrait :
« C'est un polyèdre, il a 8 faces qui sont des triangles, il a 6 sommets et 12 arêtes. »
Réponse question 3 : les polyèdres A et D ont chacun 5 faces ; ce sont les seuls du référentiel à avoir 5 faces.

■ Question 4

Lecture silencieuse. Il s'agit de prendre conscience que les représentations planes des solides modifient certaines de leurs propriétés.
Réponse : Alice a raison, Leïla a tort pour la représentation en perspective I proposée ici.
Remarque pour le professeur : il existe une représentation en perspective du cube dans laquelle les 12 arêtes ont la même longueur (on appelle cette représentation une perspective isométrique).

Faire lire le texte de la bulle du furet, puis demander aux élèves de chercher pour les autres solides de la découverte les propriétés qui sont conservées sur la représentation et celles qui ne le sont pas.

Conclure avec les élèves

Pour reconnaître un polyèdre parmi plusieurs, il faut repérer le nombre de ses faces, de ses sommets et de ses arêtes ; il faut aussi repérer les formes de ses faces, mais il faut se méfier car, sur les représentations en perspective, certaines propriétés ne sont pas conservées.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• **Exercice 1**

Reprise de la question 3 de la découverte.

Réponses : **a.** I, C et J ont en commun d'avoir 12 arêtes ; **b.** B, J, H : toutes les faces de ces polyèdres sont des triangles.

• **Exercice 2**

Il s'agit de regrouper les propriétés d'un polyèdre sous la forme d'une « fiche d'identité » qui permet de l'identifier parmi plusieurs.

Réponses

C est un parallélépipède rectangle.

D est un prisme droit à base triangulaire.

I est un tube.

J est un octaèdre régulier.

• **Exercice 3**

Distinction du dessin d'un cube et de sa représentation en perspective. À partir de ce dessin, les élèves doivent être capables de dénombrer les sommets et les arêtes que l'on ne voit pas. Le professeur pourra demander d'utiliser les pointillés conventionnels (voir le cube de la découverte) pour montrer les arêtes cachées.

• **Exercice 4**

Entraînement à la « lecture » d'une représentation en perspective.

Réponse : ce solide (qui est un prisme droit à base de trapèze) a 12 arêtes et 6 faces. Si l'on avait un dessin de ce prisme comme celui fait par Qwang à l'exercice 3, quatre faces ne seraient pas visibles.

• **Remue-méninges**

Il a pour but d'entraîner les élèves à s'orienter sur une représentation plane en faisant appel à des repérages locaux. Proposer une vérification sur un cube en 3 dimensions.

Réponse : H.

Trajet : B, F, G, H, E, A, B, C, G, H.

Construire des cubes et des parallélépipèdes rectangles

MANUEL P. 176-177

Objectifs

- Étudier les relations d'adjacence sur un patron. Vérifier en construisant les cubes et les parallélépipèdes rectangles.
- Calculer l'aire d'un parallélépipède rectangle.

Pourquoi cette étape ?

L'étape précédente a permis aux élèves de se remettre en mémoire leurs connaissances sur les solides. Nous leur proposons maintenant une situation consistant à **anticiper**, à partir du patron d'un cube, **les segments qui vont coïncider pour former une arête et les points qui formeront un même sommet** lorsque l'on construira le cube. (Une application technique de ce travail sur les relations d'adjacence est le choix de la position des « languettes » pour la construction d'un solide en carton.) Avec un patron de cube, l'activité d'anticipation s'appuie non sur le repérage de longueurs identiques, comme c'est le cas pour un patron de parallélépipède rectangle (cf. CM1, étape 77), mais sur **l'organisation des différentes faces du cube et leur positionnement relatif.**

Remarque : nous dirons indifféremment « parallélépipède rectangle » ou « pavé droit ».

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Par élève : plusieurs feuilles de papier quadrillé, le matériel personnel de géométrie, des ciseaux, des crayons de couleur, du scotch.

Mise en route

Jeu de portrait sur les solides. Le professeur présente des solides désignés par des lettres. Il en décrit un sans le nommer. Les élèves trouvent lequel.

Voir l'activité préparatoire de l'étape 67.

Découverte

Lecture et commentaire de l'ensemble de la découverte.

Bien expliquer aux élèves qu'il s'agit de prévoir, avant de découper le patron, ce qui va se passer lorsque l'on construira le cube, c'est-à-dire qu'il faut prévoir quelles faces seront adjacentes quand le cube sera construit.

■ Questions 1 et 2

Les élèves ont plusieurs tâches à effectuer qu'il faudra bien distinguer :

– reproduire le patron du manuel sur une feuille quadrillée ;

– puis répondre aux questions 1 et 2.

Question 1 : ils doivent, sans découper, repérer les segments qui coïncideront au montage pour former une arête et les colorier de la même couleur (une couleur par arête) ; un exemple est donné sur le patron.

Question 2 : toujours sans découper, ils doivent chercher les points qui coïncideront au montage pour former un sommet et les colorier de la même couleur (une couleur par sommet) ; un exemple est donné sur le patron.

Travail individuel, confrontation par deux.

■ Question 3

Chaque élève découpe alors son patron et construit le solide pour vérifier ses prévisions.

Erreurs possibles

– Colorier de la même couleur des arêtes (ou des sommets) qui ne coïncident pas.

– Oublier des arêtes ou des sommets.

Le professeur pourra autoriser les élèves qui auraient beaucoup de difficultés à découper le patron et à faire des vérifications au fur et à mesure de leurs prévisions. Il peut faire recenser le nombre d'arêtes et le nombre de faces qui partent d'un sommet et faire constater qu'une arête est toujours commune à 2 faces et que pour un cube, un sommet est commun à 3 faces. (Remarque : quel que soit le polyèdre, une arête est toujours commune à 2 faces, mais un sommet peut-être commun à 3 faces ou plus).

Conclure avec les élèves

Dans un cube, une arête est commune à deux faces, un sommet est commun à trois faces.

Exercices

L'organisation peut être la suivante :

– lecture silencieuse des consignes et reformulation ;

– travail individuel, tout d'abord travail de reproduction sur quadrillage, puis recherche de la réponse à chaque question sans découpage ;

– échange deux par deux pour comparer les propositions et les discuter ;

– vérification individuelle en construisant le solide ;

– mise au point collective après chaque exercice.

Tous les exercices ont pour but de travailler le passage de l'espace au plan et du plan à l'espace et d'affiner les images mentales que les élèves ont des solides. Ils les entraînent à anticiper ce qui se passe lors de la construction d'un solide à partir de son patron.

• Exercice 1

Deux temps : élimination des assemblages qui ne peuvent manifestement pas convenir (5 faces ou 7 faces), puis, pour les autres assemblages, prévision de ce qui va se passer quand on essaiera de construire le cube.

• Exercice 2

Travail d'anticipation analogue à celui de la découverte en focalisant la réflexion sur les faces : trouver sur le patron celles qui seront opposées.

• Exercice 3

Après avoir constaté qu'il manquait des faces aux assemblages pour qu'ils soient des patrons de parallélépipèdes rectangles, les élèves doivent construire les faces manquantes en les positionnant de manière à obtenir des patrons.

• Exercice 4

Il permet de renforcer la propriété pour un pavé d'être constitué de 3 paires de faces rectangulaires superposables. Deux faces différentes sont données, les relations d'adjacence vont permettre aux élèves de trouver les dimensions de la face manquante qui est un rectangle dont la longueur est de 16 carreaux (identique à la longueur du grand rectangle) et la largeur de 12 carreaux (identique à la longueur du petit rectangle).

• Exercice 5

Les élèves doivent choisir, parmi les propriétés du cube, celles qui permettent de répondre aux questions.

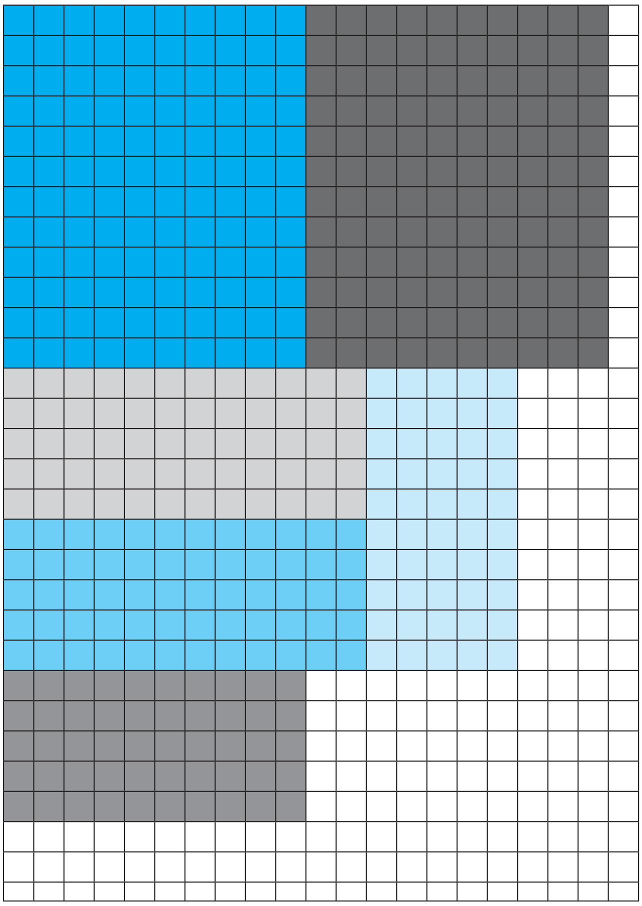
a. Le cube a 12 arêtes de même longueur, donc chaque arête devra mesurer 4 cm.

b. Le cube a 6 faces carrées superposables, chaque face carrée aura une aire de 9 cm^2, donc un côté de 3 cm.

• Exercice 6 **(accompagné par l'enseignant)**

La question **a** permet d'avoir les rectangles nécessaires pour construire le parallélépipède rectangle ; la question **b** permet de calculer l'aire d'un patron du pavé (460 cm^2). La question **c** consiste à agencer les rectangles dans la feuille A4.

Exemple de solution



Aire de la surface utilisée : 460 cm^2.

Aire de la feuille A4 : 623,7 cm^2.

Aire de la surface restante : on peut la calculer soit par différence, soit en la découpant en rectangle.

623,7 – 460 = 163,7 soit 163,7 cm^2.

5 PÉRIODE

ÉTAPE 69

Représentation de données : phénomènes statistiques

MANUEL P. 178-179

Objectif

Faire apparaître des régularités dans l'étude de quelques phénomènes statistiques.

Pourquoi cette étape ?

Comme exemple de phénomènes aléatoires qui font apparaître des régularités, nous allons étudier les fréquences d'apparition des lettres de l'alphabet dans des textes en français ou en anglais.

1 SÉANCE

Mise en route

Jeu de portrait sur les solides. Le professeur présente des solides désignés par des lettres. Il en choisit un sans dire lequel. Les élèves posent des questions pour le trouver.

Il s'agit d'entraîner les élèves à utiliser à bon escient le vocabulaire géométrique dans une situation de communication et de traiter des informations. Le professeur pourra refuser des questions telles que « le solide est-il un cube ? »

Découverte

Montrer, ou rappeler, ce qu'est le jeu de scrabble et, si possible, faire jouer les élèves à ce jeu (en dehors des heures de mathématiques). Préciser qu'il existe des versions de ce jeu dans diverses langues.

■ Question 1

Travail individuel et mise au point collective.
La lecture des valeurs des lettres au jeu de scrabble dans les deux langues confirme la déclaration de Théo. Le professeur pose alors la question : « Pourquoi ? ».
Pour valider l'argument selon lequel c'est à cause de la fréquence différente des lettres selon la langue que les valeurs de ces lettres varient, le professeur propose de passer à la question 2.

■ Question 2

Travail individuel et mise au point collective.
Les deux textes traitent le même sujet. Les lettres « k » et « w » n'apparaissent pas dans le texte français ; « k » apparaît 2 fois et « w » 4 fois dans le texte anglais.
Sans tirer de conclusions générales, on peut raisonnablement penser que « k » et « w » sont plus fréquemment employés en anglais qu'en français, ce qui explique leur « moins-value » dans le scrabble anglais.
On remarquera que la langue anglaise est significativement plus concise en signes (248 contre 314 signes).

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

● Exercice 1

a. Prolongement de la découverte avec une « base de données » portant sur des textes de 10 000 lettres.

<u>Réponse</u>
La lettre « k » apparaît 63 fois en anglais et 5 fois en français.
La lettre « w » apparaît 189 fois en anglais et 5 fois en français.
On a bien confirmation de ce que l'on pressentait lors de la découverte.

b. Il s'agit de lecture de graphique. Les élèves doivent faire le lien entre les bâtons et les données inscrites dans l'un des deux tableaux.

<u>Réponse</u>
Quelques arguments permettant de décider que le graphique représente le tableau relatif au texte français :
– la colonne de la lettre w devrait être approximativement la même que celle de la lettre b ou celle de la lettre y si on avait affaire au tableau du texte anglais, ce qui n'est pas le cas ;
– les lettres u et o ont approximativement le même nombre d'apparitions dans le texte français alors que la lettre o est trois fois plus employée que la lettre u dans le texte anglais.
Dans le graphique, pour ces deux lettres les hauteurs des colonnes sont proches ce qui nous permet de conclure qu'il s'agit du texte en français.
Le graphique peut être complété avec l'indication de l'unité de référence : pour la lettre e, 1 726 correspond à 8 graduations, ce qui fait environ 215 pour une graduation.

● Exercice 2

<u>Réponses</u> : **a.** sans doute fausse ; **b.** sans doute vraie ; **c.** risquée ; **d.** sans doute vraie.

● Exercice 3

Les dictionnaires ne mettent pas les mots au pluriel, ce qui explique que, dans un texte, on retrouvera plus de « s » que dans les mots définis du dictionnaire.

● REMUE-MÉNINGES

Exemple : « Il est difficile d'écrire un tel texte. Je crois que c'est possible. Toutefois, c'est long pour en trouver un ! »
À vous de jouer…

ÉTAPE 70

D'autres polyèdres : prismes et pyramides

MANUEL P. 180-181

Objectifs

- Prévoir les polyèdres obtenus par section d'un cube par un plan.
- Construire divers polyèdres à partir de leurs faces et étudier les relations d'adjacence.

Pourquoi cette étape ?

Un travail sur d'autres polyèdres est nécessaire pour que les élèves prennent conscience des propriétés spécifiques des polyèdres usuels.

Dans cette étape, nous proposons aux élèves de travailler à partir des solides obtenus en « coupant » des cubes et des parallélépipèdes rectangles.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Pour la classe : des cubes et des parallélépipèdes rectangles en polystyrène ou éventuellement en pâte à modeler. Si l'école en possède, des boîtes de sections de cubes.
• Par élève : plusieurs feuilles de papier quadrillé, le matériel personnel de géométrie, des ciseaux, des crayons de couleur.

Calcul mental

Jeu du nombre caché. Le professeur choisit un nombre décimal sans dire lequel. Les élèves doivent trouver le nombre caché. Les seules questions autorisées sont : « Est-il plus grand que… » ou « Est-il plus petit que… ».

Les élèves doivent prendre en compte les informations reçues progressivement pour trouver le nombre. Le professeur peut leur proposer d'utiliser une droite graduée pour traduire graphiquement les informations reçues.

Exemple : nombre choisi 7,42.

Nombre proposé 5 ; réponse du professeur « trop petit » ; les élèves peuvent hachurer le segment [0 ; 5].

Nombre proposé 10 ; réponse du professeur « trop grand » ; les élèves peuvent hachurer la demi-droite à droite de 10.

Nombre proposé 8 ; réponse du professeur « trop grand » ; les élèves peuvent hachurer le segment [8 ; 10]. Etc.

Activité préparatoire

Les élèves doivent prévoir la forme globale des deux polyèdres obtenus lorsque l'on coupe en deux parties un cube suivant un plan, ainsi que la forme de la surface obtenue dans le plan de coupe.

Cette activité est menée en collectif. Laisser le manuel, ouvert à la page 180, à disposition des élèves pour qu'ils puissent effectuer aisément leurs prévisions.

Le professeur annonce qu'il va couper en deux plusieurs cubes en polystyrène avec un couteau (ou une scie), et ceci de différentes manières (coupes suivant un plan médian, suivant un plan diagonal ou suivant un plan contenant les diagonales de 3 faces ayant un sommet commun ; il s'agit des coupes correspondant à la découverte). À chaque fois, il explique comment il va couper le cube et demande aux élèves de prévoir parmi les polyèdres A, B, C, D, E, ou F de la découverte, les deux polyèdres qu'il obtiendra, ainsi que la forme de la surface de coupe.

Les propositions sont listées.

Le professeur effectue la découpe pour valider ou réfuter les propositions.

Le travail peut être repris en choisissant d'autres plans de coupe ou en coupant un parallélépipède rectangle.

Découverte

Lecture et commentaire du texte introductif de la découverte.

Question a : prolongement de l'activité préparatoire faisant intervenir les représentations planes des solides obtenus. Travail individuel ; nous suggérons au professeur de différer la correction qui sera effectuée par les élèves lors de la question **e**.

Questions b et c : étude des liens entre les représentations en perspective cavalière et les patrons ; les élèves investissent des compétences développées au cours de l'étape 68 en les transférant au cas d'autres polyèdres. Travail individuel, confrontation des réponses par deux, puis mise en commun en demandant aux élèves d'expliciter leur démarche et d'argumenter leurs réponses. Vérification par construction des polyèdres.

Question d : les élèves recherchent des informations nécessaires pour construire le solide B ; en effet, ils doivent identifier qu'il s'agit d'un parallélépipède correspondant à une moitié du cube, donc ses dimensions sont 8 cm × 8 cm × 4 cm.

Question e : vérification des prévisions effectuées en **a** et de la qualité des constructions effectuées dans les autres questions.

Exercices

L'organisation peut être la suivante :
– lecture silencieuse des consignes et reformulation ;
– travail individuel, puis par deux, pour comparer les propositions et les discuter ;
– vérification en construisant le solide ;
– mise au point collective après chaque exercice.

Les exercices font travailler le passage du plan à l'espace et de l'espace au plan. Ils affinent les connaissances implicites que les élèves ont des solides en les entraînant à anticiper ce qui se passe lors de la construction d'un solide à partir de son patron.

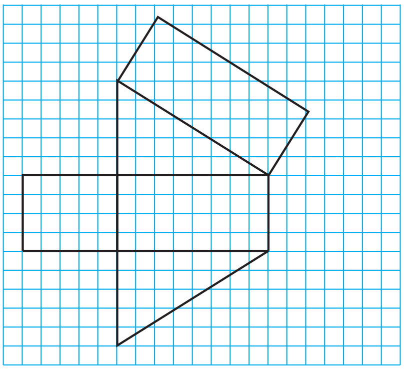
- **Exercice 1**

Il manque deux faces : un triangle rectangle et un rectangle dont les dimensions sont aisées à retrouver à l'aide des figures adjacentes du patron.

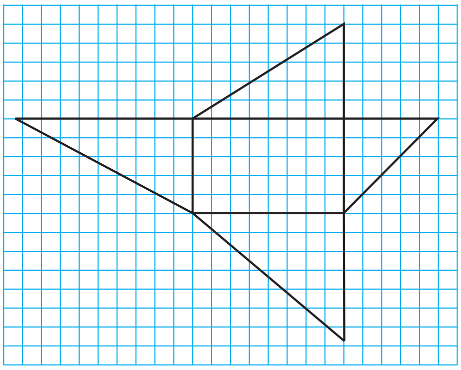
- **Exercice 2**

Il manque une face triangulaire, les relations d'adjacence permettent d'en connaître les dimensions : c'est un triangle rectangle isocèle dont les côtés de l'angle droit mesurent 2,5 cm sur 2,5 cm ; il peut se placer à divers endroits.

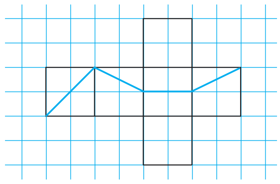
Exemple de patron pour l'exercice 1



Exemple de patron pour l'exercice 2



- **Remue-méninges**



ÉTAPE 71

Volume du pavé

MANUEL P. 182-183

Objectifs

- Comprendre le lien entre les notions de volume et de contenance.
- Se familiariser avec la formule de calcul du volume dans le cas particulier du parallélépipède rectangle, appelé aussi pavé droit.

Pourquoi cette étape ?

- Les élèves ont travaillé la notion de contenance à l'étape 59 (le terme « contenance » désigne le *volume* intérieur d'un récipient). Nous abordons maintenant la notion de volume d'un parallélépipède rectangle par remplissage avec des cubes unités, de manière à donner du sens à la formule de calcul du volume dans ce cas particulier et de comprendre **l'équivalence entre 1 dm³ et 1 000 cm³**. Les élèves vont pouvoir ainsi s'entraîner à quelques conversions d'unités.

La notion de volume est complexe, un certain nombre de manipulations sont essentielles pour pouvoir envisager la tridimensionnalité de cette notion.

- Le lien entre les unités de contenance et celles de volume, et tout particulièrement **l'équivalence fondamentale entre le litre et le dm³**, est abordé en activité préparatoire et dans les exercices.
- Les régularités dues à la **compatibilité du système métrique avec l'écriture décimale numérique** sont revues une nouvelle fois.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL
- Récipients divers : verre mesureur, bouteille de 1 L, cubes en carton ou en plastique dont un de 10 cm de côté, boîtes parallélépipédiques.
- Du sable ou de l'eau en fonction des installations disponibles.
- Des cubes unités de 1 cm de côté (appelés parfois centicubes) si l'école en possède, des boîtes de sucre (remplies de petits morceaux de sucre cubiques).

Calcul mental

Jeu de portrait sur les nombres entiers ou décimaux.

Exemples :

– C'est un nombre décimal compris entre 40 et 50 ; il a deux chiffres après la virgule ; le chiffre des unités est le double de celui des dizaines ; le chiffre des dixièmes est la moitié de celui des dizaines ; si on le multiplie par 4, il devient entier.

– C'est le nombre décimal « juste au milieu » entre 2 et 2,1.

– C'est un nombre décimal qui a deux chiffres après la virgule ; il est compris entre 0 et 1 ; il a deux chiffres identiques ; la somme de ses chiffres est 12.

Activité préparatoire

C'est la mise en scène effective de l'activité évoquée dans la découverte. Les élèves vont faire des expériences pour réaliser ce qui va être « mesuré » lorsque l'on parle de volume.

■ Première phase

Travail en ateliers tournants, par groupes de 4 à 6 élèves.

Atelier 1

Présenter le matériel, le distribuer et demander aux élèves de regrouper les objets qui ont la même contenance, en faisant des transvasements (avec du sable ou de l'eau par exemple).

Mise en commun et conclusion : une boite cubique d'arête 1 dm contient 1 L de sable (ou d'eau).

Atelier 2

Donner au groupe une boîte de sucre pleine (remplie de morceaux cubiques de 1 cm de côté) et quelques sucres. Demander aux élèves de mesurer l'arête des cubes de sucre. Constater que la mesure trouvée pour l'arête est proche de 1 cm. Leur demander alors de mesurer les dimensions de la boîte et de prévoir (sans les compter un à un) le nombre de morceaux de sucre contenus dans la boîte.

Mise en commun : recensement du nombre de couches (3), puis calcul du nombre de morceaux par couches (7 × 12), soit 3 × 7 × 12 morceaux, c'est-à-dire 252 morceaux.

Conclure : le volume d'un cube d'arête 1 cm s'appelle un « centimètre cube » et est noté 1 cm³. Si l'on choisit le cube d'arête 1 cm pour unité de volume, la mesure du volume intérieur de la boîte de sucre est 252 cm³. Pour obtenir cette mesure, on a multiplié entre elles les 3 dimensions de la boite.

Deuxième phase

Détermination du volume intérieur de plusieurs boîtes parallélépipédiques, dont la boîte cubique d'arête 1 dm. Les élèves prévoient le volume en le calculant pendant qu'un groupe effectue la manipulation en utilisant des morceaux cubiques de sucre de 1 cm d'arête (ou des centicubes).
Pour le cube, constater qu'il faut 10 couches contenant chacune 10 × 10 cubes unités, soit 1 000 cubes unités.
Conclure que le volume intérieur d'une boîte parallélépipédique est obtenu en multipliant les 3 dimensions de la boîte. Ce nombre s'appelle le volume du parallélépipède.
Le volume d'un cube d'arête 1 dm s'appelle un « décimètre cube » et se note 1 dm^3. Ce cube contient 1 000 cube unités, on a donc 1 dm^3 = 1 000 cm^3.
La première phase a permis d'établir que le cube d'arête 1 dm contenait 1 L, on a donc l'équivalence entre 1 L et 1 dm^3.

Découverte

Lecture et observation du texte introductif et de la photo : les élèves font le lien avec l'activité préparatoire.

Questions 1 et 2

Travail individuel. Retour à la manipulation si nécessaire. Correction collective.

Questions 3 et 4

Commenter la bulle du furet en précisant que les lettres a, b et c désignent les dimensions du parallélépipède, données avec la même unité.

Travail individuel et correction collective. Nous suggérons au professeur de reporter la conclusion en fin d'étape.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 58).

• Exercices 1 et 2

Utilisation de la formule de calcul du volume d'un pavé.

Réponse exercice 1 : 90 × 60 × 50 = 270 000 cm^3.

Réponse exercice 2 : 12 × 15 × ? = 1 260 cm^3, soit encore 180 × ? = 1 260. La hauteur de la boite est 7 cm.

• Exercice 3

Équivalences entre les unités de volume.

Réponses

a. Il faut 100 × 100 × 100 cubes d'arête 1 cm pour remplir le cube d'arête 1 m.

b. 1 m^3 = 1 000 000 cm^3.

• Exercice 4

Équivalences entre les unités de volume à l'aide, si nécessaire, d'un tableau de conversion.

Réponses

a. 1 dm^3 = 1 000 cm^3 1 cm^3 = 0,001 dm^3

b. 1 m^3 = 1 000 dm^3 1 dm^3 =0 ,001 m^3

c. 1 cm^3 = 1 000 mm^3 1 mm^3 = 0,001 cm^3

• Exercices 5 et 6

Familiarisation avec l'équivalence fondamentale entre le litre (unité de contenance) et le décimètre cube (unité de volume) et compréhension des deux systèmes de conversion (de 10 en 10 pour les contenances exprimées en L, de 1 000 en 1 000 pour les volumes exprimés en dm^3).

Réponse exercice 5 : $\frac{1}{2}$ dm^3 soit 500 cm^3.

Réponses exercice 6 : **a.** 1 m^3 = 1 000 dm^3, donc un récipient de 1 m^3 contient 1 000 L.

b.

Volume	1 m^3	1 dm^3	1 cm^3	1 mm^3
Contenance	1 000 L	1 L	0,1 cL	0,01 mL

• Exercices 7 et 8

Réinvestissement des connaissances sur le calcul du volume du pavé et sur les équivalences et conversion d'unités pour résoudre divers problèmes contextualisés.

Réponse exercice 7

Volume de la boîte : 30 × 5 × 10 = 1 500 cm^3

1 500 cm^3 = 1,5 dm^3

Contenance en litres : 1,5 L

Réponse exercice 8

25 cL = 0,25 L = 0,25 dm^3 = 250 cm^3

• Exercices 9 et 10

Lien entre la masse de l'eau et son volume : 1 L d'eau occupe un volume de 1 dm^3 et pèse 1 kg

Réponse exercice 9

Volume de la piscine : 25 × 10 × 1,5 = 375 m^3

La masse dans la piscine est donc 375 tonnes.

Réponse exercice 10

La masse d'eau dans la piscine correspond à la masse de 100 semi-remorques.

Conclure avec les élèves

> Le volume d'un parallélépipède rectangle de dimension a, b et c exprimées dans la même unité est donné par la formule : V = a × b × c
> Un récipient qui contient 1 L a un volume de 1 dm^3.

• Remue-méninges

Réponse

Volume d'eau dans le premier aquarium :

30 × 30 × 4 = 3 600 cm^3

Volume d'eau dans le second aquarium :

20 × 20 × ? = 3 600

400 × ? = 3 600

La hauteur dans le second aquarium est donc 9 cm.

Calcul automatisé, calcul réfléchi

MANUEL P. 185

Objectif

Effectuer, mentalement ou avec l'aide de l'écrit, des calculs sur des nombres entiers, en utilisant de façon implicite les propriétés des nombres et des opérations.

Pourquoi cette étape ?

Il s'agit d'entretenir les compétences des élèves à effectuer des calculs élémentaires.

1 SÉANCE
MATÉRIEL • Par élève : une fiche autocorrective (p. 254)

Calcul mental

Jeu de recto verso multiplicatif.
Voir étape 8.

Exercices

Déroulement, voir p. 58.

• **Exercice 1**
Automatisation de certaines procédures de calculs de produits en s'appuyant sur les propriétés des opérations.

Exemples de procédures
a. $15 \times 11 = (15 \times 10) + 15$
b. $15 \times 9 = (15 \times 10) - 15$
c. $14 \times 12 = (14 \times 10) + (14 \times 2)$
d. 14×15 c'est la moitié de 14×30
ou $14 \times 15 = (14 \times 10) + (14 \times 5)$
e. $13 \times 21 = (13 \times 20) + 13$
f. $13 \times 19 = (13 \times 20) - 13$

• **Exercice 2**
Automatisation de divisions d'un nombre « familier » par 5, 2, 10 et certains multiples de 10, appui sur ces résultats pour trouver d'autres divisions de nombres proches.

• **Exercice 3**
Production de différentes écritures des nombres.

• **Exercice 4**
Recherche rapide du double, de la moitié, du quadruple, du quart, du triple et du tiers de certains nombres.
Les procédures de calcul utilisées pour la recherche des quadruples ou des quarts passent par la recherche du double du double ou de la moitié de la moitié. Certains élèves peuvent effectuer des additions réitérées pour les calculs des doubles et des triples.

• **Exercice 5**
Adaptation de procédures de calcul réfléchi aux grands nombres.

ÉTAPE 72

Les différents quotients : entier ou décimal, exact ou approché

MANUEL P. 186-187

Objectifs

- Identifier les situations dans lesquelles il faut utiliser la division euclidienne et celles dans lesquelles il faut chercher un quotient décimal exact ou approché.
- Réfléchir aux approximations pertinentes.

Pourquoi cette étape ?

Différents quotients ont déjà été abordés : le quotient entier dans la division euclidienne d'abord, puis les quotients décimaux (de deux nombres entiers). La reprise de ces activités va aider les élèves à **déterminer le type de quotient approprié comme solution d'un problème de division en fonction du contexte et de la question posée**. Les notions de valeurs approchées au dixième près, au centième près, par défaut, par excès sont également précisées.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 À 3 • **SÉANCE 2** EXERCICES 4 À 12
MATÉRIEL • Par élève : une calculatrice.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit quatre nombres décimaux, puis les cache. Après une dizaine de secondes, il cite deux entiers consécutifs. Les élèves écrivent le ou les nombres retenus qui sont situés entre les deux entiers.

Il s'agit d'entraîner les élèves à intercaler des nombres décimaux entre des entiers. La mise en scène sous forme de jeu de mémoire augmente l'enjeu de cette activité. Les nombres décimaux choisis ne doivent pas avoir plus de 2 ou 3 chiffres significatifs de manière à pouvoir être mémorisés.

Exemple : 3,5 ; 0,3 ; 30,4 ; 3,04 ; 4,3

Nombres entiers consécutifs : 3 et 4

Découverte

Cette situation permet de donner un sens à la division décimale : lorsque l'on répartit 15 L d'eau dans 11 récipients, le reste de la division euclidienne de 15 par 11 correspond à 40 dL qui peuvent être répartis dans les 11 récipients et ainsi de suite. La nouvelle question est de savoir jusqu'à quelle approximation il est intéressant de connaître le quotient décimal.

■ Question 1

a. S'assurer que le centilitre est bien connu. Travail individuel. Différer la correction à l'issue de la question 1b.

b. Faire lire les bulles et s'assurer de leur compréhension. Certains élèves reconnaîtront leur méthode dans l'une des deux procédures, d'autres non.

Correction collective. Mettre en évidence que, comme on s'arrête aux centilitres, il reste un peu d'eau mais il s'agit d'une quantité négligeable dans ce contexte.

Réponses

c. 1,36 litres

d. Il reste 0,04 litres, soit 4 cL.

■ Question 2

Ce sont les deux mêmes opérations avec les mêmes nombres, mais le contexte oblige à ne pas aller au-delà de la virgule pour le second problème.

Réponses

Problème 1 : cela a du sens de partager le reste. Le résultat est 4,545 mètres au millimètre près.

Problème 2 : la réponse s'obtient par division euclidienne. Le résultat est 4.

Conclure avec les élèves

Consolider la compréhension de l'expression « résultat au centième près par défaut » en donnant l'exemple de 15 divisé par 11 : le quotient approché par défaut est 1,36.

> En lisant le problème, on peut prévoir si l'on doit donner un quotient entier ou s'il faut prolonger la division pour obtenir un quotient décimal.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56). L'usage de la calculatrice est à moduler en fonction de la finalité des exercices et du niveau de la classe.

• Exercices 1, 2 et 3

Familiarisation avec les notions de quotient décimal exact ou approché et avec les expressions « valeur approchée au dixième près, au centième près, par défaut ».

Réponses exercice 1

a. 3,4 ; 17,5 ; 108,4 ; 7 ; 12

b. 3,5 ; 17,5 ; 108,5 ; 7,1 ; 12

Réponse exercice 2 : 12,75 ; c'est un quotient décimal exact.

Réponse exercice 3 : la calculatrice affiche 51.17647 ; le quotient au centième près par défaut est donc 51,17.

• Exercices 4 à 12

Il s'agit de réfléchir au type de quotient à donner et à l'approximation à choisir en fonction de la question posée et du contexte.

Exercice 4

Exercice formel pour bien comprendre les trois cas. Seuls les deux premiers exemples numériques permettent un partage équitable.

Réponses :

a. Oui, chacun reçoit 79 €.

b. Oui, chacun reçoit 98,5 €.

c. Non, chacun reçoit 56,42 € et il reste 0,06 €.

Exercice 5

Recherche du nombre de parts : c'est donc le quotient entier qui doit être donné comme résultat.

– La division euclidienne de 750 par 18 donne $750 = (18 \times 41) + 12$

Martin a donc besoin de 42 sachets ; 41 sont pleins, il manque 6 g de graines (18 – 12) pour que le dernier le soit.

– Si les élèves utilisent la calculatrice : la division de 750 par 18 donne 41,666666…. L'interprétation liée au problème posé nous conduit à décider que ce qui convient est l'entier supérieur le plus proche. Ce qui permet de conclure qu'il faut 42 sachets (quotient entier par excès) : 41 sachets de 18 grammes de graines et 1 sachet qui ne sera pas plein.

Exercice 6

Dans un contexte de distribution (valeur d'une part), avec changement d'unité, il s'agit de diviser 4 par 26 et de donner le résultat au centilitre le plus proche.

Réponse : 0,15 L.

Exercice 7

Dans un contexte de recherche du nombre de parts, l'interprétation ne peut être la même qu'à l'exercice 6 : c'est le quotient entier qui doit être donné comme résultat.

4 litres font 400 centilitres.

– La division euclidienne de 400 par 26 donne $400 = (26 \times 15) + 10$; ce qui fait 15 verres pleins.

– Si les élèves utilisent la calculatrice : 400 divisé par 26 donne 15.38461. Mais le nombre de verres doit être entier.

Réponse : 15 verres.

Exercice 8

Recherche du nombre de parts : c'est le quotient entier qui doit être donné comme résultat.

– La division euclidienne donne $100 = (15 \times 6) + 10$; on peut remplir 6 flacons.

– Si les élèves utilisent la calculatrice : 100 divisé par 15 donne 6.6666666.

Réponse : 6 flacons.

Exercice 9

Recherche de la valeur d'une part, 360 divisé par 25 donne 14,4. C'est un quotient décimal exact. Il y aura 14,4 grammes de paprika dans chaque sachet.

Réponse : 14,4 g.

Exercice 10

Recherche du nombre de parts : l'interprétation du problème nous conduit à choisir le quotient entier.

– La division euclidienne de 1 000 par 34 donne $1\,000 = (34 \times 29) + 14$; 29 élèves peuvent partir.

– Si les élèves utilisent la calculatrice : 1 000 divisé par 34 donne 29.411764, donc 29 élèves peuvent participer au voyage.

Réponse : 29 élèves.

Exercice 11

Recherche de la valeur d'une part : $1\,560 = (32 \times 48) + 24$. On peut partager le reste, 24 €, jusqu'aux centimes : $1\,560 = 32{,}5 \times 48$.

Réponse : 32,5 € est un quotient décimal exact.

Exercice 12

Réponses

a. 18,25 (exact) ; 2,57 (approché) ; 12,75 (exact).

b. 6,346 (approché) ; 11,375 (exact) ; 56,833 (approché).

ÉTAPE 73

Division d'un nombre décimal par un nombre entier

MANUEL P. 188-189

Objectif

Comprendre que la division avec un dividende décimal prolonge la division décimale de deux nombres entiers.

Pourquoi cette étape ?

Dans certaines situations, le partage le plus équitable possible d'une grandeur exprimée par une mesure décimale est nécessaire. Les outils dont les élèves disposent à ce moment de l'année vont leur permettre de passer d'une activité de réflexion (calcul réfléchi) à l'élaboration d'un procédé de calcul algorithmisé pour déterminer le quotient lorsque le dividende est décimal.

2 SÉANCES • SÉANCE 1 DÉCOUVERTE • SÉANCE 2 EXERCICES
MATÉRIEL • Par élève : une calculatrice.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit cinq nombres entiers ou décimaux, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres obtenus en multipliant par 10 (par 100) les nombres cachés.

Les nombres décimaux choisis ne doivent pas avoir plus de 2 ou 3 chiffres significatifs de manière à pouvoir être mémorisés.

Découverte

■ Question 1

a. La réponse est obtenue par calcul réfléchi 1×3 ; $1{,}4 \times 3$; 12×3. Les réponses 1 et 12 sont à rejeter.

b. Travail individuel. Observer les procédures de chacun. La multiplication à trou par essais successifs est une procédure probable.

Différer la correction à l'issue de la question 2a.

■ Question 2

Théo travaille en faisant des essais ; Alice change d'unités ; Leïla cherche à utiliser au mieux l'algorithme de la division en l'adaptant.

Faire le lien entre ces procédures et ce que l'on a pu observer lors du travail individuel en 1b.

a. Selon la classe et le travail de chaque élève, on pourra faire terminer le travail de un ou des trois enfants du manuel.

b. Longueur en mètres (approchée au mètre près par défaut) : 1 416 m. Longueur en kilomètres (approchée au millième près par défaut) : 1,416 km.

c. $4\,250 = (3 \times 1\,416) + 2$; $4{,}25 = (3 \times 1{,}416) + 0{,}002$.

Conclure en montrant que la méthode de Leïla permet de trouver le quotient décimal en prolongeant la méthode utilisée pour les entiers.

Mettre en évidence la disposition de la page 188 avec la nécessité de mettre la barre verticale assez loin du dividende lorsque l'on prévoit de continuer la division après la virgule.

■ Question 3

La séquence tapée donne 1,4166666. Au décimètre près par défaut, le résultat est donc : 1,4166 km.

■ Question 4

Ce travail peut être contrôlé par la calculatrice.

<u>Réponse</u> : Qwang a raison.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56). L'usage de la calculatrice est à moduler en fonction de la finalité des exercices et du niveau de la classe.

Tous les exercices visent à entraîner les élèves à la technique usuelle de division, proposée par Leïla.

• Exercice 1

<u>Réponses</u>

a. 2,5 (2,50 est inutile ; quotient exact) ; 2,54 (quotient exact).

b. 8,16 (approché) ; 40,2 (exact).

c. 4,87 (approché) ; 2,85 (exact).

• Exercice 2

<u>Réponses</u>

a. 14,23 (approché).

b. En poursuivant, on obtient une suite de 3.

• Exercice 3

<u>Réponse</u> : **b.** 45,33 euros.

• Exercice 4

Le reste de la division euclidienne de 142 par 6 est 4. En divisant 142,8 par 6, on aura donc à diviser 48 dixièmes par 6 ce qui donne exactement 8 dixièmes. Le quotient de 142,8 par 6 sera donc exact.

<u>Réponses</u> : **a.** 23,66 ; **b.** 23,66666… ;

c. quotient exact : 23,8

• Exercice 5

Les prévisions peuvent se faire par multiplication à trou pour **a**, en imaginant ou en écrivant la division pour **b** et peut-être en identifiant $\frac{2}{5}$ à $\frac{4}{10}$ en **c**.

Réponses : **a.** 20 ; **b.** 0,333... ; **c.** 0,4

• **Exercice 6 et 8**

Problèmes de divisions décimales dans différents contextes.

Réponse exercice 6 : 1,75 kg

Réponse exercice 8 : 13,65 km.

• **Exercice 7**

Problème de multiplication (pour maintenir la vigilance).

Réponse : 67,5 litres.

ÉTAPE 74

Les échelles : réduction, agrandissement

MANUEL P. 190-191

Objectifs

- Utiliser la proportionnalité et ses propriétés dans des situations de réduction ou d'agrandissement.
- Comprendre la notion d'échelle.

Pourquoi cette étape ?

- Les situations de proportionnalité trouvent là un nouveau contexte important dans les pratiques sociales : le travail sur les échelles est lié à tout ce qui est du domaine de la représentation, du schéma, du croquis, du plan, des cartes dès lors qu'il faut conserver le **contrôle des mesures de longueur**.

Nous réservons donc deux étapes à ce travail.

- Nous souhaitons aussi faire prendre conscience que les marges d'erreurs inévitables dans tout travail de mesurage sur un plan entraînent des marges d'erreurs pour les distances réelles qu'il convient de quantifier.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICE 1 • **SÉANCE 2** EXERCICES 2 À 4

MATÉRIEL • Pour la classe : si possible, un modèle réduit de voiture à l'échelle 1/43.
• Par élève : une calculatrice, un double-décimètre.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit cinq nombres entiers ou décimaux, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres obtenus en divisant par 10 (par 100) les nombres cachés.

Les nombres décimaux choisis ne doivent pas avoir plus de 2 ou 3 chiffres significatifs de manière à pouvoir être mémorisés.

Découverte

A. Réduction

Le professeur pourra évoquer le terme « modèle réduit » utilisé par les amateurs de jouets. La voiture miniature mesure 11,2 cm de long et 3,4 cm de haut (on remarquera que la photo ne respecte pas les mesures affichées).

Question 1

Le professeur fait lire la question et ce que dit Leïla. S'il dispose d'un modèle réduit, le faire observer et faire remarquer l'inscription « échelle 1/43 ».

S'assurer que l'explication de Leïla est comprise par tous.

Travail individuel : retrouver les dimensions réelles de la DS19 (la voiture elle-même et non sa représentation sur l'image).

Procéder à la mise en commun avant de passer à la question 2.

Procédures envisageables

– Remarquer que 1 cm sur le modèle représente 43 cm dans la réalité, puis utiliser implicitement la proportionnalité pour chercher les dimensions de la voiture réelle.

Voiture miniature en cm	Voiture réelle en cm
1	43
11,2	?
3,4	?

– Appliquer directement l'information « 43 fois plus grande ».

11,2 × 43 = 481,6 soit 4,816 mètres.

3,4 × 43 = 146,2 soit 1,462 mètres.

Question 2

Après un temps de travail individuel, puis par deux, le professeur pourra engager la mise en commun.

a. Relever les réponses des élèves en leur demandant de les argumenter.

Procédures observées

– La DS à l'échelle 1/18 est plus petite car 18 est plus petit que 43 ; procédure erronée qui permettra d'engager le débat entre les élèves.

– 1/18 cela veut dire que 18 cm de la voiture réelle sont représentés par 1 cm sur le modèle réduit ; 1/43 cela veut dire que 43 cm de la voiture réelle sont représentés par 1 cm sur le modèle réduit. Moins de centimètres sont

représentés par la même longueur, donc 1/18 est un modèle plus grand.
– Pour obtenir les mêmes dimensions réelles, il faut multiplier par 18 au lieu de 43, ce qui signifie que les dimensions du modèle réduit sont plus grandes.

b. C'est le problème inverse du problème posé dans la question 1.

Procédures envisageables
– Utiliser la proportionnalité en développant un raisonnement qui peut s'illustrer de cette manière.

Voiture miniature en cm	Voiture réelle en cm
1	18
?	481,6
?	146,2

– Chercher combien de fois 18 est contenu dans 481,6.
Si le professeur observe que la division de 481,6 par 18 semble difficile aux élèves, il pourra suggérer de chercher les dimensions en millimètres.
– Raisonner directement : pour avoir les dimensions du modèle réduit, il suffit de diviser les dimensions réelles par 18.

Réponses
481,6 divisé par 18 donne 26,7 cm (au mm près par défaut).
146,2 divisé par 18 donne 8,1 cm (au mm près par défaut).

B. Agrandissement

Cette fois, ce qui est photographié est, dans la réalité, plus petit puisqu'il s'agit d'un chromosome.

Faire lire individuellement la partie B, y compris la bulle du furet.

Explication et mise au point collective. Chaque élève essaie ensuite de répondre à la question. Pour cela, il doit mesurer avec la règle graduée un chromosome. Le chromosome X, à droite, mesure environ 5 cm (50 mm) sur la photo. En réalité, il mesure 11 500 fois moins Pour information, il mesure donc approximativement 0,00434 mm. On n'exige pas une telle précision, c'est l'ordre de grandeur qui nous intéresse ici.

Démarche possible
Procéder par élimination (test d'hypothèses) : si le chromosome mesurait 1 mm dans la réalité, cela voudrait dire qu'on est passé de 1 mm à 50 mm, donc que l'échelle est × 50. On est loin des × 11 500 ! Le chromosome est donc bien plus petit qu'un millimètre. Etc.

Conclure avec les élèves

• Pour représenter des objets, réaliser des maquettes, etc. (sans déformer), on réduit ou on agrandit toutes les dimensions de la même manière, en les divisant ou en les multipliant par un même nombre.
• L'échelle permet de passer des dimensions de l'objet représenté à celles de l'objet réel et réciproquement.
• Lorsque l'on réduit, l'échelle est souvent donnée par une fraction de numérateur 1 (par exemple 1/43).
• Lorsque l'on agrandit, l'échelle est donnée par un coefficient multiplicatif (par exemple × 11 500).

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56). L'usage de la calculatrice est à moduler en fonction de la finalité des exercices et du niveau de la classe.

• Exercice 1

Le segment [MN] mesure 5 cm, soit 50 mm.

Les questions **a**, **c**, **e** et **g** sont des problèmes de multiplication identiques au problème posé dans la question A de la découverte.

Réponses
L'objet réel mesurerait : **a.** 500 cm ; **c.** 1 250 m ; **e.** 2 500 m ; **g.** 10 km.

Les questions **b**, **d**, **f** et **h** sont des problèmes de division identiques au problème posé dans la question B de la découverte. La calculatrice sera une aide utile pour effectuer les divisions de 50 mm par l'échelle donnée.

Réponses
L'objet réel mesurerait : **b.** 0,5 mm ; **d.** 2 mm ; **f.** 0,05 mm ; **h.** 0,005 mm.

• Exercice 2

Exercice d'entraînement.

Réponses

Distance sur la carte	1 cm	12 cm	0,5 cm	6 mm	7,5 cm	1 mm
Distance réelle	2 km	24 km	1 km	1,2 km	15 km	200 m

• Exercice 3

Réponses
C'est le segment [BC] dont la longueur est 5 cm.
a. Si 2 cm sur la figure réduite représentent 5 cm sur le modèle, alors 1 cm sur la figure réduite représente 2,5 cm sur le modèle.
L'échelle est 2/5. (Un numérateur 1 ne serait pas pratique ici.)
b. Si 8 cm sur la figure agrandie représentent 5 cm sur le modèle, alors 1 cm sur la figure agrandie représente 0,625 cm sur le modèle. 1 cm sur le modèle correspond à 1,6 cm sur la figure agrandie.

Exercice 4

Réponses
a. Sur la photo, la pile P2 du pont mesure 2,8 cm. La hauteur réelle est 336 m. 1 cm représente donc 336 divisé par 2,8 soit 120 m. L'échelle approximative de la photo est donc 1/12 000.
b. La hauteur de la tour Eiffel sur la photo serait : 320/12 000 soit approximativement 2,6 cm. La tour Eiffel arriverait à environ 2 mm du sommet de la pile.
c. 336/5 : la hauteur des tours de Notre-Dame de Paris est 67 m environ.

Les échelles : plans et cartes

Manuel p. 192-193

Objectif

Utiliser la proportionnalité et ses propriétés pour comprendre des informations sur des plans et des cartes.

Pourquoi cette étape ?

Cette seconde étape sur les échelles est consacrée aux plans et cartes. Dans ce contexte, la proportionnalité est l'outil adapté à la prise d'informations relatives aux mesures de longueurs. Nous poursuivons une sensibilisation au fait que les marges d'erreurs inévitables dans tout travail de mesurage sur un plan entraînent des marges d'erreurs pour les distances réelles qui peuvent être évaluées.

1 séance

Matériel • Par élève : une calculatrice, un double-décimètre, du papier calque.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit cinq nombres décimaux, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent leurs valeurs approchées au dixième (au centième) près par défaut.

Les nombres décimaux choisis ne doivent pas avoir plus de 2 ou 3 chiffres significatifs de manière à pouvoir être mémorisés.

Découverte

Les échelles sont notées de différentes manières sur les cartes et l'usage des signes mathématiques dans les pratiques quotidiennes est souvent détourné. La question 1 évoque ce point.

■ Question 1

Le professeur fait lire la première phrase, la question 1 et fait commenter la carte. Une fois que les élèves ont compris l'information apportée par le texte, il est nécessaire de préciser en quoi l'écriture 1 cm = 2 km est fausse du strict point de vue mathématique : le signe « = » doit être utilisé entre deux expressions désignant le même nombre (et plus généralement le même objet mathématique). Ici, le signe « = » est à lire « correspond à ». Toutefois, il sera utile d'expliquer en quoi un « abus de langage » peut quelquefois faciliter la compréhension. La notation 1 : 200 000 correspond à la notation 1/200 000. La comparaison des deux informations montre que l'auteur de la carte a voulu donner deux fois la même information de deux façons différentes.

■ Question 2

L'information prise sur le document est une mesure de longueur (approximative).

Si nous prenons 9,5 cm, alors la distance réelle en km est : 2 × 9,5 = 19 km. (La correspondance 1 cm = 2 km est très fonctionnelle.)

Remarque : une incertitude de mesurage de 1 mm sur la carte entraîne une incertitude de mesurage de 200 m sur le trajet effectif.

■ Question 3

La durée de la traversée est 1 h 30. La notion de vitesse moyenne a été étudiée à l'étape 54. Si nécessaire, rappeler que la vitesse moyenne est le nombre de km parcourus en une heure si on avance toujours de la même manière : le bateau parcourt 19 km en 1 h 30, il faut donc chercher quelle distance il parcourt en 1 h.

Procédures possibles
- Chercher la distance parcourue en 3 h.
- Chercher la distance parcourue en 12 h.
- Etc.

Si l'on prend 19 km comme distance, on trouve 12,66 km/h. Mais cette distance de 19 km est une approximation compte tenu des imprécisions du mesurage ; de même la durée notée sur la carte, 1 h 30, est une durée moyenne. On peut donc arrondir le résultat à 12,5 km/h.

Conclure avec les élèves

Dans la vie quotidienne, on utilise parfois les termes mathématiques de façon détournée. On pratique ce que l'on appelle des « abus de langage ».

Par exemple « 1 cm = 2 km » doit se comprendre « 1 cm sur la carte correspond à 2 km dans la réalité ».

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercice 1

Prise de conscience du lien entre l'échelle d'une carte et la précision des détails.

a. Plus le dénominateur est grand, plus la réduction est importante. Ici, on a donc intérêt à prendre la carte au 1/25 000.

La présence de cartes IGN dans la classe permettrait de s'assurer de cette conclusion. On peut faire aussi le rapprochement avec les voitures miniatures étudiées à l'étape précédente.

b. La promenade fait, en distance réelle :

30 × 25 000 = 750 000 cm, soit 7 500 m ou encore 7,5 km.

- **Exercice 2**

Une autre façon de présenter l'échelle d'une carte : l'« échelle graphique ». L'échelle graphique a comme principal intérêt de donner une information toujours juste même si le document lui-même est réduit ou agrandi. Ici, 2 cm correspondent à 800 m. Donc 1 cm correspond à 400 m. L'échelle est donc : 1/40 000.

- **Exercice 3**

a. Lien entre plan et photo. Il se développe actuellement notamment sur Internet lorsque l'on recherche une adresse ou un numéro de téléphone.

b. Comme dans l'exercice 2, l'échelle se retrouve grâce au segment en bas à droite du plan. 2 cm correspondent à 100 m ; 1 cm correspond à 50 m.
L'échelle est donc : 1/5 000.

c. L'exercice permet d'obtenir une série de mesures de longueurs sur le plan.

Résultat approximatif :
dans la rue d'Ormesson : 0,5 cm ;
rue de Turenne : 3,2 cm ;
coin de la rue de Turenne et de la place des Vosges : 1 cm ;
tour de la place des Vosges : 2,6 cm + 2,6 cm + 2,6 cm ;
rue du Pas de la Mule : 2,6 cm ;
soit 0,5 + 3,2 + 1 + 2,6 + 2,6 + 2,6 + 2,6 = 15,1 cm.
La distance parcourue en mètres est : 50 × 15,1 = 755 m.

Remarque : une erreur de mesurage sur la carte de 1 mm provoque une erreur sur la distance réelle de 5 m. Il est donc suffisant de conclure que la promenade fait approximativement 750 m.

ÉTAPE 76

Problèmes pour débattre en mathématiques (2)

MANUEL P. 194

Objectif

Apprendre à argumenter en mathématiques : chercher à généraliser à partir d'exemples, trouver des contre-exemples, prendre en compte les propositions des autres élèves.

Pourquoi cette étape ?

Le travail des élèves consiste à trouver des nombres vérifiant certaines propriétés ou à trouver des arguments pour justifier quand il n'en existe pas.
Pour trouver les nombres, les élèves font généralement une recherche par essais successifs. Les arguments peuvent reposer sur l'incompatibilité de certaines propriétés ou sur une recherche exhaustive ou sur un contre-exemple.

2 SÉANCES • SÉANCE 1 DÉCOUVERTE **• SÉANCE 2** EXERCICES
MATÉRIEL • Par groupe : une grande feuille et de gros feutres pour la mise en commun de la découverte.

Calcul mental

Calcul réfléchi. Le professeur propose plusieurs opérations avec les nombres entiers ou décimaux à calculer mentalement (ex. : 21 × 6 ; 39 × 4 ; 17 × 0,5 ; 65 × 0,2). Voir Calcul mental, page 168.

Faire expliquer les procédures utilisées.

Découverte

Après le temps de lecture silencieuse et une première recherche individuelle, les élèves travaillent par deux, trois ou quatre.
Le problème est de trouver deux nombres dont on connaît la somme et la différence ou de rechercher, pour les cas où on ne trouve pas de réponses, les raisons de cette impossibilité.

■ Question 1

Les problèmes posés par Alice et par Théo admettent chacun une solution : 46 et 17 pour le problème d'Alice et 30 et 26 pour le problème de Théo.

■ Question 2

Elle vise à prouver un cas d'impossibilité. Après un temps de recherche, une première mise en commun fait apparaître qu'aucun élève n'a trouvé deux nombres dont la somme est égale à 47 et la différence est égale à 8.

Une deuxième phase du travail consiste maintenant à comprendre l'affirmation de Qwang ; les élèves doivent chercher pourquoi ils ne trouvent pas de solution.

Procédures possibles

– Certains envisagent tous les cas de couples de nombres dont la somme est 47 et font à chaque fois la différence des deux nombres. 23 cas sont à envisager. Si les calculs sont bien organisés, la recherche peut être rapide puisque, si les élèves commencent par exemple par 47 = 46 + 1, puis 47 = 45 + 2, ils vont constater que la différence diminue de 2 unités à chaque fois.

– D'autres essayent de s'appuyer sur les propriétés qu'ils ont rencontrées à l'étape 56 sur la somme de deux nombres pairs, de deux nombres impairs, d'un nombre pair et d'un nombre impair pour développer des arguments.

Une deuxième mise en commun doit permettre de relever les arguments des élèves et d'engager un débat pour accepter ou réfuter les propositions.

Une solution pour démontrer cette proposition est de se rappeler que, pour obtenir une somme impaire, il faut un nombre pair et un nombre impair et que dans ce cas la différence des deux nombres est impaire ; elle ne peut donc être égale à 8.

■ Question 3

Réinvestissement, avec un nouvel exemple, des raisonnements développés au cours de la question 2. Certains élèves seront capables d'argumenter en reprenant la conclusion donnée à la question 2 : il n'est pas possible de trouver deux nombres dont la somme est un nombre pair et la différence un nombre impair. Pour d'autres, il sera nécessaire de reprendre la démarche de recherche exhaustive évoquée plus haut.

Conclure avec les élèves

- Deux nombres dont la somme est un nombre pair ont une différence qui est aussi un nombre pair.
- Deux nombres dont la somme est un nombre impair ont une différence qui est aussi un nombre impair.
- Il n'existe donc pas deux nombres dont la somme est un nombre pair et la différence un nombre impair.
- De même, il n'existe pas deux nombres dont la somme est un nombre impair et la différence un nombre pair.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56). Le professeur pourra mener une mise en commun des procédures et des résultats.

● Exercice 1

Question relative à l'inégalité triangulaire, qui a déjà été abordée sur un exemple à l'étape 6 (découverte, question 1). La mise en commun permettra de relever les réponses des élèves avant d'organiser un débat pour les valider ou les invalider. C'est la proposition de Leïla qui est correcte, il suffit donc de trouver un exemple pour la justifier.

● Exercice 2

a. Le nombre (99) est choisi pour que les élèves trouvent rapidement une solution (32 + 33 + 34).

b. Une recherche par tâtonnement est possible mais plus difficile du fait de la taille du nombre ; certains élèves cherchent donc une autre procédure de résolution. Celle qui apparaît assez rapidement est la division du nombre 3 429 par 3 suivie d'un ajustement : 1 142 + 1 143 + 1 144 = 3 429.

c. Il n'existe pas trois nombres qui se suivent dont la somme est 56. Une justification possible est de constater, en recherchant toutes les solutions possibles, que 17 + 18 + 19 = 54 et que 18 + 19 + 20 = 57 ; 54 et 57 encadrent 56 ; entre ces deux séries de nombres, on ne peut pas en fabriquer d'autres.

d. Le professeur observera les procédures utilisées par les élèves pour répondre à la première partie de la question ce qui lui donnera des informations sur le niveau de compréhension du problème : certains choisissent 3 nombres qui se suivent et calculent leur somme, d'autres choisissent des nombres multiples de 3, propriété qu'ils peuvent déduire des réponses aux questions précédentes.

Pour répondre à la deuxième partie de la question, les élèves peuvent s'appuyer sur ce qu'ils ont constaté au cours de la question **c.** Ils calculent la somme de trois nombres qui se suivent (exemple 24 + 25 + 26 = 75) puis la somme des trois suivants (25 + 26 + 27 = 78) et en concluent que pour les nombres 76 et 77 on ne peut pas trouver de solutions.

ÉTAPE 77

Produit de dixièmes par des dixièmes

MANUEL P. 195

Objectif

Donner du sens au produit de $\frac{1}{10}$ par $\frac{1}{10}$.

Pourquoi cette étape ?

Elle est nécessaire pour aboutir au produit de deux nombres décimaux. Les élèves savent multiplier deux nombres entiers entre eux, un nombre entier par un nombre décimal, mais pas encore des dixièmes par des dixièmes. La difficulté essentielle vient du fait que jusqu'ici une multiplication pouvait être remplacée par une addition réitérée (0,5 × 3 = 0,5 + 0,5 + 0,5) ce qui n'est plus le cas pour le produit de deux nombres décimaux. C'est donc en faisant référence à l'aire de rectangles que l'on pourra donner du sens à ces produits.

1 SÉANCES

MATÉRIEL
- Pour le Calcul mental
- Pour la classe : préparer des « dominos », rectangles de papier séparés en deux, avec d'un côté un nombre sous sa forme usuelle, de l'autre côté une opération à effectuer. Exemple de jeu avec des nombres entiers :

15	8 × 7	56	75 + 25	100	57 – 9	48	36 : 4
9	5 × 7	35	59 + 11	70	93 – 11	82	55 : 5
11	6 × 9	54	68 + 9	77	100 – 75	25	63 : 9
7	8 × 8	64	74 + 30	104	205 – 50	155	48 : 8
6	4 × 9	36	83 + 50	133	75 – 25	50	100 : 2
50	7 × 7	49	37 + 18	55	23 – 16	7	42 : 7
6	9 × 8	72	99 + 45	144	236 – 99	137	45 : 3

Calcul mental

Jeu des dominos oraux. Calculs additifs, soustractifs multiplicatifs sur les entiers ou les décimaux.

Découverte

■ Question 1

a. La question est volontairement simple : l'aire est 1 unité. Faire lire à haute voix par un élève ce que dit Alice et demander s'il est possible de trouver rapidement l'aire d'un petit carré. Il y a 100 petits carrés dans le grand, donc l'aire du petit carré est $\frac{1}{100}$ de l'unité d'aire.

b. La mesure d'un côté du petit carré est $\frac{1}{10}$ de l'unité de longueur.

Il s'agit donc de faire faire le lien entre l'aire que l'on vient de trouver et la mesure du côté. Les élèves savent depuis l'étape 41 que l'aire du carré de côté c est égale à c × c, ce qui leur permet de conclure que $\frac{1}{100} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$.

c. 0,1 × 0,1 = 0,01.

■ Question 2

Il s'agit d'effectuer un rapide dénombrement. Travail individuel : laisser quelques minutes et procéder à une correction collective.

<u>Réponses</u>

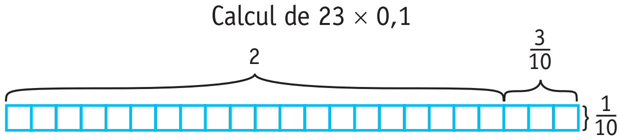
Aire jaune : $\frac{10}{100}$ donc $\frac{1}{10}$. Aire bleue : $\frac{4}{100}$.

Aire verte : $\frac{24}{100}$.

■ Question 3

La multiplication de deux nombres décimaux, construite jusqu'à présent en 6e, est source d'erreurs importantes. On n'hésitera donc pas à y passer du temps et à revenir aux quadrillages.

Calcul de 23 × 0,1



Chaque petit carré a une aire de $\frac{1}{100}$. Il y en a 23 ce qui donne pour l'aire du quadrillage complet $\frac{23}{100}$.

Donc 2,3 × 0,1 = 0,23.

Conclure avec les élèves

$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$

Donner un exemple de produit avec un résultat du même type que celui de la question 3b.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

Nous avons volontairement proposé des exercices formels afin que les élèves soient bien préparés à l'étape suivante.

● **Exercice 1**

Le professeur veillera à ce qu'une mécanisation trop prématurée ne masque pas une mauvaise compréhension. Un retour sur les quadrillages peut s'avérer utile.

Réponses

a. $\frac{8}{100}$; **b.** $\frac{5}{100}$; **c.** $\frac{4}{100}$; **d.** $\frac{9}{100}$; **e.** $\frac{12}{100}$; **f.** $\frac{15}{100}$.

● **Exercices 2 et 3**

Ces calculs sont souvent source d'erreurs. La vérification à l'aide de la calculatrice ne suffira pas pour expliquer des erreurs de compréhension. Un travail sur quadrillage peut, là encore, s'avérer utile pour certains élèves.

Réponses exercice 2

a. 0,06 ; 0,04 ; 0,07

b. 0,27 ; 0,2 ; 0,48

Réponses exercice 3

a. 0,42 ; 0,75 ; 0,48

b. 1,43 ; 2,87 ; 15,67

ÉTAPE 78

Produit de deux nombres décimaux

MANUEL P. 196-197

Objectif

Donner du sens au produit de deux nombres décimaux et mettre en place une technique de calcul.

Pourquoi cette étape ?

Elle est l'aboutissement d'étapes préparatoires et en particulier de l'étape 77 : il s'agit de construire le produit de deux nombres décimaux. Nous avons organisé cette construction à partir de la recherche de l'aire d'un rectangle. Cette méthode s'appuie, comme pour les entiers, sur la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Elle permet aux élèves de visualiser cette propriété et d'exercer un contrôle sur leur calcul.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICE 1 • **SÉANCE 2** EXERCICES 2 À 8

Calcul mental

Calcul réfléchi. Produits de dixièmes par des dixièmes.

Le professeur propose oralement des produits, les élèves écrivent les résultats.

Exemples : 3 dixièmes multipliés par 7 dixièmes ;
9 dixièmes multipliés par 5 dixièmes ;
6 dixièmes multipliés par 8 unités ;
7 unités multipliés par 4 centièmes ;
12 dixièmes multiplié par 4 dixièmes.

Découverte

Un rectangle de dimensions 2,7 et 4,8 (l'unité est le côté d'un carreau) sert de point d'ancrage à la situation. Faire observer le premier dessin et remarquer que chaque carreau est lui-même partagé en 100 petits carreaux.

■ **Question 1**

a. Il s'agit d'évaluer l'aire du rectangle et de l'encadrer entre deux nombres entiers. L'aire est comprise entre 2 × 4 et 2 × 5. Cette question peut être traitée collectivement et rapidement.

b. Laisser du temps aux élèves pour un travail individuel. Différer la correction à l'issue de la question 2.

■ **Question 2**

a. Le travail de pavage du rectangle permet d'obtenir l'aire à partir de 4 aires :

2×4 ; $2 \times \frac{8}{10}$; $\frac{7}{10} \times 4$ et $\frac{7}{10} \times \frac{8}{10}$.

Le calcul de $\frac{7}{10} \times \frac{8}{10}$ peut se contrôler en comptant les petits carreaux dans la loupe.

L'aire totale est la somme :

$8 + \frac{16}{10} + \frac{28}{10} + \frac{56}{100}$

$= 8 + 1 + \frac{6}{10} + 2 + \frac{8}{10} + \frac{5}{10} + \frac{6}{100}$

$= 11 + \frac{19}{10} + \frac{6}{100}$

$= 12 + \frac{9}{10} + \frac{6}{100}$

$= 12{,}96$

b. La méthode de Qwang consiste à s'éloigner du rectangle lui-même au profit d'une représentation des multiplications à effectuer. Nous sommes proches d'une représentation de la multiplication des entiers vue en CE2, en CM1 et à l'étape de consolidation p. 24.

c. et d. Leïla reconstruit les produits partiels avec la présentation en colonne. Quant à Alice, elle énonce la règle de placement de la virgule en la justifiant.
Revenir sur les réponses de la question 1b.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

• Exercice 1

Entraînement à contrôler l'ordre de grandeur avant tout travail automatisé.

Une vérification a posteriori à l'aide de la calculatrice est possible.

Réponses : **a.** 180,34 ; **b.** 258,3.

• Exercices 2 et 3

Ils permettent de se focaliser sur le placement de la virgule.

Réponses exercice 2

a. 1 420,2 ; 142,02 ; 14,202

b. 1,4202 ; 1 420,2 ; 14,202

Réponses exercice 3

a. 1 057,68 ; **b.** 105,768 ; **c.** 105,768

• Exercice 4

Application de la découverte.

Réponses : rose : 12 ; bleu : 9,6 ; orange : 9 ; vert : 11,18 ; le rectangle rose a la plus grande aire.

• Exercice 5

b. La forme des deux jardins permet de travailler sur deux produits : $11{,}5 \times 4{,}75$ et $3 \times 4{,}75$.

Réponses : aire du grand terrain : 54,625 m² ; aire du petit terrain : 14,25 m² ; aire totale : 68,875 m².

c. Cette question permet de mettre en évidence la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

• Exercices 6 à 8

Problèmes multiplicatifs. Le contexte de la monnaie permet d'exercer les élèves à effectuer des produits de deux nombres décimaux, en contrôlant le placement de la virgule.

Réponse exercice 6 : 45 euros.

Réponse exercice 7 : 2,76 euros.

Réponse exercice 8 : 7,525 euros. Cette réponse n'a pas de sens puisqu'il n'y a pas de millièmes d'euros. On imagine alors un arrondi à 7,52 ou 7,53 euros.

Conclure avec les élèves

Faire lire la bulle du furet de la page 197. S'assurer que cette règle est bien comprise. Pour certains élèves, il est probable que la représentation du rectangle comme dans la question 2 de la découverte reste nécessaire un certain temps. Le professeur pourra faire écrire une multiplication sur le cahier pour illustrer la bulle du furet.

ÉTAPE 79

Périmètre du cercle

MANUEL P. 198-199

Objectifs

- Découvrir la relation de proportionnalité entre le périmètre d'un cercle et son diamètre (le nombre π).
- Utiliser dans quelques cas simples la formule de calcul du périmètre d'un cercle.

Pourquoi cette étape ?

Les élèves donnent du sens à la notion de périmètre dans le cas du cercle et « découvrent » de manière pragmatique la relation de proportionnalité entre le diamètre du cercle et son périmètre.

La formule de calcul est introduite et utilisée dans quelques exercices pour bien la comprendre. Elle sera toutefois revue au collège.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL
- Par groupe : des objets cylindriques (boîtes de conserves, rouleaux de scotch, roues de jouets, rouleaux de feuille de papier), une grande feuille de papier format affiche, le matériel permettant de mesurer.
- Par élève : le matériel personnel de géométrie, des ciseaux.

Calcul mental

Jeu du « Tout sur… ». Choisir des entiers et des décimaux. Voir l'étape 11.

Exemple : Tout dire sur 2,5.
C'est un nombre décimal compris entre 2 et 3 unités.
C'est un nombre décimal qui a un chiffre après la virgule.
Son chiffre des unités est 2, son chiffre des dixièmes est 5.
Quand on le multiplie par 2, on obtient 5.
C'est 1,5 + 1. C'est 2 + 0,5. C'est $2 + \frac{1}{2}$. C'est $\frac{5}{2}$.
C'est $\frac{10}{4}$. C'est $3 - \frac{1}{2}$. C'est 25 dixièmes.
C'est 250 centièmes. Etc.

Activité préparatoire

Travail en atelier

Faire des groupes de 4 ou 5 élèves. Distribuer à chaque groupe plusieurs objets cylindriques, rouleaux en carton, boîtes, etc. Faire attention aux boîtes de conserve dont le sertissage à la base peut conduire à une mesure du diamètre qui ne serait pas celle relative au cylindre lui-même (voir exercice 3).

Présenter le travail : il s'agit de mesurer le diamètre de chacun des objets cylindriques (diamètre d'un des disques de base) ainsi que la distance parcourue en un tour en faisant rouler l'objet.

Demander aux élèves de présenter les mesures effectuées dans un tableau sur la grande feuille, de faire des observations sur le lien entre le diamètre trouvé et la distance parcourue.

Pour trouver le diamètre, de nombreux élèves mesurent approximativement. D'autres dessinent le disque sur une feuille de papier en se servant de l'objet comme gabarit et essaient de chercher le centre du disque. Le double pliage est la seule méthode (pragmatique) à la portée d'élèves de CM2.
Pour mesurer la distance parcourue, les élèves doivent penser à mettre un repère sur le cylindre.

Mise en commun

Les élèves affichent leurs tableaux. Le professeur fait la liste des observations sans prendre parti ; la découverte permettra de valider ou non les constats effectués.

Découverte

C'est le prolongement de l'activité préparatoire.

Question 1

Lecture silencieuse du texte et des bulles.
Le professeur demande aux élèves d'étudier les déclarations des enfants du manuel et de les comparer à ce qu'ils ont eux-mêmes découvert lors des activités préparatoires.
Travail par deux.
Mise en commun, en demandant aux élèves d'argumenter leurs réponses ou de les illustrer avec des exemples.

Conclure avec les élèves

> La distance parcourue en un tour en faisant rouler le cylindre est le périmètre du disque.

Lecture de la pancarte du furet.

> On calcule le périmètre d'un cercle en multipliant son diamètre par le nombre π ; on prend souvent pour π la valeur approchée 3,14.

Le professeur fera inscrire sur le cahier la formule : $p = \pi \times D$

■ Question 2

Grâce à cette question, les élèves réfléchissent sur la notion de précision lorsque l'on effectue des mesures : précision liée aux instruments utilisés, à la nature des objets à mesurer, mais aussi à la méthode utilisée pour effectuer la mesure. On obtiendra sans doute une meilleure précision pour le périmètre en enroulant 10 fois la cordelette et en divisant par 10 la longueur totale. Le professeur pourra apporter une explication simple, en montrant que l'erreur de mesurage est du même ordre que si l'on faisait un seul tour. Comme cette erreur est divisée par dix dans le calcul du périmètre, cela réduit son importance.

Exercices

L'organisation peut être la suivante :

– lecture silencieuse des consignes et reformulation ;

– travail individuel, puis par deux pour comparer les propositions et les discuter ;

– mise au point collective après chaque exercice.

Tous les exercices ont pour but de familiariser les élèves avec le périmètre du cercle.

● Exercice 1

Application directe de la formule de calcul du périmètre du cercle.

Réponses

a. $140 \times \pi$; une valeur approchée au cm près est 440 cm soit 4,4 m.

b. $406 \times \pi$; une valeur approchée au cm près est 1 275 cm soit 12,75 m.

● Exercice 2

a. Application directe de la formule de calcul du périmètre du cercle.

b. Les élèves doivent faire l'hypothèse que la ligne courbe est un quart de cercle, ils doivent le vérifier (par exemple en reproduisant la figure), puis décomposer le périmètre en 3 parties.

Réponse : $p = 4 + 4 + (2 \times \pi)$ soit au dixième près par excès 14,3 cm.

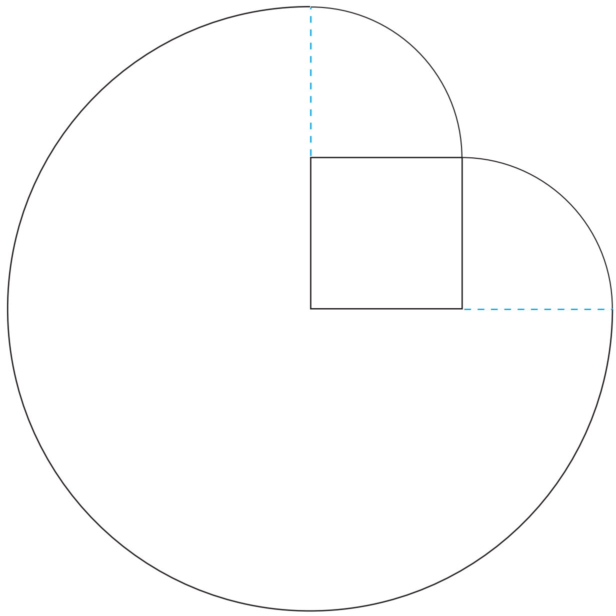
● Exercice 3

Les élèves s'aperçoivent que, pour mesurer le périmètre d'un cercle, il faut connaître le diamètre de ce cercle et non celui d'un cercle presque pareil mais différent !

● Remue-méninges

La résolution de ce problème nécessite deux temps : tout d'abord, le tracé du chemin fait par le chien lorsqu'il se déplace corde tendue, puis le calcul des longueurs des arcs de cercles ainsi obtenus.

Réponse : le chien parcourt une distance de 62,80 m au centième près.



Aire et périmètre

Manuel p. 200-201

Objectif

Distinguer aire et périmètre d'une figure plane.

Pourquoi cette étape ?

Elle est consacrée à la nécessaire distinction entre aire et périmètre d'une surface, déjà travaillée en CM1 et à l'étape 40 (exercice 5). Pour cela, nous conduisons les élèves à comprendre qu'il existe de nombreux rectangles de périmètres différents mais ayant tous pour aire 36 cm^2.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Par élève : des feuilles de papier quadrillé 0,5 × 0,5 cm ; du papier millimétré, le matériel personnel de géométrie, des ciseaux.

Calcul mental

Le compte est bon avec des nombres entiers et décimaux.

Exemple avec un seul tirage : 4 ; 0,5 ; 0,2 ; 7 ; 5 et différents nombres-cibles qui seront donnés successivement : 8,7 ; 10 ; 4,8 ; 16,1.

Exemples de solutions :

8,7 = 7 + 5 – 4 + 0,5 + 0,2
10 = (4 × 0,5) + 7 + (5 × 0,2)
4,8 = (4 + 5 + 7) × (0,5 – 0,2)
16,1 = 4 + 5 + 7 + (0,5 × 0,2)

Découverte

La résolution de la situation proposée nécéssite un travail guidé par le professeur. Elle met en évidence l'absence de lien entre le périmètre et l'aire d'une figure.

■ Questions 1, 2 et 3

Travail individuel, suivi d'une confrontation par deux. La question 2 incite les élèves à sortir du champ des nombres entiers. Le recensement des dimensions des rectangles construits peut se faire à l'issue de la question 3.

■ Question 4

Lecture dirigée.

Les élèves doivent tout d'abord reproduire le graphique à la bonne échelle sur du papier millimétré pour pouvoir ensuite l'utiliser.

Travail individuel, recensement des réponses à la question **a**, mise en commun des propositions pour la question **b**.

a. La réponse n'est pas la même pour tous les élèves puisqu'elle s'appuie sur une production différente pour chacun.

b. La recherche peut être faite sur le graphique : chaque rectangle d'aire 36 cm^2 peut être placé de deux manières dans le graphique, ce qui fait que le graphique a un axe de symétrie qui est la droite qui partage l'angle droit en deux angles égaux. En remarquant la manière dont varie le périmètre des rectangles, les élèves peuvent faire l'hypothèse que c'est le rectangle dont le quatrième sommet est sur l'axe de symétrie qui est le rectangle d'aire 36 cm^2 et de périmètre le plus petit.

Conclure avec les élèves

Il existe de nombreux rectangles d'aire 36 cm^2 (une infinité) ; ils ont des périmètres différents ; celui qui a le plus petit périmètre est le rectangle carré de côté 6 cm.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 56).

Ces exercices ont pour but de renforcer la distinction entre aire et périmètre.

• Exercice 1

Il permet aux élèves de se convaincre que l'on peut modifier la forme d'une figure sans changer son périmètre, et que l'on peut aussi la modifier sans changer son aire.

• Exercice 2

Le rectangle et le carré obtenus ont même périmètre et des aires différentes.

Réponses : aire du rectangle 24 cm^2, aire du carré 25 cm^2.

• Exercice 3

Résolution d'un problème de déduction en « chaîne » en s'appuyant sur un schéma.

Réponses

a. Longueur d'une étiquette : 4 cm ;
largeur d'une étiquette : 2,5 cm.

b. Il pourra découper 10 étiquettes.

c. Il restera un rectangle de 4 cm sur 2 cm non utilisé.

• Exercice 4

Entraînement à l'évaluation des aires en se représentant des découpages et des recollements.

Réponses : S : 4 cm^2 ; T : 4 cm^2 ; U : 6 cm^2 ; V : 3 cm^2.

● **Exercice 5**

Étude de l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur le périmètre puis sur l'aire d'un rectangle ; c'est une question qui a déjà été envisagée à l'étape 52 (exercices 2 et 3).

Réponses

a. Les dimensions sont multipliées par 4.

b. Périmètre de la photo d'origine : 50 cm.
Dans l'agrandissement, le périmètre est aussi multiplié par 4.
Périmètre de la photo agrandie : 200 cm.

c. Aire de la photo d'origine : 150 cm^2.
Dans l'agrandissement l'aire est multipliée par 4 × 4.
Aire de la photo agrandie : 2 400 cm^2.

d. « Quand on multiplie par 4 les longueurs des côtés d'un rectangle, le périmètre est multiplié par 4 et l'aire est multipliée par 4 × 4, c'est-à-dire 16. »

● **Exercice 6**

Conversions entre différentes unités d'aire.

Réponses

a. 1,61 × 1,61 = 2,5921 ;
un mile carré vaut environ 2,6 km^2.

b. La superficie du Royaume-Uni est d'environ 230 568 km^2 (88 680 × 2,6).

● **Exercice 7**

Révision du fait qu'un rectangle peut avoir une aire plus grande qu'un autre et un périmètre plus petit.

Réponses

a. Aire du terrain des Martin : 600 m^2.
Aire du terrain des Dupont : 600 m^2.
Les deux terrains ont la même aire.

b. Périmètre du terrain de Martin : 110 m.
Les thuyas sont plantés sur 106 m soit 10 600 cm.
10 600 = 212 × 50. Il y a donc 212 intervalles de 50 cm, il faut donc planter 213 thuyas.
Périmètre du terrain des Dupont : 98 m.
Les thuyas sont plantés sur 94 m soit 9 400 cm.
9 400 = 188 × 50. Il y a donc 188 intervalles de 50 cm, il faut donc planter 189 thuyas.

ÉTAPE 81

Reproduction de figures

Manuel p. 202-203

Objectif

Réinvestir le travail de construction de figures et la proportionnalité.

Pourquoi cette étape ?

C'est un réinvestissement du travail mené en géométrie sur la reproduction et la construction de figures complexes, dans le contexte du drapeau de l'Union européenne.
C'est aussi l'occasion de revoir des mesures faisant intervenir des fractions et des décimaux et d'utiliser un ensemble de stratégies qui permettent de reproduire ou de partager un angle.
Cette étape permet en outre de résoudre des problèmes relatifs à l'agrandissement ou à la réduction de figures, en liaison avec la proportionnalité.

1 Séance

Matériel
- Par élève : le matériel personnel de géométrie, des feuilles de papier uni.
- Par groupe de 4 élèves : des feuilles de format A3, du papier calque.
- Pour la classe : au tableau, une reproduction de grande taille du schéma du drapeau ; une reproduction de la figure attendue à la question B sur papier calque ou transparent pour la validation.

Calcul mental

Le compte est bon avec des nombres entiers et décimaux.
Exemple avec un seul tirage : 10 ; 20 ; 5 ; 0,1 ; 0,01 et différents nombres-cibles qui seront donnés successivement : 35,001 ; 21 ; 2 ; 1.
Exemples de solutions :
35,001 = 10 + 20 + 5 + (0,1 × 0,01)
21 = [0,1 + (10 × 0,01)] × 5 + 20
2 = (5 × 20 × 0,01) + (10 × 0,1)
1 = 10 × 20 × 5 × 0,1 × 0,01

Le drapeau de l'Union européenne : présentation

Travail individuel de lecture silencieuse du texte de présentation du drapeau et du dessin du drapeau. Après lecture, il peut être nécessaire de faire préciser certains termes, même s'ils sont expliqués dans le texte.
Le professeur peut reproduire au tableau un rectangle et y noter le guindant (largeur) et le battant (longueur). Attirer l'attention des élèves sur la figure représentant le drapeau, s'assurer qu'ils repèrent notamment que les centres des petits cercles sont situés sur le grand cercle,

dont certains (4) sur les médianes du rectangle, mais pas sur leurs diagonales ; faire repérer certains diamètres des petits cercles qui permettent de s'en rendre compte.

A. Construction du rectangle et des cercles

■ Question 1

Réinvestissement des connaissances sur la proportionnalité et ses propriétés. Les élèves peuvent repérer que :

– la largeur du drapeau (le guindant) sert d'unité de référence u pour déterminer les autres grandeurs : longueur du rectangle 1,5 u ; rayon des petits cercles $\frac{1}{18}$ u ; rayon du grand cercle $\frac{1}{3}$ u. Chaque colonne du tableau correspond à un rectangle (donc à un drapeau) aux dimensions particulières ;

– les différents rectangles sont des agrandissements ou des réductions les uns des autres. Pour passer des dimensions de l'un aux dimensions de l'autre, on utilise des procédures liées à la proportionnalité.

Lecture silencieuse du texte et du tableau. Nous suggérons un travail individuel, suivi d'une confrontation par deux et d'une mise en commun des procédures et des résultats.

Les procédures vont être variées et liées aux données connues pour chaque drapeau (chaque colonne). Il sera intéressant de mettre en évidence, dans chaque cas, les procédures les plus efficaces.

Réponses

Longueur du rectangle en cm	270	**54**	40,5	27	13,5
Largeur du rectangle en cm	180	36	27	18	**9**
Rayon du grand cercle en cm	60	12	9	**6**	3
Rayon du petit cercle en cm	**10**	**2**	**1,5**	1	**0,5**

■ Question 2

Agrandissement d'une figure complexe constituée d'un rectangle, d'un grand cercle dont le centre se trouve à l'intersection des diagonales et de 12 petits cercles dont les centres se trouvent répartis équitablement sur le grand cercle. Dans le tableau complété à la question précédente, les élèves peuvent trouver toutes les informations nécessaires pour construire le rectangle (9 cm sur 13,5 cm) et le grand cercle (rayon 3 cm). Ils connaissent aussi le rayon des petits cercles (0,5 cm). Il leur faut repérer les centres de ces petits cercles, c'est-à-dire résoudre le problème du partage équitable du grand cercle en 12.

Procédures possibles pour le partage en 12 du cercle de rayon 3 cm

– À partir de la figure du manuel, reproduire sur papier calque un angle de 30 degrés (secteur compris entre deux rayons et le centre du cercle) et le reporter sur la figure en cours de construction.

– Partager le cercle de rayon 3 cm en 6, reproduire un angle de 60 degrés, et en prendre la moitié par pliage puis la reporter sur la figure.

– Reproduire sur la figure en cours de construction un cercle de même dimension que celui du manuel et centré sur le centre du rectangle ; y reporter au compas les centres des petits cercles. Prolonger les diamètres passant par ces centres. Ces droites coupent le cercle de rayon 3 cm aux points cherchés.

– Tracer un angle droit et le partager en 3 par pliage en accordéon.

B. Construction d'une étoile à 5 branches

Réinvestissement des connaissances sur la construction d'une figure à partir d'un programme de construction. Travail individuel. Vérification avec le transparent préparé par le professeur.

C. Construction du drapeau

Les élèves doivent reprendre des éléments des étapes A et B pour :

– identifier les dimensions des éléments intervenant dans la construction ;

– construire le rectangle, le grand cercle et déterminer les centres des petits cercles ;

– construire les 12 étoiles à 5 branches en respectant les contraintes indiquées dans le schéma et le texte informatif, notamment l'orientation des étoiles.

Le mode de travail proposé est indiqué dans le manuel : dans chaque groupe, chaque élève construit un quart du drapeau.

Les solides « parfaits » de Platon

Manuel p. 206-207

Des informations complémentaires

Platon avait compris qu'il existait 5 solides réguliers convexes et 5 seulement. Il justifiait cette propriété en disant qu'ils étaient au nombre de cinq parce que le cosmos ne contenait que cinq éléments : le Feu, l'Air, l'Eau, la Terre et l'Univers. La démonstration de cette propriété viendra avec Euclide d'Alexandrie dont on connaît mal la vie : il serait né vers 320 av. J.-C. et aurait commencé ses études dans l'Académie fondée par Platon. Plus tard, c'est à Alexandrie qu'il dirigea une équipe de mathématiciens qui participèrent à l'écriture de son œuvre exceptionnelle, *Les éléments*, base de toute la géométrie pendant plus de 2 000 ans.

On peut vérifier sur les solides de Platon la formule d'Euler : F + S – A = 2 où F est le nombre de faces, A le nombre d'arêtes et S le nombre de sommets. Cette formule porte le nom du mathématicien suisse Euler (1707-1783) qui la démontra en 1752, alors qu'elle avait en fait déjà été établie par Descartes (1596-1650).

Activités avec les élèves

Après une lecture des différents documents de la page, proposer aux élèves de construire, par groupes, les différents solides de Platon à partir d'un de leurs patrons. Pour cela, préparer plusieurs hexagones réguliers, plusieurs pentagones réguliers, plusieurs carrés, plusieurs triangles équilatéraux (voir matériel photocopiable, p. 313). Le professeur pourra faire comprendre collectivement la démarche engagée page 207 pour construire un polyèdre en partant de la configuration à chaque sommet.

Reprenons cette démarche.

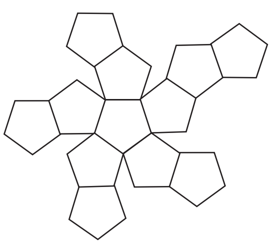
Pour tout polyèdre, le nombre minimum de polygones à chaque sommet est trois. Pour être régulier, un polyèdre doit posséder le même nombre de polygones réguliers identiques en chacun de ses sommets et la somme des angles au sommet des polygones réguliers doit être strictement inférieure à 360°.

a. Avec les hexagones réguliers, on voit que l'on ne peut pas obtenir de solide.

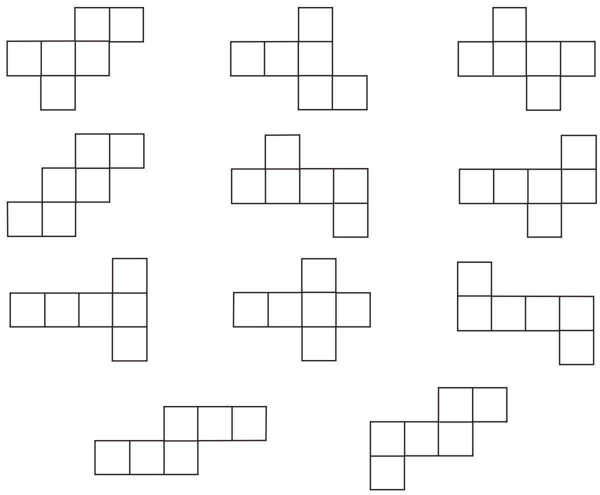
En assemblant 3 *hexagones en chaque sommet, la somme des angles à chaque sommet est égale à* 3 × 120° = 360°, *c'est un assemblage plan. Il est donc inutile d'essayer d'assembler des polygones réguliers à plus de 6 côtés.*

b. Avec les pentagones réguliers, on ne peut avoir qu'une seule configuration.

C'est le dodécaèdre ; en voici un patron :



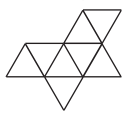
c. Avec les carrés, on obtient aussi une seule configuration : le cube. Il y a 11 patrons différents du cube :



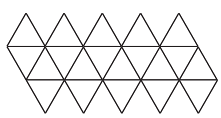
d. Avec les triangles équilatéraux, on obtient trois polyèdres différents :

– le tétraèdre régulier, dont voici un patron, obtenu en assemblant 3 triangles à chaque sommet ;

– l'octaèdre régulier, dont voici un patron, obtenu en assemblant 4 triangles à chaque sommet ;



– l'isocaèdre régulier, dont voici un patron, obtenu en assemblant 5 triangles à chaque sommet ;



Partie 3

Fiches photocopiables

Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition et soustraction

1

Ajouter ou soustraire un nombre plus petit que 10

7 + 9 = **16**	8 + 9 = **17**	39 + 7 = **46**	29 + 8 = **37**	819 + 8 = **827**
138 – 6 = **132**	1 256 – 5 = **1 251**	173 – 9 = **164**	345 – 7 = **338**	253 – 8 = **245**

Ajouter ou soustraire un multiple de 10

108 + 30 = **138**	40 + 270 = **310**	163 + 50 = **213**	60 + 830 = **890**	1 220 + 70 = **1 290**
147 – 30 = **117**	564 – 40 = **524**	316 – 50 = **266**	749 – 60 = **689**	1 430 – 70 = **1 360**

Ajouter ou soustraire un multiple de 100

72 + 300 = **372**	147 + 400 = **547**	604 + 200 = **804**	732 + 500 = **1 232**	1 038 + 700 = **1 738**
484 – 200 = **284**	1 156 – 300 = **856**	1 302 – 600 = **702**	1 568 – 700 = **868**	1 748 – 400 = **1 348**

Trouver un complément

260 + **40** = 300	**90** + 310 = 400	530 + **70** = 600	**10** + 690 = 700	**170** + 30 = 200
275 + **25** = 300	**35** + 165 = 200	425 + **75** = 500	25 + **375** = 400	**250** + 50 = 300

Être astucieux !

11 + 342 = **353**	1 349 + 11 = **1 360**	132 + 29 = **161**	49 + 527 = **576**	1 243 + 19 = **1 262**
523 – 11 = **512**	1 420 – 11 = **1 409**	1 245 – 29 = **1 216**	452 – 49 = **403**	140 – 19 = **121**

2

a. 643 + 214 + 21 = **878**

b. 5 235 + 247 + 319 = **5 801**

c. 21 342 + 184 + 6 593 = **28 119**

d. 42 643 + 56 728 = **99 371**

3

$$\begin{array}{rrr} & {}^{1} & \\ & \mathbf{2} & 3 \\ + & 5 & \mathbf{9} \\ \hline & 8 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrrrr} & & & {}^{1} & {}^{1} & \\ & & \mathbf{5} & 4 & \mathbf{2} & 8 \\ + & & 7 & 2 & 9 & \mathbf{5} \\ \hline & 1 & 2 & \mathbf{7} & 2 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrrr} & {}^{1} & {}^{1} & {}^{1} & \\ & 6 & 5 & \mathbf{4} & \mathbf{4} \\ + & 2 & \mathbf{6} & 6 & 8 \\ \hline & \mathbf{9} & 2 & 1 & 2 \end{array}$$

Calcul automatisé, calcul réfléchi : multiplication et division

1

Trouver le produit de deux ou trois nombres

9 × 10 = **90**	9 × 11 = **99**	9 × 12 = **108**	2 × 5 × 7 = **70**	3 × 6 × 2 = **36**	8 × 5 × 2 = **80**
8 × 10 = **80**	8 × 11 = **88**	8 × 12 = **96**	2 × 3 × 4 = **24**	5 × 3 × 4 = **60**	3 × 9 × 2 = **54**

Trouver un des facteurs d'un produit

7 × **6** = 42	**9** × 7 = 63	**9** × 6 = 54	6 × **8** = 48
11 × **5** = 55	**11** × 9 = 99	**0** × 4 = 0	11 × **0** = 0

Trouver le produit d'un nombre par 10, par 100 ou par un de leurs multiples

7 × 100 = **700**	10 × 17 = **170**	41 × 1 000 = **41 000**	10 × 20 = **200**	100 × 10 = **1 000**
29 × 10 = **290**	36 × 100 = **3 600**	50 × 10 = **500**	100 × 42 = **4 200**	100 × 30 = **3 000**
8 × 70 = **560**	70 × 8 = **560**	6 × 500 = **3 000**	700 × 20 = **14 000**	30 × 80 = **2 400**

Trouver un des facteurs d'un produit

10 × 12 = 120	15 × **100** = 1 500	**100** × 10 = 1 000	10 × **10** = 100
18 × **10** = 180	**9** × 100 = 900	**100** × 39 = 3 900	10 × **23** = 2 300

2

a. Je suis **8** car 8 × 7 = 56.
b. Je suis **0** car 0 × 12 = 0.

3

a. Dans 36, il y a **9** fois 4.
b. Dans 80, il y a **10** fois 8.
c. Dans 240, il y a **24** fois 10.
d. Dans 500, il y a **100** fois 5.

4

Leïla a ramassé 9 châtaignes, Alice en a ramassé 27, Qwang a ramassé 48 châtaignes.

5

×	6	9	7	8
8	**48**	**72**	**56**	**64**
7	**42**	**63**	**49**	**56**
9	**54**	**81**	**63**	**72**
6	**36**	**54**	**42**	**48**

×	4	**5**	**7**	8
9	**36**	45	**63**	**72**
3	**12**	**15**	**21**	24
6	**24**	30	42	**48**
5	**20**	**25**	**35**	**40**

×	**4**	**8**	**7**	**6**
5	**20**	40	**35**	30
7	28	**56**	49	**42**
9	**36**	**72**	**63**	54
3	**12**	24	**21**	**18**

Problèmes à une ou plusieurs étapes (1)

1

52 + 10 = 62

La grand-mère de Marie a 62 ans.

2

(12 × 3) + 2 = 38

Mehdi avait 38 bonbons dans son paquet.

3

2 635 – 1 942 = 693

Louise doit faire 694 points.

4

245 – 138 = 107

Anna et ses amis ont gagné 107 billes.

5

En 1950, la consommation de pain était le double de celle de 1995.

160 × 2 = 320

La consommation de pain était donc de 320 g par jour et par personne en 1950.

6

364 = 7 × 52

Il y a eu 52 visiteurs à l'arboretum le mercredi.

7

23 × 5 × 7 = 805

Le prix du séjour, pour 5 personnes pendant 7 jours, est de 805 €.

8

32 – 15 = 17

Il y a 17 filles dans la 2e classe de CM2.

29 – 17 = 12

Il y a 12 garçons dans la 2e classe de CM2.

9

100 = (18 × 8) + 4

a. Il y a 8 pages complètes dans l'album de Yann.

b. Il reste 4 photos sur la page incomplète.

10

460 = (55 × 8) + 20

Pour pouvoir transporter tous les supporters, il faut prévoir au minimum 9 cars.

Calcul automatisé, calcul réfléchi : les quatre opérations (1)

1

a.

35 × 2 = **70**	26 × 3 = **78**	15 × 4 = **60**	20 × 5 = **100**	12 × 6 = **72**	30 × 7 = **210**	21 × 8 = **168**
43 × 2 = **86**	42 × 3 = **126**	17 × 4 = **68**	25 × 5 = **125**	15 × 6 = **90**	19 × 7 = **133**	50 × 8 = **400**

b.

72 divisé par 2 : le quotient est 36, 72 = 2 × **36**
90 divisé par 2 : le quotient est 45, 90 = 2 × **45**

84 divisé par 4 : le quotient est 21, 84 = 4 × **21**
48 divisé par 4 : le quotient est 12, 48 = 4 × **12**

45 divisé par 3 : le quotient est 15, 45 = 3 × **15**
75 divisé par 3 : le quotient est 25, 75 = 3 × **25**

60 divisé par 5 : le quotient est 12, 60 = 5 × **12**
100 divisé par 5 : le quotient est 20, 100 = 5 × **20**

c. Les moitiés : 30 ; 35 ; 60 ; 65 ;120.
Les tiers : 20 ; 30 ; 40 ; 50 ; 80.
Les quarts : 15 ; 25 ; 30 ; 50 ; 60.

d. le double de 17 est **34** le triple de 25 est **75** le quadruple de 30 est **120**
le double de 36 est **72** le triple de 30 est **90** le quadruple de 50 est **200**

e.

43 × 20 = **860**	15 × 20 = **300**	30 × 12 = **360**	50 × 30 = **1 500**	25 × 40 = **1 000**
7 × 10 000 = **70 000**	20 × 100 = **2 000**	1 000 × 43 = **43 000**	340 × 20 = **6 800**	200 × 500 = **100 000**

f. 500 divisé par 4 : le quotient est 125, 500 = 4 × **125**
1 000 divisé par 4 : le quotient est 250, 1 000 = 4 × **250**
300 divisé par 5 : le quotient est 60, 300 = 5 × **60**
1 000 divisé par 5 : le quotient est 200, 1 000 = 5 × **200**

230 divisé par 10 : le quotient est 23, 230 = 10 × **23**
300 divisé par 100 : le quotient est 3, 300 = 100 × **3**
250 divisé par 50 : le quotient est 5, 250 = 50 × **5**
1 200 divisé par 400 : le quotient est 3, 1 200 = 4 00 × **3**

2

24 est **le double** de 12 60 est **le tiers** de 180 80 est **la moitié** de 160
20 est **le quart** de 80 63 est **le triple** de 21 60 est **le quadruple** de 15

3

a. 3 + (4 × 7) = **31** 7 + (6 × 3) = **25** (12 × 3) + 7 = **43** (2 × 15) + 10 = **40**
(3 + 4) × 7 = **49** (7 + 6) × 3 = **39** 12 × (3 + 7) = **120** 2 × (15 + 10) = **50**

b. 56 – (6 + 24) = **26** 5 × (8 – 2) = **30** (45 – 20) – 19 = **6** (36 – 6) × 5 = **150**
(56 – 6) + 24 = **74** (5 × 8) – 2 = **38** 45 – (20 – 19) = **44** 36 – (6 × 5) = **6**

4

a. 23 × 17 = (23 × 16) + 23 = 368 + 23 = **391**
b. 24 × 16 = (23 × 16) + 16 = 368 + 16 = **384**
c. 23 × 26 = (23 × 16) + (23 × 10) = 368 + 230 = **598**
d. 33 × 16 = (23 × 16) + (10 × 16) = 368 + 160 = **528**

► Manuel p. 72

Calcul automatisé, calcul réfléchi sur les nombres entiers

1

+	5	7	3	6
8	13	15	11	14
7	12	14	10	13
9	14	16	12	15
4	9	11	7	10

×	30	40	70	90
4	120	160	280	360
7	210	280	490	630
20	600	800	1 400	1 800
50	1 500	2 000	3 500	4 500

×	20	3	60	10
5	100	15	300	50
50	1 000	150	3 000	500
6	120	18	360	60
80	1 600	240	4 800	800

×	40	60	9	8
7	280	420	63	56
4	160	240	36	32
50	2 000	3 000	450	400
9	360	540	81	72

2

```
      8 4 7
  + 3 2 6 8
  + 1 3 5 6
  ---------
    5 4 7 1
```

```
  2 0 4 8
 –  7 7 3
 --------
  1 2 7 5
```

```
      7 4 6
  ×     3 8
  ---------
    5 9 6 8
  2 2 3 8 0
  ---------
  2 8 3 4 8
```

```
   634 | 18
 – 540 |----
 ----- | 35
    94 |
  – 90 |
 ----- |
     4 |
```

3

a. 327 + 72 + 1 953 = 2 352

b. 2 532 – 728 = 1 804

c. 892 × 45 = 40 140

d. 765 = (24 × 31) + 21

4

a. 102 ; 104 ; 106 ; 108 ; 110 ; 112 ; 114 ; 116 ; 118 ; 120 ; 122 ; 124 ; 126 ; 128 ; 130 ; 132 ; 134 ; 136 ; 138 ; 140 ; 142 ; 144 ; 146 ; 148.

b. 105 ; 110 ; 115 ; 120 ; 125 ; 130 ; 135 ; 140 ; 145.

c. 110 ; 120 ; 130 ; 140.

Remue-méninges

Nombre A : 4 056

Nombre B : 5 964

Nombre C : 4 965

Utiliser la calcvulatrice (2)

1

10 406 $\xrightarrow{+800}$ **a.** 11 206 $\xrightarrow{+100}$ **b.** 11 306 $\xrightarrow{+10}$ **c.** 11 316 $\xrightarrow{+101}$ **d.** 11 417 $\xrightarrow{+1\,000}$ **e.** 12 417 $\xrightarrow{+80}$ **f.** 12 497

2

348 + 7 904 = **8 252**

Pour obtenir 2 348 + 7 904,
il suffit d'**ajouter 2 000**.

3

64 × 28 = **1 792**

64 × 29 = (64 × 28) + **64** = 1 792 + **64** = **1 856**

65 × 29 = (64 × 29) + **29** = 1 856 + **29** =**1 885**

4

3 835 – 946 = **2 889**

3 835 – 956 = (3 835 – 946) – **10** = **2 879**

3 835 – 1 056 = (3 835 – 956) – **100** = **2 779**

5

61 014 683 = (87 539 × **697**)

6

a. Correcte : on a ajouté 11 à chacun des deux nombres de la soustraction,
l'écart entre les nombres reste donc le même.

b. Fausse : on a ajouté 6 à chaque nombre de la somme, donc cette somme augmente de 12.

c. Fausse : on a retranché 1 au premier nombre de la soustraction et ajouté 1 à l'autre ;
cela modifie l'écart entre les nombres.

7

a. Correcte : 112 ×10 = 112 × 2 × 5 = 224 × 5

b. Fausse : 94 × 50 = 47 × 2 × 25 × 2 = 47 × 100

c. Correcte : 1 592 × 2 = 796 × 2 × 2 = 796 × 4

8

48 × 16 = (48 × 6) + (48 × 10)

48 × 16 = 288 + **480**

Théo doit ajouter 480.

Remue-méninges

1 438 – **658** = 780

658 = 47 × **14**

14 × 6 = 84

Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition et soustraction de nombres décimaux

1

Additionner des nombres décimaux

1,5 + 0,5 = **2**	2,7 + 1,3 = **4**	3,2 + 2,8 = **6**	4,6 + 1,4 = **6**	17,1 + 2,9 = **20**
2,7 + 3 = **5,7**	7,65 + 5 = **12,65**	8 + 82,04 = **90,04**	54 + 2,5 = **56,5**	67,4 + 6 = **73,4**
7,5 + 2,4 = **9,9**	6,8 + 2,4 = **9,2**	9,3 + 8,9 = **18,2**	12,8 + 4,2 = **17**	80,9 + 0,1 = **81**
4,35 + 1,8 = **6,15**	7,9 + 73,45 = **81,35**	76,42 + 9,38 = **85,8**	14,7 + 104,02 = **118,72**	18,75 + 0,35 = **19,1**

Soustraire des nombres décimaux

7,8 – 4 = **3,8**	12,7 – 7 = **5,7**	8 – 0,5 = **7,5**	7 – 4,2 = **2,8**	13 – 5,4 = **7,6**
6,4 – 2,1 = **4,3**	8,1 – 0,4 = **7,7**	5,3 – 3,7 = **1,6**	12,8 – 7,5 = **5,3**	15,7 – 14,9 = **0,8**
14,72 – 5,29 = **9,43**	10,07 – 4,25 = **5,82**	7,8 – 2,34 = **5,46**	4,21 – 0,99 = **3,22**	8,6 – 4,02 = **4,58**

Trouver un complément à l'entier supérieur

15,7 + **0,3** = 16	6,4 + **0,6** = 7	12,5 + **0,5** = 13	24,2 + **0,8** =25	19,9 + **0,1** = 20

Trouver un complément au multiple de 10 le plus proche

4,6 + **5,4** = 10	8,3 + **1,7** = 10	17,5 + **2,5** = 20	18,2 + **1,8** = 20	97,4 + **2,6** = 100

Trouver un complément à un nombre décimal proche

6,45 + **0,05** = 6,5	8,04 + **0,06** = 8,1	12,36 + **0,04** = 12,4	0,07 + **0,03** = 0,1	0,13 + **0,07** = 0,2

Trouver l'écart

Entre 2,7 et 2,8 l'écart est **0,1**
Entre 5,3 et 6 l'écart est **0,7**
Entre 7,4 et 6,3 l'écart est **1,1**

Entre 2,73 et 2,7 l'écart est **0,03**
Entre 5 et 4,2 l'écart est **0,8**

2

a. **2** < 2,14 < **3** **b.** **14** < 14,9 < **15** **c.** **12** < 12,47 < **13** **d.** **15** < 15,09 < **16** **e.** **3** < 3,645 < **4**

3

a. 4,7 est proche de **5** **b.** 12,8 est proche de **13** **c.** 8,09 est proche de **8**

d. 4,25 est proche de **4** **e.** 31,5 est aussi proche de **31** que de **32**

4

a.

3,45 + 2,04 = **5,49**	9,3 + 7,65 = **16,95**	0,12 + 0,67 = **0,79**	0,9 + 0,17 = **1,07**
6,7 – 5,4 = **1,3**	6,4 – 5,7 = **0,7**	10,27 – 8,65 = **1,62**	5,09 – 3,7 = **1,39**

b.

2,5 + 3 + 5,7 = **11,2**	12,3 + 4,25 + 7,2 = **23,75**
2,87 + 10 + 6,3 = **19,17**	5,07 + 4,08 + 3,1 = **12,25**

► Manuel p. 103

Problèmes à une ou plusieurs étapes (2)

1 ? + (15 × 0,1) = 24,3
Le nombre auquel je pense est 22,8.

2 ? – (15 × 0,1) = 17,8
Le nombre auquel je pense est 19,3.

3 (12 × 7) + 4 = 88
Alexandre avait 88 bonbons dans son paquet.

4 1 800 = 25 × 72
Arthur a mis 72 billes dans chaque sac.

5 ? – 115 + 272 = 1 183
Il y avait 1 026 voitures dans le parking avant l'ouverture.

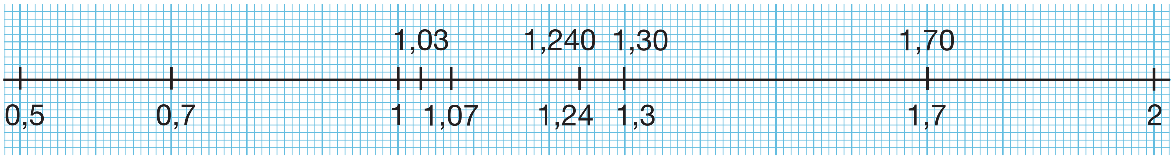
6 (30 × 6) = 180, il y a 180 bouteilles.
180 × 1,5 = 270, ces 180 bouteilles contiennent 270 L.
Le magasinier voulait connaître le nombre de litres d'eau contenue dans 30 packs de 6 bouteilles de 1,5 L.

7 (3,50 × 12) indique le tarif de location pour une toile de tente pendant 12 jours.
(2 × 9) × 12 indique le tarif pour 2 adultes pendant 12 jours.
258 €, c'est le prix payé par 2 adultes avec une tente pendant 12 jours.

8 (4 × 13) indique le tarif de location pour un vélo pendant 13 jours.
10 indique le prix du forfait pour l'assurance.
62 € c'est le prix payé pour louer 1 vélo pendant 13 jours avec l'assurance.

Décimaux et fractions

1



Les nombres égaux sont 1,7 et 1,70 ; 1,30 et 1,3 ; 1,240 et 1,24.

2 Dans chaque cas, il y a une infinité de réponses.

a. 7 < **7,...** < 8

Par exemple : 7 < **7,46** < 8 etc.

b. 4,5 < **4,5...** < 4,8 ou 4,5 < **4,6...** < 4,8 ou 4,5 < **4,7...** < 4,8

c. 3,9 < **3,9...** < 4

d. 6,74 < **6,74...** < 6,75

e. 12 < **12,0...** < 12,1

3 $0{,}2 = \frac{1}{5}$

4 $\frac{1}{2} = 0{,}5$ $\frac{1}{4} = 0{,}25$ $\frac{3}{4} = 0{,}75$ $\frac{1}{5} = 0{,}2$

5 $12 + \frac{7}{10} = 12{,}7$ $4 + \frac{6}{100} = 4{,}06$ $4 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} = 4{,}52$ $\frac{7}{10} + \frac{6}{100} = 0{,}76$

6 $30{,}7 = \frac{307}{10}$

7 $\frac{853}{10} = 85{,}3$

8 $24 + \frac{3}{100} = 24{,}03$

9

a. $\begin{array}{r} 142{,}7 \\ +\ 38{,}53 \\ \hline 181{,}23 \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 138{,}72 \\ -\ 15{,}3 \\ \hline 123{,}42 \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 30{,}75 \\ +\ 9{,}08 \\ \hline 39{,}83 \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 57{,}05 \\ -\ 4{,}52 \\ \hline 52{,}53 \end{array}$

10

a. Ajouter 0,3.

b. 4,5 + 0,3 = **4,8** ; après 4,5 c'est 4,8.

c. Le dixième nombre de la suite est 3,6 + (9 × 0,3) = **6,3**.

11 Le morceau de plinthe qui manque mesure 3,89 m, car 5,74 – 1,85 = 3,89.
La planche qui fera le moins de perte est celle de 4 m.

12

Colis A :	51,8 + 42,5 + 31,4 = 125,7	125,7 > 100
	Ce colis ne peut pas être expédié par la poste.	
Colis B :	43,7 + 18,2 + 29,6 = 91,5	91,5 < 100
	Ce colis peut être expédié par la poste.	
Colis C :	37,9 + 12,4 + 36,9 = 87,2	87,2 < 100
	Ce colis peut être expédié par la poste.	

13

4 × **0,25** = 1	**0,1** × 5 = 0,5	0,25 × **12** = 3	**50** × 0,2 = 10
5 × 0,2 = 1	0,25 × **2** = 0,5	**0,5** × 6 = 3	0,5 × **20** = 10

14 **a.** 18,6 × 32 = **595,2**

$$\begin{array}{r} 18,6 \\ \times \quad 32 \\ \hline 372 \\ 5580 \\ \hline \mathbf{595,2} \end{array}$$

b. 186 × 3,2 = **595,2**
186 × 0,32 = **59,52**
18,6 × 3,2 = **59,52**

15 0,55 × 17 = 9,35
Pour affranchir 17 lettres, il faut 9,35 €.

$$\begin{array}{r} 0,55 \\ \times \quad 17 \\ \hline 385 \\ 550 \\ \hline \mathbf{9,35} \end{array}$$

16

a. **793** < 793,7 < **794** **c.** **5** < $\frac{52}{10}$ < **6** **e.** **6** < $\frac{627}{100}$ < **7** **g.** **23** < 23 + $\frac{8}{10}$ < **24**

b. **80** < 80,39 < **81** **d.** **40** < $\frac{408}{10}$ < **41** **f.** **0** < $\frac{74}{100}$ < **1** **h.** **109** < 109 + $\frac{7}{10}$ + $\frac{6}{100}$ < **110**

Remue-méninges

Le renard est à un demi-quart de lieue. Un quart de lieue, c'est 1 km.
Un demi de 1 km, c'est 0,5 km.
Le renard est à 0,5 km.

Multiplication d'un décimal par un entier

1

a. 1,30 × 24 = 31,20. Le total est de 31,20 €.

2

a. 4,5 × 4 = **18**
b. 2,75 × 10 = **27,5**
c. 12,25 × 5 = **61,25**

3

a.
$$\begin{array}{r} 3{,}45 \\ \times \quad 5 \\ \hline \mathbf{17{,}25} \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 3{,}99 \\ \times \quad 5 \\ \hline \mathbf{19{,}95} \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 12{,}04 \\ \times \quad 6 \\ \hline \mathbf{72{,}24} \end{array}$$

d.
$$\begin{array}{r} 1{,}05 \\ \times \quad 12 \\ \hline 210 \\ 1050 \\ \hline \mathbf{12{,}60} \end{array}$$

4

Le périmètre est de 14 cm ; 1,75 × 8 = 14.

5

Le périmètre est de 16,28 cm ;
(2,59 × 2) + (1,85 × 6) = 16,28.

6

a. 4 € valent 26,20 francs ; 2 × 13,10 = 26,20 ou 4 × 6,55 = 26,20.
6 € valent 39,30 francs + ; 32,75 + 6,55 = 39,30 ou 6 × 6,55 = 39,30.
7 € valent 45,85 francs + ; 32,75 + 13,10 = 45,85 ou 7 × 6,55 = 45,85.
8 € valent 52,40 francs + ; 2 × 26,20 = 52,40 ou 8 × 6,55 = 52,40.

b. 25 € valent 163,75 francs ; 25 × 6,55 = 163,75 ;
ou 20 € c'est 131 francs et 5 € c'est 32,75 francs, donc 25 euros c'est 163,75 francs ;
ou encore 50 € c'est 327,5 francs, donc 25 € c'est la moitié soit 163,75 francs ;
ou encore 5 € c'est 32,75 francs, donc 25 € c'est 5 × 32,75 soit 163,75 francs.

Calcul automatisé, calcul réfléchi : les quatre opérations

1

Restituer rapidement des sommes

a. 9 + 9 = **18** 8 + 7 = **15** 6 + 8 = **14** 7 + 9 = **16** 6 + 9 = **15** 9 + 8 = **17**
b. 5 + **6** = 11 4 + **9** = 13 7 + **7** = 14 9 + **5** = 14 8 + **5** = 13 6 + **7** = 13

Restituer rapidement des produits

a. 6 × 9 = **54** 8 × 8 = **64** 7 × 5 = **35** 9 × 7 = **63** 8 × 7 = **56** 9 × 8 = **72**

b. Dans 45, il y a **5** fois 9 ; 45 = 5 × 9. Dans 42, il y a **6** fois 7 ; 42 = 6 × 7.
Dans 28 il y a **4** fois 7 ; 28 = 4 × 7

Calculer mentalement des sommes, des différences

127 + 8 = **135** | 28 + 99 = **127** | 2 300 + 1 500 = **3 800** | 31 – 12 = **19** | 142 – 7 = **135** | 1 205 – 10 = **1 195**

Calculer mentalement des produits

a. 50 × 7= **350** 60 × 9 = **540** 70 × 8 = **560** 20 × 16 = **320** 30 × 15 = **450** 40 × 25 = **1 000**

b. Dans 1 200, il y a **4** fois 300 ; 1 200 = 4 × 300 Dans 1 500, il y a **3** fois 500 ; 1 500 = 3 × 500
Dans 280, il y a **40** fois 7 ; 280 = 40 × 7 Dans 5 600, il y a **700** fois 8 ; 5 600 = 700 × 8

2

Effectuer des additions et des soustractions

a. 1 436 + 967 + 2 098 = **4 501** 43 207 + 28 039 = **71 246**
364,6 + 38,72 = **403,32** 36,47 + 85,7 = **122,17**

b. 567 – 259 = **308** 4 052 – 867 = **3 185** 53,6 – 37,48 = **16,12** 136,72 – 24,3 = **112,42**

Effectuer des multiplications

768 × 43 = **33 024** 634 × 205 = **129 970** 5,07 × 8 = **40,56** 36,4 × 63 = **2 293,2** 47 × 0,6 = **28,2**

Donner le quotient et le reste des divisions

448 divisé par 14 : 448 = 14 × 32 ; quotient 32, reste 0.
405 divisé par 20 : 405 = (20 × 20) + 5 ; quotient 20, reste 5.
372 divisé par 17 : 372 = (17 × 21) + 15 ; quotient 21, reste 15.
1 309 divisé par 16 : 1 309 = (16 × 81) + 13 ; quotient 81, reste 13.

3

0,85 + 4,25 + 3,10 = 8,20.
Erwan doit payer 8,20 €.

4

2 × 0,80 = 1,60 ; 2 – 1,60 = 0,40.
La boulangère lui rend 0,40 €

5

a. 2,06 × 10 = **20,6** **b.** 20,6 × 10 = **206** **c.** 23,6 × 10 = **236**
d. 4,8 × 100 = **480** **e.** 3,004 × 100 = **300,4** **f.** 1,426 × 1 000 = **1 426**

6

a. 16 divisé par 10 : le quotient exact est 1,6. **c.** 2 345 divisé par 100 : le quotient exact est 23,45.
b. 520 divisé par 10 : le quotient exact est 52. **d.** 45 divisé par 100 : le quotient exact est 0,45.

Décimaux et fractions

1 0,22 2 2,02 20,02 20,2

2 4 ; 3,95 ; 4,9

3 a. 3,7 > 3,64 b. 6,08 < 6,4 c. 17,3 > 15,7 d. 3,15 > 3,015 e. 14,05 = 14,050

4 … 2,94 … 3 … 3,07 **3,1** 3,11 … 3,4 **3,45** 3,5 … 3,65 … 4

Pour compléter la liste, il y a une infinité de solutions.

5 a. **1 234** < 1 234,47 < **1 235** **203** < 203,08 < **204** **26** < 26,9 < **27**

371 < 371,62 < **372** **1 089** < 1 089,1 < **1 090** **30** < 30,26 < **31**

b. $\mathbf{30} < \frac{305}{10} < \mathbf{31}$ $\mathbf{376} < \frac{3\,764}{10} < \mathbf{377}$ $\mathbf{0} < \frac{74}{100} < \mathbf{1}$

c. $\mathbf{14} < 14 + \frac{53}{100} < \mathbf{15}$ $\mathbf{6} < 6 + \frac{8}{100} < \mathbf{7}$ $\mathbf{0} < \frac{4}{10} + \frac{9}{100} < \mathbf{1}$

6 a. $0{,}25 = \frac{1}{4}$ b. $0{,}75 = \frac{3}{4}$

7 $80 + \frac{4}{10} = \mathbf{80{,}04}$

8 $\frac{625}{100} = \mathbf{6{,}25}$

9 a. sept et huit dixièmes $7{,}8 = \frac{78}{10}$ b. douze et deux dixièmes $12{,}2 = \frac{122}{10}$

c. quatre et cinquante-trois centièmes $4{,}53 = \frac{453}{100}$

10 a. 7 dizaines = **70** c. 81 dizaines = **810** e. 3 centaines = **300** g. 267 centaines = **26 700**

b. 7 dixièmes = **0,7** d. 81 dixièmes = **8,1** f. 3 centièmes = **0,03** h. 267 centièmes = **2,67**

11 a. 0,4 × 5 = **2** c. 2,5 × 400 = **1 000** e. 13,16 × 4 = **52,64** g. 4,07 × 50 = **203,5**

b. 0,4 × 50 = **20** d. 0,25 × 400 = **100** f. 13,16 × 400 = **5 264** h. 4,07 × 5 000 = **20 350**

12 a. 0,5 × **6** = 3 c. 4 × **0,75** = 3 e. 20 × **0,25** = 5 g. 2 × **0,2** = 0,4

b. 2 × **1,5** = 3 d. 0,4 × **7,5** = 3 f. 0,2 × **25** = 5 h. 5 × **0,08** = 0,4

13

a.

$$\begin{array}{rrrrr} & 5 & 4 & 7, & 2 \\ + & & 7 & 0, & 7\;\,8 \\ \hline & \mathbf{6} & \mathbf{1} & \mathbf{7,} & \mathbf{9\;\,8} \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{rrrrrr} & & 8 & 4, & 0 & 7 \\ + & 4 & 3 & 5, & 9 & 3 \\ \hline & \mathbf{5} & \mathbf{2} & \mathbf{0,} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array}$$

14

a.

$$\begin{array}{rrrr} & 3 & 5, & 4 \\ - & 1 & 2, & 7 \\ \hline & \mathbf{2} & \mathbf{2,} & \mathbf{7} \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{rrrrr} & 8 & 9, & 7 & \\ - & 3 & 6, & 0 & 4 \\ \hline & \mathbf{5} & \mathbf{3,} & \mathbf{6} & \mathbf{6} \end{array}$$

15 19,76 – 2,42 = **17,34**

$$\begin{array}{rrrrr} & 1 & 9, & 7 & 6 \\ - & & 2, & 4 & 2 \\ \hline & \mathbf{1} & \mathbf{7,} & \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{array}$$

a. 19,74 – 2,40 = (19,76 – 0,2) – (2,42 – 0,2) = **17,34**

b. 19,8 – 2,46 = (19,76 + 0,04) – (2,42 + 0,04) = **17,34**

16 7 803 × 46 = **358 938**

$$\begin{array}{rrrrrr} & & 7 & 8 & 0 & 3 \\ \times & & & & 4 & 6 \\ \hline & 4 & 6 & 8 & 1 & 8 \\ 3 & 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ \hline \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{8} & \mathbf{9} & \mathbf{3} & \mathbf{8} \end{array}$$

a. 78,03 × 46 = **3 589,38** **b.** 7 803 × 4,6 = **35 893,8**

17

a. 35 divisé par 10 : quotient exact 3,5

b. 460 divisé par 10 : quotient exact 46

c. 8462 divisé par 100 : quotient exact 84,62

d. 50 divisé par 100 : quotient exact 0,5

18

a. Il a rangé 150 bouteilles ; 6 × 25 = 150

b. Cela correspond à 49,5 L ; 150 × 0,33 = 49,5

19

a. 17 divisé par 5 : quotient exact 3,4

b. 47 divisé par 3 : quotient approché au dixième près par défaut 15,6

c. 51 divisé par 4 : quotient approché au dixième près par défaut 12,7

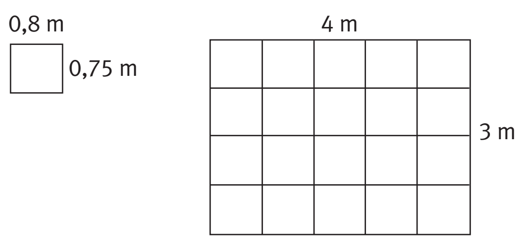
d. 31 divisé par 7 : quotient approché au dixième près par défaut 4,4

e. 45 divisé par 6 : quotient exact 7,5

Remue-méninges

0,75 × 4 = 3 et 0,8 × 5 = 4.

Avec 20 feuilles, le recouvrement est possible.



Calcul automatisé, calcul réfléchi

1

a. 15 × 11 = **165**
25 × 11 = **275**
37 × 11 = **407**
42 × 11 = **462**
75 × 11 = **825**

b. 15 × 9 = **135**
25 × 9 = **225**
37 × 9 = **333**
42 × 9 = **378**
75 × 9 = **675**

c. 14 × 12 = **168**
25 × 12 = **300**
31 × 12 = **372**
45 × 12 = **540**
72 × 12 = **864**

d. 14 × 15 = **210**
25 × 15 = **375**
31 × 15 = **465**
45 × 15 = **675**
72 × 15 = **1 080**

e. 13 × 21 = **273**
25 × 21 = **525**
32 × 21 = **672**
46 × 21 = **966**
53 × 21 = **1 113**

f. 13 × 19 = **247**
25 × 19 = **475**
32 × 19 = **608**
46 × 19 = **874**
53 × 19 = **1 007**

2

a.	Quotient 30, reste 0 150 = 5 × **30**	Quotient 13, reste 0 65 = 5 × **13**	Quotient 15, reste 0 75 = 5 × **15**	Quotient 16, reste 0 80 = 5 × **16**
	Quotient 30, reste 4 154 = (5 × **30**) + **4**	Quotient 12, reste 2 62 = (5 × **12**) + **2**	Quotient 14, reste 4 74 = (5 × **14**) + **4**	Quotient 16, reste 3 83 = (5 × **16**) + 3
b.	Quotient 18, reste 0 36 = 2 × **18**	Quotient 36, reste 0 72 = 2 × **36**	Quotient 47, reste 0 94 = 2 × **47**	Quotient 75, reste 0 150 = 2 × **75**
	Quotient 18, reste 1 37 = (2 × **18**) + **1**	Quotient 35, reste 1 71 = (2 × **35**) + **1**	Quotient 47, reste 1 95 = (2 × **47**) + **1**	Quotient 74, reste 1 149 = (2 × **74**) + **1**
c.	Quotient 6, reste 8 68 = (10 × **6**) + **8**	Quotient 10, reste 6 106 = (10 × **6**) + **6**	Quotient 17, reste 0 170 = 10 × **17**	Quotient 131, reste 5 1315 = (131 × **10**) + **5**
d.	Quotient 3, reste 0 150 = 50 × **3**	Quotient 11, reste 10 560 = (50 × **11**) + **10**	Quotient 19, reste 0 950 = 50 × **19**	Quotient 24, reste 0 1200 = 50 × **24**
e.	Quotient 7, reste 0 140 = 20 × **7**	Quotient 28, reste 0 560 = 20 × **28**	Quotient 46, reste 10 930 = (20 × **46**) + **10**	Quotient 80, reste 0 1600 = 20 × **80**

3

64 = 2 × 32	64 = 4 × 16	64 = 8 × 8	64 = 2 × 2 × 16	64 = 4 × 4 × 4	64 = 2 × 4 × 8	etc.
56 = 2 × 28	56 = 4 × 14	56 = 8 × 7	56 = 2 × 2 × 14	56 = 2 × 2 × 2 × 7	56 = 4 × 2 × 7	etc.
75 = 3 × 25	75 = 25 × 3	75 = 3 × 5 × 5	75 = 5 × 15	75 = 15 × 5	etc.	
81 = 3 × 27	81 = 9 × 9	81 = 3 × 3 × 9	81 = 3 × 3 × 3 × 3	etc.		
100 = 2 × 50	100 = 4 × 25	100 = 20 × 5	100 = 2 × 5 × 10	100 = 10 × 10	100 = 2 × 5 × 2 × 5	etc.

4

Les doubles	240	164	190	270	720
Les moitiés	80	110	125	175	235
Les quadruples	120	140	196	224	920
Les quarts	18	30	45	65	103
Les triples	45	600	135	750	36
Les tiers	20	80	25	33	34

5

a. 8 074 825 + 9 999 999 = **18 074 824**
4 053 207 – 2 000 001 = **2 053 206**
49 999 × 5 = **249 995**

b. Quotient entier 43, reste 237 ;
43 237 = (1 000 × **43**) + **237**

Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DU MILIEU DE LA PÉRIODE 1

▶ Manuel p. 26

1 Je suis 528.

2 Le chiffre des centaines de 7 856 est 8.
Le nombre de centaines de 7 856 est 78.

3 a. six mille deux cent quatre-vingt-seize : 6 296
b. quatre mille douze : 4 012

4 a. 357 + 18 + 1 098 = **1 473**
b. 4 426 + 387 = **4 813**

5 2 653 – 1 347= **1 306**   1 306 + 1 347 = 2 653

6 Il y a 326 km entre Troyes et Lille.

7 356 × 72 = **25 632**

		3	5	6
×			7	2
		7	**1**	**2**
	2	**4**	**9**	**2**	**0**
	2	**5**	**6**	**3**	**2**

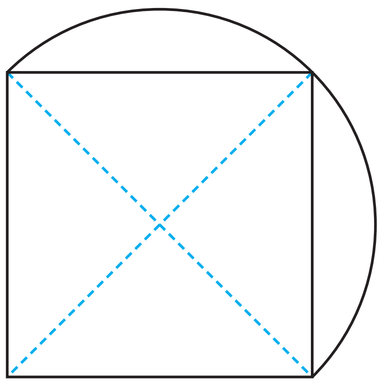
a. 3 560 × 72 = **256 320**   b. 356 × 702 = **249 912**   c. 356 × 27 = **9 612**

8
a. 6 × 7 = **42**   d. 5 × 2 × 8 = **80**   g. 100 × 10 = **1 000**
b. 8 × 6 = **48**   e. 6 × 7 × 5 = **210**   h. 100 × 32 = **3 200**
c. 7 × 4 = **28**   f. 4 × 9 × 3 = **108**   i. 10 × 11 = **110**

9 Au début de l'été,
le compteur du vélo
de Qwang marquait 00132,
c'est-à-dire 132 km.

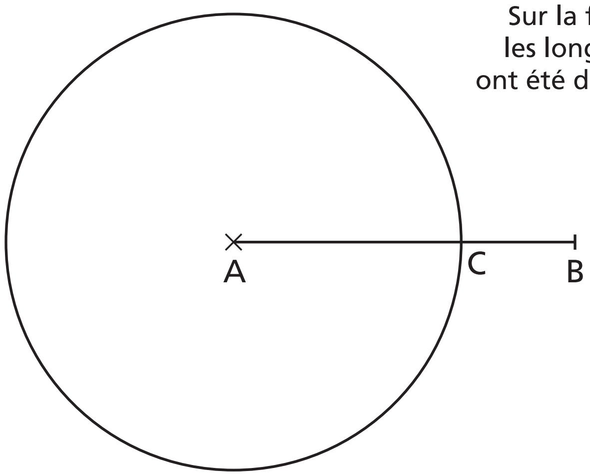
10 a. **90** < 97 < **100**   b. **280** < 285 < **290**   c. **3 100** < 3 109 < **3 110**   d. **1 990** < 1 994 < **2 000**

11



12

Sur la figure,
les longueurs
ont été divisées
par 2.



Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DE LA FIN DE LA PÉRIODE 1

► Manuel p. 44-45

1

a. 7 × 8 = **56** c. 4 × 5 × 7 = **140** e. 87 × 10 = **870** g. 10 × 952 = **9 520** i. 5 × 6 × 100 = **3 000**

b. 6 × 9 = **54** d. 9 × 3 × 2 = **54** f. 100 × 29 = **2 900** h. 45 × 1 000 = **45 000** j. 2 × 1 000 × 7 = **14 000**

2

a. 114 ; 616 ; 150 ; 1 098

b. 42 ; 234 ; 66 ; 36

3

a. 2 036 : deux mille trente-six

b. Avec les mêmes mots-nombres, on peut former un seul nombre de 4 chiffres : six mille trente-deux.

4

$$\begin{array}{r} 2\;\mathbf{1}\;7\;\mathbf{3} \\ +\quad \mathbf{1}\;8\;\mathbf{4}\;7 \\ \hline 4\;0\;2\;0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\;\mathbf{2}\;7\;3 \\ -\quad \mathbf{2}\;9\;\mathbf{0}\;\mathbf{4} \\ \hline 3\;6\;9 \end{array}$$

5

a. 716 × 28 = **20 048**

b. 2 072 – 436 = **1 636**

6

68 × 137 = (60 × 137) + (8 × 137) = **9 316**

137 × 86 = (137 × 80) + (137 × 6) = **11 782**

806 × 137 = (800 × 137) + (6 × 137) = **110 422**

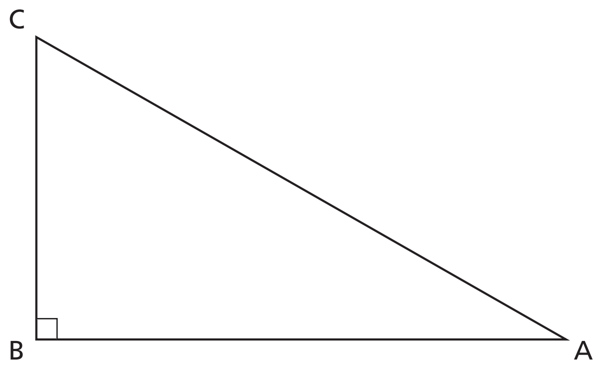
7

Le directeur a payé 768 € ;

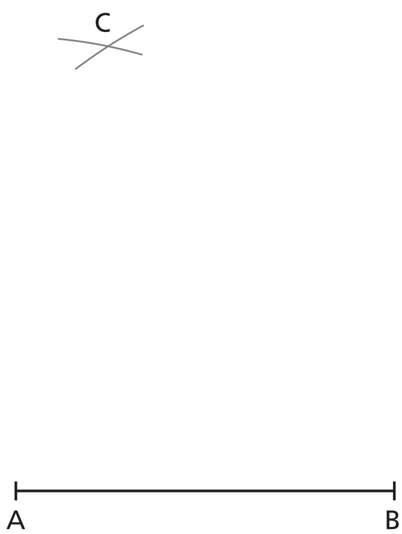
(18 × 26) + (20 × 15) = 768

8

Sur le schéma, on lit que l'angle B est un angle droit, donc le triangle ABC est un triangle rectangle, le côté [AB] mesure 7 cm, le côté BC mesure 4 cm.



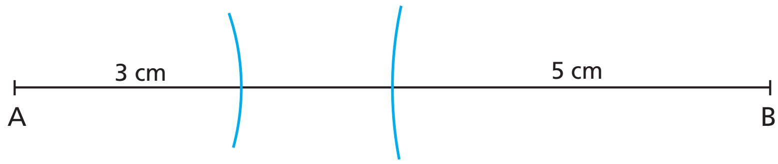
9



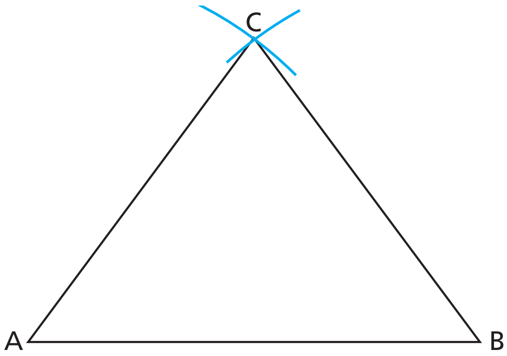
Sur la figure, les longueurs des côtés ont été divisées par 2.

10

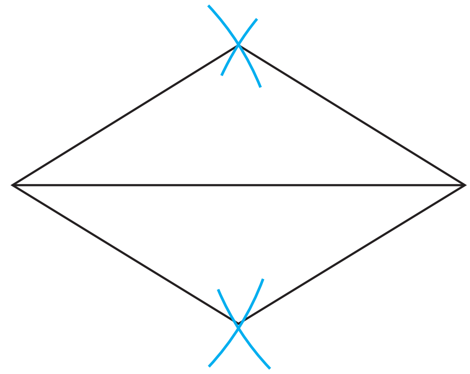
C'est Théo qui a raison car si on trace un segment [AB] de 10 cm, le cercle de centre A et de rayon 3 cm et le cercle de centre B et de rayon 5 cm n'ont pas de point commun.



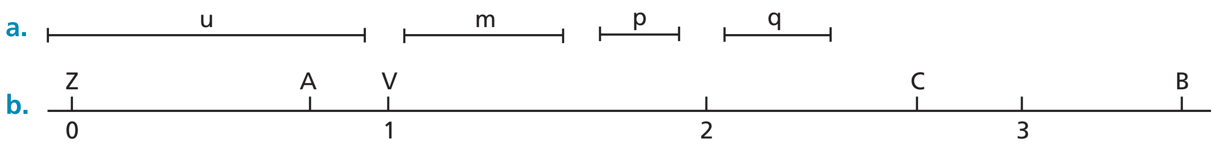
11 Le triangle ABC est un triangle isocèle car les côtés [BC] et [AC] ont la même longueur.



12 Ce quadrilatère est un losange car il a ses quatre côtés de même longueur.



13



14 a. $2 < \frac{5}{2} < 3$ b. $\frac{15}{3} = 5$ c. $2 < \frac{9}{4} < 3$ d. $1 < \frac{5}{3} < 2$ e. $3 < \frac{35}{10} < 4$ f. $45 < \frac{4\,532}{100} < 46$

15 a. $4 < \frac{47}{10} < 5$ b. $0 < \frac{23}{100} < 1$ c. $74 < \frac{742}{10} < 75$ d. $3 < \frac{347}{100} < 4$ e. $234 < \frac{2\,347}{10} < 235$

16 a. $1{,}5 = 1 + \frac{5}{10}$ b. $4{,}2 = 4 + \frac{2}{10}$ c. $7{,}13 = 7 + \frac{13}{100}$ d. $0{,}4 = 0 + \frac{4}{10}$ e. $8{,}6 = 8 + \frac{6}{10}$

17 a. $\frac{457}{10} = 45{,}7$ b. $\frac{29}{100} = 0{,}29$ c. $\frac{304}{100} = 3{,}04$ d. $\frac{54}{10} = 5{,}4$ e. $\frac{732}{100} = 7{,}32$

18 a. $\frac{1}{10} = 0{,}1$ b. $\frac{1}{2} = 0{,}5$ c. $\frac{1}{5} = 0{,}2$ d. $\frac{1}{4} = 0{,}25$ e. $\frac{1}{100} = 0{,}01$ f. $\frac{3}{2} = 1{,}5$

19 Le périmètre est 68 cm ; 4 × 17 = 68.

20 Le périmètre est 66 cm ; 2 × (12 + 21) = 66.

Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DU MILIEU DE LA PÉRIODE 2

► Manuel p. 64

1

a. Les multiples de 2 sont :
12 ; 50 ; 68 ; 70 ; 136 ; 140.

En effet, les multiples de 2 sont les nombres pairs, ils se terminent par 0, 2, 4, 6, ou 8.

b. Les multiples de 5 sont :
15 ; 45 ; 50 ; 70 ; 135 ; 140.

En effet, les multiples de 5 se terminent par 0 ou 5.

c. Les multiples communs à 2 et à 5 sont :
50 ; 70 ; 140

Ce sont des multiples de 10, ils se terminent par 0.

2

Je suis 30 ou je suis 0.

En effet, les multiples de 10 inférieurs à 50 sont :
0 ; 10 ; 20 ; 30 ; 40.

Seuls 30 et 0 sont multiples de 3 car : 30 = 3 × 10 et 0 = 3 × 0

3

Les nombres inférieurs à 100 multiples de 2, de 5 et de 3 sont :
0 ; 30 ; 60 et 90.

4

a. 8 + (2 × 6) = 20 **b.** (4 + 6) × 5 = 50 **c.** 40 – (3 × 5) = 25 **d.** (18 – 6) × 3 = 36

5

a. 60 = 3 × 20, on peut partager exactement 60 billes entre 3 enfants, chaque enfant aura 20 billes.

b. 60 = 10 × 6, on peut partager exactement 60 billes entre 10 enfants, chaque enfant aura 6 billes.

c. 60 = (7 × 8) + 4, on ne peut pas partager exactement 60 billes entre 7 enfants, chaque enfant aura 8 billes et il restera 4 billes.

6

1 550 = (12 × 129) + 2. Le fleuriste peut réaliser 129 bouquets.

Il lui manque 10 œillets pour faire un bouquet de plus.

7

90 = 15 × 6 ; la longueur d'une guirlande est 6 m.

8

370 = (12 × 30) + 10, chaque pirate recevera 30 pièces, il restera 10 pièces.

9

a. **<u>120</u>** < 126 < **<u>130</u>** **b.** **<u>430</u>** < 432 < **<u>440</u>** **c.** **<u>700</u>** < 706 < **<u>710</u>**

d. **<u>990</u>** < 998 < **<u>1 000</u>** **e.** **<u>1 290</u>** < 1 293 < **<u>1 300</u>**

10

a. Les côtés [AD] et [DC] sont perpendiculaires.

b. L'angle BAD est égal à celui du gabarit.

c. 3,5 + 2,2 + 3,7 + 4 = 13,4

Le périmètre du quadrilatère ABCD est 13,4 cm.

11

115 = (5 × 7) + (10 × 8) ; Tom a 7 billets de 5 € et 8 billets de 10 €.

Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DE LA FIN DE LA PÉRIODE 2

► Manuel p. 84-85

1

a. 100 00 cent mille
b. 1 000 000 un million
c. 12 804 douze mille huit cent quatre
d. 340 625 trois cent quarante mille six cent vingt-cinq
e. 1 245 378 un million deux cent quarante-cinq mille trois cent soixante-dix-huit

2

a. sept millions trois cent cinquante mille 7 350 000
b. quatre millions cinq cent mille soixante-dix-neuf 4 500 079

3

a. (2 × 1 000 000) + (3 × 10 000) + (7 × 100 000) = 2 730 000
b. (9 × 10 000) + (5 × 100 000) + (4 × 10) + (2 × 100) = 590 240

4

a. $1 + \frac{2}{10} + 4 + \frac{5}{10} = \frac{57}{10}$ **b.** $3 + \frac{4}{10} + \frac{8}{10} = \frac{42}{10}$ **c.** $\frac{4}{10} + \frac{3}{10} + \frac{1}{100} = \frac{71}{100}$

5

a. $3 + \frac{9}{10} = 3{,}9$ **b.** $\frac{3}{10} + 4 + \frac{8}{100} = 4{,}38$ **c.** $\frac{4}{10} = 0{,}4$ **d.** $\frac{6}{100} = 0{,}06$

6

a. 2,4 + 14,42 = 16,82 **b.** 7,81 + 3,6 = 11,41 **c.** 18,47 – 5,3 = 13,17 **d.** 16,24 – 8,7 = 7,54

7

2,7 + … = 3,45
La longueur de la deuxième plinthe est de 0,75 m.

8

a. 100 est le quadruple de 25
b. 50 est le double de 25
c. 60 est la moitié de 120
d. 50 est le tiers de 150
e. 45 est le triple de 15
f. 4 est le quart de 16

9

a. 315 = (6 × 52) + 3 ; le quotient est 52 et le reste est 3.
b. 1 718 = (6 × 286) + 2 ; le quotient est 286 et le reste est 2.
c. 1 895 = (7 × 270) + 5 ; le quotient est 270 et le reste est 5.

10

a.
26 × 10 < 890 < 26 × 100
le quotient a donc
2 chiffres.

890	26
− 780	34
110	
− 104	
6	

890 = (26 × 34) + 6

b.
17 × 10 < 792 < 17 × 100
le quotient a donc
2 chiffres.

792	17
− 680	46
112	
− 102	
10	

792 = (17 × 46) + 10

c.
34 × 10 < 604 < 34 × 100
le quotient a donc
2 chiffres.

604	34
− 340	17
264	
− 238	
26	

604 = (34 × 17) + 26

d.
56 × 10 < 1 288 < 56 × 100,
le quotient a donc
2 chiffres.

1288	56
− 1120	23
168	
− 168	
0	

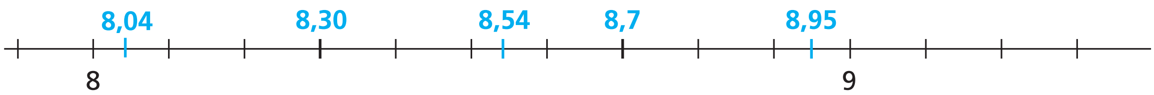
1 288 = 56 × 23

11

a. 35,04 < 35,1 — **c.** 6,7 > 6,15 — **e.** 8,04 < 8, 06 — **g.** 45,3 = 45,30

b. 0,65 < 2,14 — **d.** 5,62 > 5,26 — **f.** 12,43 < 12,8 — **h.** 75,1 > 7,51

12



13

a. Tout nombre décimal de partie entière 16 et dont le chiffre des dixièmes est 4, 5 ou 6.
Par exemple 16,5 ; 16,68 ; etc.

b. Tout nombre décimal de partie entière 23 et dont le chiffre des dixièmes est 5.
Par exemple 23,57.

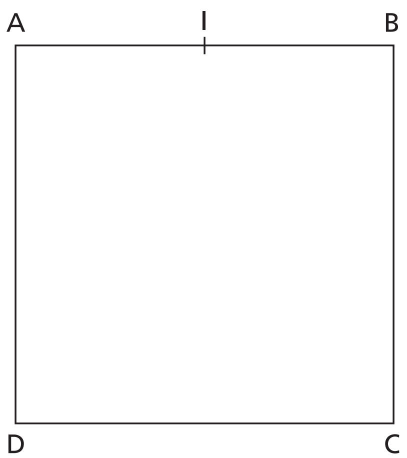
c. Tout nombre décimal de partie entière 5, dont le chiffre des dixièmes est 4 et le chiffre des centièmes est 0. Par exemple 5,407.

d. Tout nombre décimal de partie entière 6, dont le chiffre des dixièmes est 0 et le chiffre des centièmes est 3 (avec un chiffre des millièmes) ; 4 ; 5 ; 6 ou 7. Par exemple : 6,035 ; 6,05, etc.

14

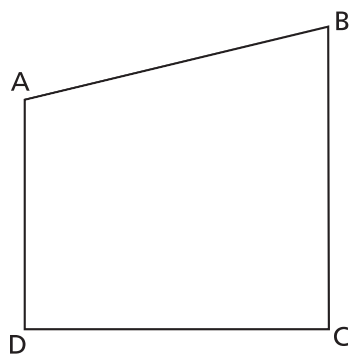
Tous les points situés à 4 cm du point A sont sur le cercle de centre A et de rayon 4 cm.

15



16

Les angles ADC et BCD sont droits, les côtés [AD] et [BC] sont parallèles car ils sont tous les deux perpendiculaires au côté [DC], les côtés [DC] et [BC] ont la même longueur (4 cm), le côté [AD] mesure 3 cm.



17

La longueur d'une étiquette est 8 cm (16 divisé par 2 égale 8).

La largeur d'une étiquette est 5 cm (13 – 8 = 5).

18

C'est le message 2 qui permet de construire la figure.

Dans le message 1, il n'est pas dit que le segment [AB] est un diamètre du cercle.

Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DU MILIEU DE LA PÉRIODE 3

► Manuel p. 102

1

a. 1,7 × 10 = **17**	0,8 × 10 = **8**	24,42 × 10 = **244,2**	3,06 × 10 = **30,6**
b. 2,3 × 100 = **230**	0,5 × 100 = **50**	32,75 × 100 = **3 275**	4,105 × 100 = **410,5**

2

a. 0,8 × 4 = **3,2**

$$\begin{array}{r} 12,7 \\ \times \quad 6 \\ \hline 76,2 \end{array}$$

b. 0,8 × 40 = **32**

c. 6 × 12,7 = **76,2**

$$\begin{array}{r} 12,7 \\ \times \quad 6 \\ \hline 76,2 \end{array}$$

d. 60 × 12,7 = **762**

e. 7 × 14,32 = **100,24**

$$\begin{array}{r} 14,32 \\ \times \quad 7 \\ \hline 100,24 \end{array}$$

f. 700 × 14,32 = **10 024**

3

a. (10 × 0,45) + (10 × 1,20) = 4,5 + 12 = 16,5 ; Qwang paie 16,5 €.

b. 5 × 1,20 = 6 ; Leïla paie 6 €.

c. (12 × 0,45) + (14 × 1,20) = 5,4 + 16,8 = 22,2 ; Théo paie 22,2 €.

4

En dépliant le carré, on va obtenir le napperon B.

5

Dans le cas b, la droite en pointillés est un axe de symétrie du trapèze.

6

a. **25** < 29 < **30**	**70** < 71 < **75**	**15** < 17 < **20**	55 = **55**	**140** < 143 < **145**
b. **28** < 29 < **30**	**70** < 71 < **72**	**16** < 17 < **18**	**54** < 55 < **56**	**142** < 143 < **144**
c. **28** < 29 < **35**	**70** < 71 < **77**	**14** < 17 < **21**	**49** < 55 < **56**	**140** < 143 < **147**

7

a. Les multiples de 10 ont 0 pour chiffre des unités, il y a deux solutions 250 et 520.

b. Les multiples de 2 ont un chiffre des unités pair, il y a 3 solutions 250, 520 et 502 (on n'écrit pas en général 052).

c. Les multiples de 5 ont 0 ou 5 pour chiffre des unités, il y a 3 solutions 250, 520 et 205 (on n'écrit pas en général 025).

Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DE LA FIN DE LA PÉRIODE 3

► Manuel p. 124-125

1

C'est la réponse c :
536 002 039 correspond à cinq cent trente-six millions deux mille trente-neuf.

2

a. 98 004 quatre-vingt dix-huit mille quatre
b. 98 000 004 quatre-vingt dix-huit millions quatre
c. 40 567 492 quarante millions cinq cent soixante-sept mille quatre cent quatre-vingt-douze
d. 45 674 920 quarante-cinq millions six cent soixante-quatorze mille neuf cent vingt

3

a. Ce nombre est 3,6. **b.** Ce nombre est 7,5.

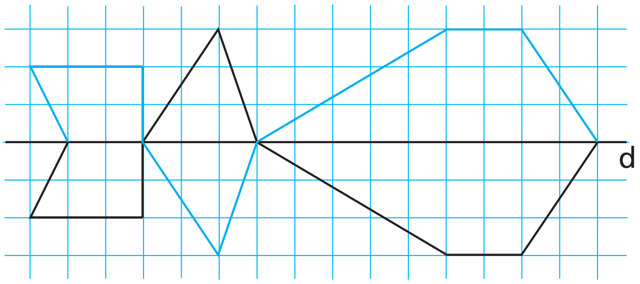
4

84 garçons et 42 filles

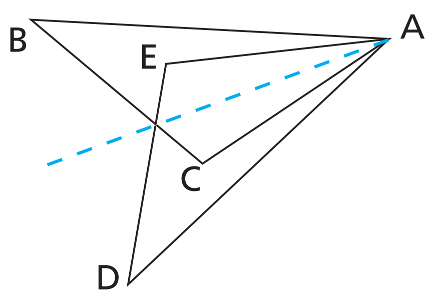
5

a. 5,6 × 10 = **56** 10 × 0,7 = **7** 4,32 × 10 = **43,2**
b. 7,4 × 100 = **740** 100 × 42,1 = **4 210** 100 × 8,64 = **864**

6



7



8

Dans les rectangles R, S et V, les deux parties ont la même aire.

9

le m : 3,250 km = **3 250** m 2,7 km = **2 700** m 470 cm = **4,70** m 2 dm = **0,2** m
le km : 12 000 m = **12** km 2 542 m = **2,542** km 385 m = **0,385** km
le cm : 2,3 m = **230** cm $\frac{12}{100}$ m = **12** cm $\frac{28}{10}$ m = **280** cm 36 mm = **3,6** cm

10

a. 650 g = **0,65** kg **b.** 350 cg = **3,5** g **c.** 2,4 kg = **2 400** g **d.** 17,5 g = **1 750** cg

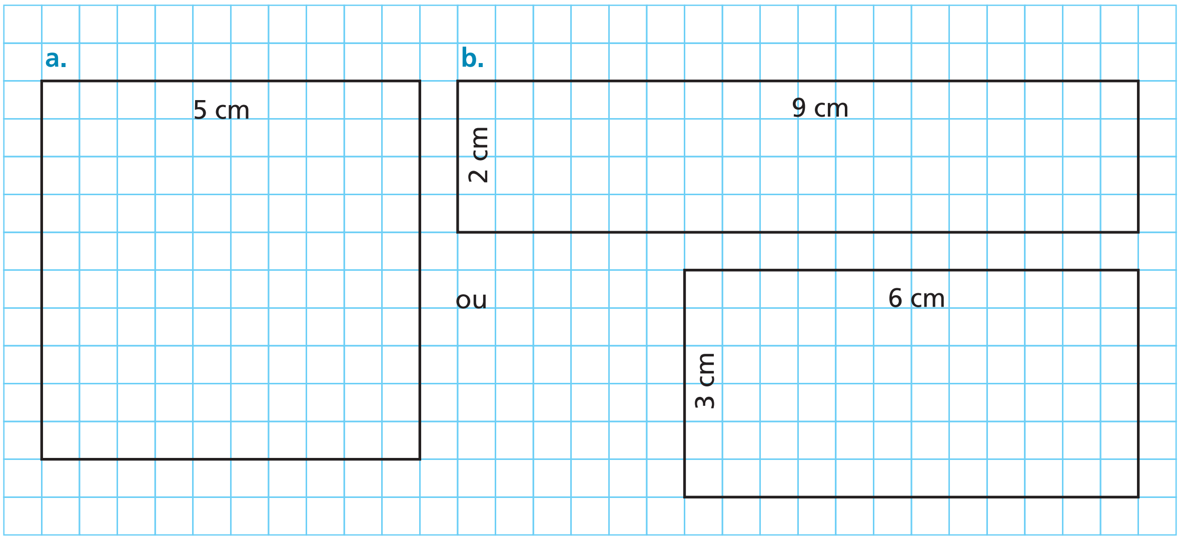
11

Il y a équilibre entre 2 560 g sur un plateau et 3 paquets plus 100 g sur l'autre plateau.
Les 3 paquets ont donc pour masse 2 460 g.
2 460 = 3 × 820. Chaque paquet a pour masse **820 g**.

12

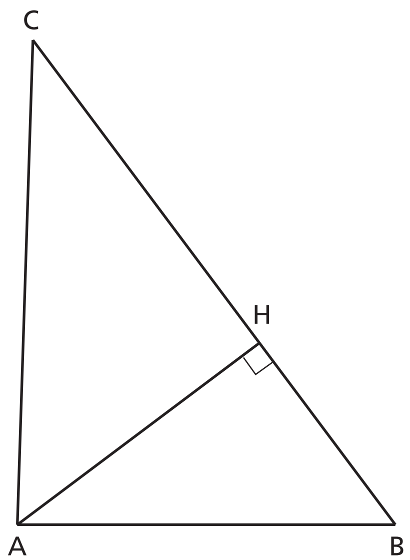
2 × (8 + 7) = 30, le périmètre est de 30 cm. 8 × 7 = 56, l'aire est de 56 cm^2.

13



Pour la question b, tu peux aussi dessiner un rectangle de longueur 18 cm et de largeur 1 cm.

14



Les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires. Les triangles ABH et ACH sont donc rectangles en H.
AH est une des hauteurs des triangles ABC, ABH et ACH.

Aire du triangle ABC = $\frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$

L'aire du triangle ABC est 16 cm^2.

Aire du triangle ABH= $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

L'aire du triangle ABH est 6 cm^2.

15

a. L'aire de la partie hachurée est de $\frac{5}{8}$ de l'unité.

b. L'aire de la partie hachurée est de $\frac{5}{6}$ de l'unité.

c. L'aire de la partie hachurée est de $\frac{2}{8}$ de l'unité c'est à dire $\frac{1}{4}$ de l'unité.

16

L'aire de la figure A est 2 cm^2. L'aire de la figure B est 4 cm^2.
L'aire de la figure C est 3 cm^2. L'aire de la figure D est 4 cm^2.

Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DU MILIEU DE LA PÉRIODE 4

► Manuel p. 144

1

Il arrive chez lui à 9 h 33.   7 h 30 min + 18 min + 1 h 45 min = 9 h 33 min

2

a. 9 h 45 – 8 h 50 = 55 ; la durée du trajet entre l'école et le parc animalier est de 55 min.

b. 12 h 45 + 1 h 30 = 14 h 15 ; la promenade se termine à 14 h 15 min.

c. À l'aller, le voyage a duré 55 min. Pour être à l'école à 16 h 30,
ils devront partir du parc à 15 h 35 ; 16 h 30 – 55 = 15 h 35.

d. Au maximum les élèves sont restés de 9 h 45 à 15 h 35 soit 5 h 50 min ;
15 h 35 – 9 h 45 = 5 h 50.

3

Pour répondre à cette question, une solution consiste à regarder la composition
de chaque mélange pour 1 L d'eau.

Mélange a : 80 g pour 0,25 L d'eau,
c'est équivalent à 320 g (80 × 4) de sel pour 1 L (0,25 × 4) d'eau ;
320 < 360 donc le sel se dissout dans l'eau dans ce mélange.

Mélange b : 600 g de sel pour 1,5 L d'eau,
c'est équivalent à 200 g de sel pour 0,5 L d'eau ; soit 400 g de sel pour 1 L d'eau ;
400 > 360 donc le sel ne se dissout pas dans l'eau dans ce mélange.

4

ABCD est un quadrilatère.

Propriété de perpendicularité : [CD] est perpendiculaire à [DA] ; [AB] est perpendiculaire à [DA].

Propriété de parallélisme : [CD] est parallèle à [AB].

Le quadrilatère est donc un trapèze rectangle.

5

a. Pour savoir si une figure est un rectangle, je dois vérifier que c'est un quadrilatère
qui a 4 angles droit.

b. Pour savoir si une figure est un triangle équilatéral, je dois vérifier qu'elle a trois côtés
et que ses trois côtés ont la même longueur.

6

Modèle en cm	Figure agrandie en cm
6	9
2	3
1	1,5
4	6
5	7,5

div. par 3
div. par 2
× 4
1,5 + 6

7

La longueur de chaque morceau de ruban
est exactement 16,5 cm.
132 = (8 × 16) + 4 ;
4 cm = 40 mm et 40 = 8 × 5

8

La longueur de chaque morceau de ficelle
est 40,3 cm ;
c'est une valeur approchée au mm près.
121 = (3 × 40) + 1 ;
1 cm = 10 mm et 10 = (3 × 3) + 1

Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DE LA FIN DE LA PÉRIODE 4

► Manuel p. 164-165

1

0,77 7 7,07 70,7 77,07 77,7

2

5 4,83 5,8

3

23 < 23,17 < **24** **18** < 18,6 < **19** **39** < 39,3 < **40** **143** < 143,9 < **144** **28** < 28,5 < **29**

1 049 < 1 049,1 < **1 050** **43** < $\frac{436}{10}$ < **44** **0** < $\frac{75}{100}$ < **1** **6** < $\frac{65}{10}$ < **7**

4

$\frac{543}{100}$ = **5,43**

5

56 + $\frac{3}{100}$ = **56,03**

6

a. 0,7 = 7 × **0,1** **c.** 0,4 = 2 × **0,2** **e.** 34 = 0,1 × **340** **g.** 4,2 = 0,1 × **42**

b. 1,8 = 18 × **0,1** **d.** 2,8 = 4 × **0,7** **f.** 45 = 0,5 × **90** **h.** 1,2 = 12 × **0,1**

7

Il faut 2,4 L de lait de vache pour fabriquer un morceau de gruyère de 200 g.

8

Anne Quéméré a parcouru environ 58 km par jour.

9

a. L'aire de ce rectangle est de 12,6 cm² soit 1 260 mm² ; 4,2 × 3 = 12,6.

b. L'aire de ce carré est de 1 764 mm² soit de 17,64 cm² ; 42 × 42 = 1 764.

10

a. 340 mL = **0,34** L 85 dL = **8,5** L 1,4 daL = **14** L

b. 70 mL = **7** cL 6,3 dL = **63** cL 5 L = **500** cL

c. 480 mL = **4,8** dL 7 cL = **0,7** dL 18 L = **180** dL

d. 45 cL = **450** mL 3 dL = **300** mL 0,5 L = **500** mL

11

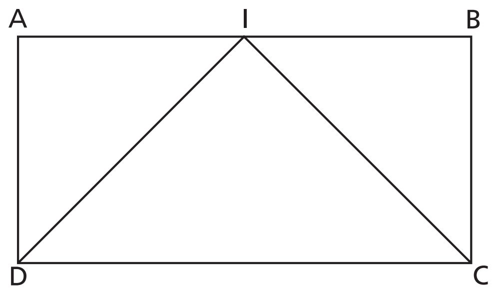
	figure a	figure b	figure c	figure d	figure e
Les diagonales sont perpendiculaires		oui	oui		
Les diagonales ont le même milieu		oui		oui	oui
Les diagonales ont la même longueur	oui	oui			oui

12

ABCD est un quadrilatère qui a quatre angles droits, c'est donc un rectangle.

Les côtés [AB] et [DC] ont pour longueur 6 cm.
Les côtés [BC] et [AD] ont pour longueur 3 cm.

I est le milieu de [AB].

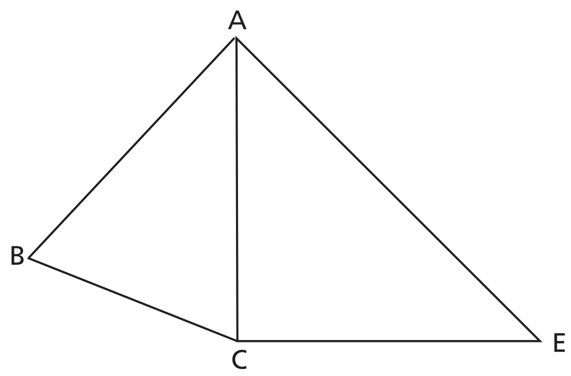


13

ABC est un triangle.
Les côtés [AB] et [AC] ont même longueur (4 cm), le côté [BC] a pour longueur 3 cm.
Le triangle ABC est donc un triangle isocèle.

Le segment [CE] est perpendiculaire au segment [AC].

Les segments [CE] et [AC] ont même longueur (4 cm).
Le triangle ACE est un triangle rectangle isocèle.

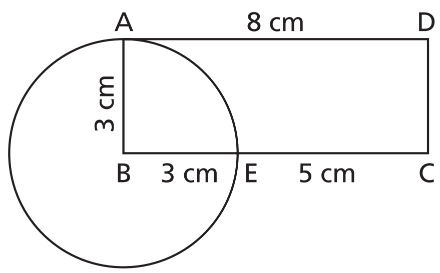


14

ABCD est un rectangle, les côtés opposés ont la même longueur, donc [BC] a pour longueur 8 cm.

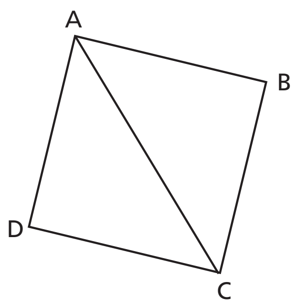
Le point E est sur le cercle de centre A et de rayon 3 cm, donc [BE] a pour longueur 3 cm.

CE = BC – BE, donc la longueur du segment [EC] est 5 cm.



Sur la figure, les longueurs ont été divisées par 2.

15



L'angle BAC correspond à la moitié de l'angle droit.

16

a. L'angle AIB correspond à $\frac{1}{3}$ de l'angle plat.

b. L'angle AIB correspond à $\frac{2}{3}$ de l'angle droit.

Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DU MILIEU DE LA PÉRIODE 5

► Manuel p. 184

1 15 objets coûtent 36 €.

2 21 objets coûtent 52,50 €.

3 9 de ces objets ont pour masse 540 g.

4 15 % des adhérents font du judo.

5

Spaghettis	**160 g**
Tomates	**120 g**
Viande de bœuf	**48 g**

6 La figure A est composée de 4 demi-cercles dont les diamètres sont les côtés d'un carré.
Pour la construire, il faut construire un carré EFGH.
Tracer le demi-cercle de diamètre EF à l'intérieur du carré et le demi-cercle de diamètre GH également à l'intérieur du carré, puis le demi-cercle de diamètre FG et le demi-cercle de diamètre HE à l'extérieur du carré.
Ensuite, il suffit d'effacer le carré et les lettres.

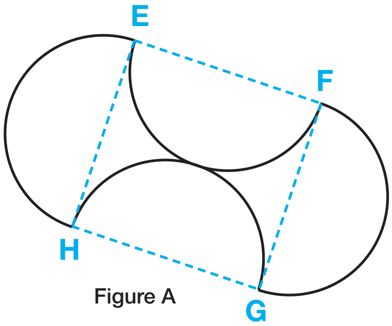


Figure A

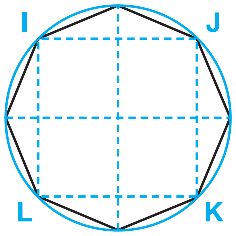


Figure B

La figure B est un octogone régulier.
Pour le construire, on peut construire un carré IJKL et le cercle passant par les quatre sommets du carré.
Les médianes du carré coupent le cercle en 4 points qui sont les sommets de l'octogone avec les points I, J, K, L.

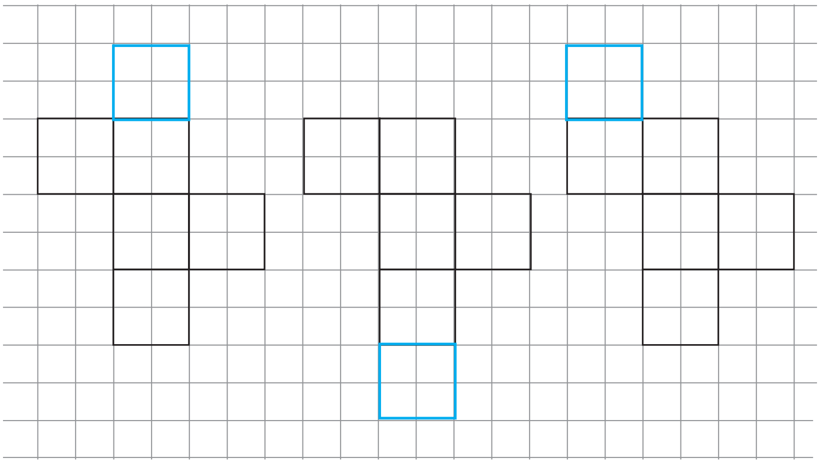
7

a. Le cube
Famille : polyèdres
Nombre de faces : 6
Nombre d'arêtes : 12
Nombre de sommets : 8
Forme des faces : carré

b. Le parallélépipède rectangle
Famille : polyèdres
Nombre de faces : 6
Nombre d'arêtes : 12
Nombre de sommets : 8
Forme des faces : rectangle

8 Un sommet n'est pas visible.
Trois arêtes ne sont pas visibles.

9 Il manque une face carrée qui peut être placée à différents endroits.



Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DE LA FIN DE LA PÉRIODE 5

► Manuel p. 204-205

1

a. 0,7 × 0,1 = **0,07** 5,2 × 0,1 = **0,52** 14 × 0,1 = **1,4** 2,18 × 0,1 = **0,218** 15,2 × 0,1 = **1,52**

b. 0,6 × 0,9 = **0,54** 0,4 × 0,7 = **0,28** 0,5 × 0,5 = **0,25** 0,8 × 0,3 = **0,24** 0,6 × 7 = **5,4**

2

a.
```
    1 3 9, 0 0
+     1 4, 8 4
--------------
    1 5 3, 8 4
```

b.
```
    1 6 4, 5 0
−     3 5, 0 6
--------------
    1 2 9, 4 4
```

c.
```
        7 2, 1 5
×            3 4
----------------
      2 8 8 6 0
    2 1 6 4 5 0
----------------
    2 4 5 3, 1 0
```

3

328 × 467 = **153 176**

a. 328 × 46,7 = **15 317,6**

b. 32,8 × 467 = **15 317,6**

c. 3,28 × 46,7 = **153,176**

d. 32,8 × 46,7 = **1 531,76**

4

a. Quotient exact : 18,5.

b. Quotient approché au dixième près par défaut : 21,6.

c. Quotient exact : 8,6

d. Quotient approché au dixième près par défaut : 7,4.

5

Dans chaque sachet, il y aura 11,5 g ;
230 = 20 × 11,5.

6

On peut mettre 11 dragées dans chaque sachet ; 230 = (20 × 11) + 10

7

Dans chaque sachet, il y aura 3,571 g de safran ; 25 = 7 × 3,571 + 0,003.

8

Le prix de 2,5 kg de pêches est 11,50 €.

9

a. Pour 9 personnes
farine : 450 g
crème fraîche : 18 cL
beurre : 135 g
sucre glace : 9 cuillerées à soupe
fleur d'oranger : 4,5 cuillerées à soupe

b. Pour 2 personnes
farine : 100 g
crème fraîche : 4 cL
beurre : 30 g
sucre glace : 2 cuillerées à soupe
fleur d'oranger : 1 cuillerée à soupe

10

a. 75 cL = 0,75 L

b. 750 cm^3

11

Le nouveau prix est 19,80 €.

12

Distance sur la carte	1 cm	4 cm	7,5 cm	10 cm	17,5 cm	**3 cm**	**40 cm**
Distance réelle	**250 m**	**1 000 m**	**1 875 m**	**2 500 m**	**4 375 m**	750 m	10 km

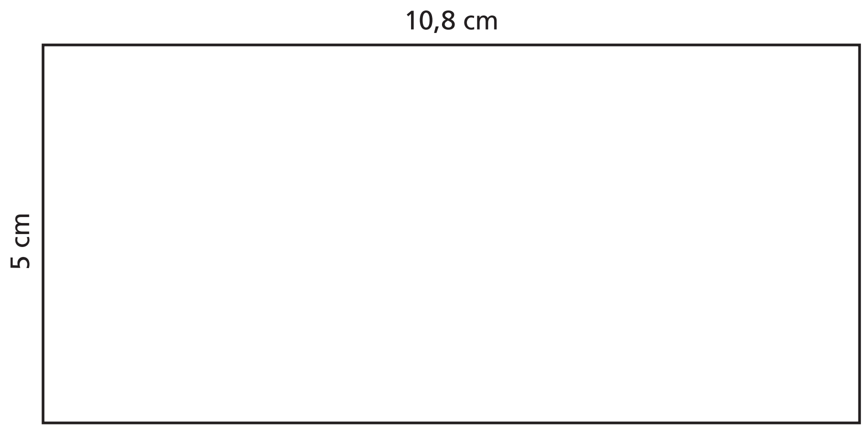
13

a. Le périmètre est 14 cm ; 2 × (2,3 + 4,7) = 14.

b. L'aire est 10,81 cm^2 ; 2,3 × 4,7 = 10,81.

14

a. Dimensions du terrain sur le plan : 10,8 cm de long et 5 cm de large.



b. Le périmètre du terrain est 158 m ; 2 × (54 + 25) = 158.

Le périmètre de sa représentation sur le plan est de 31,6 cm ; 2 × (10,8 + 5) = 31,6.

On passe du périmètre du plan au périmètre du terrain en multipliant par 500 le périmètre du plan.

c. L'aire du terrain est de 1 350 m^2 ; 54 × 25 = 1 350.

L'aire de sa représentation sur le plan est de 54 cm^2 ; 10,8 × 5 = 54.

On passe de l'aire du plan à l'aire du terrain en multipliant par 250 000 (500 × 500) l'aire du plan.

15

a. Périmètre de la figure 1 : 16 cm. Périmètre de la figure 2 : 32 cm.

b. Aire de la figure 1 : 16 cm^2. Aire de la figure 2 : 16 cm^2.

c. Le périmètre de la figure 2 est le double de celui de la figure 1 alors que leurs aires sont identiques.

d. Périmètre de la figure 3 : 64 cm. Aire de la figure 3 : 16 cm^2.

e. Si on continue le procédé, on double à chaque fois le périmètre et on conserve la même aire.

Calcul mental et dictée de nombres pour les bilans des 5 périodes

A. Calcul mental

Consigne : Ce premier exercice est un exercice de calcul mental. Il est composé de plusieurs calculs. Je vous lirai chaque calcul deux fois. Puis je vous laisserai 15 secondes pour répondre.

Période 1

a. 6 plus 9
b. 19 plus 8
c. 47 moins 5
d. 16 moins 9
e. 104 plus 20
f. 137 moins 20
g. Que doit-on ajouter à 20 pour aller à 100 ?
h. Que doit-on ajouter à 190 pour aller à 200 ?
i. 7 multiplié par 9
j. 8 multiplié par 5
k. 6 multiplié par 7
l. 8 multiplié par 7

Période 2

a. Que faut-il ajouter à 9 pour obtenir 13 ?
b. Que faut-il ajouter à 5 pour obtenir 11 ?
c. Que faut-il ajouter à 7 pour obtenir 12 ?
d. Que faut-il ajouter à 8 pour obtenir 17 ?
e. 9 fois 6
f. 7 fois 7
g. 6 fois 8
h. 10 fois 45
i. 60 fois 10
j. 600 fois 30
k. 70 fois 80
l. 100 fois 27

Période 3

a. 2,5 plus 1,5
b. 12,3 plus 1,7
c. 3,5 plus 4,1
d. 5 plus 34,2
e. 10 plus 23,4
f. 36,7 plus 100
g. Que doit-on ajouter à 6,4 pour obtenir 7 ?
h. Que doit-on ajouter à 3,9 pour obtenir 5 ?
i. 12,4 multiplié par 10
j. 38,7 multiplié par 100
k. 10 multiplié par 0,1
l. 100 multiplié par 0,1

Période 4

a. 6 fois 7
b. 7 fois 8
c. 9 fois 9
d. 6 fois 9
e. Dans 45 combien de fois 5 ?
f. Dans 24 combien de fois 8 ?
g. Dans 56 combien de fois 7 ?
h. Dans 66 combien de fois 11 ?
i. Que doit-on ajouter à 19,3 pour obtenir 20 ?
j. Que doit-on ajouter à 7,9 pour obtenir 10 ?
k. 5 moins 3,9
l. 12 moins 0,5

Période 5

a. 41 moins 39
b. 136 plus 9
c. 102 moins 10
d. Quel nombre faut-il ajouter à 46 pour faire 100 ?
e. Quel nombre faut-il ajouter à 72 pour faire 100 ?
f. 27 plus 99
g. 1 300 plus 2 700
h. 63 moins 8
i. 20 fois 15
j. 30 fois 25
k. Dans 1 200 combien de fois 12 ?
l. Dans 240 combien de fois 8 ?

B. Dictée de nombres

Consigne : Je vais vous dicter des nombres. Écrivez en chiffres chacun des nombres.

Période 2

a. cent quatre-vingt-dix
b. deux mille cent sept
b. trente-sept mille
b. soixante mille trois cent quinze

Période 3

a. sept mille sept cent soixante-dix-sept
b. sept mille soixante-dix-sept
b. sept mille sept cent sept
b. sept mille sept

Période 4

a. deux cent soixante-quinze
b. trente mille trente
c. cinq cent trente-sept mille
d. un million huit cent mille

Période 5

a. sept virgule huit dixièmes
b. douze virgule quatre dixièmes
c. neuf virgule trente-quatre centièmes
d. quarante-cinq virgule six centièmes

Banque d'exercices pour bilan intermédiaire de période 1

1 Écris les nombres en chiffres :

a. huit cent quatre-vingt-neuf

b. six cent quatre vingt-dix-huit

c. quatre mille soixante-quinze

2 Écris les nombres en lettres :

a. 7 099

b. 3 406

c. 4 293

3 Voici un nombre : 6 792.
Quel son chiffre des centaines ? Quel est son nombre de centaines ?

4 « Je suis un nombre, je contiens 46 dizaines et 7 unités. Qui suis-je ? »

5 Encadre les nombres suivants entre deux dizaines consécutives :

a. … < 563 < … **b.** … < 6 809 < … **c.** … < 4 057 < … **d.** … < 2 004 < …

6 Effectue :

a. 567 + 1 206 + 43

b. 6 548 + 256

7 Effectue : 3 745 – 1 458.
Vérifie ton calcul en faisant l'addition qui convient.

8 Calcule :

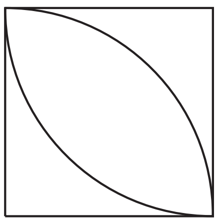
a. 7 × 9 **b.** 9 × 6 **c.** 5 × 8 **d.** 7 × 2 × 4 **e.** 2 × 9 × 5 **f.** 48 × 10 **g.** 100 × 53

9 Utilise la technique usuelle pour effectuer la multiplication : 473 × 65
Utilise ce résultat pour trouver : 4 730 × 65 473 × 56 473 × 506

10 Jules a effectué 1 451 km au cours de son voyage en voiture.
À son retour, le compteur de sa voiture indiquait 8 725 km.
Que marquait le compteur de la voiture de Jules au départ de son voyage ?

11 Avec les billes de son sac, Léa fait 14 tas de 7 billes et il lui reste 2 billes.
Combien de billes avait-elle dans son sac ?

12 Reproduis cette figure sur papier quadrillé, puis sur papier uni. Prends 6 cm pour le côté du carré.



Banque d'exercices pour bilan final de période 1

1 Écris en chiffres les nombres :
a. trois mille cinq cent soixante-quatorze
b. huit mille trois cent sept
c. quatre-vingt-sept mille vingt-quatre

2 Écris en lettres les nombres :
a. 6 085
b. 2 579
c. 76 401

3 Calcule : **a.** 745 + 4 639 **b.** 3 804 – 639

4 Voici deux résultats : 4 × 258 = 1 032 7 × 258 = 1 806
Utilise ces résultats pour calculer :
a. 40 × 258 **b.** 47 × 258 **c.** 74 × 258 **d.** 74 × 2 580 **e.** 704 × 258

5 Pour l'école, le directeur achète 48 livres à 12 € et 18 dictionnaires à 17 €.
Quel prix doit-il payer ?

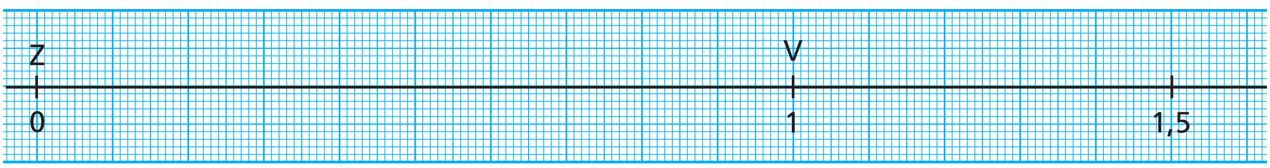
6 Encadre chacune des fractions suivantes par deux nombres entiers consécutifs ou donne le nombre entier qui lui est égal.
a. $\frac{3}{2}$ **b.** $\frac{15}{4}$ **c.** $\frac{7}{5}$ **d.** $\frac{25}{5}$ **e.** $\frac{17}{2}$

7 Encadre chacune des fractions suivantes par deux nombres entiers consécutifs :
a. $\frac{46}{10}$ **b.** $\frac{30}{10}$ **c.** $\frac{653}{10}$ **d.** $\frac{276}{100}$ **e.** $\frac{37}{100}$

8 Écris sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale les nombres :
a. 2,8 **b.** 3,5 **c.** 5,24 **d.** 0,7 **e.** 14,8 **f.**9,04

9 Donne l'écriture à virgule des fractions décimales :
a. $\frac{648}{100}$ **b.** $\frac{206}{100}$ **c.** $\frac{72}{100}$ **d.** $\frac{34}{10}$ **e.** $\frac{8}{10}$ **f.** $\frac{524}{10}$

10 Place les nombres suivants sur la droite graduée. Quels nombres sont égaux ?
1,2 0,8 1,45 0,40 0,4



11 Construis un triangle ABC : le côté [AB] mesure 5 cm, le côté [BC] mesure 8 cm, le côté [AC] mesure 6 cm.

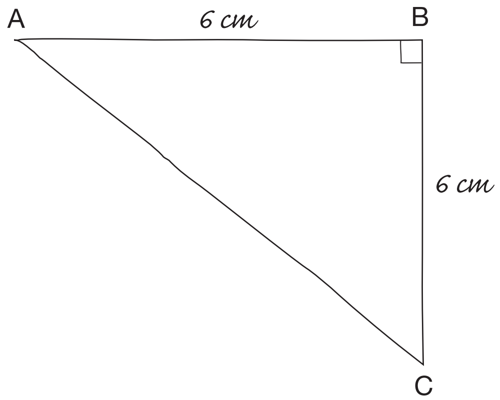
12 Construis un triangle équilatéral de côté 6 cm.
Quel est son périmètre ?

13 Construis un triangle isocèle, deux côtés mesurent 5 cm, un côté mesure 7 cm.
Quel est son périmètre ?

14 Voici le schéma à main levée d'un triangle ABC.

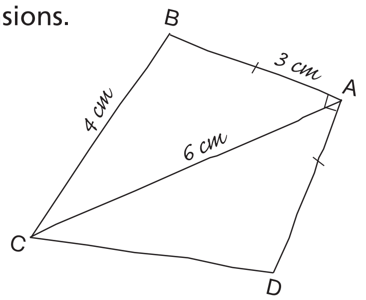
a. Quelles informations lis-tu sur ce schéma ? Ce triangle a-t-il un nom particulier ?

b. Construis ce triangle aux dimensions réelles.

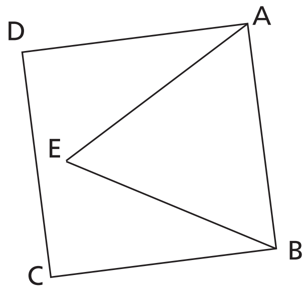


15 Voici le schéma à main levée d'un quadrilatère et d'une de ses diagonales. Les nombres indiquent les mesures des segments. Quelles autres informations lis-tu sur ce schéma ?

Construis ce quadrilatère en respectant les dimensions.



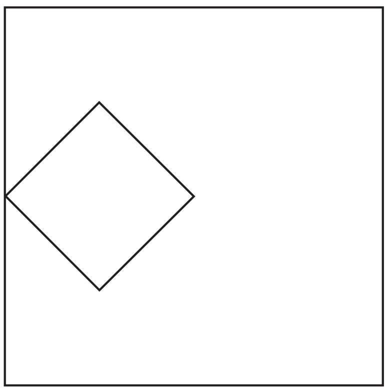
16 Quel message permet de construire cette figure ?



a. Trace un carré ABCD de côté 3 cm puis trace le triangle équilatéral ABE à l'intérieur du carré.

b. Trace un triangle équilatéral ABE de côté 3 cm, puis trace le carré ABCD à l'extérieur du triangle.

17 Observe cette figure, cherche les traits qui ont servi à la construire mais qui ont été effacés. Reproduis-la sur papier quadrillé, puis sur papier uni.



18 Quel est le périmètre d'un carré de côté 20 cm ?
Quel est le périmètre d'un rectangle dont les côtés mesurent 11 cm et 17 cm ?

Banque d'exercices pour bilan intermédiaire de période 2

1 Écris le double des nombres :
34 65 205 499

2 Écris la moitié des nombres :
68 70 300 134

3 Encadre chacun de ces nombres entre deux dizaines consécutives :
a. 563 **b.** 2 509 **c.** 5 275 **d.** 3 008 **e.** 797
Dans chaque cas, souligne la dizaine dont le nombre est plus proche.

4 Justine a 430 perles. Pour faire un collier, il lui faut 15 perles.
Combien de colliers au maximum peut-elle fabriquer ?

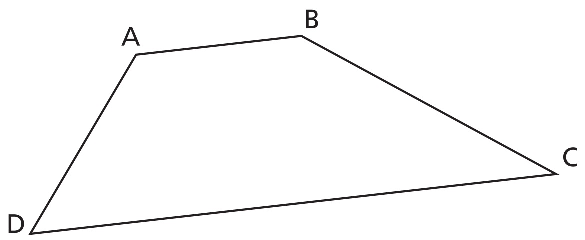
5 Un club sportif organise une sortie en car. Il y a 258 participants. Chaque car peut transporter au maximum 54 personnes.
Combien de cars au minimum faut-il prévoir ?

6 Un fermier veut présenter 489 œufs sur des plateaux pouvant contenir 24 œufs.
Prévois par le calcul le nombre de plateaux nécessaires.

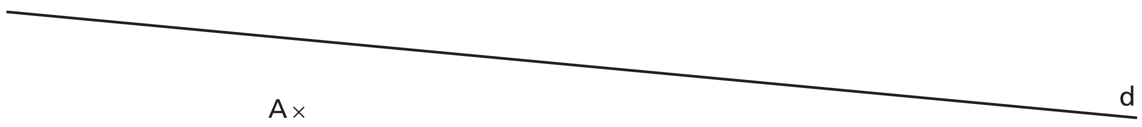
7 17 enfants se partagent équitablement 183 bonbons.
Combien chacun en aura-t-il ? Restera-t-il des bonbons ?

8 Calcule : **a.** 37 × 8 **b.** 43 × 27 **c.** 97 divisé par 8 **d.** 732 divisé par 5

9 **a.** Deux côtés du quadrilatère ABCD sont parallèles, lesquels ?
Comment peux-tu faire pour le vérifier ?
b. Range les angles du quadrilatère ABCD du plus petit au plus grand, à vue d'œil, vérifie en utilisant ton porte-angle ou un calque.
c. Mesure le périmètre du quadrilatère ABCD.



10 Trace une droite f perpendiculaire à la droite d et qui passe par le point A.



Banque d'exercices pour bilan final de période 2

1 Écris en chiffres les nombres :
a. huit mille quatre cent soixante-treize
b. vingt-trois millions
c. deux cent quarante millions cinquante-six

2 Écris en lettres les nombres :
a. 2 528 000
b. 327 548
c. 4 000 000 000

3 Parmi les nombres suivants : 147 65 138 70 125 140 92
a. Quels sont les multiples de 2 ?
b. Quels sont les multiples de 5 ?
c. Quels sont les multiples communs de 2 et de 5 ?

4 Complète chaque phrase avec un des mots de la liste :
la moitié, le double, le tiers, le triple, le quart, le quadruple.
a. 24 est … de 12. b. 5 est … de 15. c. 17 est … de 34. d. 25 est … de 100.
e. 25 est … de 75. f. 45 est ... de 15. g. 16 est ... de 2. h. 24 est ....de 8.

5 Calcule : 81 | 6 78 | 4 84 | 7

6 Vérifie que 37 × 10 < 563 < 37 × 100.
Utilise ce résultat pour prévoir le nombre de chiffres du quotient de la division de 563 par 37 puis calcule le quotient et le reste de cette division.

7 Vérifie que 26 × 132 < 3 450 < 26 × 133.
Utilise ce résultat pour donner le quotient et le reste de la division de 3 450 par 26.

8 Pour chaque division, donne le nombre de chiffres du quotient, puis effectue-la.
1 1 3 | 1 8 6 0 0 | 1 8 8 1 0 | 1 8 2 4 4 3 | 1 8

9 Quelle est l'écriture à virgule des nombres suivants :
a. $7 + \frac{4}{10}$ b. $23 + \frac{5}{10}$ c. $2 + \frac{7}{10} + \frac{3}{100}$ d. $\frac{6}{10}$ e. $8 + \frac{17}{100}$ f. $7 + \frac{6}{100}$

10 Écris sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale les nombres :
a. 3,7 b. 0,5 c. 8,1 d. 7,25 e. 9,06

11 Dans chaque cas, souligne le nombre le plus grand, puis mets le signe qui convient : < ou > ou =.

a. 41,7 ... 4,17 b. 7,26 ... 7,6 c. 5,304 ... 5,32
d. 1,54 ... 1,45 e. 0,8 ... 0,18 f. 4,6 ... 4,60

12 Trouve un nombre décimal compris entre :

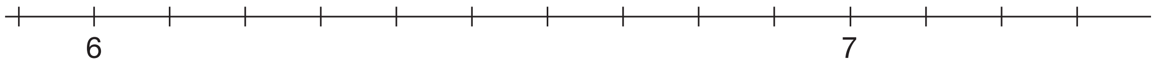
a. 12,4 et 12,9 b. 23,58 et 23,61 c. 9,7 et 9,8 d. 14,65 et 14,7

13 Complète ce tableau :

Écriture fractionnaire	Écriture en lettres	Écriture décimale
$\frac{5}{10}$	cinq dixièmes	0,5
	dix-huit dixièmes	
$\frac{24}{100}$		
	quatre centièmes	
	six millièmes	

14 Reproduis la droite graduée et place le plus précisément possible les nombres :

6,05 6,5 6,70 6, 32 6,88 7,15



15 Calcule :

a. 2,34 + 5,42 b. 3 + 18,6
c. 4,7 + 12,5 + 0,32 d. 165,7 + 28,3

16 Calcule :

a. 2,7 + … = 3 b. 16,2 + … = 17
c. 28,6 + … = 30 d. 7,89 + … = 8

17 Calcule :

a. 18,5 – 4,7 b. 86,4 – 32,8 c. 134,57 – 13,08 d. 46 – 3,52 e. 58,47 – 9,3

18 Trace une droite, appelle-la d. Place 5 points à 5 cm de la droite d.
Où se trouvent tous les points situés à 5 cm de la droite d ?

19 Trace un segment [AB] de longueur 5 cm.
Place le point C pour que le point B soit le milieu du segment [AC].

20 Place un point I, et colorie la zone où se trouvent tous les points situés à moins de 3 cm du point I.

21 Construis un rectangle ABCD de 7 cm de longueur et de 5 cm de largeur.
Trace les deux diagonales de ce rectangle.
Trace un cercle de centre A et de rayon 5 cm. Par quel point passe-t-il ?

Banque d'exercices pour bilan intermédiaire de période 3

1 Calcule :

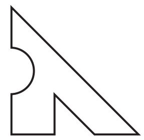
a. 2,3 × 10 b. 0,6 × 10 c. 36,17 × 10 d. 4,09 × 10
e. 4,5 × 100 f. 0,5 × 100 g. 42,28 × 100 h. 6,207 × 100

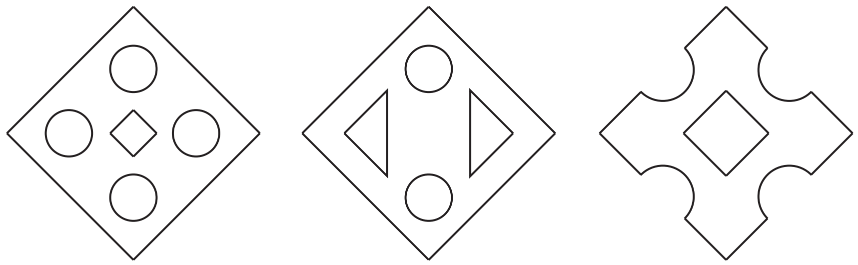
2 Calcule :

a. 0,7 × 5 b. 0,7 × 50 c. 8 × 14,6 d. 40 × 13,8 e. 6 × 23,74 f. 600 × 23,74

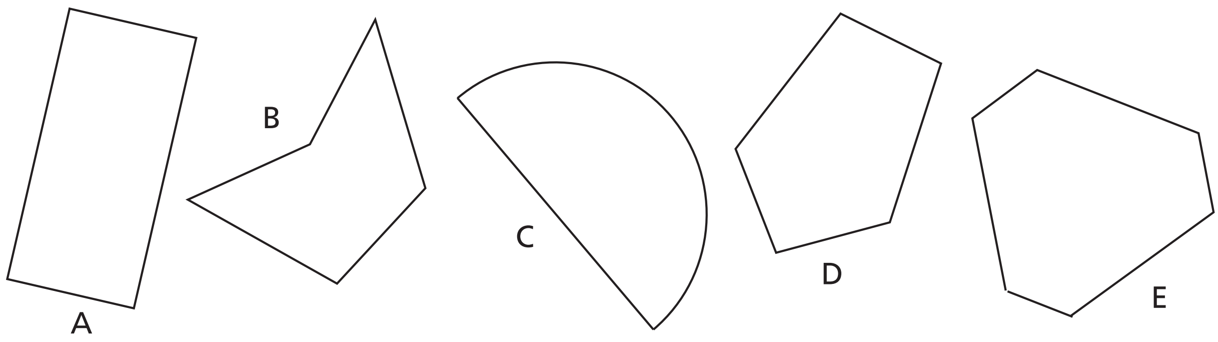
3 Anna achète 10 baguettes à 0,90 €, 5 tartes aux pommes à 1,80 € et 14 pains au chocolat à 1,10 €.
Combien va-t-elle payer ?

4 Voici un découpage effectué dans un carré de papier plié en quatre.
Une fois ouvert quel motif obtient-on ?





5 Voici plusieurs figures.



a. À vue d'œil, quelles figures ont des axes de symétrie et combien en ont-elles ?
b. Décalque les figures, trace les axes de symétrie que tu as prévus, puis vérifie par pliage.

6 Encadre chacun de ces nombres :
43 67 45 21 129
a. entre deux multiples de 5 consécutifs ;
b. entre deux multiples de 2 consécutifs ;
c. entre deux multiples de 10 consécutifs.

7 En utilisant une fois et une seule fois chacun des chiffres 9, 5 et 4, forme et écris :
a. un nombre multiple de 2 ;
b. un nombre multiple de 3 ;
c. un nombre multiple de 5.

Banque d'exercices pour bilan final de période 3

1 Écris en chiffres les nombres :

a. quatre mille quatre cent soixante-seize
b. vingt-six millions
c. cinq cent soixante-huit mille quatre cent trois
d. six milliards trois millions quatre cent mille

2 Écris en lettres les nombres :

a. 76 200
b. 76 020
c. 76 000 020
d. 7 000 600 020

3 Encadre chacun de ces nombres entre deux nombres entiers consécutifs :

a. $\frac{273}{10}$ b. $16 + \frac{8}{100}$ c. 786,42 d. $\frac{485}{100}$ e. $103 + \frac{6}{10} + \frac{2}{100}$

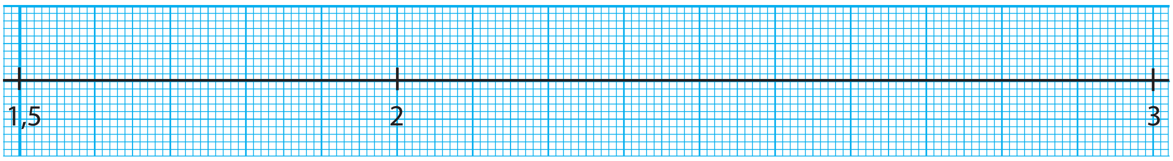
Dans chaque cas, souligne l'entier le plus proche.

4 Parmi les nombres suivants, entoure ceux qui sont compris entre 3,8 et 5,24.

3,49 4 5,4 3,92 5,2 5,27 4,8

5 Sur la droite graduée, place les nombres suivants :

1,8 2,8 2,08 2,80 2,40 2,4 2,04 1,65



Quels nombres sont égaux ?

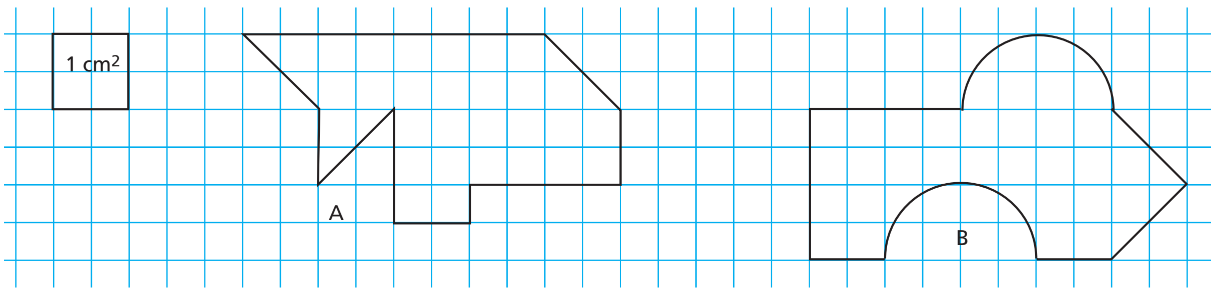
6 Pose et effectue :

a. 235,7 + 45,69 b. 40,27 + 8,04 c. 134,76 – 12,3 d. 48,07 – 6,53

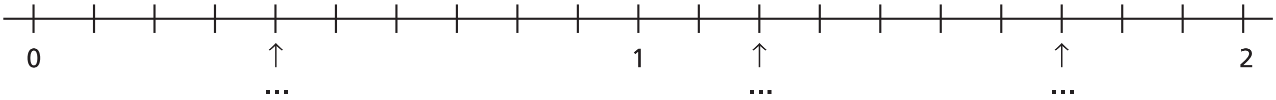
7 Pose et effectue 364 × 52.

Utilise ce résultat pour calculer : a. 364 × 5,2 b. 3,64 × 52 c. 364 × 0,52

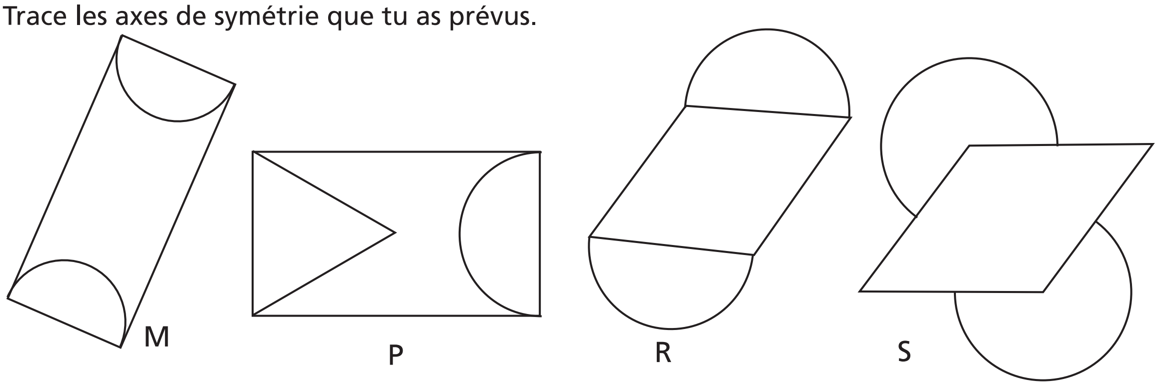
8 Le cm² étant l'unité choisie, évalue l'aire des figures A et B.



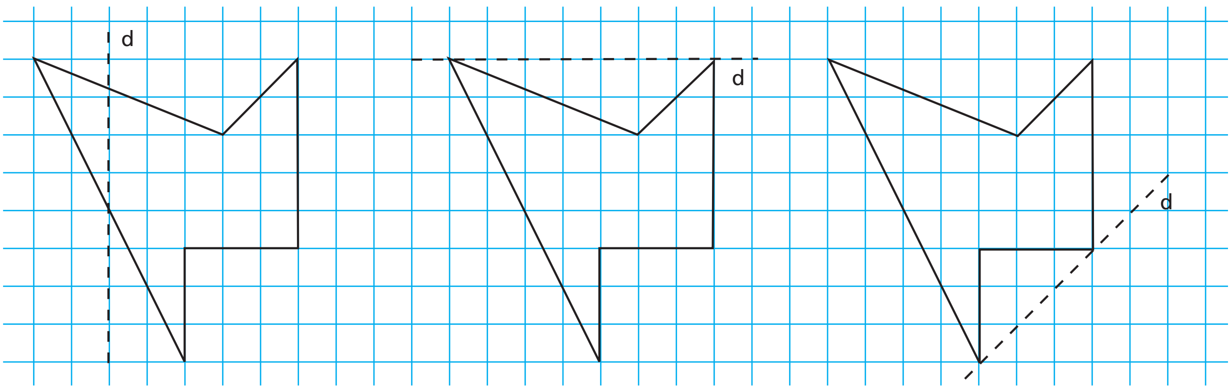
9 Indique les nombres repérés par les flèches dans la graduation suivante :



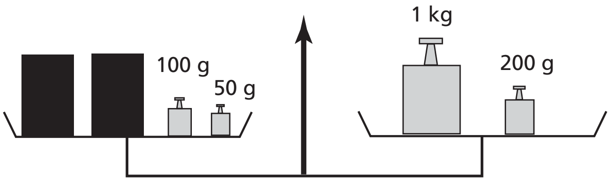
10 Voici plusieurs figures. À vue d'œil, ont-elles des axes de symétrie, si oui combien ?
Trace les axes de symétrie que tu as prévus.



11 Dans chaque cas, reproduis la figure et la droite d sur du papier quadrillé. Puis construis la figure symétrique par rapport à la droite d.



12 Les deux paquets noirs sont identiques.
Trouve le poids d'un paquet noir.



13 Complète les égalités :

8 700 g = … kg
14 hg = … kg
345 cg = … g
12 dag = … g

14 Calcule le périmètre et l'aire :

a. d'un carré de 4 cm de côté ;

b. d'un rectangle de dimensions 3 cm et 6 cm.

15 ABCD est un rectangle de dimensions 4 cm sur 5 cm.
E est un point situé sur [AB], AE = 1 cm, BE = 3 cm.
Quelle est l'aire du triangle ECD ? du triangle ACD ? du triangle BCD ?

Banque d'exercices pour bilan intermédiaire de période 4

1 Voici les horaires des TGV pour aller de Lyon à Rennes.
Quel train faut-il prendre pour que le trajet dure le moins longtemps possible ?

	TGV 5360	TGV 5372	TGV 5390
Lyon	8 h 45	16 h 56	20 h 30
Rennes	12 h 50	21 h 10	00 h 37

2 Pour aller de Lyon à Toulouse, Julien a mis 4 h 13. Il est arrivé à Toulouse à 11 h 18.
À quelle heure est-il parti de Lyon ?

3 Construis un losange ABCD dont la diagonale [AC] mesure 4 cm et la diagonale [BD] mesure 6 cm.

4 Trouve la figure qui correspond à chacun des portraits suivants :

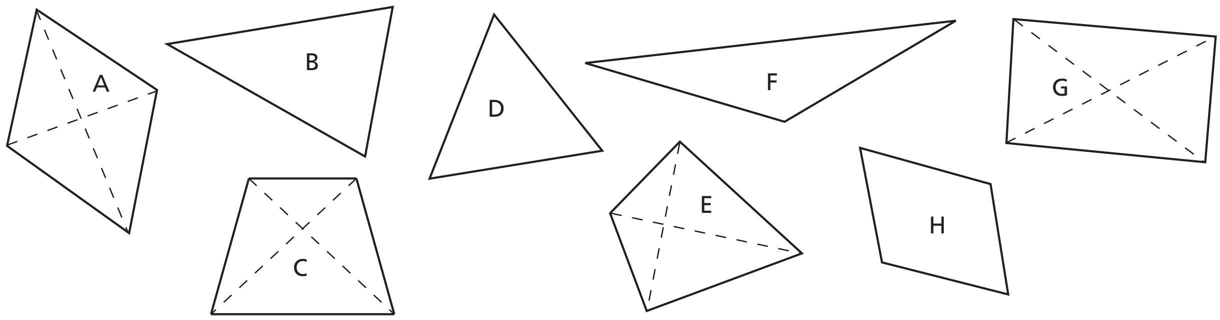
a. C'est un triangle, il a un seul axe de symétrie.

b. C'est un quadrilatère, il a deux côtés parallèles et un axe de symétrie.

c. C'est un quadrilatère, il a ses diagonales perpendiculaires et il a un seul axe de symétrie.

d. C'est un quadrilatère, il a deux paires de côté parallèles et n'a pas d'axe de symétrie.

e. Fais le portrait de la figure A.



5 Construis un rectangle ABCD dont le côté [AB] mesure 6 cm et le côté [AD] mesure 2 cm.
Puis construis un rectangle EFGH qui soit un agrandissement du rectangle ABCD :
le côté [EF] est un agrandissement du côté [AB], il mesure 12 cm.

6 Une enquête a été menée dans un collège auprès des filles et des garçons de 12 ans pour connaître leurs habitudes de lecteur.
Sur 80 garçons de 12 ans interrogés, 28 disent lire plus d'un livre par mois.
Sur 60 filles de 12 ans interrogées, 24 disent lire plus d'un livre par mois.
Julien dit qu'au collège les filles de 12 ans lisent plus de livres que les garçons.

Qu'en penses-tu ? Explique ta réponse.

7 Eric a réparti équitablement 1 kg de sésame dans 30 sachets.

Quelle masse de sésame a-t-il mise dans chaque sachet ? Donne la valeur exacte ou approchée au gramme près.

8 Luc a réparti équitablement 1 kg 250 g de coriandre dans 50 sachets.

Quelle masse de coriandre a-t-il mise dans chaque sachet ? Donne la valeur exacte ou approchée au gramme près.

9 Effectue les multiplications.

a. $\begin{array}{r} 4,27 \\ \times \quad 4 \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 23,04 \\ \times \quad 6 \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 3,62 \\ \times \quad 15 \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 8,6 \\ \times \quad 12 \\ \hline \end{array}$

Banque d'exercices pour bilan final de période 4

1 Quelle est l'écriture qui correspond à 35 690 087 ?

a. trente cinq millions soixante-neuf mille quatre-vingt-sept

b. trente cinq millions six cent quatre-vingt-dix mille quatre-vingt-sept

c. trois cent cinquante-six mille neuf cent quatre-vingt-sept

2 Pose et effectue :

a. 1 346 + 738 + 364 + 603 **b.** 336 – 127 **c.** 678 064 – 355 078

d. 473 × 26 **e.** 5 407 × 806 **f.** 1 795 divisé par 7 **g.** 6 765 divisé par 32

3 Calcule :

a. 10 × 3,5 **b.** 100 × 45,6 **c.** 0,1 × 100 **d.** 0,01 × 10

4 Écris le résultat de :

a. 28 divisé par 10 **b.** 350 divisé par 10 **c.** 67 divisé par 100 **d.** 2 430 divisé par 100

5 Pose et effectue :

a. 67,6 + 254,57 **b.** 69 – 45,78 **c.** 653 × 2,79

6 Avec 1 kg de thé, combien de sachets de 75 g peut-on remplir ?

7 Lucie a réparti équitablement 1 125 g de thé dans 30 sachets. Quelle masse de thé a-t-elle mise dans chaque sachet ?

8 On a réparti équitablement 1 125 objets dans 30 paquets. Combien d'objets a-t-on mis dans chaque paquet ?

9 Calcule : 6 sucettes coûtent 5 €.
Quel est le prix de 9 sucettes ?

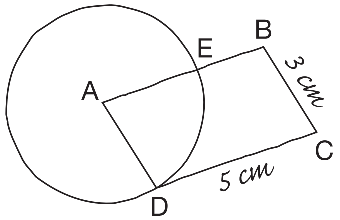
10 Construis un triangle ABC qui correspond à la description suivante :
Le côté [BA] mesure 6 cm, le côté [BC] mesure 7,5 cm, l'angle ABC est égal à la moitié d'un angle droit.

11 Construis un angle droit puis, par pliage, un angle égal à $\frac{1}{3}$ de l'angle droit.

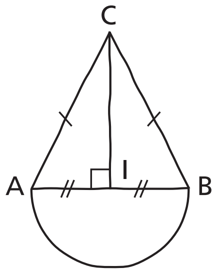
Construis ensuite un parallélogramme ABCD :
le côté [AB] mesure 4 cm, le côté [AD] mesure 6 cm, l'angle BAD mesure les 2/3 d'un angle droit.

12 ABCD est un parallélogramme.
Le cercle de centre A qui passe par D coupe le côté [AB] au point E.

Quelle est la longueur du segment [EB] ?



13 Voici une figure dessinée à main levée et des informations qui la précisent.



ABC est un triangle isocèle.
AB = IC = 8 cm.
Le demi-cercle a pour diamètre [AB].

Construis cette figure.

14 Trace un segment [AC] de longueur 6 cm.

Construis le carré ABCD dont [AC] est une diagonale.

15 Complète :

2 min 30 s = … s	180 min = … h
60 h = … j … h	6 semaines = … j

16 Transforme :

a. en mL :	8 cL	32 dL	2 L
b. en cL :	5 mL	48 dL	0,4 L
c. en dL :	300 mL	8 cL	4 L
d. en L :	500 mL	70 cL	4 dL

17 Transforme :

a. en m^2 :	2,5 km^2	450 dm^2	50 000 cm^2
b. en cm^2 :	4 dm^2	3 m^2	750 mm^2

18 Un court de tennis a la forme d'un rectangle dont les dimensions sont 36 m et 18 m.
Combien mesure son aire ?

Banque d'exercices pour bilan intermédiaire de période 5

1 Pose et calcule :

a. 2 567 + 356 + 7 098 **b.** 5 623 – 453 **c.** 253 × 305

d. 706 divisé par 13 **e.** 3 884 divisé par 19 **f.** 4 539 divisé par 8

2 6 objets identiques coûtent 180 €.
Combien coûtent 9 de ces objets ?
Combien coûtent 2 de ces objets ?

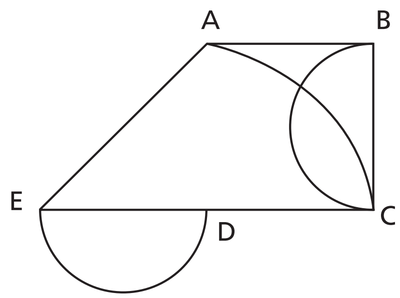
3 7 objets identiques pèsent 210 g.
Combien pèsent 8 de ces objets ?
Combien pèsent 15 de ces objets ?

4 Sur 500 adhérents d'un club de sports, 80 font de la boxe française.

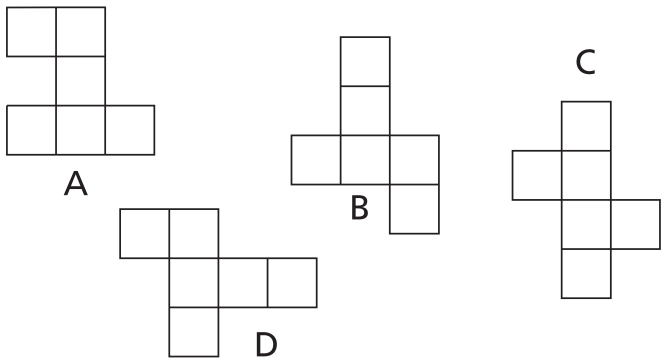
Quel pourcentage d'adhérents cela représente-t-il ?

5 Cherche les propriétés de la figure qui vont te permettre de la reproduire sans la décalquer. Explique comment tu as fait.

Quelles propriétés as-tu repérées ?



6 Voici des assemblages de carrés.
Parmi ces assemblages, quels sont ceux qui sont des patrons de cube ?



7 Une boîte parallélépipédique a pour dimensions 22 cm, 12 cm et 7 cm.

a. Quelle est son volume ?

b. Peut-elle contenir 1 800 cubes de 1 cm de côté ?

Banque d'exercices pour bilan final de période 5

1 Entoure la fraction égale à 60,7.

$\frac{607}{100}$ $\frac{60}{7}$ $\frac{67}{10}$ $\frac{607}{10}$ $\frac{607}{1\,000}$

2 Entoure le nombre décimal égal à la fraction $\frac{1\,207}{100}$.

1,207 12,7 12,07 120,7 1207,100

3 Range ces nombres du plus petit au plus grand :

7,05 7,5 70,05 0,75 70,5

4 Donne l'écriture à virgule de chacun de ces nombres :

a. $24 + \frac{5}{10} + \frac{8}{100}$ **b.** $\frac{3}{10} + 5 + \frac{4}{100}$ **c.** $\frac{42}{10} + \frac{7}{100}$ **d.** $17 + \frac{9}{100}$

5 Calcule :

a. 0,8 x 0,1 **b.** 34 x 0,1 **c.** 6,8 x 0,1 **d.** 17,34 x 0,1

e. 10 x 3,5 **f.** 100 x 45,6 **g.** 0,1 x 100 **h.** 0,01 x 10

6 Calcule :

a. 128,6 – 57,1

b. 23,5 × 26

c. 14,7 × 2,8

7 Julie achète 3,5 kg d'abricots à 2,60 € le kilo.

Combien a-t-elle dépensé ?

8 Emma remplit 24 verres identiques avec 2 litres de jus d'orange.

Quelle quantité de jus de fruit contient environ chaque verre ?
Donne le résultat au mL près.

9 Dans une baguette de 216 cm, le menuisier taille 16 baguettes de même longueur, les plus longues possibles.

Quelle est la longueur de chaque baguette ?
Donne le résultat au mm près.

10 Le prix d'un article est 25 €, il augmente de 20%.

Quel est son nouveau prix ?

11 Une bouteille contient 125 cL de liquide.

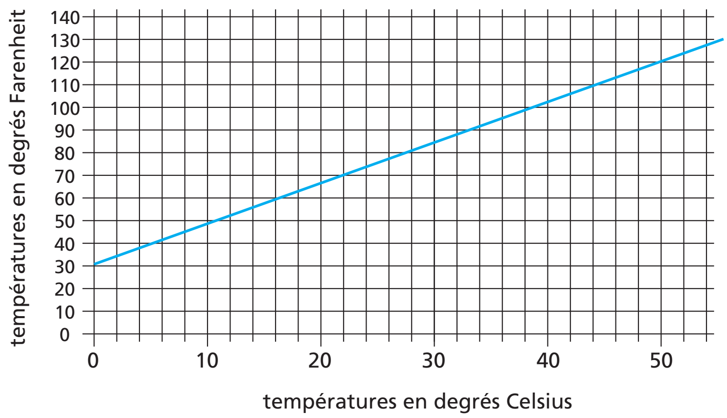
a. Quelle sa contenance en L ?

b. Quel est son volume en cm^3 ?

12 Le degré Celsius (° C) est l'unité de mesure de la température utilisée en France et dans de nombreux pays.

Mais aux États-Unis et dans certains pays anglo-saxons, on utilise le degré Fahrenheit (° F).

Voici un graphique qui permet de convertir des degrés Celsius en degrés Fahrenheit et réciproquement.



1. L'eau gèle à 0° C. À quelle température approximative en degrés Fahrenheit l'eau gèle-t-elle ?

2. À quelle température en degrés Celsius correspond 110° F ?

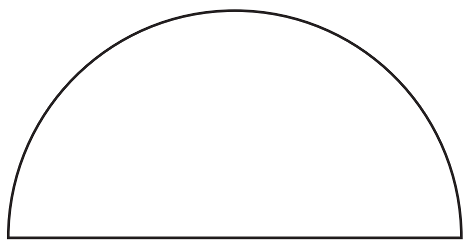
3. Pour calculer la température en degrés Fahrenheit quand on connaît la valeur en degrés Celsius, on peut aussi appliquer une règle. Voici par exemple comment on convertit 20°C en 68°F :

$$20 \xrightarrow{\times 9} 180 \xrightarrow{\text{divisé par } 5} 36 \xrightarrow{+ 32} 68$$

a. Utilise cette règle pour convertir 10 degrés Celsius en degrés Fahrenheit.

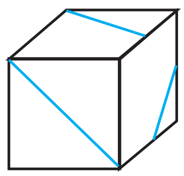
b. Lucie affirme que pour convertir 20° Celsius en degrés Fahrenheit, elle multiplie 20 par 1,8 ; puis elle ajoute 32 au résultat. A-t-elle raison ?

13 Quel est le périmètre de cette figure ?

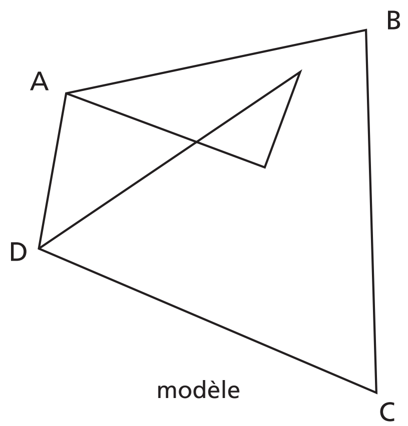


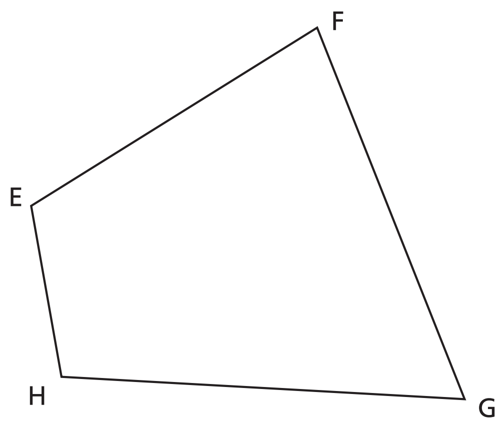
14 Voici une représentation d'un cube de 4 cm d'arête. Sur les trois faces visibles, on a dessiné des segments en bleu.

Construis ces trois faces en vraie grandeur.



15 Cherche les propriétés de la figure modèle pour la construire en plus grand dans le quadrilatère EFGH, qui est un agrandissement du quadrilatère ABCD.





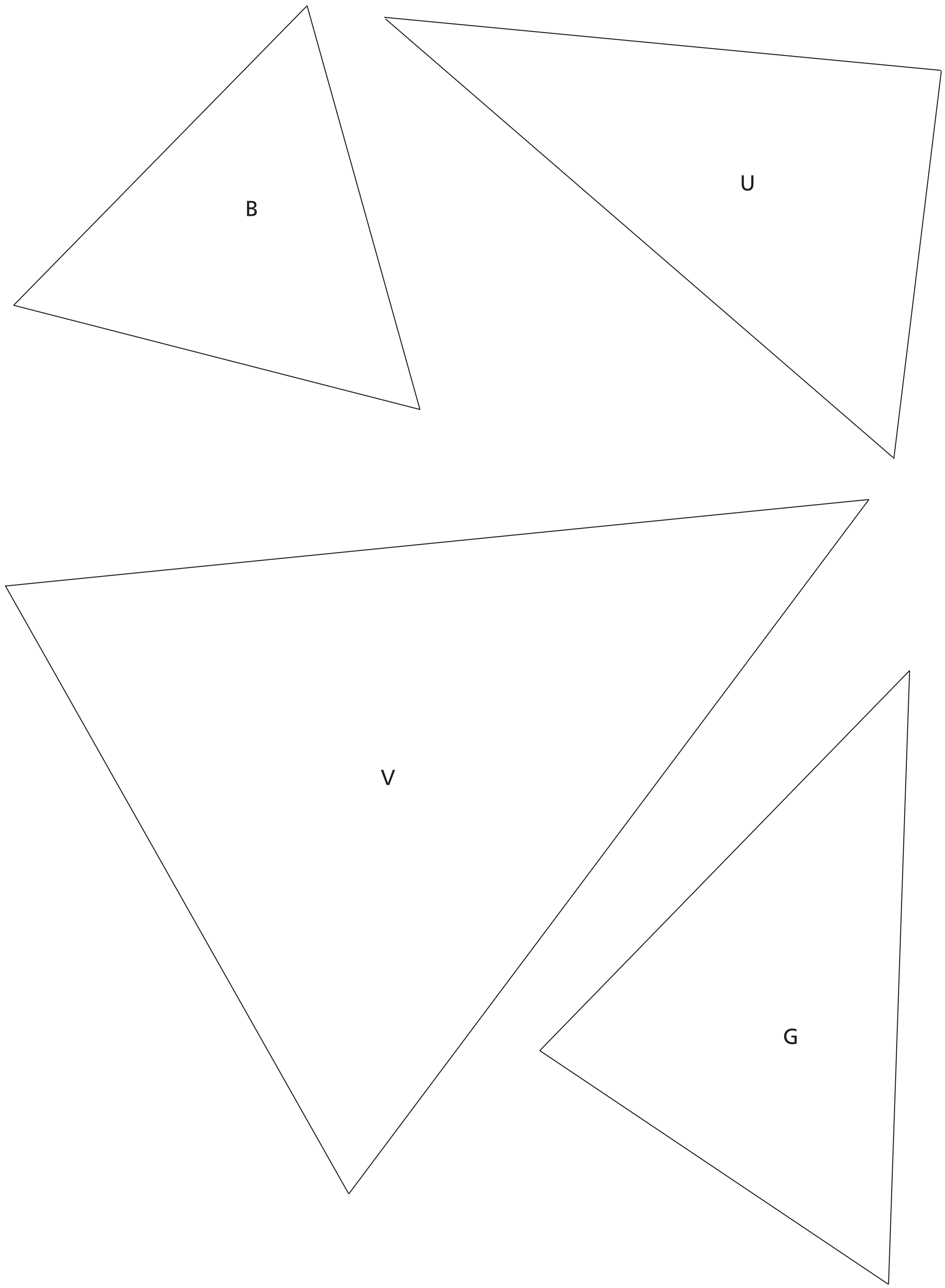
Cartes pour jeu de comparaison des nombres

Étape de consolidation, p. 20

56 072	42 375	1 039	4 536	854
56 048	42 675	1 048	4 531	858
98	768	846	2 594	1 058
93	785	842	2 548	1 458

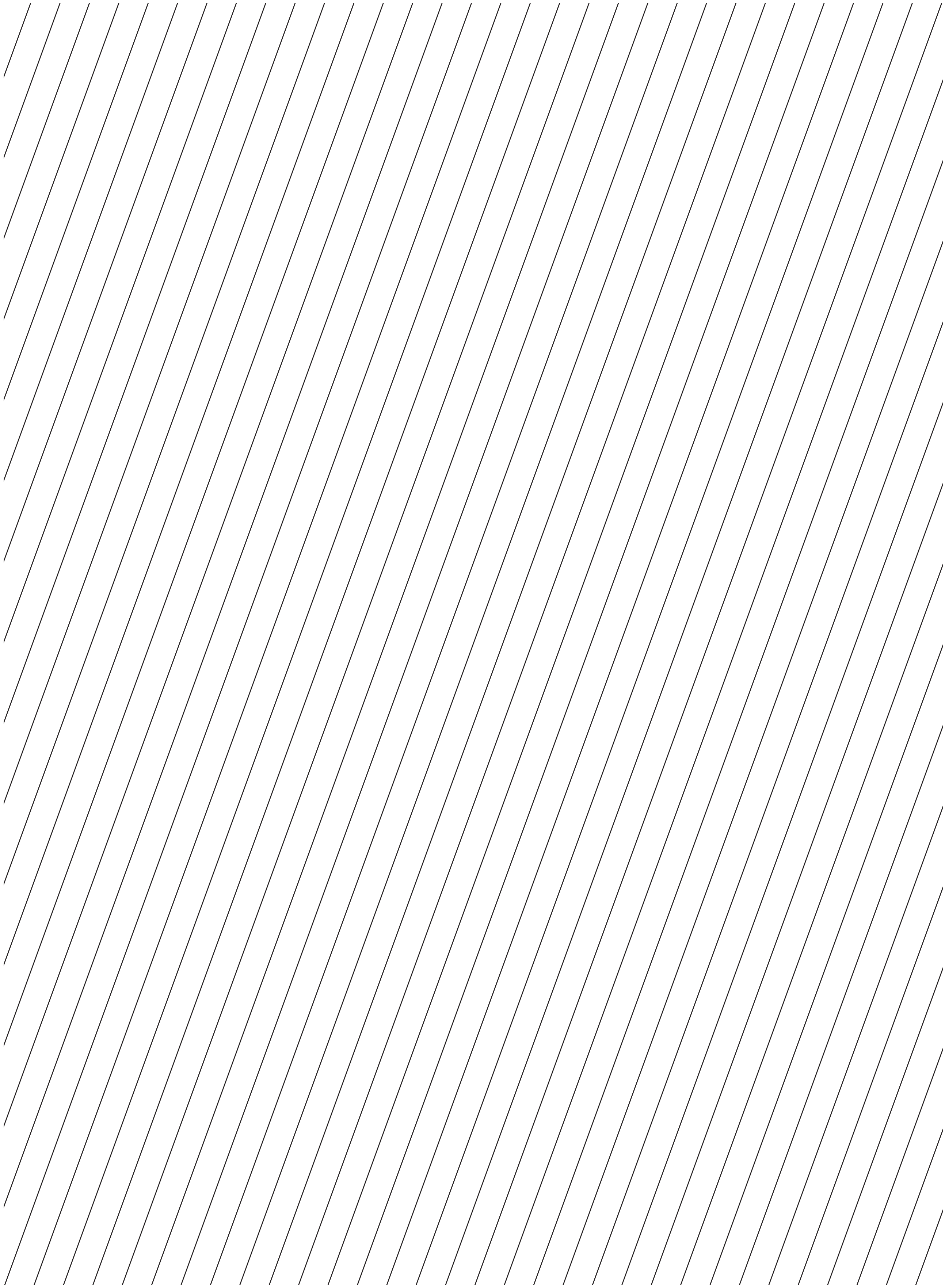
Triangles

Étape 6, p. 28



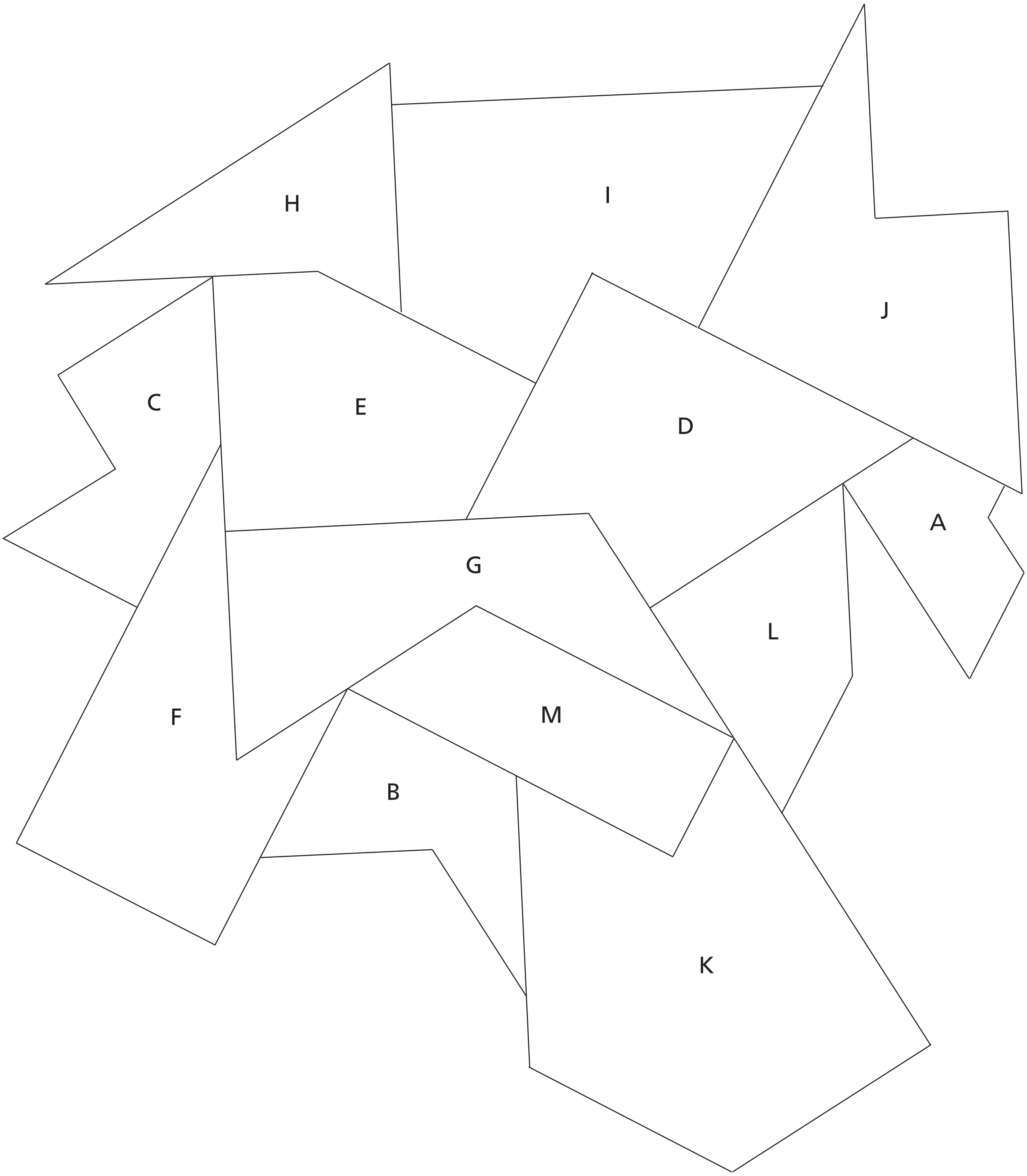
Machine à partager

Étapes 8, p. 32 et 60, p. 156



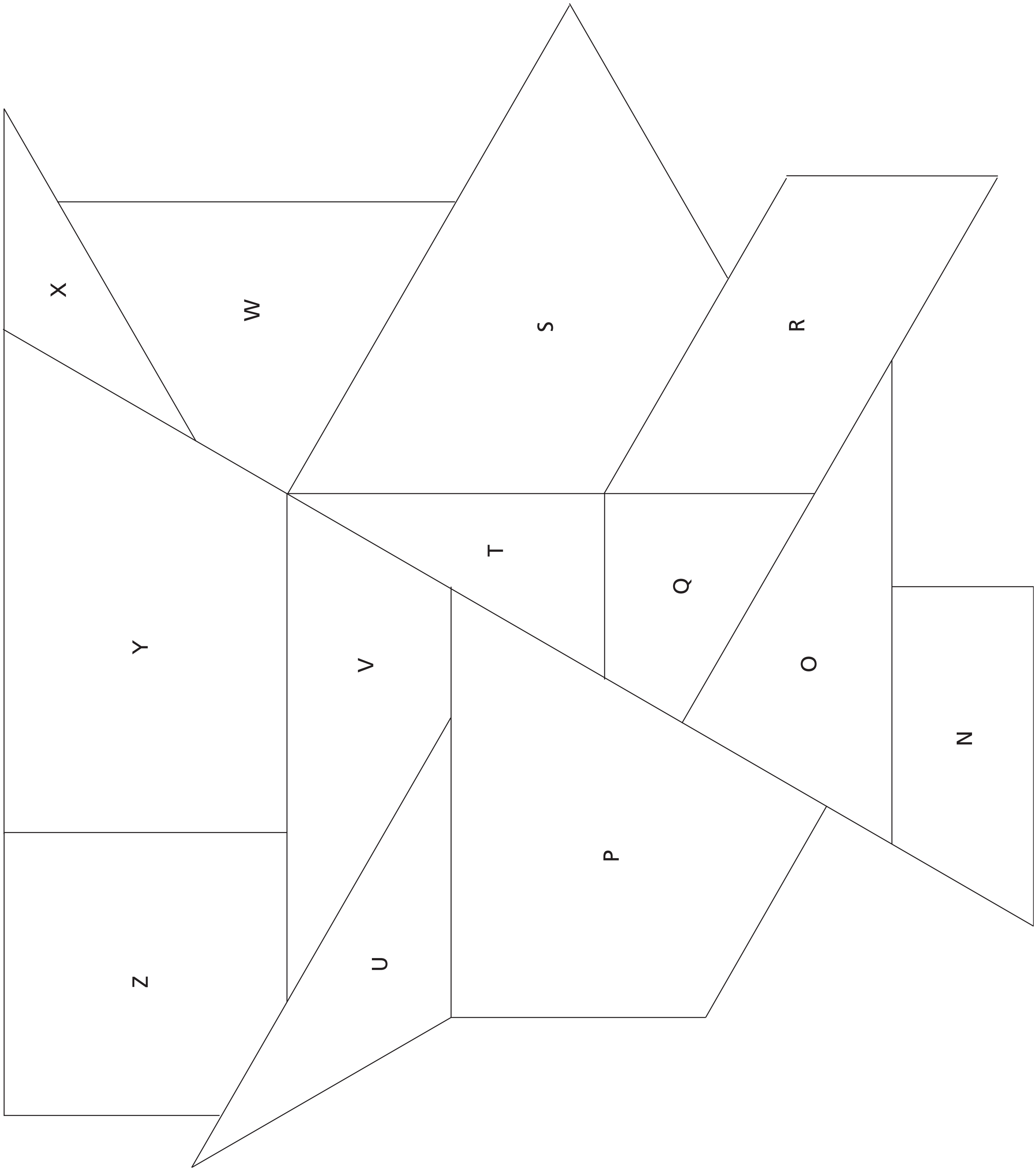
Jeu du géometriscrabble (1)

Étape 17, p. 58



Jeu du géometriscrabble (2)

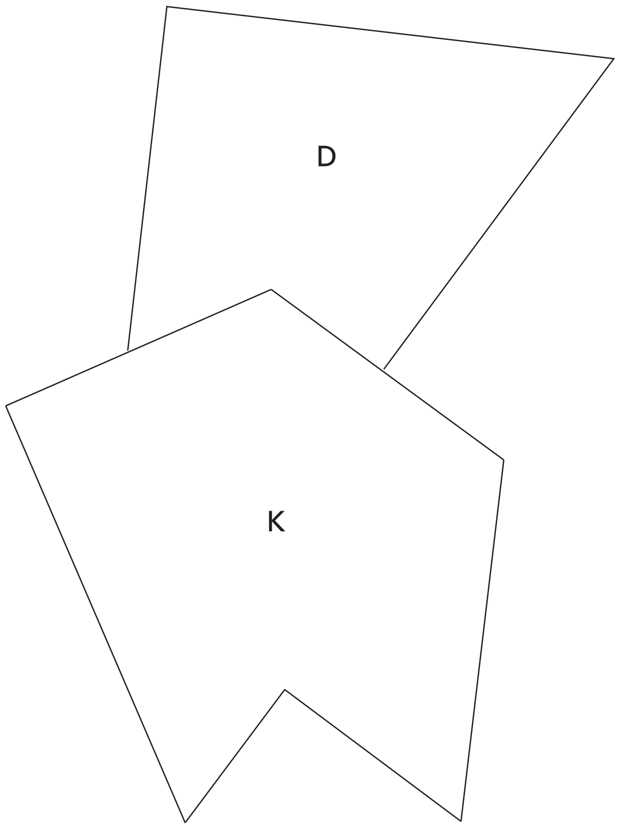
Étape 17, p. 58



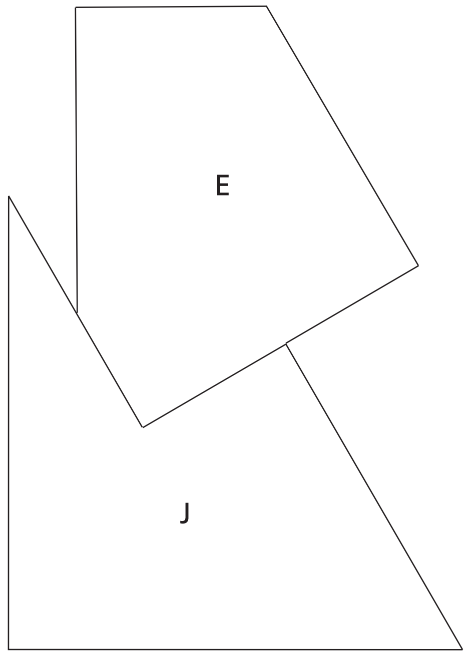
Jeu du géometriscrabble (3)

Étape 17, p. 58

fiche 1

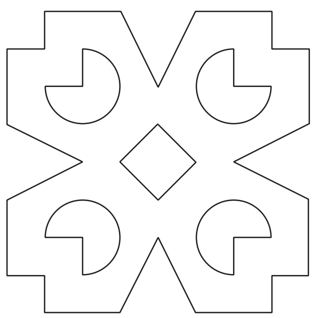


fiche 2



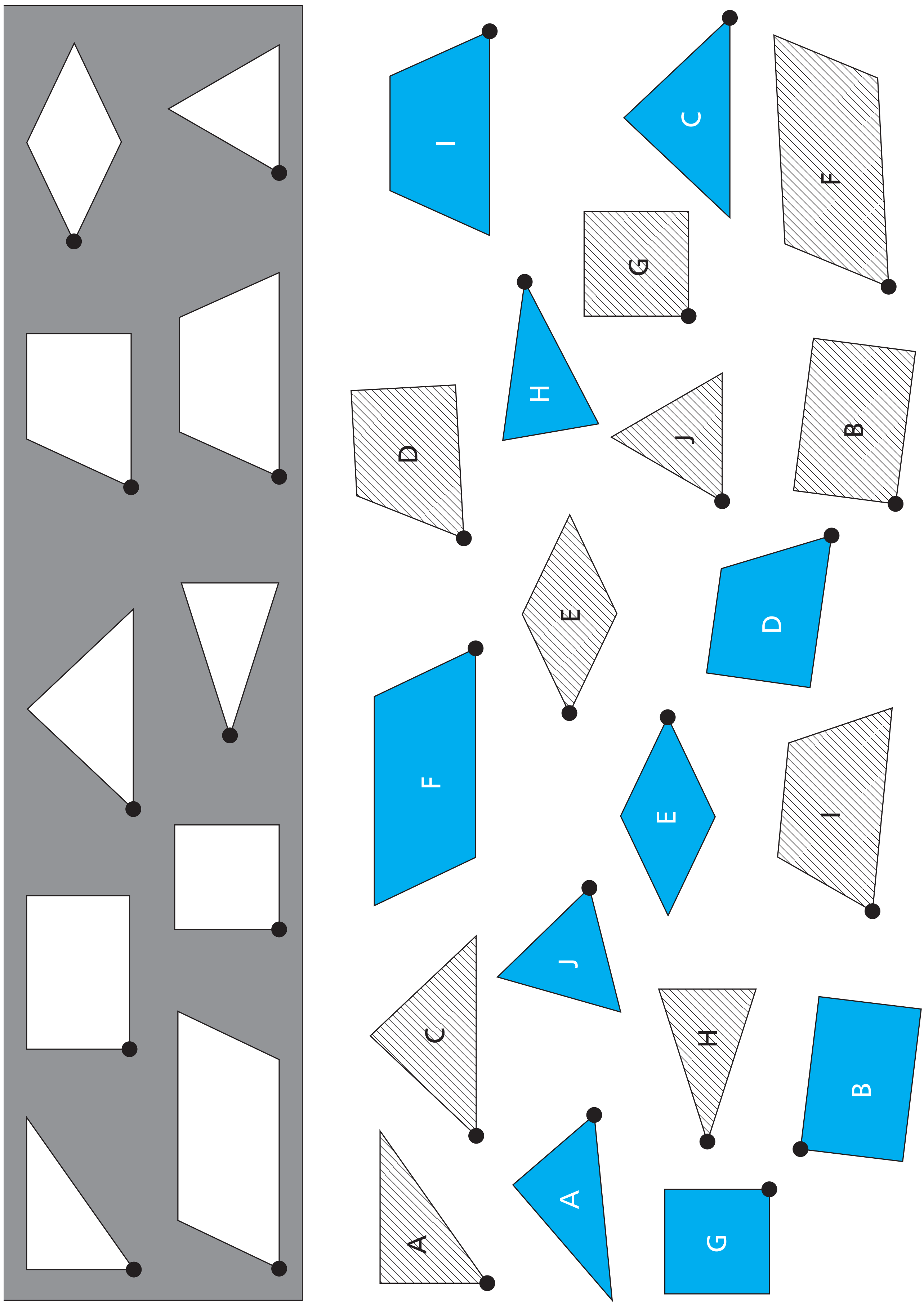
Napperon

Étape de consolidation, p.92



Jeu d'encastrement

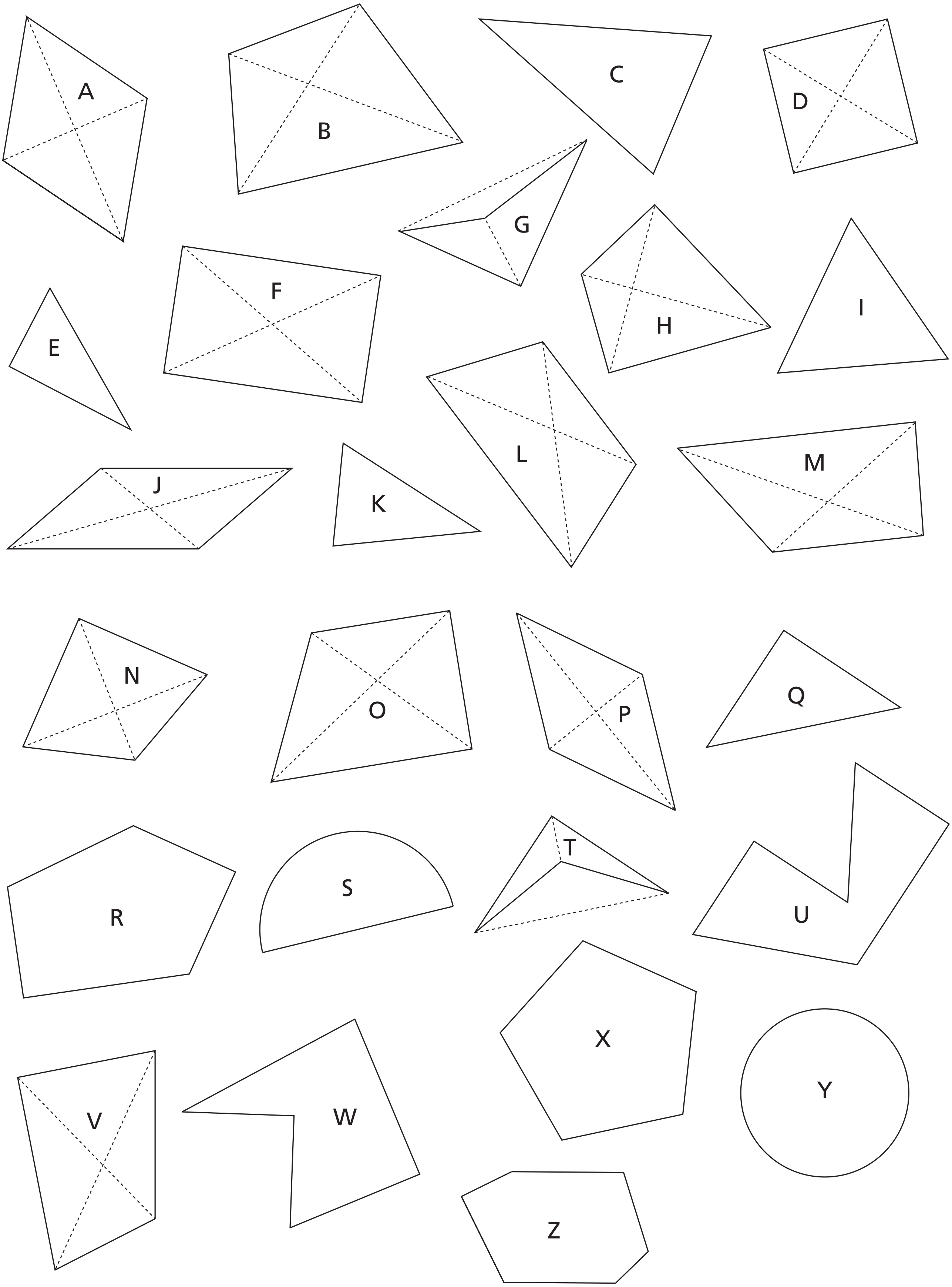
Étapes 37, p. 104



Référentiel de figures planes (1)

Étape 48, p. 132 et mise en route de l'étape 56, p. 149

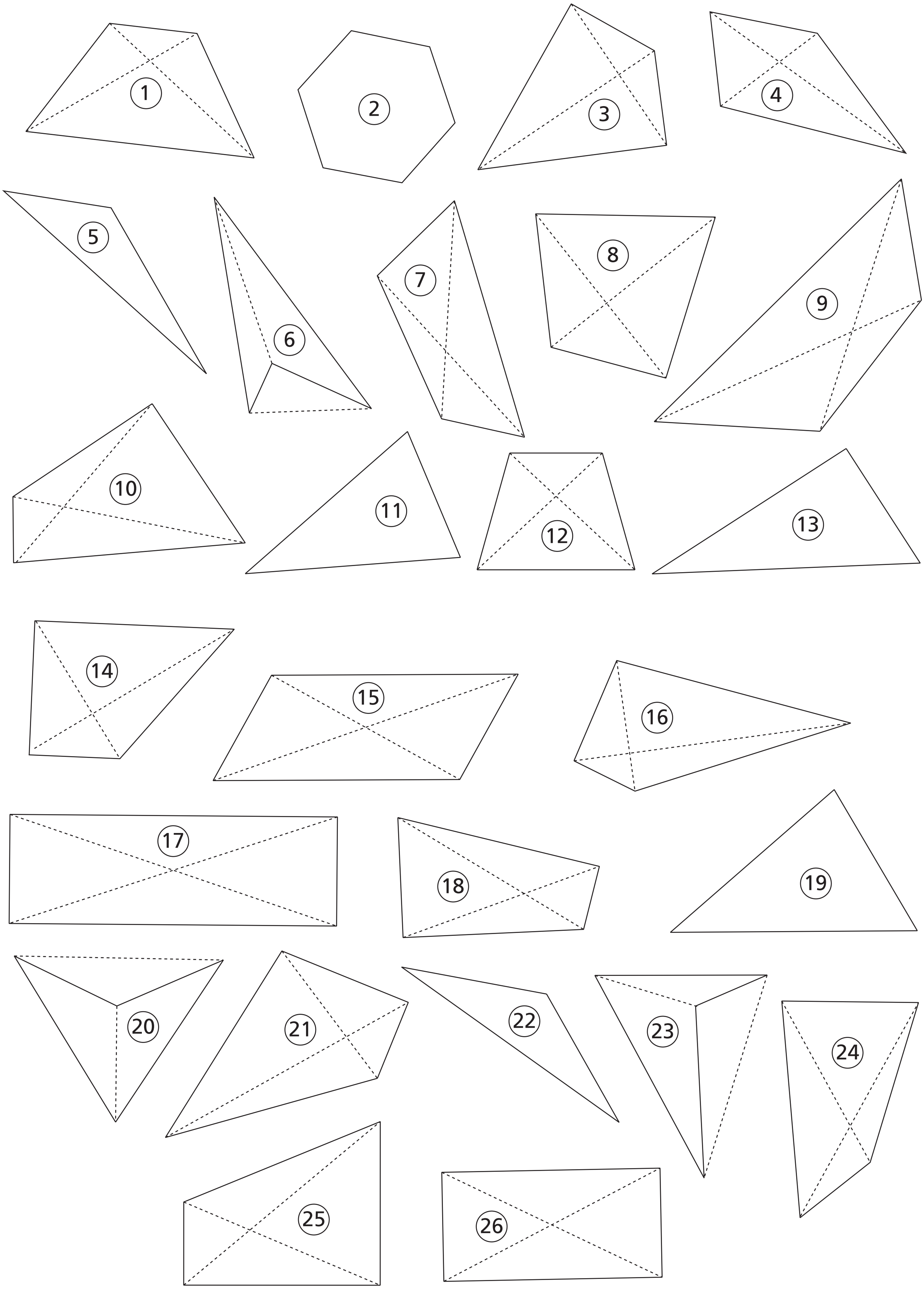
Page à plier en deux et à agrandir : A5 → A4 → A3



Référentiel de figures planes (2)

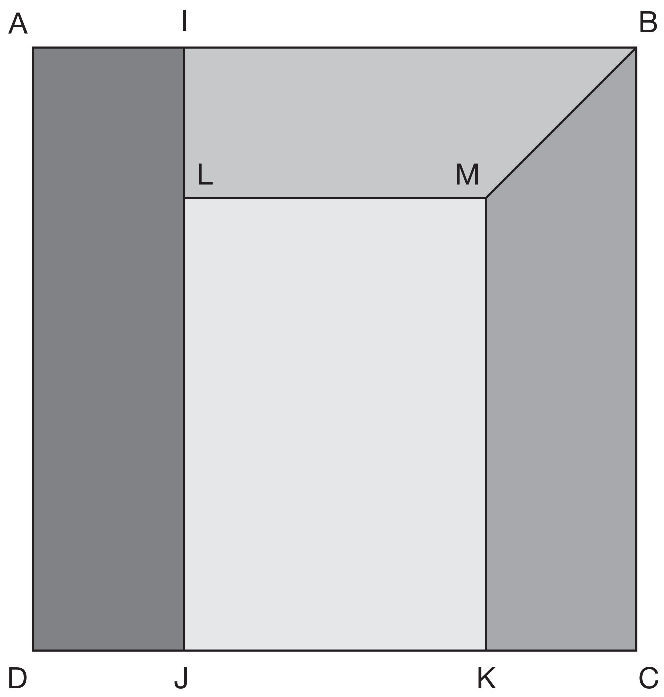
Page à plier en deux et à agrandir : A5 → A4 → A3

Étape 48, p. 132 et mise en route de l'étape 56, p. 149



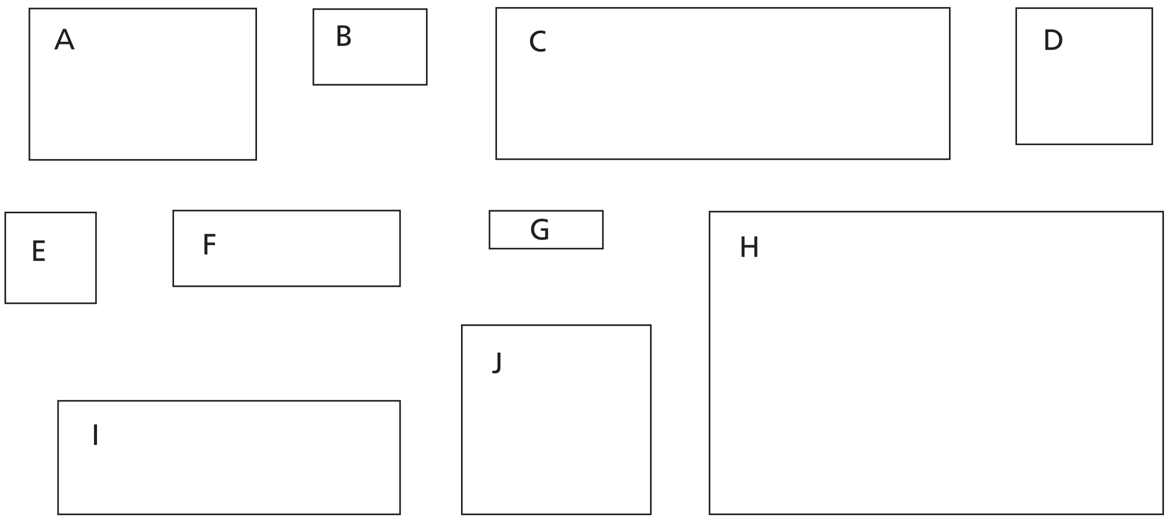
Puzzle

Étape 51, p. 138



Rectangles

Étape 52, p. 140

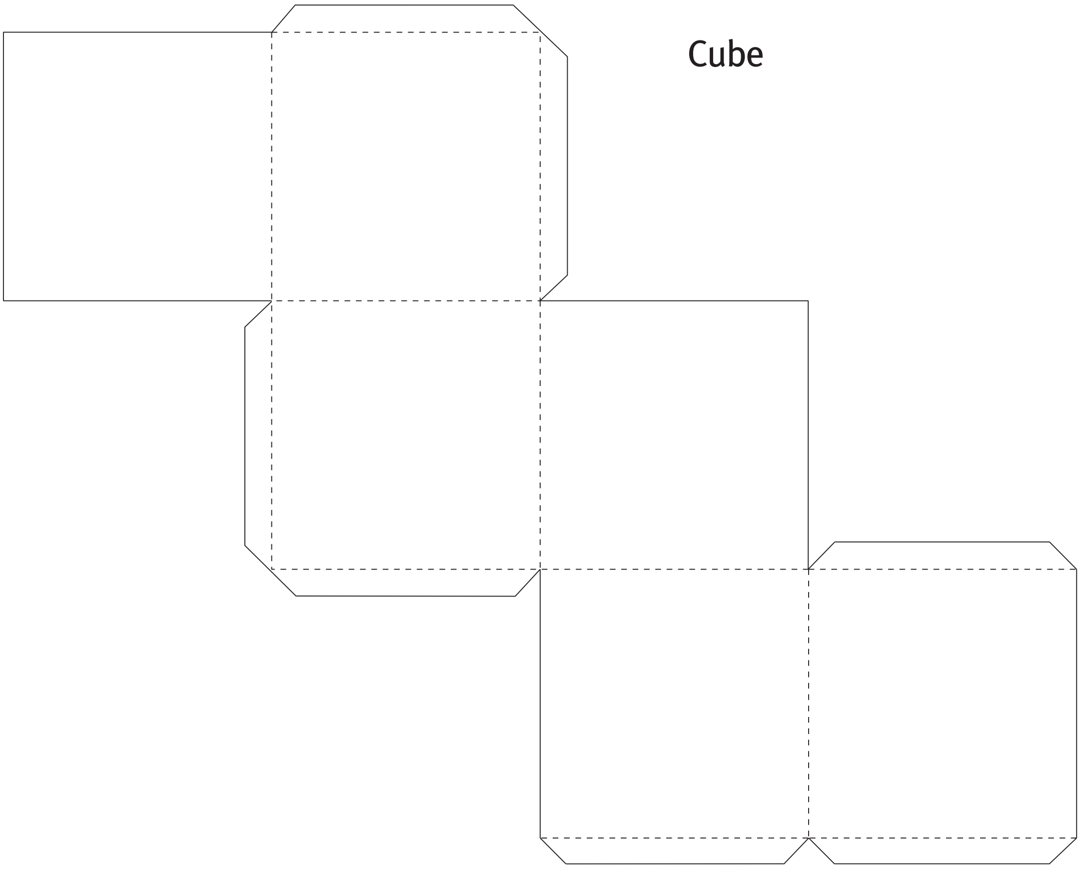


Solides (1)

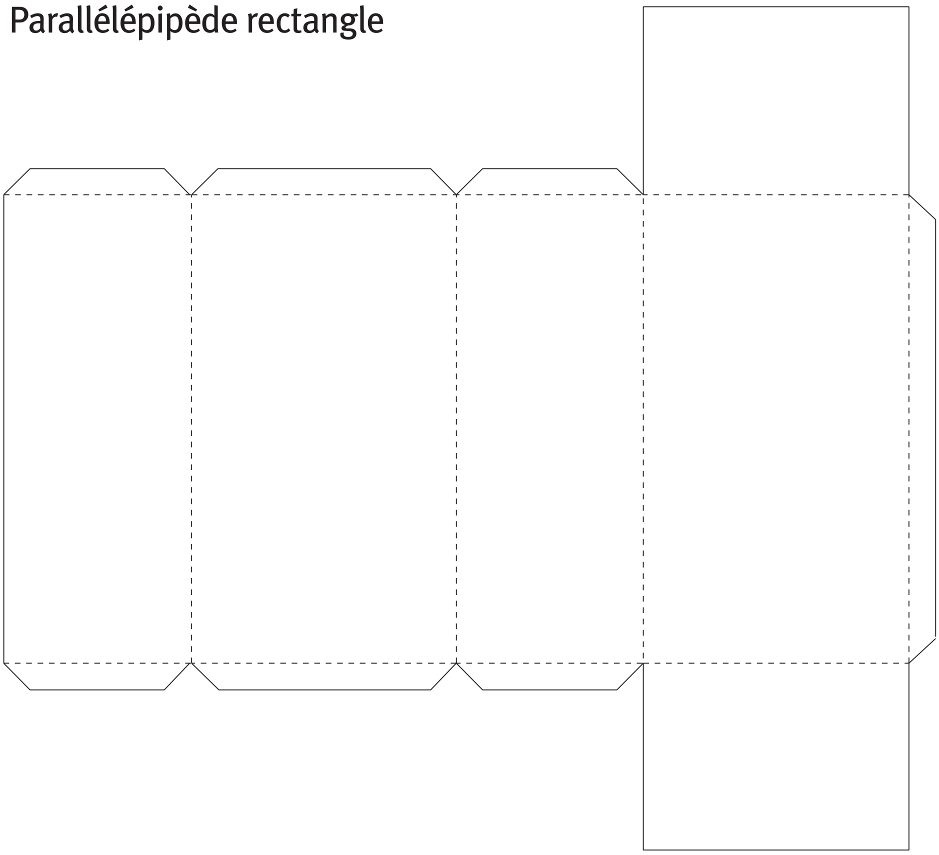
À agrandir : A4 → A3

Étape 67, p. 174-175 et mises en route des étapes 68, p. 176 et 69, p. 178

Cube



Parallélépipède rectangle

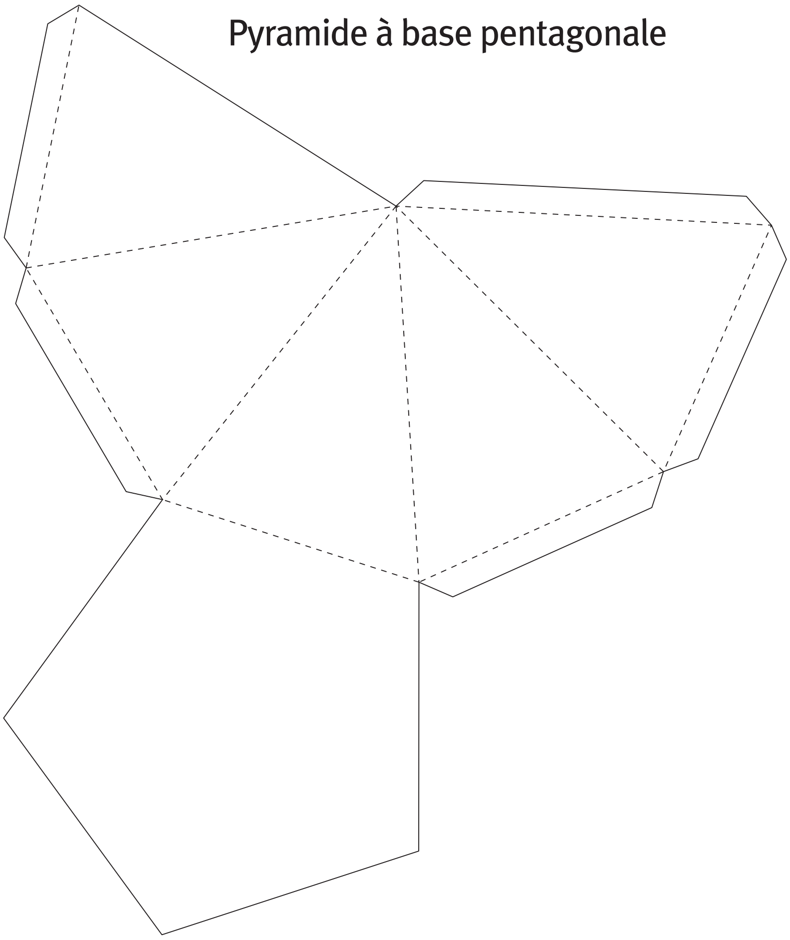


Solides (2)

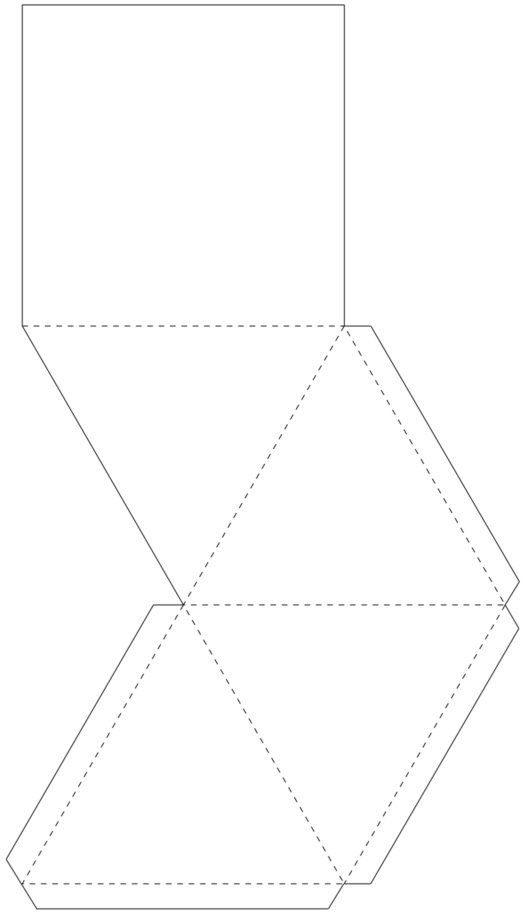
À agrandir : A4 → A3

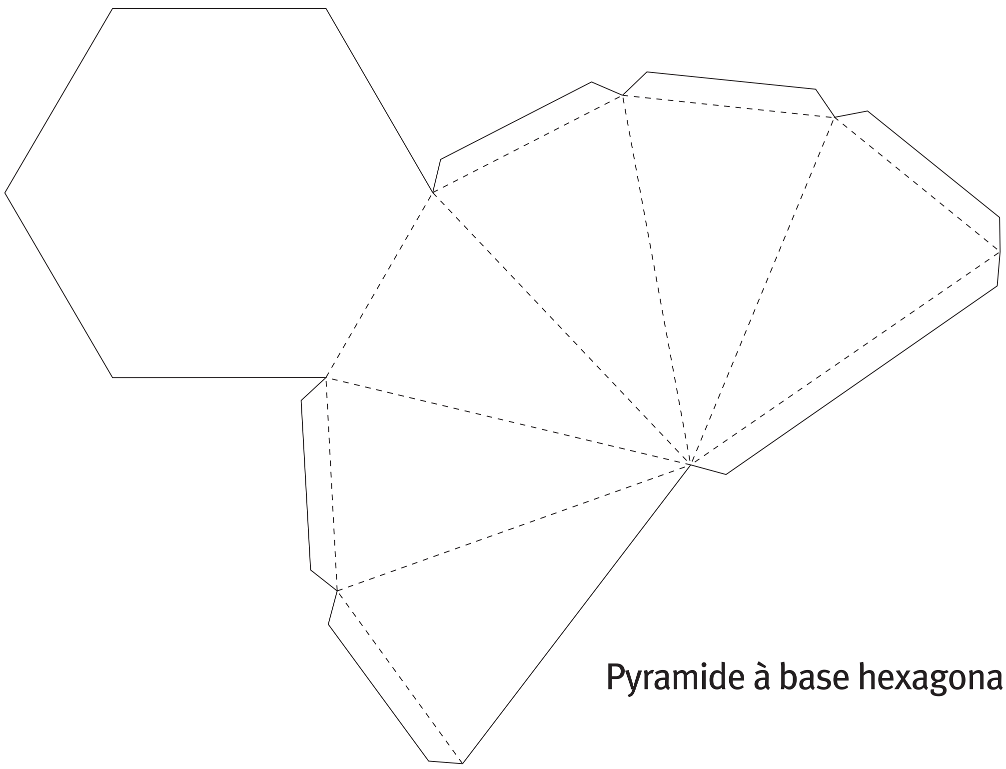
Étape 67, p. 174-175 et mises en route des étapes 68, p. 176 et 69, p. 178

Pyramide à base pentagonale



Pyramide à base carrée





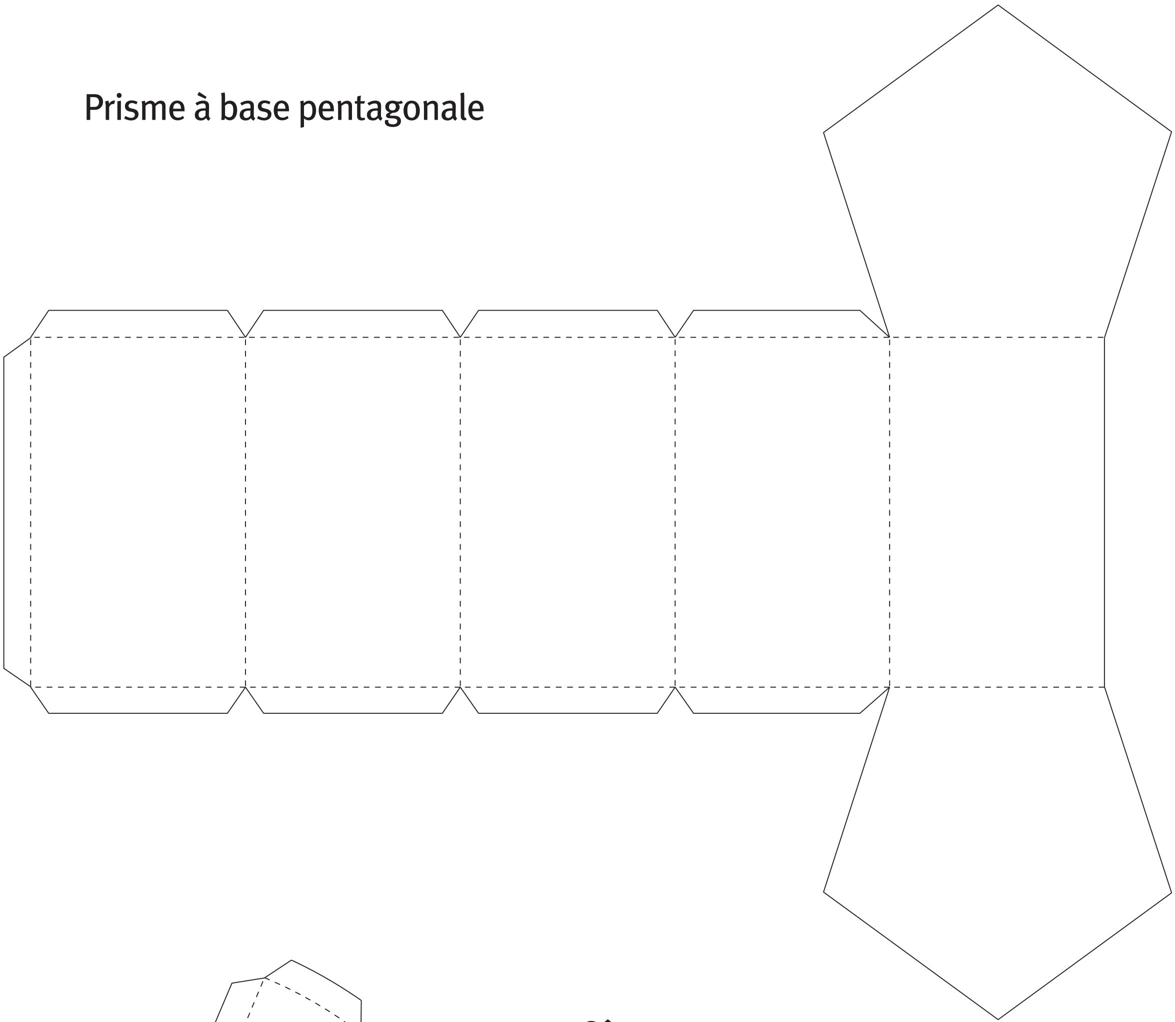
Pyramide à base hexagonale

Solides (3)

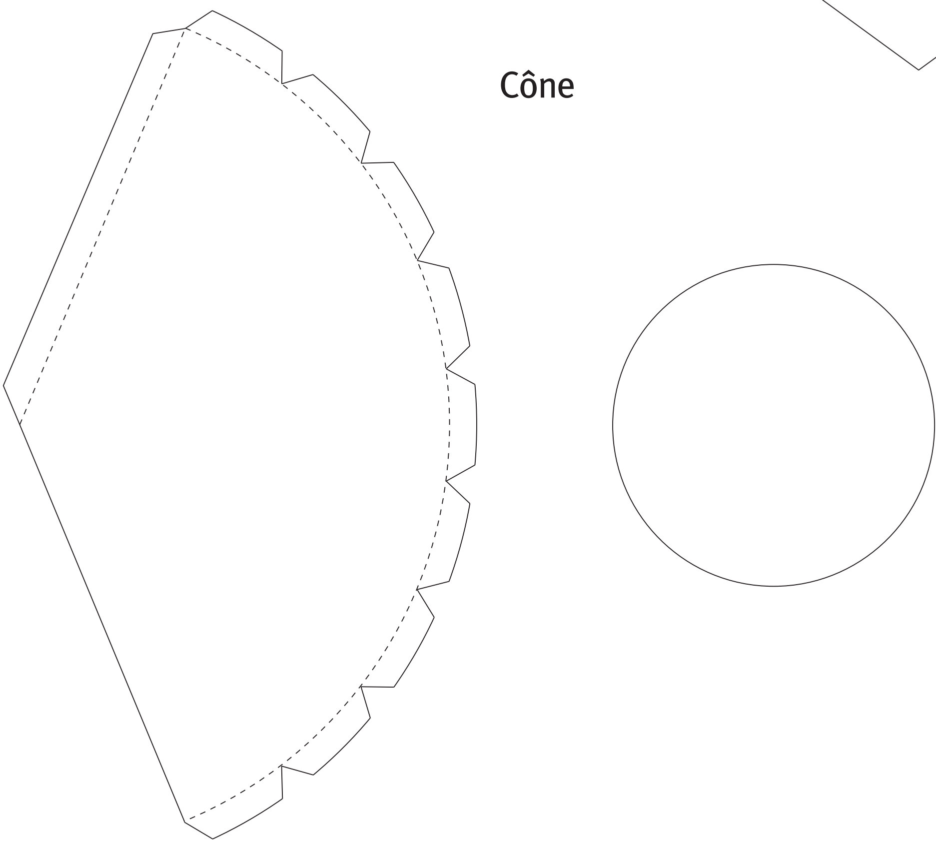
À agrandir : A4 → A3

Étape 67, p. 174-175 et mises en route des étapes 68, p. 176 et 69, p. 178

Prisme à base pentagonale



Cône

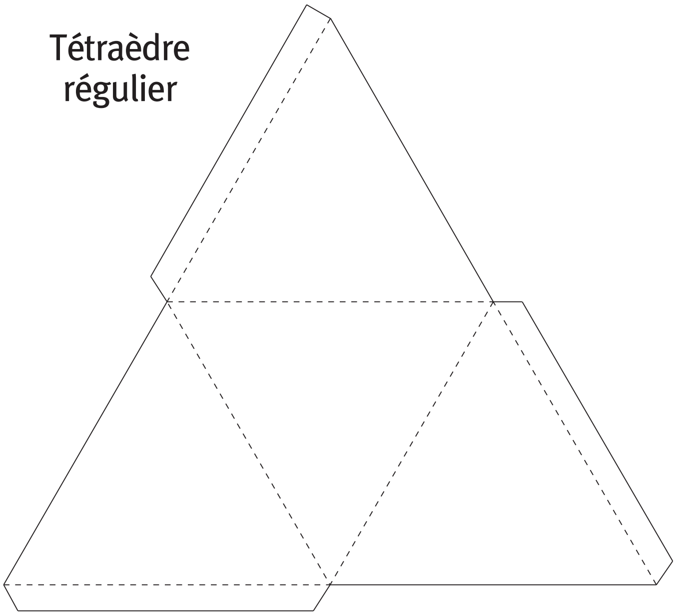


Solides (4)

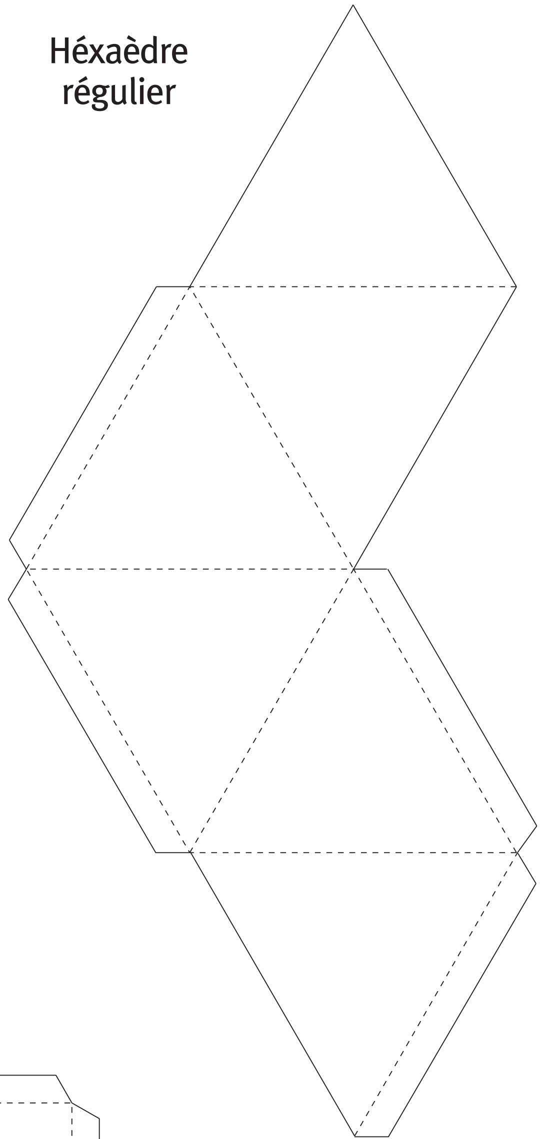
À agrandir : A4 → A3

Étape 67, p. 174-175 et mises en route des étapes 68, p. 176 et 69, p. 178

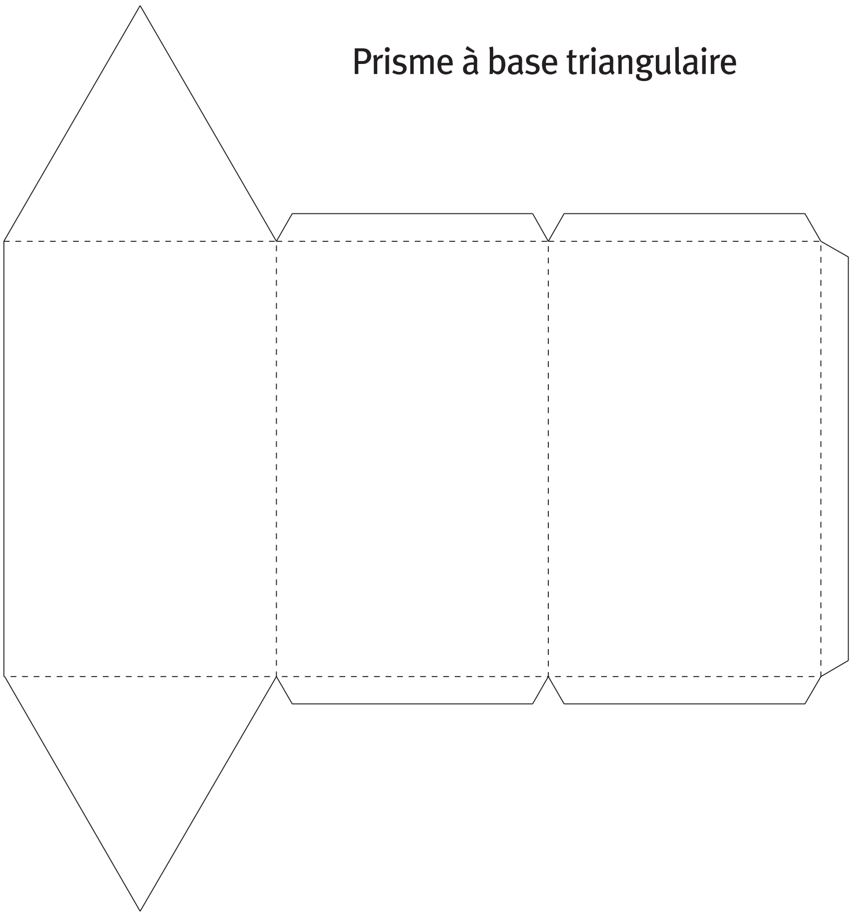
Tétraèdre régulier



Héxaèdre régulier



Prisme à base triangulaire

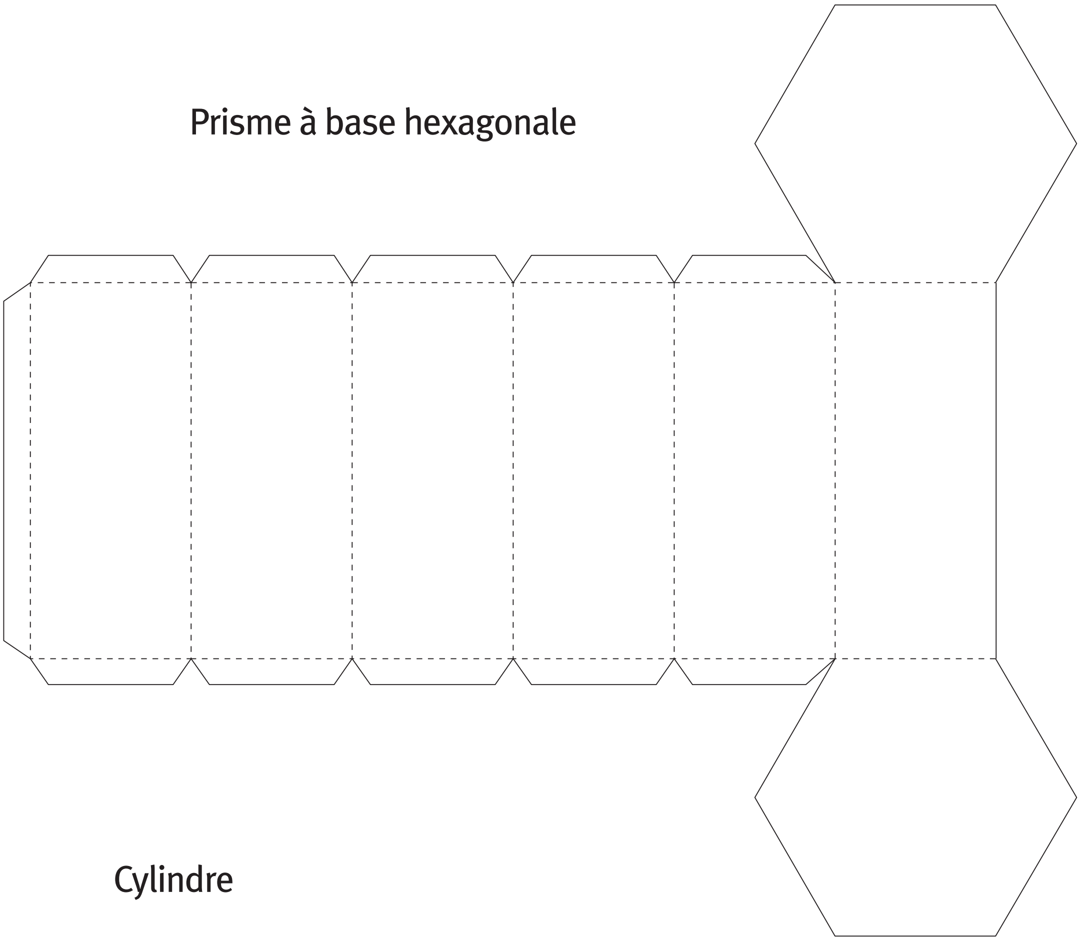


Solides (5)

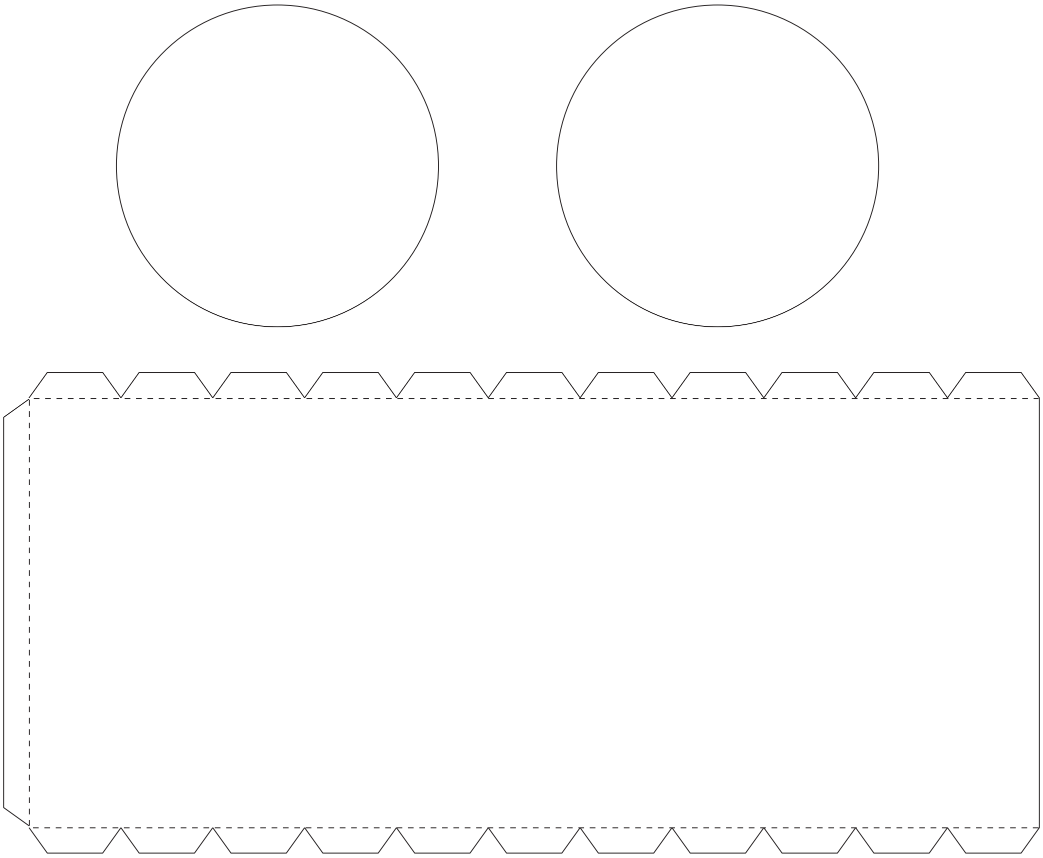
À agrandir : A4 → A3

Étape 67, p. 174-175 et mises en route des étapes 68, p. 176 et 69, p. 178

Prisme à base hexagonale



Cylindre

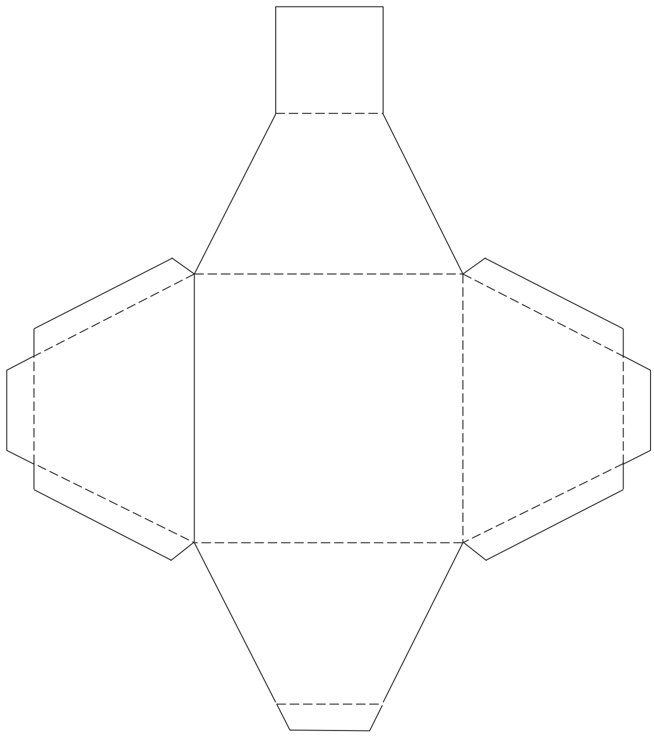


Solides (6)

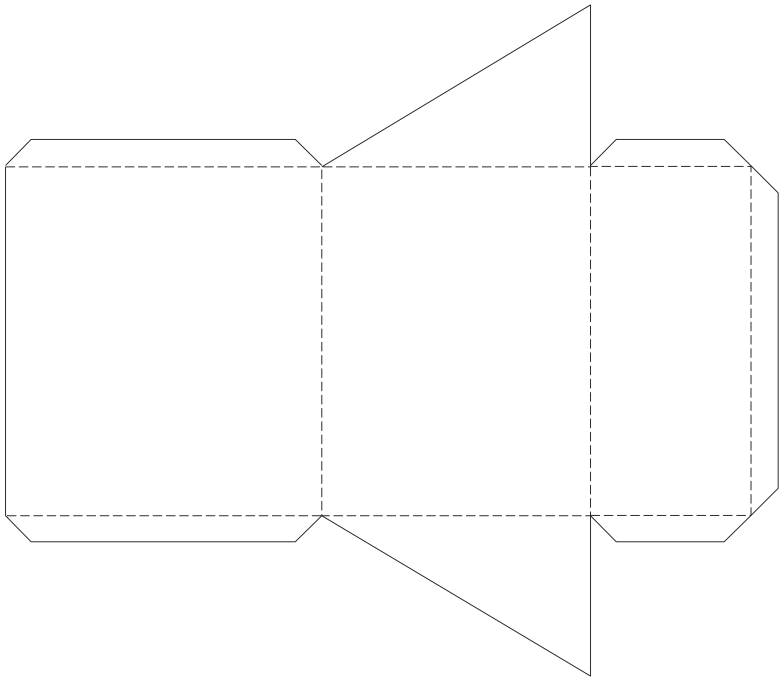
À agrandir : A4 → A3

Étape 67, p. 174-175 et mises en route des étapes 68, p. 176 et 69, p. 178

Tronc de pyramide à base carrée



Prisme à base de triangle rectangle

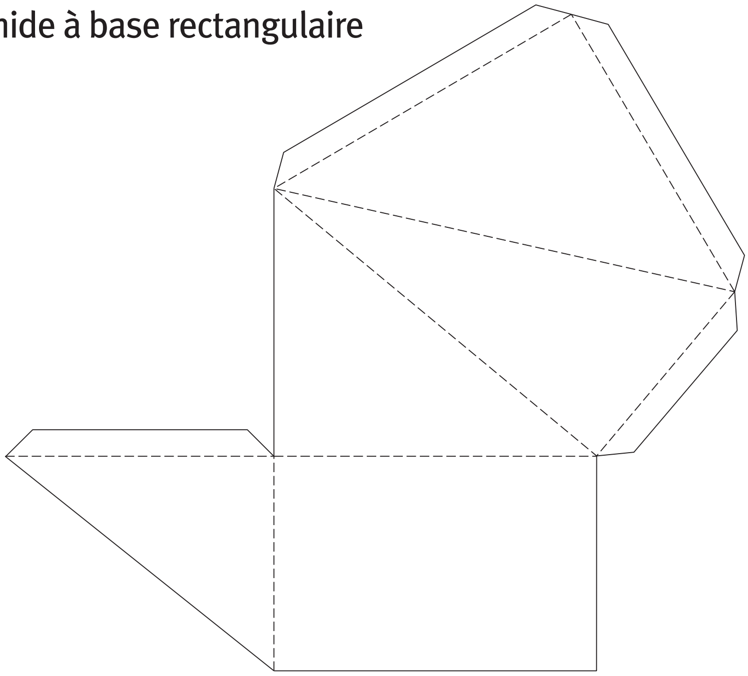


Solides (7)

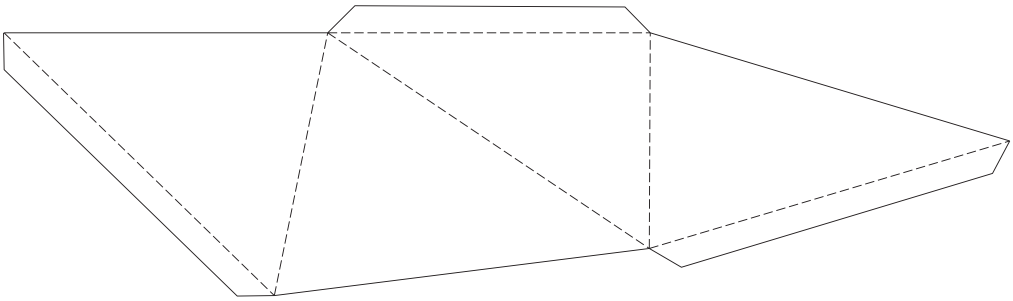
À agrandir : A4 → A3

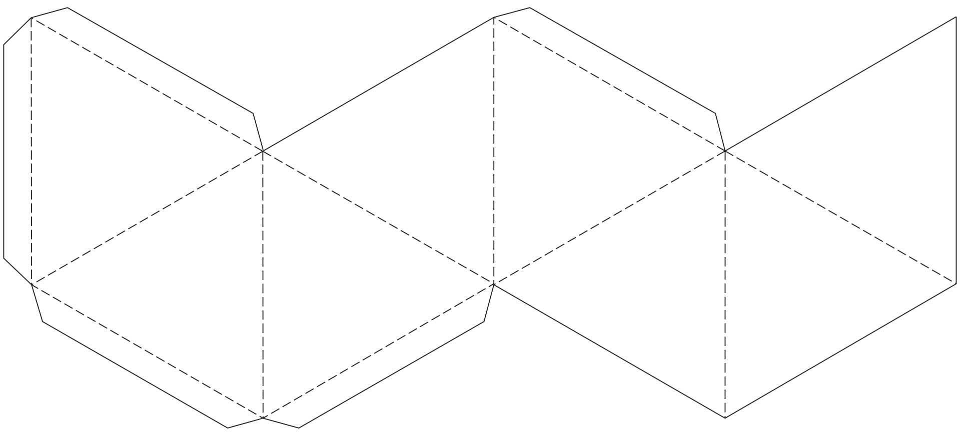
Étape 67, p. 174-175 et mises en route des étapes 68, p. 176 et 69, p. 178

Pyramide à base rectangulaire



Tétraèdre quelconque





Octaèdre régulier

Jeu du recto verso multiplicatif (fiche 1 recto)

Calcul mental, p. 22 et 185

À agrandir : A4 → A3

5 × 8	5 × 9	5 × 10	5 × 11	6 × 0
5 × 3	5 × 4	5 × 5	5 × 6	5 × 7
4 × 10	4 × 11	0 × 5	5 × 1	5 × 2
4 × 5	4 × 6	4 × 7	4 × 8	4 × 9
4 × 0	1 × 4	4 × 2	4 × 3	4 × 4
3 × 7	3 × 8	3 × 9	3 × 10	3 × 11
3 × 2	3 × 3	3 × 4	3 × 5	3 × 6
2 × 10	2 × 11	2 × 12	0 × 3	3 × 1
2 × 5	2 × 6	2 × 7	2 × 8	2 × 9
2 × 0	2 × 1	2 × 2	2 × 3	2 × 4

Jeu du recto verso multiplicatif (fiche 1 verso)

Calcul mental, p. 22 et 185

À agrandir : A4 → A3

0	55	50	45	40
35	30	25	20	15
10	5	0	44	40
36	32	28	24	20
16	12	8	4	0
33	30	27	24	21
18	15	12	9	6
3	0	24	22	20
18	16	14	12	10
8	6	4	2	0

Jeu du recto verso multiplicatif (fiche 2 recto)

Calcul mental, p. 22 et 185

À agrandir : A4 → A3

9 × 10	9 × 11	10 × 0	10 × 1	10 × 10
9 × 5	9 × 6	9 × 7	9 × 8	9 × 9
0 × 9	9 × 1	9 × 2	9 × 3	9 × 4
8 × 7	8 × 8	8 × 9	8 × 10	8 × 11
8 × 2	8 × 3	8 × 4	8 × 5	8 × 6
7 × 9	7 × 10	7 × 11	8 × 0	1 × 8
7 × 4	7 × 5	7 × 6	7 × 7	7 × 8
6 × 11	0 × 7	7 × 1	7 × 2	7 × 3
6 × 6	6 × 7	6 × 8	6 × 9	6 × 10
1 × 6	6 × 2	6 × 3	6 × 4	6 × 5

Jeu du recto verso multiplicatif (fiche 2 verso)

Calcul mental, p. 22 et 185

À agrandir : A4 → A3

100	10	0	99	90
81	72	63	54	45
36	27	18	9	0
88	80	72	64	56
48	40	32	24	16
8	0	77	70	63
56	49	42	35	28
21	14	7	0	66
60	54	48	42	36
30	24	18	12	6

Jeu du recto verso des écritures fractionnaires (fiche 1 recto)

Calcul mental, p. 65 et 66

0,01	0,25	3,6	3,75	50,62
0,5	0,08	1,2	709,6	35,08
0,7	0,75	0,403	37,2	10,07
0,1	0,04	0,001	10,5	4,08

Jeu du recto verso des écritures fractionnaires (fiche 1 verso)

Calcul mental, p. 22 et 185

$\frac{5\,062}{100}$	$\frac{375}{100}$	$\frac{36}{10}$	$\frac{25}{100}$	$\frac{1}{100}$
$\frac{3\,508}{100}$	$\frac{7\,096}{10}$	$\frac{12}{10}$	$\frac{8}{100}$	$\frac{5}{10}$
$\frac{1\,007}{100}$	$\frac{372}{10}$	$\frac{403}{1\,000}$	$\frac{75}{100}$	$\frac{7}{10}$
$\frac{408}{100}$	$\frac{105}{10}$	$\frac{1}{1\,000}$	$\frac{4}{100}$	$\frac{1}{10}$

Jeu du recto verso des écritures fractionnaires (fiche 2 recto)

Calcul mental, p. 22 et 185

1,005	7,801	10,008	4,054
7,905	6,4	34,7	5,67
7,08	10,05	3,143	5,017
8,009	4,106	5,24	3,17
0,25	0,143	4,078	11,407

Jeu du recto verso des écritures fractionnaires (fiche 2 verso)

Calcul mental, p. 22 et 185

$\frac{4\,054}{1\,000}$	$\frac{10\,008}{1\,000}$	$\frac{7\,801}{1\,000}$	$\frac{1\,005}{1\,000}$
$5 + \frac{67}{100}$	$34 + \frac{7}{10}$	$6 + \frac{4}{10}$	$\frac{7\,905}{1\,000}$
$5 + \frac{17}{1\,000}$	$3 + \frac{143}{1\,000}$	$10 + \frac{5}{100}$	$7 + \frac{8}{100}$
$3 + \frac{1}{10} + \frac{7}{100}$	$5 + \frac{2}{10} + \frac{4}{100}$	$4 + \frac{106}{1\,000}$	$8 + \frac{9}{1\,000}$
$11 + \frac{4}{10} + \frac{7}{1\,000}$	$4 + \frac{7}{100} + \frac{8}{1\,000}$	$\frac{1}{10} + \frac{4}{100} + \frac{3}{1\,000}$	$\frac{2}{10} + \frac{5}{100}$

Cartes pour les grands nombres

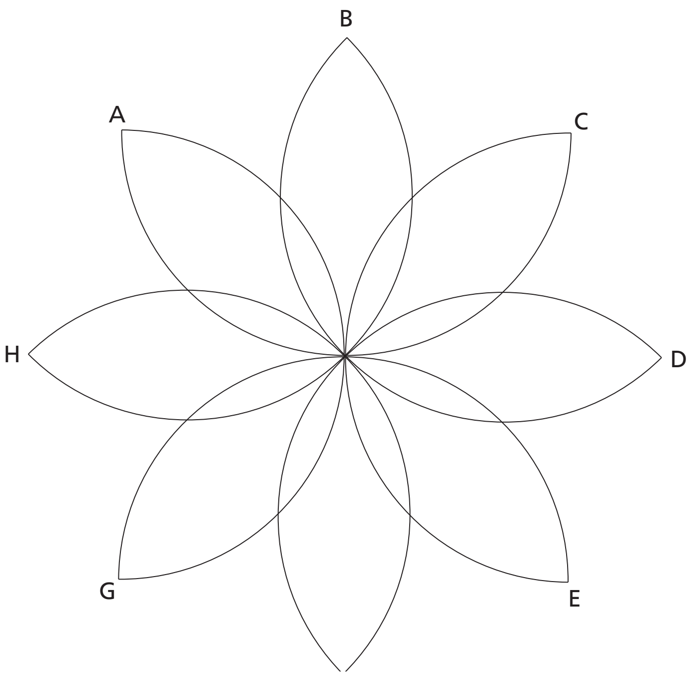
Étape 44, p. 120

40	483	milliard(s)
25	357	million(s)
8	207	mille
4	58	624

Rosace

Étape 64, p. 168

À agrandir : A4 → A3



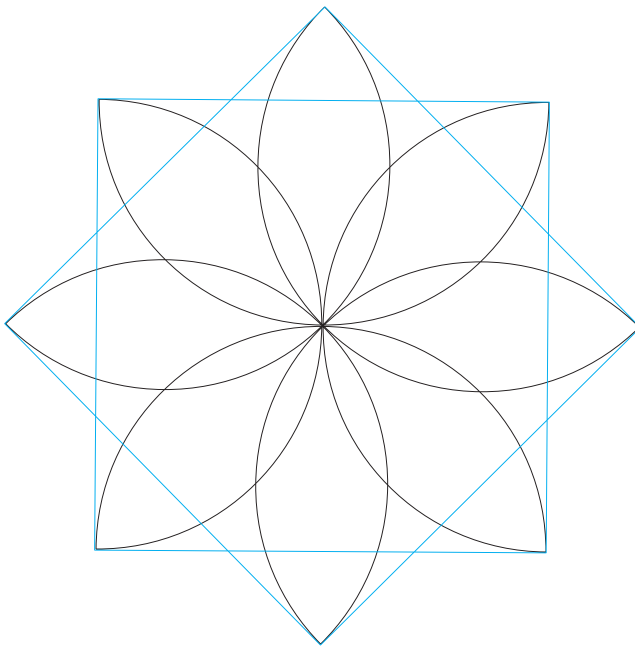


figure 1

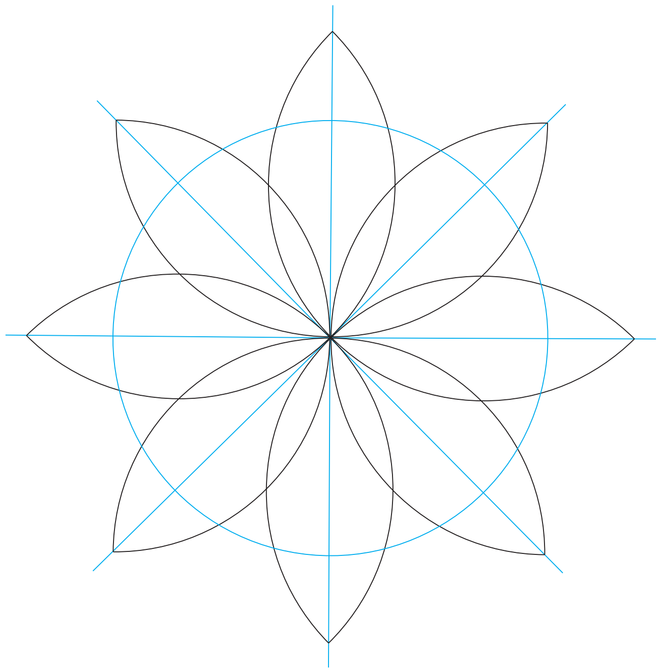
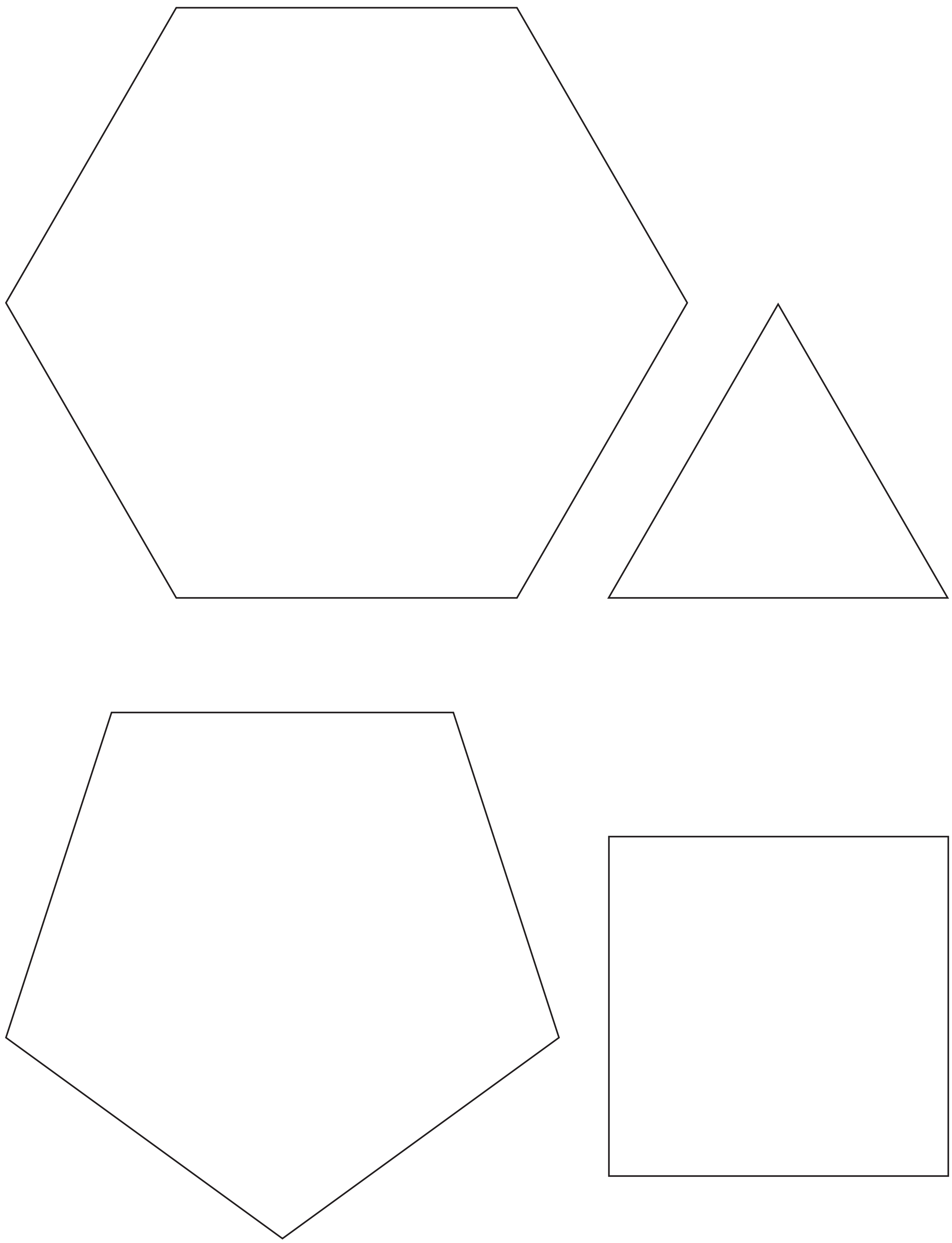


figure 2

Matériel pour la construction des solides « parfaits »

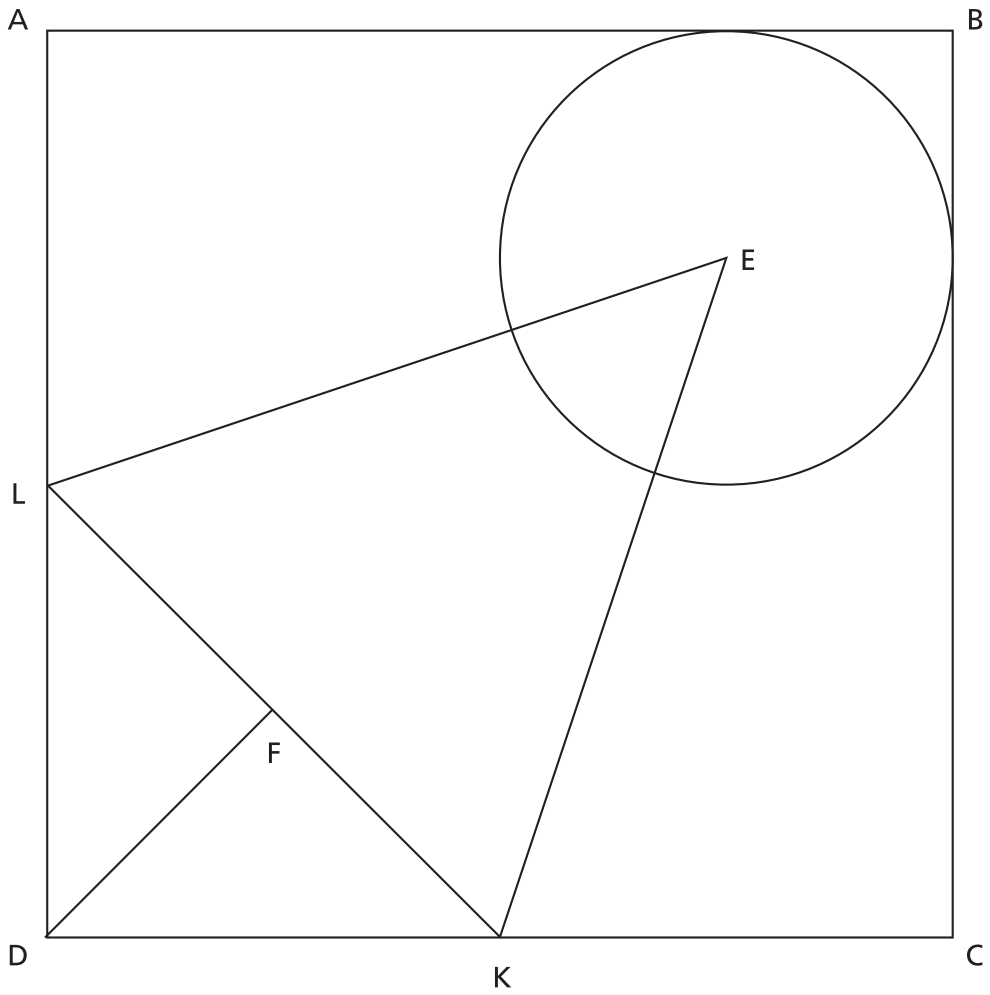
Mathématiques et patrimoine, p. 206



Figures pour validation du travail des élèves (1)

Étape 3, p. 12

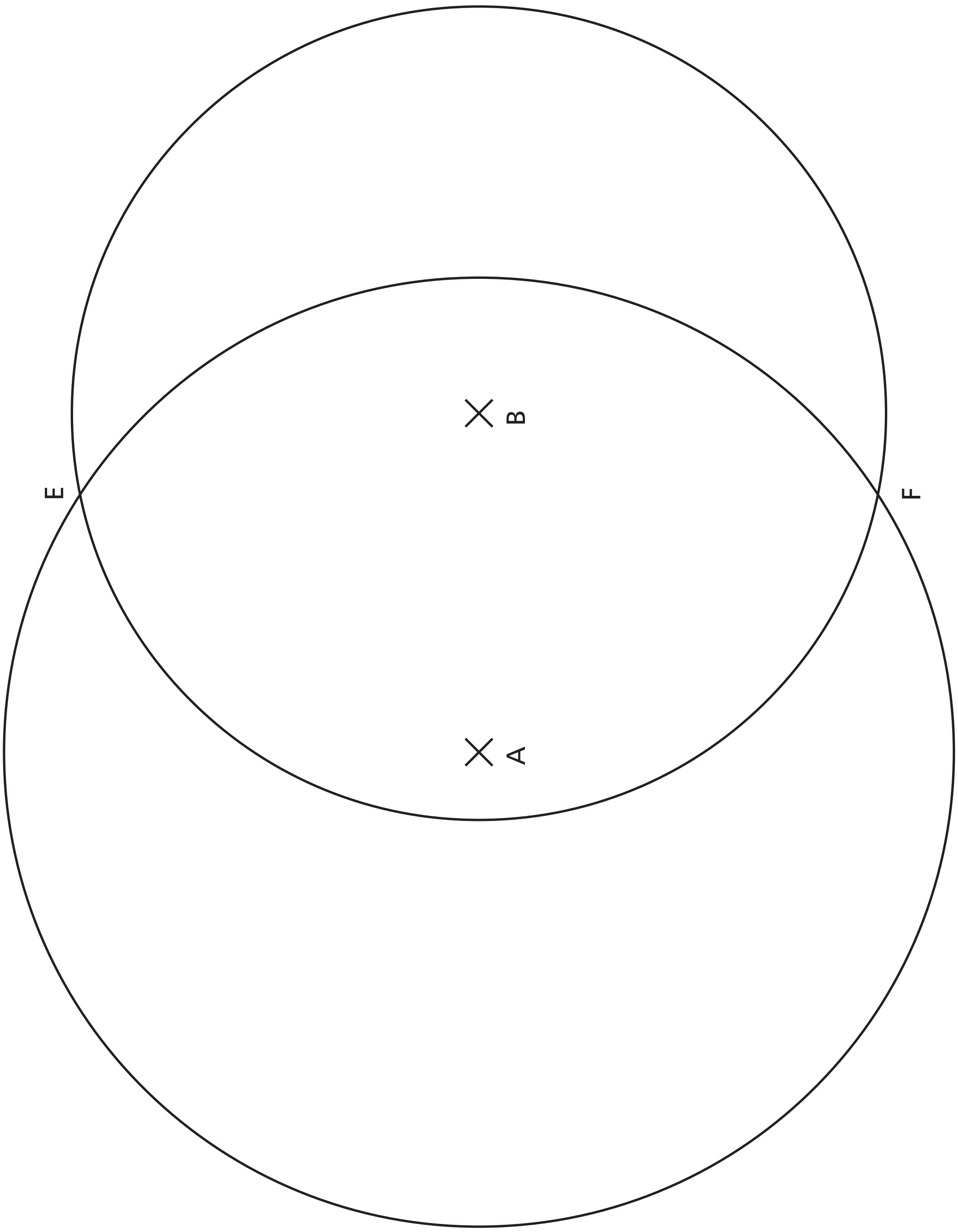
À photocopier sur transparent



Figures pour validation du travail des élèves (2)

Étape de consolidation, p. 19

À photocopier sur transparent

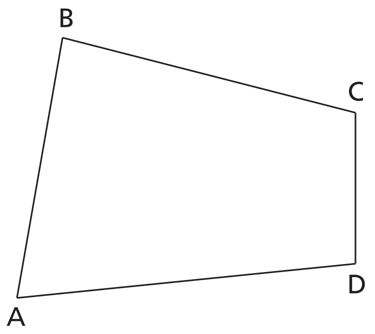


Figures pour validation du travail des élèves (3)

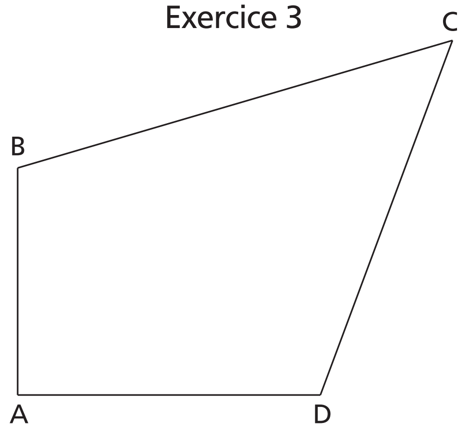
Étape 9, p. 34

À photocopier sur transparent

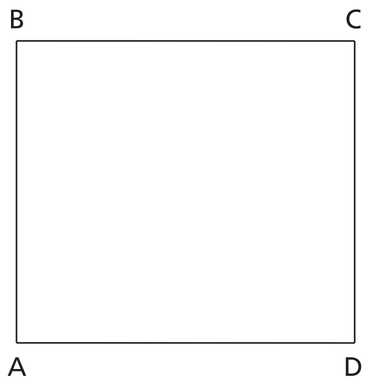
Exercice 1



Exercice 3

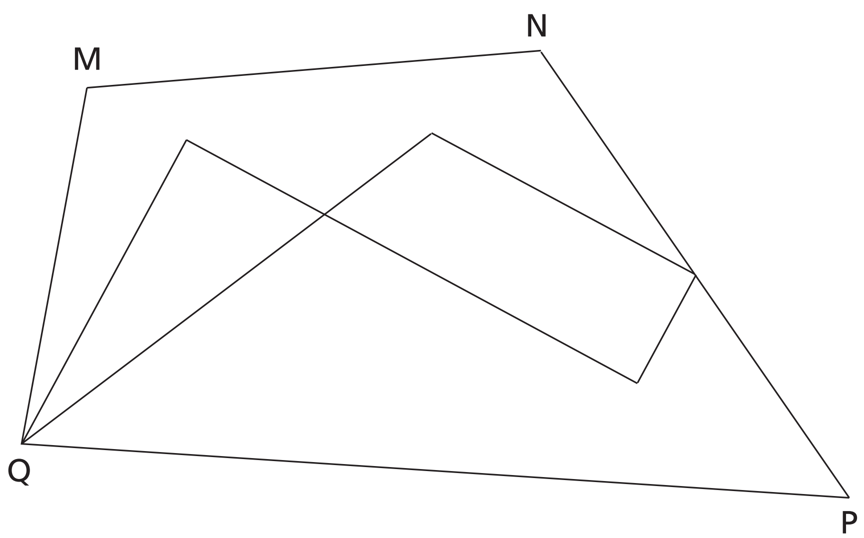


Exercice 5



Étape 25, p. 73

Découverte

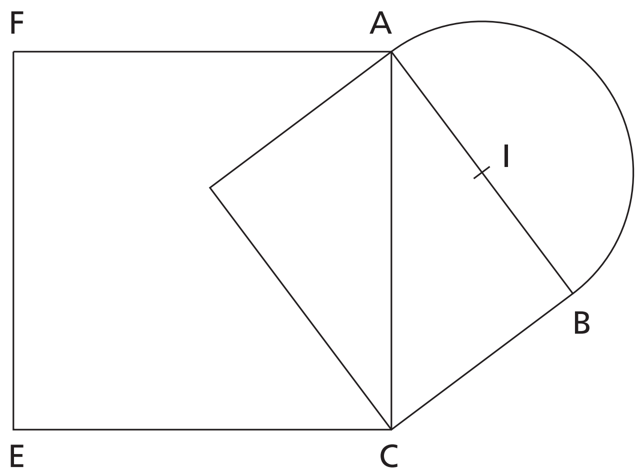


Figures pour validation du travail des élèves (4)

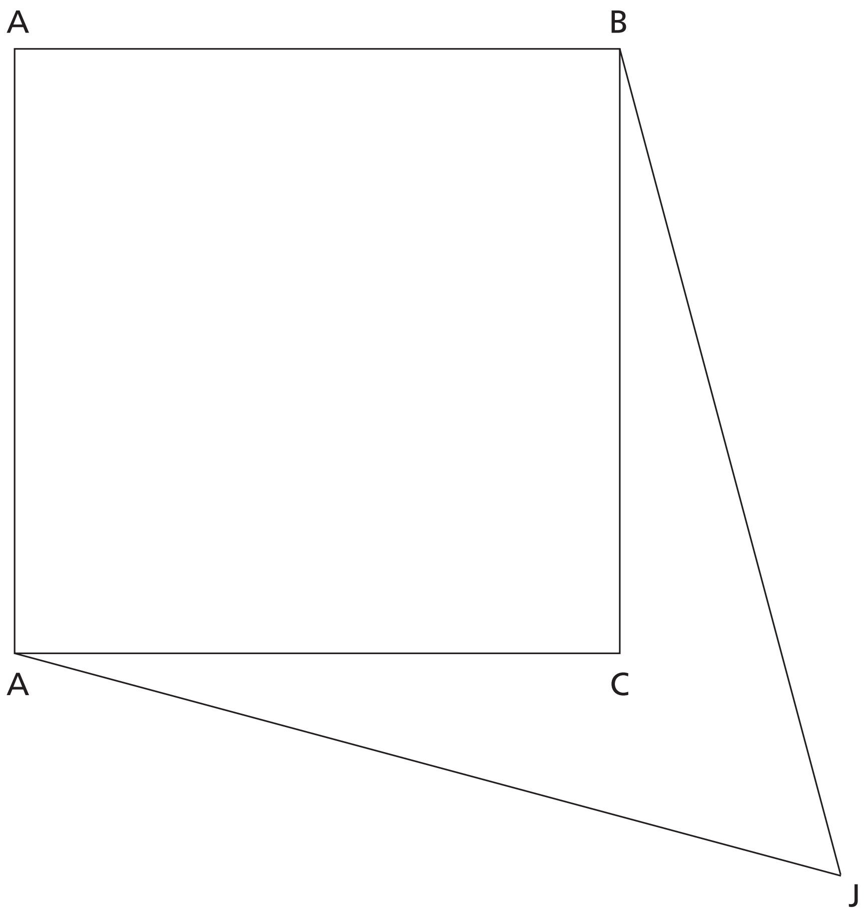
Étape 27, p. 76

À photocopier sur transparent

Exercice 5



Exercice 6

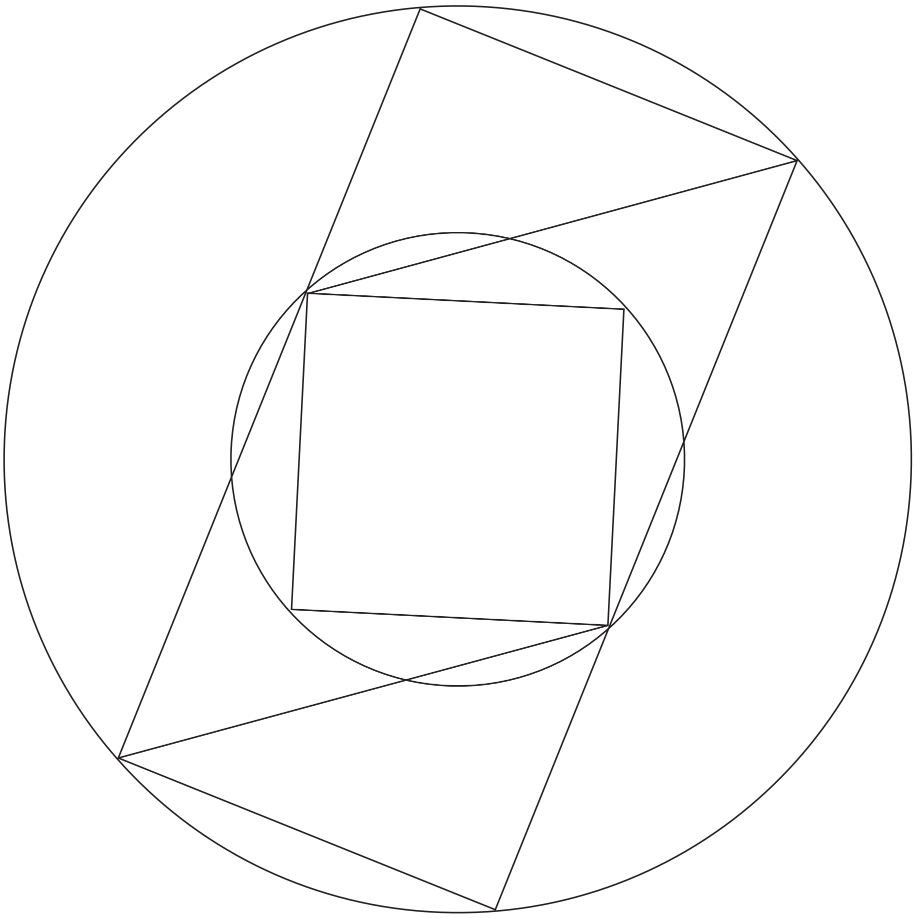


Figures pour validation du travail des élèves (5)

Étape 49, p. 135

À photocopier sur transparent

Découverte

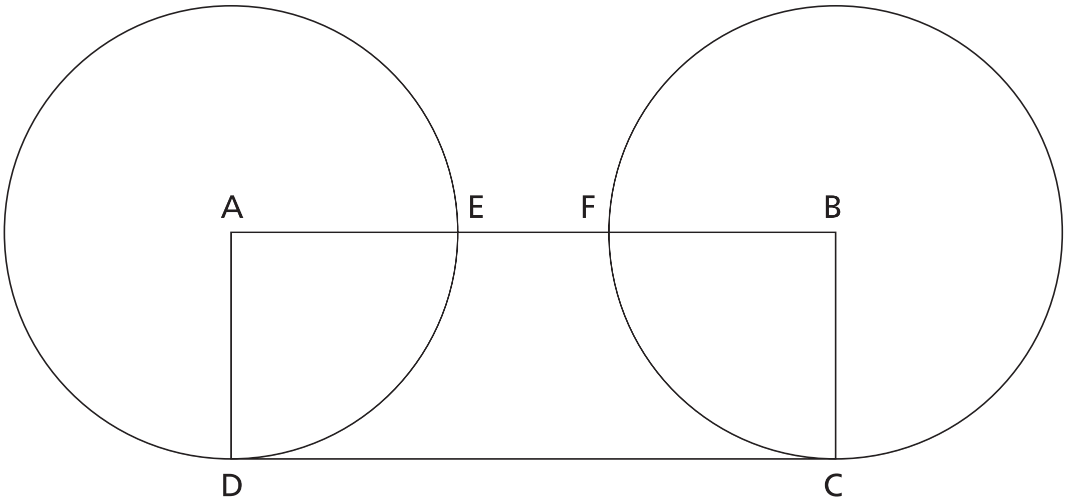


Figures pour validation du travail des élèves (6)

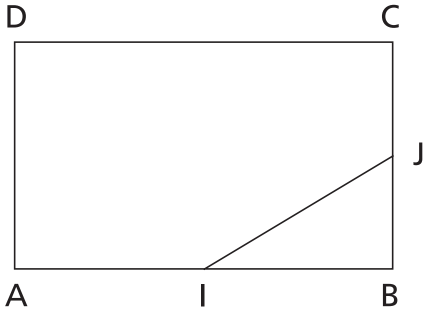
Étape 55, p. 148

À photocopier sur transparent

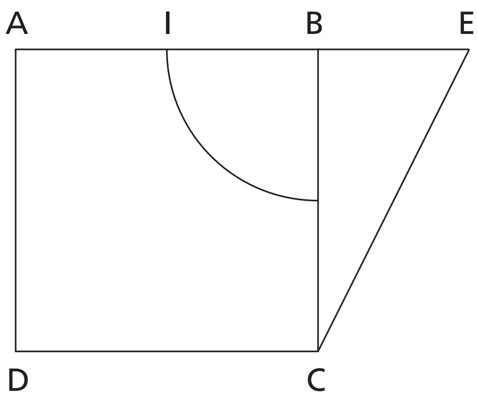
Découverte



Exercice 1



Exercice 2

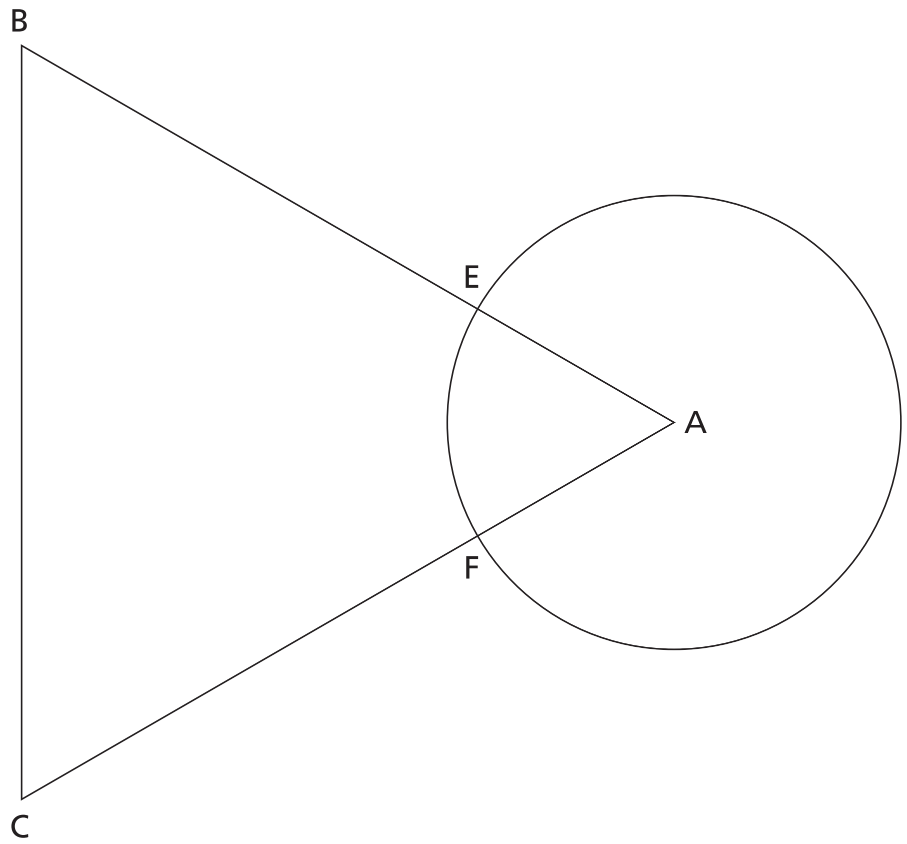


Figures pour validation du travail de l'élève (7)

Étape 55, p. 148

À photocopier sur transparent

Exercice 3



Exercice 4