FEUILLES DÉTACHABLES

Euro
Maths

Enseigner les mathématiques au CM1

CM1

LIVRE DU PROFESSEUR

Marie-Lise Peltier
Maître de conférences - IUFM de Rouen

Joël Briand
Maître de conférences - IUFM de Bordeaux

Bernadette Ngono
Maître de conférences - IUFM de Rouen

Danielle Vergnes
Professeur de mathématiques - IUFM de Versailles

HATIER

Table des matières

Partie 1 : Enseigner les mathématiques au CM1

1. Qu'est-ce qu'une activité mathématique ?

1.1. Presque pareils et pourtant tellement différents 7
1.2. Le contenu et la manière 8
1.3. Les rôles du professeur et des élèves 9
1.4. Des statuts différents pour des « mêmes » moments de classe 9
1.5. Conclusion 10

2. Des choix compatibles avec une charge de travail raisonnable

2.1. Problèmes et situations d'apprentissage 11
2.2. Le travail quotidien du professeur 13
2.3. Complément : la question des problèmes à énoncé textuel 16

3. Les modes de calcul

3.1. Classification et limites 18
3.2. Le calcul réfléchi 19
3.3. Le calcul automatisé 20
3.4. La progression de calcul mental dans EuroMaths 22

4. La numération, les opérations

4.1. Les nombres entiers, les deux systèmes de numération 24
4.2. Problèmes d'addition et de soustraction dans les ensembles numériques du CM 26
4.3. Problèmes de multiplication et de division au CM 29
4.4. Organisation et gestion de données 34

5. Les nouveaux nombres

5.1. Les fractions et les nombres décimaux 36
5.2. Les erreurs fréquentes 36
5.3. Nos choix 37
5.4. Les étapes d'EuroMaths 38

6. Espace et géométrie

6.1. État des lieux 40
6.2. Nos choix 41
6.3. Les étapes d'EuroMaths 42

7. Grandeurs et mesures

7.1. État des lieux 47
7.2. Mathématiques et expérience 47
7.3. Mesure de grandeurs et production de savoirs 47
7.4. Mesure de grandeurs et instruments de mesure 48
7.5. Les étapes d'EuroMaths 48

© HATIER, PARIS 2009 - ISBN : 978-2-218-93623-4

Partie 2 : Étape par étape

Période 1

		Livre de l'élève	Livre du maître
C	Addition et soustraction : problèmes	8	53
E	Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition et soustraction (1)	9	55
C	Dénombrer une collection organisée	10	56
1	Reproduire en décalquant	11	57
2	Numération : décomposition additive	12	58
3	Alignements	14	60
4	Alignements : restauration de figures	16	62
5	Numération orale	17	63
C	Numération orale	18	64
6	Numération écrite : décomposition canonique (1)	20	65
7	Numération écrite : position et valeur des chiffres	22	66
8	Numération écrite : comparer des nombres entiers	24	67
E	Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition et soustraction (2)	27	68
C	Addition : techniques	28	69
9	Addition et soustraction : problèmes	30	70
10	Addition et soustraction : calcul	32	71
11	Soustraction : technique usuelle	34	73
12	Distance de deux points, milieu d'un segment	36	74
13	Distance de deux points, cercle	38	76
14	Cercles	40	78
15	Numération orale : lire, écrire et comparer	42	80
16	Repérage sur quadrillage, tableaux, graphiques (Europe)	44	82
Mathématiques et patrimoine : Condorcet		48	84

Période 2

		Livre de l'élève	Livre du maître
C	Multiplication et division : problèmes	50	85
C	Calcul réfléchi : le répertoire multiplicatif	52	87
17	Calcul réfléchi : les multiples	54	89
18	Comparer des angles	56	90
19	Reproduire des angles	57	92
20	Distance d'un point à une droite, droites perpendiculaires	58	93
C	Calcul réfléchi : multiplier par 10, 100, 1 000	60	95
C	Calcul réfléchi : multiplier par des multiples de 10, de 100, de 1 000	61	96
21	Calcul réfléchi : le rôle des parenthèses	62	97
C	Multiplication : technique usuelle	63	98
22	Multiplication : technique usuelle	64	99
23	Numération orale : ses règles	66	101
24	Problèmes numériques : aide méthodologique à la résolution (1)	69	103
25	Numération écrite : décomposition canonique (2)	70	104
26	Droites parallèles, droites perpendiculaires	72	105
27	Propriétés des polygones	74	107
28	Estimer des longueurs, des distances	76	109
29	Mesurer des longueurs, des distances	78	111
30	Périmètre des figures planes	80	113
E	Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition, soustraction, multiplication	82	115
31	Représentation de données : graphiques et tableaux	83	116
32	Interpréter des données numériques (Europe)	84	117
Mathématiques et patrimoine : Neper		88	119

Période 3

		Livre de l'élève	Livre du maître
33	Multiplication et division : problèmes (quantités)	90	121
34	Division : nombre de parts	92	124
35	Division : valeur d'une part	94	125
36	Division : soustraire des multiples du diviseur	96	127
C	Décrire des figures	98	129
37	Reproduire des figures	100	131
38	Multiplication et division : problèmes (grandeurs)	102	133
39	Division : l'écriture en ligne	104	135
40	Utiliser la calculatrice (1)	106	137
E	Calcul automatisé, calcul réfléchi : les quatre opérations (1)	109	139
41	Calcul de durées	110	140
42	Figures : analyse et reproduction	112	142
43	Formes et aires	114	144
44	Mesure des aires	116	146
45	Division : combien de chiffres au quotient	118	148
46	Division : technique usuelle	120	150
47	Figures : programmes de construction	122	152
48	Problèmes pour apprendre à chercher (1)	124	154
E	Calcul réfléchi : récréation (1)	125	155
49	Mesurer des durées (Europe)	126	157
Mathématiques et patrimoine : Huyghens		130	159

Période 4

		Livre de l'élève	Livre du maître
50	Multiplication et division : la proportionnalité au quotidien	132	161
51	Proportionnalité : graduations et échelles	134	162
52	Problèmes numériques : aide méthodologique à la résolution (2)	135	164
53	Fractions au quotidien	136	165
54	Fractions et partages de longueurs	138	166
55	Fractions : la machine à partager les segments	140	168
56	Fractions et graduations (1)	142	170
57	Fractions et graduations (2)	144	171
58	Mesure des contenances	145	172
59	Symétrie par rapport à un axe	146	173
60	Axes de symétrie des figures usuelles	148	175
E	Calcul automatisé, calcul réfléchi : les quatre opérations (2)	151	176
61	Fractions et partage d'aires (1)	152	176
62	Fractions et partage d'aires (2)	154	178
63	Compléter une figure par symétrie par rapport à un axe (1)	156	179
64	Placer une fraction sur la droite numérique	158	181
65	Fractions décimales (1)	160	182
66	Fractions décimales (2)	162	184
67	Fractions décimales et nombres décimaux	163	186
68	Représentation de données : graphiques	164	187
C	Numération	165	188
69	Utiliser la proportionnalité (Europe)	166	189
Mathématiques et patrimoine : Les Égyptiens		168	191

Période 5

		Livre de l'élève	Livre du maître
70	Comparer des nombres décimaux	172	193
71	Nombres décimaux et mesure des longueurs	174	195
72	Addition et soustraction des nombres décimaux : vers la technique	176	196
73	Lecture de plans et de cartes : échelles	178	198
74	Nombres décimaux au quotidien	180	200
75	Utiliser la calculatrice (2)	181	201
76	Solides : de l'espace au plan	182	202
77	Parallélépipèdes rectangles et cubes	184	205
E	Multiplication et division : problèmes et calcul	186	207
78	Le million et au-delà	188	209
79	Multiplication d'un nombre décimal par 10, par 100 ou par 1 000	191	211
80	Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier	192	212
81	Compléter une figure par symétrie par rapport à un axe (2)	194	213
E	Problèmes à une ou plusieurs étapes	195	214
82	Division décimale de deux nombres entiers : quand peut-on partager le reste ?	196	216
83	Division décimale de deux nombres entiers : approche de la technique	197	27
84	Mesure des masses	198	218
85	Problèmes pour apprendre à chercher (2)	200	221
E	Calcul réfléchi : récréation (2)	201	223
86	Les grands nombres : découvrir le milliard (Europe)	202	223
Mathématiques et patrimoine : Le système métrique		206	225

PARTIE 3 : FICHES PHOTOCOPIABLES

Banques d'exercices pour bilans	226
Fiches autocorrectives des étapes d'entraînement	242
Matériel photocopiable	252
Fiches autocorrectives « Ce que je suis capable de faire »	273

Couverture Créapass • **Conception graphique** Bernard Van Geet • **Mise en page** J'ai deux z'amours
Dessins techniques Lydie Boué *et* J'ai deux z'amours • **Illustrations** François Foyard

Partie 1

Enseigner les mathématiques au CM1

Enjeux didactiques et présentation argumentée des progressions

Il m'a paru qu'en général, on ne devrait rien enseigner aux enfants sans leur en avoir expliqué et fait sentir les motifs. Ce principe me semble très essentiel dans l'instruction, mais je le crois surtout fort avantageux en arithmétique et en géométrie. Ainsi des éléments de ces sciences ne doivent pas seulement avoir pour but de mettre les enfants en état d'exécuter sûrement, et facilement par la suite, les calculs dont ils peuvent avoir besoin, mais doivent encore leur tenir lieu d'éléments de logique et servir à développer en eux la faculté d'analyser leurs idées, de raisonner avec justesse.

Condorcet

1

Qu'est-ce qu'une activité mathématique ?

Pour répondre à la question « Qu'est-ce qu'une activité mathématique ? » et pour montrer comment le manuel peut contribuer à réguler cette activité, nous vous proposons une petite promenade dans quatre classes où la même séquence d'apprentissage est mise en œuvre suivant quatre scénarios différents. Nous montrerons ainsi l'influence que peuvent avoir des choix « presque pareils mais pourtant différents » sur la façon dont les élèves s'approprient les mathématiques et sur le sens que les mathématiques prennent pour eux.

1.1. Presque pareils et pourtant tellement différents

Imaginons un professeur de CM1 voulant introduire l'addition des nombres décimaux et supposons que ses élèves aient déjà appris ce que sont des fractions décimales et donnent du sens aux écritures additives telles que $3 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100}$.

Il regarde l'étape 72 (p. 176-177) du manuel Euromaths CM1 et lit dans la découverte l'énoncé suivant : *Pour construire une grande frise chronologique, des enfants mettent bout à bout deux bandes de carton. La première mesure 1,45 m et la seconde mesure 2,7 m. Quelle est la longueur de la bande ainsi obtenue ?* [1]

À partir de cet énoncé, il imagine un scénario de classe. Nous allons étudier quatre scénarios possibles parmi d'autres.

Scénario 1

• Le professeur écrit l'énoncé ci-dessus au tableau.

• Il conduit ensuite une activité collective qui s'appuie sur des savoirs déjà acquis :
il propose de transformer 1,45 et 2,7 en écritures fractionnaires :
$1{,}45 = 1 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100}$ et $2{,}7 = 2 + \frac{7}{10}$
puis d'additionner les unités avec les unités et les dixièmes avec les dixièmes, ce qui permet d'aboutir à $3 + \frac{11}{10} + \frac{5}{100}$
puis, par un travail de réduction, à $3 + 1 + \frac{1}{10} + \frac{5}{100}$
c'est-à-dire $4 + \frac{1}{10} + \frac{5}{100}$.

• Il conclut par un retour à l'écriture décimale 4,15
1,45 + 2,7 = 4,15 et pose l'addition en colonnes

	unités		dixièmes	centièmes
	1			
	1	,	4	5
+	2	,	7	
	4	,	1	5

ce qui permet d'institutionnaliser l'addition de deux nombres décimaux et la manière de faire (addition en colonne, virgule sous virgule).

Scénario 2

• Le professeur écrit l'énoncé au tableau.

• Il demande aux élèves de prévoir la solution, en les engageant à utiliser les deux données 1,45 m et 2,7 m.

Ceux-ci identifient facilement un problème de nature additive, ce qui va les conduire à l'addition de 1,45 et 2,7 qu'ils ne connaissent pas.

Le professeur compte sur la confrontation des propositions qui, dans un premier temps, peuvent n'être que de simples paris, pour aboutir à son objectif : constater que les élèves parviennent à des réponses différentes alors qu'ils savent bien que, ici, un seul résultat est possible.

Vraisemblablement, certains des élèves feront des propositions erronées comme 3,52 ou 3,115 ou 1,72.
– Le résultat 3,52 procède de l'addition de chacune des deux parties des nombres (avant et après la virgule). Cela renvoie à la représentation que se font de façon très tenace certains élèves du nombre décimal comme couple d'entiers naturels.
– Le résultat 3,115 procède d'une conception très proche (2 + 1 = 3 et 45 + 70 = 115).
– Le résultat 1,72 (145 + 27 avec virgule mise ensuite) atteste que d'autres élèves reviennent à l'addition de deux nombres entiers et placent ensuite la virgule « comme ils peuvent ».

• Une fois les prévisions recueillies, le professeur peut faire rejeter celles qui sont facilement réfutables. Par exemple pour 1,72 : Comment, avec une bande obtenue en mettant bout à bout deux bandes de 1,45 m et de 2,7 m obtient-on une bande de 1,72 m ? C'est « visiblement » impossible !

1. On se place donc résolument ici dans le cadre d'une situation d'introduction d'une notion et non pas dans le cadre d'une situation d'entraînement ou de bilan. Par ailleurs, nous avons fait le choix de ne pas faire travailler précédemment les élèves sur les conversions d'unités afin de mieux asseoir la construction des nombres décimaux. Avec cette progression, il est alors peu probable que les élèves convertissent les mesures en centimètres, procédure certes correcte mais que nous n'encourageons pas à ce stade de l'apprentissage.

• Il peut reprendre ensuite le scénario 1 et montrer, à l'aide des écritures fractionnaires décimales, pourquoi le résultat 4,15 est le seul recevable.

Scénario 3

• Le professeur raconte le problème en montrant deux bandes de carton (une de 1,45 m et l'autre de 2,7 m) et en les mettant bout à bout sur le sol de la classe.

• Puis il écrit l'énoncé au tableau.

• Il met ensuite les élèves par groupes. Il a prévu une paire de bandes par groupe. Chaque groupe dispose donc des deux bandes et mesure la bande obtenue par la mise bout à bout.

• Il affiche les résultats obtenus par chaque groupe. Les résultats « tournent autour » de 4,15 m. Le professeur se sert alors de l'écriture fractionnaire, en reprenant le scénario 1 pour introduire l'addition des nombres décimaux et prendre position par rapport aux résultats trouvés.

Scénario 4

• Le professeur procède comme pour le scénario 3 pour les deux premiers points.

Il demande ensuite éventuellement une évaluation « à vue d'œil » de la longueur de la bande obtenue puis invite les élèves à se servir des données de l'énoncé : *« Vous devez prévoir, par des calculs, la longueur obtenue lorsque l'on met ces deux bandes bout à bout. Une fois vos prévisions effectuées, nous vérifierons en mesurant, puis nous étudierons comment vous avez procédé pour faire votre prévision. »*

• Tout comme dans le scénario 2, les élèves identifient facilement un problème de nature additive, ce qui les engage dans l'addition de 1,45 et 2,7 qu'ils ne connaissent pas.

Leurs propositions vont être de même nature que celles vues dans le scénario 2. La prévision 1,72 m sera sans doute écartée pour des raisons de vraisemblance.

• Lorsque chaque élève a fait sa prévision, le professeur organise un mesurage effectif de la bande par un ou deux élèves, sous le contrôle des autres. Les résultats de la mesure seront 4,15 m (ou « aux alentours » de 4,15 m). Ce résultat expérimental va permettre d'écarter bon nombre de propositions et donc de remettre en cause les modèles qui en sont à l'origine. La classe est ainsi amenée à s'interroger non pas sur « Est-ce que c'est juste ou faux ? », cette question étant réglée par la confrontation à l'expérience, mais sur « Pourquoi est-ce faux ? » et « Comment allons-nous améliorer notre modèle de l'addition de deux décimaux ? ».

• Le professeur fait examiner, par groupes d'élèves, les calculs faits afin que l'origine des erreurs soit identifiée. Il peut, par exemple, regrouper les élèves qui ont produit des erreurs du même type.

• Il propose alors d'utiliser l'écriture fractionnaire comme moyen de mieux prévoir, éventuellement avec une autre paire de bandes afin de ne pas reprendre les mêmes nombres. Les élèves s'appuieront ainsi sur le lien entre écriture à virgule et écriture fractionnaire pour construire une prévision mieux étayée et avancer un début de preuve.

Premier bilan

Ces quatre scénarios ont un même but : l'introduction de l'addition de deux nombres décimaux.

Ils ne présentent pas de grandes différences du point de vue de l'organisation. Le scénario 3 demande une préparation matérielle assez lourde (plusieurs fois deux bandes), le scénario 4, une préparation plus légère (deux bandes). Une lecture attentive du manuel permet de voir que l'activité préparatoire de découverte de l'étape 72 est construite comme le scénario 4. Nous y reviendrons.

Dans les quatre scénarios, apparaît à un moment le retour aux écritures fractionnaires décimales. Il s'agit de revenir à la signification des dixièmes : un dixième, c'est ce que l'on obtient quand on partage l'unité en 10 parties égales ; donc 10 dixièmes, c'est l'unité ; donc 11 dixièmes, c'est une unité et un dixième ; etc.

Pourtant, ces scénarios sont très différents du point de vue des rôles que jouent les élèves et le professeur.

1.2. Le contenu et la manière

Intéressons-nous tout d'abord à deux questions générales que tout enseignant se pose lorsqu'il doit prendre des décisions : « Qu'est-ce qui doit être appris ? » et « Comment cela sera-t-il appris ?».
La réponse à la première question est la même pour les quatre scénarios : il s'agit de faire apprendre l'addition des nombres décimaux.
Venons-en maintenant à la seconde question.

■ Le **scénario 1** montre une organisation très claire des savoirs : le professeur explique et s'assure que les élèves comprennent bien ce qui est enseigné. Mais les élèves ne font pas de prévision : les calculs qu'ils ont à faire dans une telle séance sont commandés par le professeur. Il s'agit d'une pédagogie du modèle dans laquelle les élèves peuvent être ou non passifs, ce qui n'exclut pas, bien sûr, tout apprentissage (nous avons bien souvent appris comme cela), mais qui n'intéressera que les élèves qui ont beaucoup investi dans l'école et pour lesquels toute séance est l'occasion d'apprendre quelque chose.

■ Le **scénario 2** montre que le professeur donne de l'importance à l'implication personnelle des élèves. Il propose une situation dont les enjeux sont plus forts : prévoir un résultat. Mais cette prévision est fictive : elle ne fera pas l'objet d'une confrontation au réel. La négociation sur la validité ou non de la prévision se fera par un discours (utilisant des savoirs antérieurs directement apportés par le professeur).

■ Le **scénario 3** permet à chaque groupe d'élèves de manipuler les bandes et d'effectuer un travail de métreur. Les élèves n'ont à faire aucune hypothèse. Ils pourront associer le résultat de leur mesurage à l'addition des deux décimaux. Le résultat est obtenu par un travail pratique sur les objets. On pourrait dire que le professeur a proposé un contexte concret. Par un exposé proche de celui du scénario 1, il fera ensuite une synthèse. À aucun moment la construction de l'addition de deux décimaux n'a été objet d'étude du côté des élèves.

■ Le **scénario 4** engage chaque élève à construire une hypothèse, à faire une prévision par le calcul en étant provisoirement privé du dispositif matériel. Il engage aussi l'élève à prendre conscience de la validité ou non de son hypothèse par une confrontation, après coup, avec le réel. Il reste, pour le professeur à faire en sorte que les premières preuves liées à cette confrontation au matériel (preuves sémantiques) soient remplacées par des preuves construites à l'aide d'écritures et de résultats mathématiques antérieurs (preuve de nature syntaxique utilisant les écritures fractionnaires décimales).

Ces quatre scénarios n'engagent donc pas les élèves dans un même rapport au savoir.

1.3. Les rôles du professeur et des élèves

Dans chacun de ces scénarios, la mise en scène choisie par le professeur, le rôle qu'il y joue et le rôle que pourront y jouer les élèves ne sont pas les mêmes.

■ **Scénario 1 :** le professeur dispense le savoir et s'assure, par des moyens connus, de la bonne compréhension de son cours. Les élèves ont à « appliquer ». Il est peu probable qu'ils puissent d'eux-mêmes prendre conscience de leurs erreurs. C'est le professeur qui en assurera la correction.

■ **Scénario 2 :** le professeur choisit d'inciter les élèves à produire des propositions. On pourrait dire qu'il pratique une méthode où les élèves sont plus actifs. Mais il dispose de peu de moyens pour conduire une synthèse (écarter les propositions manifestement erronées). Il est rapidement conduit à se rapprocher du scénario 1 s'il veut que les élèves apprennent. Les élèves ont un rôle de prévisionnistes à un moment, mais leurs prévisions seront validées ou invalidées par le recours à l'exposé des savoirs comme dans le scénario 1. C'est un rôle un peu frustrant puisque la prévision n'est pas mise à l'épreuve des faits.

■ **Scénario 3 :** le professeur permet aux élèves de déployer leur énergie à mesurer. Il développe son exposé comme moyen de conforter les résultats trouvés matériellement. Les élèves mesurent. Ils peuvent, ou non adhérer à l'exposé du professeur : ils savent qu'ils ont trouvé le résultat en mesurant. À aucun moment ils ne sont dans une situation où des calculs sont des outils de prévision.

■ **Scénario 4 :** le professeur construit un environnement auquel les élèves doivent s'adapter. C'est le dispositif, et non le professeur, qui renvoie le résultat juste et permet d'écarter radicalement les propositions erronées. Les élèves font des propositions qui sont mises à l'épreuve des faits. Ils sont ici dans un rôle de responsables car la proposition de chacun est confrontée à l'environnement matériel et rend nécessaire de revenir sur le calcul qui l'a produite. Le professeur doit alors encourager et aider les élèves qui ont donné des résultats erronés à revenir sur leurs procédés de calcul afin de comprendre les erreurs produites. Un des moyens d'y arriver est de revenir aux écritures fractionnaires afin de trouver comment prévoir à coup sûr le résultat de tout exercice qui serait de même nature que celui proposé.

On voit donc que le rôle du professeur est déterminant à plus d'un titre.

1.4. Des statuts différents pour des « mêmes » moments de classe

Prenons l'exemple de la phase de synthèse collective.

■ **Scénario 1 :** la synthèse va de pair avec le cours. Le vrai est ce que le professeur enseigne.

■ **Scénario 2 :** la synthèse consiste à prendre en compte les travaux de chaque groupe et à faire comprendre quel est le bon résultat. C'est le professeur qui doit à un moment ou un autre « dire le vrai », « faire le cours ».

■ **Scénario 3 :** le résultat est donné par le travail de mesurage effectif. Là encore, le professeur doit « dire le vrai mathématique » qui va justifier l'obtention du résultat par le calcul.

Dans aucun de ces scénarios, le travail sur les nombres n'a le statut d'outil de prévision de ce qui se passe lorsque l'on met les bandes bout à bout.

■ **Scénario 4 :** la phase de synthèse ne porte pas sur la recherche du résultat juste obtenu (ou non) par les élèves puisque ce résultat est donné par un mesurage effectif. Elle porte sur les raisons pour lesquelles les prévisions faites sont ou non en conformité avec la réalité et sur la façon dont elles pourront être menées dans une situation similaire.

L'engagement des élèves dans ce qui fonde la cohérence du travail (prévoir par des écrits ce qui se passe dans la réalité) n'est pas de même nature. Il est fort probable qu'à terme ce type d'engagement change le rapport à l'erreur et au savoir dans les phases d'apprentissage.

1.5. Conclusion

En parcourant ces quatre scénarios, nous n'avons pas eu à décrire des pratiques pédagogiques mais des décisions de nature didactique sur la mise en scène de l'activité.

- Le **scénario 1** permet d'effectuer une visite du savoir mathématique visé par le professeur, mais ne propose pas un environnement permettant ce jour-là une activité mathématique.
- Le **scénario 2**, s'il permet de caractériser le moment de calcul comme un moment de prévision, ne crée pas un environnement suffisamment structuré pour que les conjectures des élèves soient, un temps, mises à l'épreuve des faits matériels.
- Le **scénario 3** fait la part belle à la manipulation sans travail de prévision, donc de mathématisation en acte.
- Le **scénario 4** constitue un choix didactique qui permet aux élèves à la fois de construire le savoir visé et de pratiquer une activité mathématique.

Il y a dans ces scénarios, des enjeux qui se nouent :
– écouter, imiter dans le scénario 1 ;
– faire des prévisions dans le scénario 2 ;
– manipuler sans modéliser dans le scénario 3 ;
– faire construire des propositions, les faire évoluer dans un processus de mathématisation en les mettant à l'épreuve des faits (épreuve d'abord matérielle puis à l'aide du langage mathématique) dans le scénario 4. Ce scénario contient les ingrédients qui nous rapprochent d'une réelle activité mathématique.

L'activité mathématique est en effet fondée sur une dialectique fondamentale entre faire une conjecture et apporter la preuve que celle-ci est vraie ou fausse (ici, prévoir un résultat pour la bande de carton et vérifier la validité de cette prévision). Le professeur a la liberté de s'approprier l'activité et de l'organiser à sa façon : le scénario 1, par exemple, est tout à fait possible dans une classe de très bon niveau. Mais, à l'étape 72, en faisant précéder la découverte d'une activité préparatoire (prévision, puis manipulation pour vérifier et débat, voir scénario 4), nous avons souhaité faciliter le travail de la découverte : ce qui a été acquis collectivement lors de l'activité préparatoire est transposé en travail individuel à une situation proche de la première et contextualisée (construction d'une frise chronologique) ; on retrouve en question 2 des erreurs vraisemblablement rencontrées lors de l'activité préparatoire.

Le scénario complet du manuel assure le lien, difficile à construire spontanément dans la pratique de la classe, entre des situations d'apprentissage élaborées comme le scénario 4 et les situations qui les suivent et les complètent de manière à extraire progressivement le savoir à institutionnaliser. Le rôle du professeur, son appropriation de l'activité, ne sont pas entamées, et sa tâche s'en trouve simplifiée.

Construire des modèles qui permettent d'avoir une prise sur la réalité en faisant évoluer des raisonnements à l'aide du langage écrit est constitutif de l'activité mathématique (et plus généralement scientifique).

Bien entendu, la réalité est toujours bien plus complexe que le modèle et les « modèles » construits à l'école primaire peuvent souvent être confondus avec des « mécanismes à apprendre ». En cela, le terme « modèle » peut paraître prétentieux pour des mathématiciens peu habitués à l'école primaire. Nous l'assumons pleinement. Il ne faut pas perdre de vue que ces mécanismes (dans l'exemple donné : l'addition de deux décimaux) ne le sont que pour les adultes et que nous devons faire en sorte de présenter aux élèves des « mondes nouveaux » plutôt que de leur faire « visiter des monuments ». Dans l'exemple étudié, il appartient au professeur de faire construire l'addition de deux décimaux comme réponse à un problème posé, même si, pour les adultes cette addition est réduite à un automatisme ! Le professeur est metteur en scène et acteur d'une pièce dont lui seul connaît à chaque fois le dénouement !

La construction d'un modèle n'a de place que si l'on a conscience de l'importance de l'anticipation avant l'action, anticipation qui contribue à avoir un certain « pouvoir » sur le réel et qui développe la capacité à prévoir les conséquences des actions projetées avant de les réaliser.

Les élèves, quel que soit leur milieu d'origine, sont en mesure d'accéder au raisonnement logique. Les recherches actuelles développées en sociologie et en didactiques des disciplines tendent à montrer que proposer aux élèves d'origine populaire des contenus moins conceptuels par un enseignement qui procéderait davantage par l'exemple et l'illustration au détriment de l'argumentation et de la démonstration serait un facteur d'accroissement des inégalités.

Nous sommes aussi convaincus qu'une telle démarche apporte un « plus » dans le climat de la classe. De tels efforts d'organisation contribuent à la construction sociale d'un groupe d'individus autour de l'apprentissage de la raison. La raison se construit et les mathématiques peuvent y contribuer.

2

Des choix compatibles avec une charge de travail raisonnable

Nous proposons, dans la collection EuroMaths, une démarche d'apprentissage associant :
*– **des moments de consolidation** qui permettent au professeur de raviver certains savoirs étudiés depuis longtemps, supposés acquis, mais qui, pour certains élèves, auront besoin d'être « revisités ». Vous trouverez donc des « étapes de consolidation » qui proposent un soutien préventif avant d'aborder des notions nouvelles et qui sont donc placées en conséquence dans la progression. C'est au professeur de décider de les laisser de côté, ou de **les étudier avec la classe entière,** ou encore de **les faire travailler à certains élèves avec son aide ou celle d'un tuteur en soutien** (étapes de consolidation) ;*
*– **des moments d'apprentissage stricto sensu pour construire des connaissances nouvelles ou approfondir certaines notions** (ces étapes sont numérotées, elles comportent une phase appelée découverte accompagnée par le professeur et **un assortiment d'exercices** pour conforter les apprentissages visés) ;*
*– **des moments de structuration afin d'institutionnaliser ces connaissances** et de les lier à des savoirs anciens (ces moments sont développés dans le livre du professeur) ;*
*– **des moments d'entraînement** pour que les élèves puissent s'exercer et parfaire ainsi la maîtrise des connaissances indispensables, en particulier dans le domaine du calcul (étapes d'entraînement) ;*
*– **des moments de bilan** : plusieurs formes d'évaluation sont proposées de manière régulière pour permettre aux élèves et au professeur de faire le point sur les savoirs acquis (étapes nommées « Ce que je suis capable de faire » et bilans complémentaires sous forme de banque d'exercices dans le livre du professeur) ;*
*– enfin, à chaque étape, vous trouverez également **les activités de calcul mental**, signalées dans le manuel de l'élève et explicitées dans le livre du professeur, prenant souvent la forme de jeux oraux ou de petits « défis » et dont le but est soit de conforter le travail effectué dans la ou les étapes précédentes, soit de préparer l'étape du jour ou du lendemain.*

Avant de développer la façon dont nous avons structuré le manuel pour aider le professeur à conduire son enseignement, revenons sur la définition de deux termes : problème et situation d'apprentissage.

2.1. Problèmes et situations d'apprentissage

L'idée que l'apprentissage par résolution de problèmes serait la base d'une bonne construction des savoirs mathématiques est largement répandue. Encore faudrait-il que l'on s'accorde sur le sens du terme « problème».

2.1.1. Qu'est-ce qu'un problème ?

Parler de problèmes lorsqu'il s'agit de situations mises en place dans la classe avec un dispositif permettant des expériences et parler de problèmes lorsque les élèves sont devant un exercice d'application d'un manuel scolaire sont bien évidemment deux usages du même mot pour des activités de nature différente.
Pour notre part, nous nous appuyons sur la définition donnée par Jean Brun : *Un problème est généralement défini comme une situation initiale, avec un but à atteindre, demandant au sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème que dans un rapport sujet/situation où la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire. C'est dire aussi qu'un problème pour un sujet donné peut ne pas être un problème pour un autre sujet, en fonction de leur niveau de développement intellectuel par exemple* [2].

2. Jean Brun, *Math-École* n° 141.

La notion de problème est donc liée au type d'activité du sujet. Il y a problème dès lors que les élèves ont à développer une réelle activité cognitive :

– anticiper le résultat d'une action réelle, évoquée ou symbolique, sans mener effectivement cette action (si elle est réelle ou évoquée) ;

– construire une stratégie de résolution en faisant des hypothèses, en développant des raisonnements qui utilisent des outils mathématiques (schémas, écritures symboliques) ;

– mobiliser des moyens de contrôle de la stratégie et des résultats produits.

On voit ainsi clairement que la notion de problème n'est liée ni à un domaine des mathématiques (le numérique) ni à une forme spécifique (énoncé textuel[3]), même s'il existe des spécificités de l'activité de résolution liées au domaine considéré.

Cette conception du problème permet d'organiser le travail quotidien du professeur dans l'approche des notions nouvelles à enseigner. Les « problèmes pour apprendre » ne doivent pas être confondus avec les « problèmes pour apprendre à chercher » auxquels nous avons consacré deux étapes spécifiques dans le manuel de l'élève. Les « problèmes pour apprendre à chercher » sont des problèmes non familiers, pour lesquels les élèves ne disposent généralement pas de la solution experte (souvent inaccessible à leur niveau) mais pour lesquels des solutions originales et personnelles peuvent être élaborées avec les connaissances dont ils disposent. Confronter les élèves à de tels problèmes a pour but de développer chez eux le plaisir de chercher, l'imagination et la confiance en eux. Cela leur permet aussi d'utiliser leurs connaissances en découvrant de nouvelles formes de raisonnement, par exemple l'étude exhaustive de cas, la recherche de contre-exemples, etc. Mais insistons sur le fait que de tels problèmes ne sauraient se substituer aux activités d'apprentissage des notions figurant dans les programmes.

2.1.2. De la résolution de problèmes à la construction de situations d'apprentissage

Pour chaque savoir mathématique, l'enseignement se fonde sur la construction d'une progression précise relative à ce savoir et sur la mise en œuvre de situations spécifiques, dites situations d'apprentissage, correspondant aux moments clés de cette progression.

Nous nous appuyons sur les hypothèses suivantes :

– l'apprentissage se fait par adaptation (on apprend en s'adaptant à un milieu qui est un facteur de contradictions, de déséquilibres) ;

– le savoir, fruit de l'adaptation de l'élève, se manifeste par des réponses nouvelles qui sont la preuve de l'apprentissage ;

– l'apprentissage se fait en s'appuyant sur les échanges entre pairs et en bénéficiant d'un étayage approprié.

Construire une situation d'apprentissage nécessite donc de concilier le projet d'enseignement d'un élément de savoir avec la création d'un « milieu » – au sens didactique – construit autour d'un problème, avec lequel les élèves peuvent interagir. Au niveau de l'école élémentaire, ce milieu est constitué d'objets matériels, d'écrits de travail, de savoirs antérieurs... Il permet aux élèves d'élaborer, par adaptations successives, des stratégies de résolution du problème qui conduisent à l'apprentissage visé.

Dans un processus s'étalant sur plusieurs semaines, l'évolution organisée du milieu permet aux élèves de passer d'un niveau de savoir à un autre, par exemple de stratégies de simulation de l'action à des stratégies de calcul pour résoudre des problèmes de division ou encore d'une perception globale des propriétés des figures à une étude locale instrumentée de ces propriétés pour résoudre des problèmes de reproduction.

2.1.3. L'organisation de l'apprentissage d'une notion

L'approche et la préparation en premier lieu, la construction et la structuration ensuite, la consolidation et l'utilisation enfin, constituent trois grandes périodes de l'élaboration d'un concept. Ces trois périodes ne sont pas simplement juxtaposées dans le temps. L'apprentissage d'une notion est de nature « spiralaire » : la phase de construction se déroule souvent sur plusieurs années, par approfondissements et élargissements successifs et par découverte de nouveaux aspects du concept. À chaque nouvelle étape, il est fondamental que l'ensemble des connaissances nouvellement acquises soit structuré et mis en réseau avec les connaissances anciennes concernant le même champ conceptuel. Par ailleurs, à chaque étape d'apprentissage d'un des aspects d'une notion, la période de construction peut se poursuivre pendant la période de consolidation. En effet, par un phénomène qualifié « d'après coup », il n'est pas rare que ce soit en s'exerçant sur des exercices nombreux et variés que certains élèves parviennent à découvrir le sens d'une notion.

3. À la fin de ce chapitre 2, nous proposons à l'enseignant un complément sur les spécificités des problèmes à énoncé textuel et leurs modes de représentation.

2.2. Le travail quotidien du professeur

2.2.1. La répartition dans le temps des enseignements

Cette démarche qui consiste à faire évoluer les connaissances initiales des élèves suppose que l'introduction de nouvelles notions se fasse par quelques étapes clés proches les unes des autres. Nous avons organisé le manuel en 5 périodes : dans chacune d'elles, l'accent est mis sur certaines notions qui sont listées dans la page d'ouverture de la période afin qu'il soit clair pour le professeur et les élèves que l'on ouvre un chantier sur lequel on va travailler plus spécifiquement pendant un certain temps. Chacune de ces périodes est subdivisée en une vingtaine d'étapes correspondant au travail d'une ou deux séances, parmi lesquelles figurent des étapes de consolidation et des moments d'entraînement.

Les séances de mathématiques peuvent ne pas avoir toutes la même durée. Celle-ci est fonction du rapport entre le contenu à enseigner, la ou les situations proposées et les connaissances des élèves de la classe. Elle est fonction aussi du travail de préparation de l'enseignant (analyse préalable) et de son « expertise » lui permettant d'en prévoir le déroulement. Généralement, les séances de découverte demandent plus de temps (de 3/4 d'heure à 1 heure) que les séances d'entraînement (de l'ordre de 1/2 heure).

Les compétences s'acquièrent à des rythmes différents, et généralement sur une longue durée. Les compétences et les savoirs en jeu dans le livre de CM1 se construisent tout au long du cycle 3 et se stabilisent pour certains au CM2 et pour d'autres au collège. Nous reprenons aussi des notions déjà abordées en CE2 pour les approfondir et les mettre en relation avec les nouvelles. Dans chaque période, le professeur trouvera donc des reprises et des approfondissements des notions déjà travaillées.

Rappelons que les programmes de l'école élémentaire sont rédigés selon deux points de vue :
– le premier concerne les contenus disciplinaires, liste de savoirs officiels en termes de notions relatives à la discipline. Nous avons regroupé ces contenus dans des grands thèmes (repérés par des couleurs et présentés en page 4 dans le manuel) : connaissance des nombres entiers, fractions et décimaux, problèmes arithmétiques : sens et calcul, espace et géométrie, grandeurs et mesures, organisation et gestion de données ;
– le second est celui des compétences que les élèves ont à acquérir et à développer au cours de chaque cycle ; un certain nombre de ces compétences sont requises à chaque palier du socle commun. Nous entendons par « compétence » la capacité à mettre en œuvre dans une action des connaissances privées efficaces, conscientes ou explicitables en partie seulement, mais régulières et repérables.

Nous avons distingué treize domaines de compétences (voir page 6 du manuel). Pour que les connaissances mises en œuvre par les élèves et les compétences qui sont développées dans une étape soient faciles à repérer, nous avons placé dans la marge de chaque étape du manuel une échelle qui indique le domaine de compétences concerné et les étapes où ces compétences sont particulièrement sollicitées ; un curseur (numéro de l'étape sur fond de couleur) indique la place de l'étape dans la progression.

Revenons sur cet aspect du travail de l'enseignant qui consiste à organiser en parallèle plusieurs « chantiers » autour d'une notion :
– un travail sur de nouvelles situations pour permettre aux élèves de construire de nouvelles connaissances ou de découvrir de nouveaux aspects de connaissances déjà acquises ou encore de consolider des connaissances anciennes en les mobilisant dans de nouvelles tâches ;
– un retour constant aux problèmes d'application qui permet aux élèves d'investir les méthodes construites, de les faire fonctionner, de se les approprier ;
– une attention soutenue portée aux moments d'institutionnalisation des savoirs, aux écrits associés (*Que vont pouvoir écrire les élèves sur leur cahier à la fin de l'étape ?*) et à l'utilisation de ces écrits au fil des jours par la réactivation de connaissances antérieures pour résoudre un nouveau problème (*Lisons la conclusion que nous avions écrite, ou le paragraphe de l'Aide-mémoire qui concerne cette notion*) et par des situations de rappel[4] ;
– plusieurs formes d'évaluation à des moments différents de l'apprentissage.

Les paragraphes suivants précisent comment le manuel EuroMaths peut aider le professeur dans cette tâche.

2.2.2. Le calcul mental ou les mises en route

Nous insistons sur la nécessité de consacrer régulièrement un temps, même bref, aux activités de la rubrique « calcul mental » (ou « mise en route » dans le domaine géométrique). Ces activités ont, suivant les étapes, des finalités différentes : elles permettent soit de raviver des connaissances anciennes pour les conforter et les

4. Il s'agit d'amener les enfants à capitaliser leurs connaissances en apprenant à retenir d'une situation vécue non seulement l'aspect événementiel mais aussi l'aspect notionnel. Ces situations donnent lieu à une explicitation des notions acquises ou en cours d'acquisition, ce qui permet de construire, avec les enfants, des synthèses plus conséquentes de tout ce qu'ils ont appris dans un domaine ainsi que des « ponts » entre les différentes notions étudiées.

rendre disponibles, soit de stabiliser des connaissances travaillées les jours précédents, soit de préparer un travail à venir. Les buts poursuivis sont précisés dans le livre du professeur lorsqu'ils ne sont pas totalement évidents. Ce travail est essentiellement collectif et oral (avec éventuellement un écrit sur ardoise ou feuille de papier) et ne donne pas lieu à une notation. Nous conseillons au professeur de le mener avec un rythme soutenu ; s'il repère des difficultés chez certains élèves, il en prend note et organise le temps de la journée ou de la semaine de manière à reprendre avec les élèves concernés les questions non comprises pendant que les autres travaillent en autonomie.

2.2.3. Les activités préparatoires de découverte et les découvertes

De nombreuses notions doivent être « objets de situations de recherche » de manière à ce que les élèves puissent leur donner du sens en développant, pour les résoudre, une réelle activité cognitive de nature mathématique. Les notions à travailler apparaissent, le plus souvent possible, comme des réponses optimales à des questions qui présentent pour les élèves un certain enjeu, elles revêtent ainsi un caractère de « nécessité ». Ces situations correspondent à ce que nous avons appelé « situations d'apprentissage » et relèvent de la famille des « problèmes pour apprendre ». Certaines de ces situations sont présentées dans le manuel dans la rubrique « Découverte ». D'autres nécessitent une organisation spécifique du travail, notamment lorsqu'elles se présentent sous la forme de jeux ou lorsqu'elles supposent l'utilisation de matériel. Elles sont désignées alors par l'expression « Activité préparatoire de découverte » et décrites précisément dans le livre du professeur. Elles sont toujours suivies dans le manuel d'une découverte qui reprend le travail effectué sans le livre. Dans les étapes de consolidation d'une notion, l'exercice dirigé propose une situation permettant aux élèves un retour sur celle-ci. La présence de l'enseignant est souhaitable afin d'apporter un soutien adapté.
Ces phases d'introduction de notions nouvelles demandent une grande vigilance par rapport au sens, nous nous attardons donc dans ce livre sur ces moments forts.

La phase d'entrée dans la tâche

Elle nécessite de la part de l'enseignant une attention particulière : qu'il s'agisse de la présentation d'un jeu[5] ou d'une activité, de la lecture d'un énoncé ou d'un document de travail, le professeur doit envisager une « mise en scène » de manière à « enrôler » les élèves dans la tâche proposée et s'assurer que chacun se l'approprie correctement.

La phase de recherche

Au cours de cette phase, l'enseignant laisse les enfants chercher sans leur donner d'indication sur la méthode à utiliser ni sur la valeur qualitative de leurs résultats (que la recherche soit individuelle ou en groupe). Il les invite à noter par écrit ce qu'ils font pour pouvoir le présenter aux autres. Faire des mathématiques, c'est imaginer des stratégies de résolution, mettre en œuvre des procédures, les tester, les vérifier, mettre au point leur cohérence. Pour cela, les élèves doivent savoir qu'ils peuvent prendre des initiatives, choisir leurs « outils » et leurs méthodes, en changer si cela leur paraît nécessaire. Ce mode de fonctionnement ne peut se mettre en place que s'ils savent qu'ils ont droit à l'erreur. Une relation de ce type avec le professeur, longue et constante, favorise les apprentissages.

Pendant cette phase, le rôle de l'enseignant est très important, il consiste à solliciter les enfants, à veiller à ce qu'ils se sentent concernés, à relancer la recherche. Il consiste aussi à prendre des informations sur les procédures des élèves qu'il est en train d'observer et éventuellement à les prendre en note. Ces informations sont importantes, elles lui permettent d'avoir une meilleure connaissance des compétences de ses élèves et d'organiser ainsi plus facilement la phase de mise en commun.

Les enseignants ont bien souvent du mal à ne pas intervenir, et pourtant il est nécessaire que les élèves arrivent progressivement à se faire une idée par eux-mêmes de la qualité de leurs résultats ou de leurs propositions et à ne pas attendre que la validation soit assurée par le professeur. Toutefois, pour certains, une médiation individuelle est nécessaire. Elle peut prendre des formes diverses :
– simple reformulation du but à atteindre ;
– apport d'éléments d'aide pour la résolution ;
– réduction éventuelle de la tâche en en gardant toutefois l'enjeu principal.

Les mises en commun

Après un certain temps de recherche, les élèves doivent être informés sur la validité du travail qu'ils ont effectué. Nous proposons différentes manières d'animer cette phase (difficile pour l'enseignant) en fonction du type de tâche que les élèves ont eu à effectuer.

5. Nous attribuons au mot « jeu » une signification spécifique qui ne recouvre qu'en partie la définition usuelle de ce mot ; il s'agit d'une situation mathématique dans laquelle il y a :
– un enjeu : à l'issue du jeu, il y a un ou plusieurs gagnants ;
– une interaction sociale de fait : chacun joue à son tour et chacun à son tour résout une question mathématique, sous le regard des autres joueurs qui ont intérêt à contrôler l'activité des uns et des autres ;
– une répétition de la même activité cognitive : les enfants ont donc l'occasion de faire des essais successifs, ce qui doit permettre une stabilisation de procédures correctes.

Si plusieurs procédures sont envisageables pour répondre à la question, une mise en commun est souvent souhaitable pour que les élèves, avec l'aide du professeur, prennent connaissance de ces procédures, les argumentent, les comparent et les valident ou les rejettent.

Nous avons vu que, dans certains cas, la phase de synthèse ne porte pas sur la recherche du résultat juste produit (ou non) par les élèves puisque ce résultat est donné par une action effective. Elle porte alors sur les raisons pour lesquelles les prévisions faites sont ou non en conformité avec la réalité et sur la façon dont elles pourront, lors d'une autre tentative, être menées.

Lorsque l'on est dans une situation qui ne permet pas la connaissance du résultat autrement que par un travail mathématique, les élèves donnent leurs résultats, explicitent les procédures utilisées et les justifient. C'est un moment d'échanges et de discussion entre les enfants favorisant l'apprentissage (discussion qui ne peut avoir lieu si le professeur a déjà donné son point de vue sur la question). L'enseignant est alors le « meneur de jeu », il fait émerger des modes de représentations (schémas, tableaux, dessins, écrits mathématiques) permettant de communiquer la situation et les solutions. Il note au tableau ce qui est dit en veillant à ne pas anticiper sur les propositions des élèves et amène ceux-ci à mettre au point ce qui pourra être la trace écrite de la résolution.

Pour que ces moments puissent fonctionner, l'enseignant doit veiller, dès le début de l'année, à mettre en place la communication entre l'enfant qui fait sa proposition et le groupe classe. Cela nécessite beaucoup d'attention, d'implication et d'écoute de la part de tous les élèves. Les enfants doivent apprendre à argumenter lorsqu'on leur pose la question « pourquoi… » sans craindre d'avoir fait une erreur, à considérer les erreurs non comme « des fautes » mais comme des propositions qui ne sont pas valides, à respecter les arguments de leurs camarades.

Pour E. Bautier[6] les situations didactiques d'interactions verbales demandent aux élèves d'avoir acquis « une familiarité avec cette pratique socio-langagière qui consiste à utiliser le langage, la production des pairs pour apprendre. Il est aussi supposé que les élèves considèrent comme possible de construire langagièrement un savoir à plusieurs et de passer de cet oral pluriel à une appropriation d'un écrit le plus souvent individuel. »

Les phases de conclusions et les institutionnalisations

Pour que les connaissances construites par ce travail de résolution de problème puissent se rattacher aux connaissances anciennes et devenir des savoirs partagés, les moments où le professeur va officialiser certains éléments sont fondamentaux.

Au cours de ces phases, les élèves vont pouvoir séparer ce qui dans le problème posé relevait de la conjoncture et ce qui était une nécessité, ils vont pouvoir se détacher de la situation vécue pour en retenir les éléments mathématiquement pertinents et amorcer ainsi un travail de décontextualisation conduisant progressivement vers la conceptualisation. Ces moments peuvent conduire à une institutionnalisation stricto sensu de savoirs, d'autres consistent simplement à mettre en évidence des éléments importants à retenir pour les séances suivantes : nous les précisons dans les rubriques « Conclure avec les élèves » dont le professeur peut s'inspirer pour élaborer avec les élèves un écrit à retenir et nous indiquons le renvoi éventuel aux pages concernées de l'Aide-mémoire.

C'est une phase parfois délicate à conduire juste à la suite de la phase de mise en commun. Elle peut alors être reportée du matin à l'après-midi ou du jour au lendemain mais il est alors important de garder les traces du travail effectué.

2.2.4. Les exercices : exercices d'application directe et problèmes pour s'entraîner

Les connaissances doivent faire l'objet d'une longue phase d'entraînement, avant de pouvoir être évaluées, pour que les élèves puissent se les approprier et les mobiliser spontanément dans de nouveaux contextes. Cet entraînement consiste en la résolution d'exercices d'application directe ainsi que d'exercices nécessitant soit de transférer dans un nouveau contexte les connaissances apprises soit de mobiliser plusieurs connaissances antérieures. Dans ces deux derniers cas, il est à nouveau possible de parler de « problèmes » puisque la résolution nécessite de la part de l'élève un travail de mobilisation et d'adaptation de ce qu'il sait déjà.

Lorsque les problèmes proposés nécessitent la présence de l'enseignant, par exemple lorsqu'ils présentent un nouvel aspect d'une notion déjà travaillée, ils sont signalés (par un fond vert sous le numéro).

Chaque étape comporte de **nombreux exercices** et problèmes ayant cette fonction d'entraînement. Ce livre indique les « raisons d'être » et la finalité de chacun d'eux, ce qui permet à chaque professeur de **choisir ceux qui lui paraissent les plus adaptés** pour ses élèves.

Dans certaines étapes, un remue-méninges, un carré magique ou une illusion d'optique permettent aux élèves de se divertir en relevant des petits « défis », ce qui les conduit à investir leurs connaissances, élaborer des raisonnements, effectuer de nombreux calculs.

6. Cité dans *Argumentations et disciplines scolaires* INRP 2004, pages 62, extrait de « Les pratiques sociolangagières dans la classe de français ».

Comment corriger ces exercices et problèmes ?

– Pour les exercices d'application directe, nous optons souvent pour une correction individuelle dans la mesure où elle permet au professeur de mieux connaître l'état de savoir de ses élèves, de repérer immédiatement les erreurs et d'apporter l'aide individuelle qui convient. Une correction collective peut parfois être envisagée pour gagner du temps, mais le professeur doit se rappeler qu'un tel mode de correction profite à peu d'élèves s'il ne les a pas entraînés à savoir tirer bénéfice de ce moment ; ils ont les trois années du cycle 3 pour y parvenir avec son aide. Le professeur doit prévoir un temps suffisant pour ce type de corrections car les élèves ne peuvent en même temps écouter, lire ce qui est sur le tableau et écrire dans leur cahier. Dans les premiers temps, il est important de vérifier individuellement la façon dont ils ont pris les corrections.

– Pour les exercices de réinvestissement plus consistants dans lesquels plusieurs méthodes ou plusieurs procédures sont envisageables, nous proposons une mise en commun sur un mode identique à celles des activités préparatoires ou des découvertes.

– Pour les exercices des pages d'entraînement, nous proposons des fiches autocorrectives photocopiables (p. 242 à 251) permettant aux élèves de vérifier eux-mêmes l'exactitude de leurs solutions.

2.2.5. L'évaluation des connaissances des élèves

Le professeur doit évaluer les compétences de chacun de ses élèves d'une part pour en rendre compte à l'institution, aux parents, à l'élève lui-même et d'autre part pour organiser son enseignement.
Cette évaluation des compétences se fait au jour le jour lorsque le professeur observe chaque élève devant une tâche. Il est très utile de prendre en note ces observations au fur et à mesure pour ne pas les oublier.
L'évaluation se fait également au travers d'activités spécifiques permettant à l'enseignant d'évaluer les performances des élèves à un moment donné sur un sujet donné. Pour cela, nous proposons deux outils :

– les exercices des pages « Ce que je suis capable de faire » présentes en mi-période et en fin de période. Ces exercices peuvent être faits en classe ou à la maison au moment où le professeur le juge opportun. Ils permettent aux élèves de faire le point sur leurs connaissances. Le professeur pourra en photocopier la correction (p. 273 à 288 ; le bleu donne du gris à la photocopie) pour la donner aux élèves ;

– les exercices proposés dans ce livre de la page 226 à la page 241 pour que le professeur puisse construire, à mi-période et en fin de période, une évaluation adaptée à son enseignement et à ses élèves

2.3. Complément : la question des problèmes à énoncé textuel

2.3.1. Point de départ pour la réflexion

Pour essayer de résoudre les difficultés des élèves dans la résolution des problèmes avec des énoncés textuels, de nombreux enseignants mettent en place des séances consacrées à la « méthodologie de la résolution de problèmes ». Cette approche a suscité de nombreux débats car l'activité mathématique inhérente à la résolution d'un problème mathématique était parfois occultée par un travail d'une autre nature : travail sur l'énoncé en tant que texte, recherche d'informations, recherche de « la bonne opération », classement d'énoncés, etc. Or des travaux, en particulier ceux de Jean Julo[7], ont montré que dans l'activité mathématique de résolution d'un problème numérique, il n'est pas possible de séparer le travail de compréhension de l'énoncé et celui de construction d'une stratégie de résolution : ce n'est pas « a priori » mais en faisant effectivement le problème que l'on va pouvoir trouver la ou les opérations pertinentes à utiliser.

Cela étant précisé, il va de soi que pour résoudre des problèmes numériques ayant un énoncé textuel les élèves doivent mettre en œuvre leurs compétences en lecture. C'est par des allers-retours entre l'énoncé et la recherche de stratégies de résolution que ces compétences vont se développer.

On comprend maintenant que le problème n'est pas entièrement caractérisé par l'énoncé écrit : le texte n'est qu'un des composants de la situation. Il peut d'ailleurs avoir une place variable selon la construction de la situation.

7. J. Julo. 1995, *Représentation de problèmes et réussite en mathématiques*, Presses universitaires de Rennes.

2.3.2. La construction du sens de l'énoncé textuel

La construction du sens d'un problème s'appuie sur le passage d'une représentation de la situation à une représentation du problème, c'est-à-dire une représentation de la situation intégrant le versant action. Les modes de représentation que proposent les élèves évoluent progressivement. Pour les problèmes arithmétiques, on peut découper l'évolution en plusieurs grandes étapes ou plutôt plusieurs grands modes car l'évolution n'est pas nécessairement linéaire.

Les modes de représentations iconiques, figuratives ou analogiques

Le mode des représentations figuratives non opératoires

On le rencontre fréquemment au cycle 2, il peut encore être présent chez certains élèves au cycle 3 : l'élève perçoit l'histoire avec des personnages, des objets et se construit une sorte de film mais sans percevoir les enjeux numériques. Si on lui demande de représenter par écrit la situation, il fait des dessins, mais ceux-ci ne permettent pas de construire une procédure de résolution.

Le mode des représentations figuratives opératoires

Tout en restant très dépendant du contexte et de la réalité à laquelle ce contexte correspond, l'élève peut l'organiser de manière opératoire. Il dessine de manière encore figurative, mais les informations numériques sont prises en compte, le dessin peut donc servir de support à la résolution.

Le mode des représentations analogiques

L'enfant reste attaché au contexte, à la représentation exhaustive des personnages ou des objets, mais d'une part il ne conserve que ceux qui sont pertinents pour le problème, d'autre part il ne cherche plus à fixer exactement la réalité, il simplifie les objets, les symbolise par des ronds, des croix, des points, ses doigts... et il utilise ces collections analogiques pour résoudre le problème du moins partiellement, avec des procédures qui restent assez « primitives » et de portée très locale.

Les modes de représentations symboliques

■ L'élève se détache de la représentation iconique pour ne s'intéresser qu'aux rapports entre les objets. Parmi les représentations symboliques, on trouve les modes de **représentations schématiques** (schémas fléchés, tableaux, droite numérique, segments, tableaux de proportionnalité, etc.). Ces modes de représentation sont un moyen d'identifier plus clairement des objets mathématiques décisifs pour la conceptualisation. Ce sont des modes plus abstraits et plus riches sur le plan opératoire.

■ On trouve enfin les **écritures arithmétiques** qui sont des représentations symboliques (formelles) particulières. Traduire un énoncé de problème par une écriture numérique (de type équation pour les problèmes arithmétiques, par exemple 450 = 5 × ? ou 1 246 = ? + 857) est un mode expert de représentation qui permet d'apporter la réponse demandée à moindre coût. Ce mode suppose l'assimilation des modes précédents, il traduit ce que l'on appelle couramment l'acquisition du sens du problème.

Ces représentations symboliques se construisent de manière « spiralaire » : elles s'appuient sur les catégorisations primitives de diverses situations connues déjà en place, tout en développant chez l'élève des compétences à catégoriser les nouvelles situations qu'il rencontre, et ainsi affiner les premières catégories qui servent à nouveau d'appui pour enrichir les diverses classes de situations.

À chacun de ces modes, est associé un mode de représentation langagière dont la fonction est multiple : aide à la désignation permettant l'identification des éléments de la situation et de leurs relations, aide à l'anticipation des effets et des buts, à l'inférence, au raisonnement et aide à l'organisation de l'action, planification et contrôle.

Comprendre le problème, donné sous forme d'un énoncé, c'est donc comprendre que :
– le texte relate une certaine situation, souvent issue, pour les problèmes arithmétiques de l'école élémentaire, de la vie réelle ou d'un autre champ disciplinaire ;
– certaines données fournies sont déjà des réponses aux questions qu'aurait pu se poser un personnage fictif qui se serait trouvé dans la situation évoquée ;
– cet énoncé doit conduire à une « action » impliquant une réflexion et des prises de décisions, c'est-à-dire qu'il ne s'agit pas simplement d'un acte de lecture, mais d'un projet de réponses à des questions ;
– ce n'est pas seulement la « réponse » à donner au problème qui est attendue, mais la mise en œuvre de diverses connaissances pour travailler un savoir mathématique.

C'est donc à partir de la représentation mentale de la situation et de l'anticipation des questions et des réponses que l'élève peut résoudre le problème et non à partir de la recherche de traits ou d'indices de surface dans le texte ou de proximité temporelle avec des notions en cours d'apprentissage.

3

Les modes de calcul

Le rapport entre calcul et construction du sens des opérations est dialectique. Sans mise en perspective dans un problème, le sens d'une opération ne peut pas se construire, mais sans recherche de stratégies de calcul pour le résoudre, le travail sur le problème ne peut aboutir. Il est donc indispensable de mener simultanément le travail sur les problèmes et celui sur les procédés de calcul.

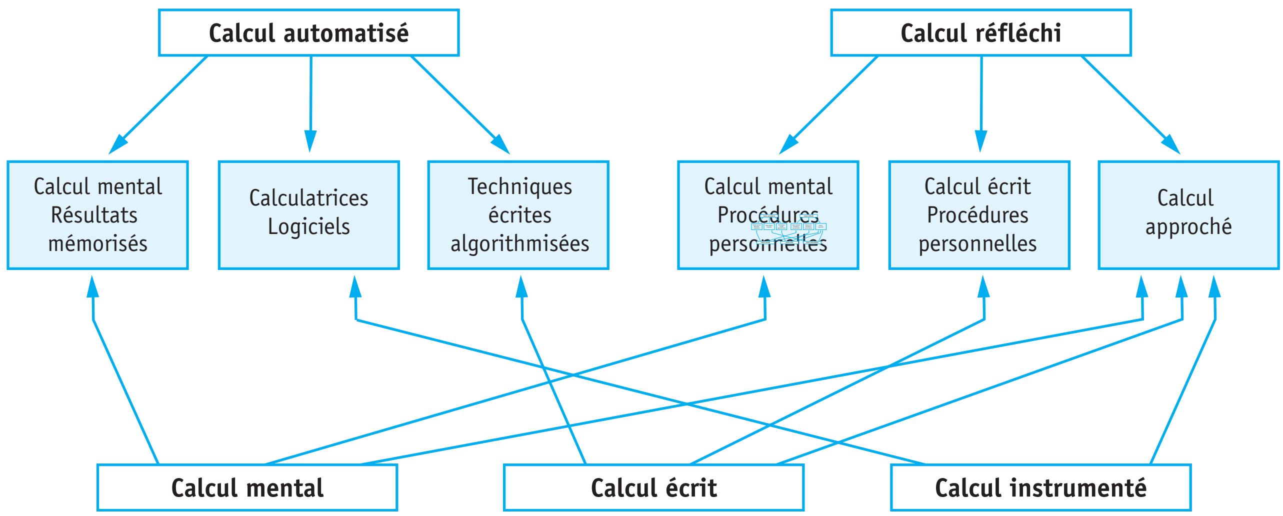
3.1. Classification et limites

Un regard qui met en avant le type de fonctionnement cognitif convoqué

On trouve ici deux grands modes :
– le calcul réfléchi qui nécessite de la part du sujet un travail cognitif spécifique : analyse des données, recherches de stratégies adaptées à ces données, mise en œuvre de ces stratégies et contrôle des étapes et du résultat ;
– le calcul automatisé, c'est-à-dire un calcul dans lequel, à chaque étape, le sujet ne se pose pas de question sur ce qu'il a à faire et restitue des faits numériques mémorisés ainsi que des stratégies également mémorisées.

Un regard qui met en avant le moyen utilisé pour calculer

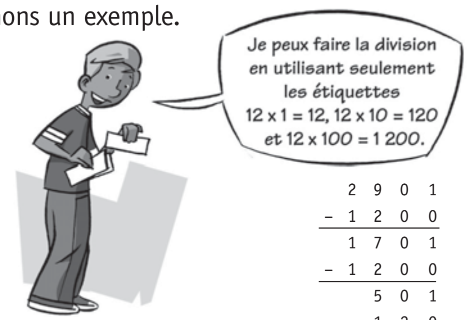
On trouve alors trois grands modes :
– le calcul mental (effectué dans la tête) ;
– le calcul écrit qui nécessite l'utilisation d'un crayon et d'un support pour écrire ;
– le calcul instrumenté (il nécessite un matériel spécifique : abaque, table à compter, règle à calculer, calculatrice, logiciel de calcul).



Limites d'une telle classification

Cette classification contribue à préciser des types de fonctionnement qui peuvent être utilisés par les élèves ; il ne faut cependant pas oublier :
– d'une part, qu'au cours d'un même calcul les élèves peuvent passer d'un mode de fonctionnement à un autre ;
– d'autre part, que la construction d'un algorithme n'est finalement qu'une optimisation, dans le temps, de procédures de calcul réfléchi.

Prenons un exemple.



	2 9 0 1	
–	1 2 0 0	← 100 fois 12
	1 7 0 1	
–	1 2 0 0	← 100 fois 12
	5 0 1	
–	1 2 0	← 10 fois 12
	. . . .	…

Lorsque Théo, dans l'étape 36 (p. 96), fait cette déclaration afin d'effectuer la division de 2 901 par 12, il est dans un processus qui, à terme, le conduit du calcul réfléchi, qui a été le moteur des étapes précédentes, au calcul automatisé qui sera l'organisation définitive de la division en tant que procédé de calcul.

3.2. Le calcul réfléchi

La terminologie « calcul réfléchi » ou « calcul raisonné » met l'accent sur l'activité cognitive du sujet en train de calculer. Les procédures de « calcul réfléchi » ou « raisonné » sont en effet caractérisées par le fait que le sujet prend en compte les données numériques fournies, les analyse, les situe dans le réseau des nombres, repère leurs particularités et utilise ces particularités pour choisir le traitement qu'il va leur faire subir. Ce traitement dépend étroitement des nombres en jeu et est donc à créer à chaque nouveau calcul mais il diffère aussi suivant les individus, chacun choisissant parmi ses connaissances celles qui lui permettent de traiter l'opération au moindre coût. De ce fait, pour chaque individu, le choix des procédures évolue dans le temps avec l'acquisition de nouvelles connaissances et la pratique.

Exemple

• Voici 4 méthodes pour le calcul de 17×8

1. Décomposer 17 en $10 + 7$
on a donc $(10 \times 8) + (7 \times 8) = 80 + 56 = 136$

2. Décomposer 17 en $20 - 3$
$(20 - 3) \times 8 = (20 \times 8) - (3 \times 8) = 160 - 24$
$= 160 - 20 - 4 = 136$

3. Décomposer 8 en $10 - 2$
$17 \times 8 = (17 \times 10) - (17 \times 2) = 170 - 34$
$= 170 - 30 - 4 = 140 - 4 = 136$

4. Reconnaître dans 8 le cube de 2 et donc doubler trois fois de suite
$17 \times 8 = [(17 \times 2) \times 2] \times 2 = (34 \times 2) \times 2 = 68 \times 2 = 136$

• Pour le calcul de 17×9, les trois premières méthodes peuvent s'appliquer mais pour utiliser la quatrième, il faut reconnaître dans 9 le carré de 3 et de plus il faut savoir multiplier 17 par 3 rapidement ce qui est a priori plus difficile que « doubler ».

• Pour le calcul de 17×7, la quatrième méthode s'avère impossible.

Le calcul réfléchi peut la plupart du temps se faire mentalement car les nombres sont envisagés dans leur globalité et non pas chiffre à chiffre, cependant il peut se faire aussi par écrit pendant toute la phase de construction du sens des opérations, puis plus tard, à la fois mentalement et par écrit lorsque le calcul est complexe : l'élève peut avoir en effet besoin de noter des résultats intermédiaires. L'absence de support papier n'est donc pas caractéristique de ce mode de calcul.

3.2.1. Le calcul écrit réfléchi

Dès que le professeur propose aux élèves des situations d'approche d'une nouvelle opération, ceux-ci mettent en œuvre des procédures de résolution personnelles souvent empiriques, très liées aux nombres en jeu et au contexte de la situation. Parmi ces procédures, certaines peuvent faire l'objet d'une explicitation et d'une forme écrite spécifique qui fixeront la « manière de faire » de telle sorte qu'elles puissent être utilisées par la suite en calcul mental réfléchi.

Par exemple, dans l'étape 10 (p. 32) consacrée à la réactivation des connaissances sur l'addition et la soustraction, les procédures de calcul réfléchi écrit (sauts sur la droite numérique ou décomposition de 1 152 pour calculer le terme manquant de l'addition à trou (1 152 + ? = 1 438) précèdent la construction de la technique et pourront être utilisées ultérieurement en calcul mental réfléchi. Il en est de même pour la technique des sauts employée dans les étapes consacrées à la construction de la technique de la multiplication posée (p. 54-55 et 60). C'est encore le cas pour les procédures d'additions ou de soustractions successives du diviseur ou d'un multiple du diviseur qui conduiront les élèves à comprendre la technique usuelle de la division aux étapes 33, 34, 35 et 36 (p. 90 à 97).

3.2.2. Le calcul mental réfléchi

C'est par la pratique régulière que les élèves vont progressivement développer des compétences de calcul mental réfléchi en mobilisant les connaissances qu'ils construisent sur les nombres.

Le calcul mental réfléchi a donc de nombreuses fonctions. Il permet de donner le résultat d'un calcul sans l'aide de l'écrit ou d'une calculatrice, ce qui est utile dans la vie quotidienne. Il permet de donner l'ordre de grandeur d'un résultat, ce qui peut être utile à la fois dans la vie quotidienne et pour contrôler un calcul effectué par écrit ou à la calculatrice. Mais il a aussi pour but de rendre les nombres « familiers » aux élèves : il les conduit à envisager chaque nombre sous de nombreux aspects ou points de vue liés à leurs propriétés, à mettre les nombres en réseau en fonction de leurs caractéristiques et ainsi à enrichir la représentation qu'ils se font des nombres de manière à rendre disponibles ces représentations lors de la résolution d'un problème.

Rappelons aussi que les travaux de recherche menés par D. Butlen et M. Pézard[9] ont montré que l'accroissement de compétences en calcul mental conduisait à une amélioration des performances en résolution de problèmes. En effet, une certaine aisance en calcul mental permet aux élèves de se décharger de l'angoisse du calcul ou de la surcharge de travail qu'implique celui-ci et ainsi de se donner les moyens de faire des hypothèses et de faire des choix avant de se lancer dans la résolution effective. Cela leur permet aussi d'estimer l'ordre de grandeur d'un résultat possible et de vérifier leurs calculs.

Un travail spécifique d'entraînement au calcul mental est proposé dans de nombreuses étapes dans la rubrique « Calcul mental » ainsi que dans les étapes spécifiques intitulées « Calcul automatisé, calcul réfléchi » (p. 9, 27, 82, 109, 125, 151 et 201).

3.2.3. Le calcul instrumenté réfléchi

Nous appelons calcul instrumenté le calcul qui s'effectue à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel de calcul.
Contrairement à une opinion trop répandue, l'usage d'instruments de calcul n'est pas une alternative aux autres formes de calcul qui rendrait ces dernières obsolètes. Il nous semble fondamental de développer parallèlement chez les élèves des compétences spécifiques qui leur permettent de calculer en l'absence d'instruments mais aussi avec les instruments de manière à ce qu'ils utilisent ceux-ci de manière raisonnée : prévision de l'ordre de grandeur d'un résultat et de sa plausibilité, prise d'indices sur la vraisemblance des chiffres obtenus, raccourcis de calcul…
L'introduction des calculatrices dans les classes, loin de faire disparaître les autres activités de calcul, nous semble être au contraire un moyen de donner du sens à ces activités de calcul, de développer leur aspect fonctionnel et même de confronter les élèves à de vrais petits problèmes mathématiques à leur niveau. Ainsi, demander aux élèves de CM1 de trouver le quotient et le reste de la division de 309 par 23 avec une calculatrice n'ayant pas la touche division euclidienne (étape 40, p. 106) relève du calcul instrumenté réfléchi et permet de renforcer les notions de quotient et de reste. De même, demander aux élèves d'afficher le nombre 37.165 puis sans effacer ni revenir à 0 d'afficher le nombre 37.175 (étape 75, p. 181) permet de renforcer la notion de centièmes. Leur demander d'afficher sur leur calculatrice le nombre 3.33 sans taper sur la touche 3 (étape 75) permet de repenser le nombre 3.33 en tant que nombre décimal, d'utiliser en acte les propriétés de la numération et des opérations arithmétiques.

3.3. Le calcul automatisé

3.3.1. Le calcul écrit automatisé : algorithmes de calcul

Un algorithme de calcul est un procédé qui est caractérisé par le fait qu'il se déroule de manière identique quelles que soient les valeurs numériques auxquelles on l'applique. Les algorithmes de calcul sont « conventionnels », ils varient suivant les époques et les cultures (on n'effectue pas les divisions de la même manière en France, en Angleterre ou en Espagne, la technique française actuelle est très différente de celle utilisée en France au XVII^{e} siècle).

Pour être intéressant, un algorithme de calcul doit être relativement économique, il doit être fiable et ne doit pas être trop difficile à retenir. Il faut distinguer la phase de construction de l'algorithme, qui repose sur des raisonnements s'appuyant sur les propriétés des nombres et des opérations, de son utilisation ultérieure. En effet, une fois maîtrisé, il peut être appliqué de manière « semi-automatique », entendons par là qu'à chaque étape du calcul, le sujet ne doit pas se poser de questions pour savoir comment il va continuer. Il ne faudrait pas en déduire que le calcul algorithmisé ne convoque jamais une réflexion chez l'élève, mais l'un des objectifs de l'apprentissage de ce type de calcul est de rendre l'élève capable de le conduire de manière quasi automatique par l'utilisation de conduites invariantes ce qui assure d'une part un certain gage de réussite à l'opération et d'autre part une certaine rapidité.

Les techniques de l'addition en colonne (p. 28) de la soustraction en colonne (étape 11, p. 34), de la multiplication

9. D. Butlen, M. Pézard, « Le rôle du calcul mental dans la connaissance des nombres, des opérations et dans la résolution de problèmes » *in Repères* – IREM, 2000.

posée (pages 63 à 65), de la division en utilisant la « potence » (étapes 45, p. 118-119 et 46, p. 120-121) sont ainsi des algorithmes de calcul qui sont enseignés à l'école et qui doivent être appris et retenus par les élèves.

Insistons sur le fait que connaître l'algorithme de calcul d'une opération n'est pas le gage d'une connaissance approfondie de cette opération, c'est-à-dire d'une reconnaissance des situations dans lesquelles celle-ci est présente. De même, ne pas connaître un algorithme ne signifie pas nécessairement ne pas comprendre l'opération. Le travail d'acquisition d'un algorithme, s'il ne peut être confondu avec le travail de construction du sens d'une opération, peut cependant y contribuer.

La mise en œuvre d'un algorithme de calcul nécessite une très bonne connaissance de nombreux « faits numériques », tels que les résultats des tables d'addition et de multiplication, et une très bonne compréhension de la numération décimale de position, mais elle ne nécessite pas nécessairement la maîtrise des propriétés qui permettent de le justifier mathématiquement.

L'apprentissage des techniques opératoires écrites a eu, pendant longtemps, une place prépondérante dans les activités mathématiques proposées aux élèves à l'école élémentaire : on pensait alors qu'il fallait apprendre à faire les opérations avant d'apprendre à les utiliser. Depuis plusieurs années, l'acquisition de techniques, tout en restant très présente, s'effectue en même temps que le travail sur le sens des notions : il semble plus judicieux de mettre les enfants en face de problèmes ayant du sens pour eux, de les laisser mettre en œuvre des procédures de calcul empiriques s'appuyant sur leurs connaissances anciennes pour résoudre le problème posé. L'optimisation des procédures de calcul utilisées permet alors d'introduire l'apprentissage des techniques algorithmiques conventionnelles. Viennent ensuite les phases d'entraînement indispensables : ce sont les « gammes » du mathématicien en herbe !

3.3.2. Le calcul mental automatisé

Pour que les élèves puissent mener à bien un calcul réfléchi écrit ou mental ou un calcul écrit algorithmisé, il est indispensable qu'ils puissent utiliser un certain nombre de résultats mémorisés, sans avoir à les « reconstruire » à chaque fois. Le calcul mental automatisé renvoie à cette activité spécifique de mémorisation de « faits numériques » de manière à ce que les élèves puissent les restituer de manière automatisée lors d'un calcul. Il intervient donc tout autant dans le calcul réfléchi que dans le calcul écrit algorithmisé.

De nombreuses activités spécifiques et régulières doivent naturellement être menées avec les élèves pour permettre la mémorisation « définitive » de « faits numériques » essentiels : tables d'addition et de multiplication mais aussi liste des multiples de certains nombres : 10 ; 100 ; 25 ; 15 ; produits par les puissances de 10 ; décompositions canoniques des nombres ; etc. Nous proposons pour cela de multiples activités dans les rubriques « Calcul mental » et notamment les jeux de recto verso qui permettent aux élèves de s'entraîner tout en leur donnant le moyen de valider immédiatement leur réponse, ce qui est essentiel. Les étapes des pages 9, 27, 82, 109, 125, 151 et 201 proposent également des exercices de calcul automatisé.

La rapidité n'est pas un objectif primordial du calcul mental automatisé (appelé parfois calcul rapide), mais il est évident que c'est un objectif important dans la mesure où le rappel en mémoire des résultats mémorisés lors d'un calcul ne doit pas faire perdre à l'élève le fil de son calcul.

3.3.3. Le calcul instrumenté automatisé

Toutes les calculatrices ne sont pas programmées de manière analogue et de ce fait ne fonctionnent pas de la même manière. Pour s'en convaincre, il suffit de faire le test suivant : la séquence frappée « 5 + 4 × 2 = » donne comme résultat 13 sur certaines calculatrices et 18 sur d'autres. Or le résultat correct est 13 puisqu'en l'absence de parenthésage, la multiplication est prioritaire sur l'addition. Les calculatrices qui donnent le résultat 18 ne disposent pas de ce que l'on appelle « la priorité intégrée » : elles effectuent les calculs au fur et à mesure de la frappe et donc dans le cas qui nous préoccupe, elles effectuent 5 + 4 soit 9 avant de s'intéresser au produit par 2. Pour certaines opérations telles que la division euclidienne, certaines calculatrices donnent directement le quotient et le reste tandis qu'avec d'autres, les élèves doivent savoir comment trouver le quotient et le reste à partir du quotient décimal qui est affiché (étape 40, p. 106).

Ces exemples montrent que l'outil doit être maîtrisé pour être performant et qu'avant de se lancer dans un calcul, il est nécessaire de « tester » sa calculatrice pour éviter d'obtenir des résultats erronés. Les élèves doivent donc apprendre à se servir de manière rapide, efficace et quasi automatisée, de la calculatrice dont ils disposent, et à contrôler attentivement toutes les étapes des calculs pour détecter les erreurs de frappe possibles ; les étapes 40 (p. 106-107) et 75 (p. 181) contribuent à cet apprentissage.

3.4. La progression de calcul mental dans EuroMaths

Dans les étapes de consolidation et d'entraînement, le calcul mental a pour but de renforcer des connaissances anciennes pour les rendre disponibles à tout moment. Il n'est donc pas nécessairement lié au travail proposé dans la page.

Dans les deux premières périodes, il permet aux élèves de revisiter les relations arithmétiques simples entre les nombres : structuration de la suite numérique en s'appuyant sur les multiples de 2, de 5, de 10, de 100 (jeu du furet en période 1), notion de double et moitié, triple et tiers, produit par 10, 100, 1 000 (jeu de mémoire en périodes 2 et 3).

Dans les périodes suivantes, il s'agit de stabiliser les acquis sur la numération (décomposition et dictée de nombres, mise en ordre), les calculs additifs simples (calculs en chaînes), les tables de multiplications (jeux de recto verso multiplicatif).

Dans les étapes de construction ou d'approfondissement de connaissances (étapes numérotées), les activités de calcul mental ou les mises en route proposées sont liées aux notions en cours d'apprentissage : suivant les cas, elles préparent les élèves à aborder le travail qui sera effectué dans l'étape du jour ou les suivantes ou elles entraînent les élèves sur des notions qui viennent d'être travaillées pour les aider à les mémoriser et les faire fonctionner.

Lorsque le travail se déroule sur plusieurs séances, la même activité peut être proposée : la répétition permet de favoriser la maîtrise de ces procédures ce qui aide à rassurer les élèves.

Dans chaque étape, les activités proposées sont explicitées et justifiées ; nous avons pris un soin tout particulier à développer leur aspect ludique.

En **période 1**, les élèves vont travailler principalement sur **la numération** (passage de la numération orale à la numération écrite, décompositions additives, canoniques, valeur des chiffres suivant leur position dans l'écriture du nombre, comparaison et mise en ordre), notamment par des jeux de mémoire, des jeux d'assemblages de mots-nombres... et sur **l'addition** et **la soustraction** (résolution mentale de problèmes arithmétiques simples, ajout ou retrait de 9, de 11, recherche de compléments à 10, à 100...).

Le début de la **période 2** est consacré à la structuration de la suite numérique en s'appuyant sur les multiples des nombres de la première dizaine dans les jeux du furet. C'est un travail fondamental qui permet non seulement de stabiliser la connaissance des **tables de multiplication** mais aussi d'apprendre à repérer rapidement les multiples des nombres de 2 à 9, à savoir identifier de quel multiple il s'agit en mettant en œuvre de nombreuses propriétés : associativité, distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction, etc. Ces compétences sont fondamentales pour maîtriser tous les modes de calcul et notamment les algorithmes de la multiplication et de la division.

Des jeux de portraits sur les nombres sont ensuite proposés : ils permettent de **mettre en réseau des notions** étudiées dans des étapes différentes, de mettre en évidence les propriétés des nombres et de les mettre en mots. Ils seront repris à plusieurs moments de l'année.

Le travail proposé en calcul mental dans les étapes suivantes a pour but de stabiliser les connaissances des élèves sur la numération, les calculs additifs et soustractifs, le répertoire multiplicatif (jeux de recto verso multiplicatif).

En **période 3**, le calcul mental est centré sur **la division**. Au début de cette période, il s'agit à nouveau de travailler sur les multiples des nombres de la première dizaine en mettant en avant le point de vue de leurs décompositions multiplicatives.

Puis, après avoir résolu mentalement des **problèmes arithmétiques simples** relatifs à la multiplication et à la division, les élèves sont entraînés à trouver mentalement les termes manquants d'une division (nombres de la première centaine).

Les connaissances anciennes sur la numération, et les calculs additifs et soustractifs sont entretenues dans certaines étapes pour être disponibles dans différents contextes et particulièrement dans le domaine de **la mesure des grandeurs.**

Au cours de la **période 4**, tout en continuant à travailler sur **la division** et les autres opérations sur les nombres entiers, les élèves vont se familiariser avec **les fractions** et leurs diverses écritures. Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs, l'écrire sous forme de sa partie entière et de son rompu et trouver des fractions équivalentes font largement intervenir les connaissances sur la division et la multiplication des entiers.

Avec les jeux de portraits sur les nombres entiers et le jeu du « compte est bon », les élèves vont mettre en œuvre sous forme ludique leurs connaissances dans le domaine du calcul et travailler **le raisonnement**.

La résolution mentale de problèmes contribue à fixer les différents sens des opérations et à constituer des classes de problèmes en s'appuyant sur les grandeurs et la mesure.

C'est en **période 5** que le calcul mental intégrera l'étude des **nombres décimaux**, tout d'abord en liant les écritures à virgules aux fractions décimales, puis en travaillant spécifiquement l'extension de **l'ordre** dans l'ensemble des nombres décimaux

Les jeux de portraits sur les nombres décimaux et les jeux avec la calculatrice apportent leur concours pour permettre aux élèves de bien comprendre les caractéristiques de ces nouveaux nombres et leur lien avec les nombres entiers.

Les jeux de furet, les recherches de compléments, les jeux de mémoire entraîneront les élèves à **calculer avec ces nouveaux nombres**. Le jeu « À la recherche du milieu » contribue à renforcer la propriété fondamentale de l'ensemble des nombres décimaux : entre deux nombres décimaux, il en existe toujours un autre. L'année se termine par une activité collective : « le défi à 100 » qui permet, sous une forme ludique, de mettre en œuvre les compétences acquises en calcul.

Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
– la numération – l'addition et la soustraction	– les tables de multiplication – les multiples	– la division – les mesures de grandeurs	– la division – les fractions	– les nombres décimaux

4

La numération, les opérations

4.1. Les nombres entiers, les deux systèmes de numération

4.1.1. Place dans le cycle 3

Une grande partie du travail sur la numération a été menée au cycle 2 et en CE2. Au cours des années de CM, il s'agit de consolider les acquis antérieurs des élèves pour leur permettre de développer des stratégies de calcul réfléchi et de comprendre les algorithmes de calcul écrit. Une très bonne maîtrise de la numération est indispensable pour construire les algorithmes opératoires et les utiliser avec efficacité. Ainsi l'addition 123 + 375 sera un jeu d'enfant si l'élève a intégré que 123 = 100 + 20 + 3 et que 375 = 300 + 70 + 5. Il en est de même pour la construction des autres algorithmes de calcul.

Nous avons vu que traduire un énoncé de problème par une écriture numérique est un mode expert de représentation qui permet d'apporter la réponse demandée à moindre coût. Mais cela suppose, a minima, que le sens des écritures numériques soit acquis par les élèves.

On peut donc dire que, si les élèves n'ont pas compris comment fonctionnait notre numération, ils ne peuvent accéder ni à la représentation experte qui permet de traduire un problème ni aux techniques opératoires.

Il s'agit également en CM, où l'on rencontre un champ numérique plus grand, de mener un travail spécifique sur la numération orale de manière à permettre aux élèves d'en comprendre les règles de fonctionnement qui n'ont été qu'abordées dans les classes antérieures. C'est souvent en effet au moment de la rencontre avec des « grands nombres » que la non-maîtrise par certains élèves des liens entre numération écrite et numération orale devient apparente[10].

Nos deux systèmes de numération des nombres entiers sont comme deux « langues différentes », l'une verbale appelée souvent numération orale mais qui peut se trouver sous forme écrite en lettres, l'autre en chiffres appelée numération écrite. Rappelons qu'il ne suffit pas de proposer des dictées ou des lectures de nombres pour aider les élèves à dépasser leurs éventuelles difficultés.

4.1.2. Des difficultés fréquentes

Dès le CP, les élèves sont confrontés aux différences fondamentales de fonctionnement des deux systèmes de numération : lire le groupe de signes « 18 », en disant « dix-huit » et comprendre que 18 est construit à partir de 10 et de 8 par une addition (10 + 8). Or, il n'est pas rare d'observer des élèves qui lisent « 18 » en énonçant « dix-huit » et simultanément considèrent que 18 c'est 8 et 1 (donc 9 !) .

Au cours du cycle 3, certains élèves ont toujours des difficultés à voir dans les écritures chiffrées autre chose que les « chiffres » qui le composent : dans 4 537 par exemple, ils sont capables de repérer que 5 est le chiffre des centaines, mais ne parviennent pas à envisager 5 comme la « trace » de 500 ; pour d'autres, le fait que le nombre 4 537 contient 45 centaines n'est pas encore acquis, or dans un calcul de division tel que 4 537 divisé par 42, il est nécessaire de pouvoir envisager de retrancher 42 centaines aux 45 centaines du nombre 4 537.Par ailleurs, les résultats des évaluations nationales à l'entrée en sixième montrent une persistance des difficultés chez certains élèves à écrire en chiffres des nombres donnés en lettres et réciproquement.

Faisons un tour des erreurs les plus fréquentes.

– Certains élèves codent séparément avec des « chiffres » chacun des mots-nombres entendus et juxtaposent ces codes : par exemple, quatre-vingt(s) écrit 420 ou quatre cent sept écrit 4007 ou encore 41007.

– Les relations « somme » sont souvent moins bien maîtrisées que les relations de type produit. Ainsi, quatre cents est bien écrit 400, mais « cent » suivi de mots-nombres peut encore poser des problèmes à certains élèves qui écrivent par exemple 10016 pour le nombre « cent seize ». Il est probable que, pour ces élèves, chaque symbole entendu rend compte d'une collection d'unités[11].

– Pour écrire « cent seize », d'autres élèves proposent 1016. Ils ont sans doute observé des régularités et se sont créé des règles de construction erronées de la forme suivante : 101 ; 102 ; 103 ; … ; 109 ; 1010 ; ... ; 1016, proche de la manière de les dire.

10. Lors de la construction des nombres décimaux, nous serons également confrontés à des questions de lecture : 3,45 se lit habituellement « trois virgule quarante-cinq », laissant croire que la partie à droite de la virgule est elle-même un nombre entier. Nous y revenons dans le chapitre consacré à ces nouveaux nombres page 36.

11. B. Dufour-Janvier, N. Bednarz, « Construction des savoirs », *in* N. Bednarz et C. Garnier (dir.), *Obstacles et conflits*, Éditions Agence d'Arc, 1999, Montréal.

– Pour les « grands nombres », ce sont souvent les coefficients de mille ou de millions qui posent problème alors que les élèves écrivent sans erreur les trois derniers chiffres. Le problème peut venir d'une mauvaise segmentation de la suite de mots-nombres composant le nom du nombre, alors que les élèves ont bien retenu qu'on « n'écrivait pas de chiffres » lorsque l'on entend les mots « million », « mille » ou « cent ».

Par exemple, pour le nombre trois cent quatre-vingt mille huit cent vingt-sept, on peut trouver les erreurs suivantes :

trois /cent quatre /vingt mille /huit cent vingt sept
310420827
trois cent quatre /vingt mille/ huit cent vingt sept
30420827
trois cent/ quatre-vingt mille/ huit cent vingt sept
30080827
trois/ cent quatre vingt mille/ huit cent vingt sept
3180827

Pour d'autres enfin, c'est le rôle des zéros qui n'est pas pris en compte :
vingt-quatre mille trois cent huit   2438.

4.1.3. Les différents systèmes de désignation des nombres entiers

Revenons rapidement à la question qui nous occupe : les différentes manières de désigner les nombres. Les numérations les plus « performantes » sont celles qui permettent de coder tous les nombres (donc une infinité) avec un nombre fini de symboles et de faire des « calculs » sur ces codages sous forme d'algorithmes relativement simples et fiables. C'est le cas de notre numération écrite de position, mais ce n'est pas le cas de notre numération orale.

Pour définir une numération, il est donc nécessaire de préciser la valeur des groupements successifs (la base), les symboles utilisés et les règles d'agencement de ces symboles pour désigner des nombres.

Le tableau ci-dessous permet de mettre en évidence les ressemblances et les différences entre nos deux systèmes de désignation des nombres.

	Numération écrite	**Numération orale**
Valeur(s) des groupements	Groupements uniquement par dix	Groupements par dix, mais aussi des groupements auxiliaires par mille, million, etc.
Symboles	Dix symboles exactement : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 0	Une grande quantité de mots, que nous appelons souvent « mots-nombres » : – neuf mots qui correspondent à la lecture des chiffres : un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf ; – des mots qui correspondent aux différentes puissances de la base : dix, cent, mille, million, etc. ; – cinq mots pour certains multiples de 10 (certaines dizaines) : vingt, trente, quarante, cinquante, soixante ; – six mots « anomalies » onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize ; – le mot zéro qui ne sert qu'à se désigner lui-même mais qui n'entre dans la composition d'aucun autre nom de nombre.
Nécessité d'un zéro	Oui, le zéro marque l'absence de groupements d'un certain rang	Non
Règles de combinaison	C'est la position du chiffre dans le nombre qui indique de quelle puissance de dix il est le coefficient. La juxtaposition des symboles chiffres n'a donc pas une valeur opératoire. 4 708 4 mille 7 centaines 0 dizaine 8 unités	La juxtaposition des « mots-nombres » a toujours une valeur opératoire. Plusieurs règles permettent de trouver le nombre : – par addition dix-huit 10 + 8 soixante-dix 60 + 10 – par multiplication trois mille 3 × 1 000 quatre-vingts 4 × 20 – par addition et multiplication quatre-vingt-dix (4 × 20) + 10 six mille sept cent quarante-sept (6 × 1 000) + (7 × 100) + 40 + 7 – encore plus complexe deux cent vingt-sept mille cinq cent huit [(2 × 100) + 20 + 7] × 1 000 + [5 × 100] + 8 trois cent soixante-quatorze millions trente-neuf [(3 × 100) + 60 + 14] × 1 000 000 + 30 + 9
Type de numération	Numération de position	Numération hybride

Les différences structurelles entre les deux numérations nécessitent des apprentissages spécifiques pour que les élèves puissent comprendre leur fonctionnement. La calculatrice peut aider les élèves à prendre conscience du fait que la valeur d'un chiffre dépend de la position qu'il occupe dans l'écriture chiffrée d'un nombre ; ainsi, afficher un nombre, puis sans le réécrire, changer un chiffre en un autre aide à travailler cet aspect : pour faire transformer 657 en 687, il faut ajouter 3 dizaines, c'est-à-dire 30 et non 3.

4.1.4. Les étapes d'EuroMaths

Au début de l'année, les élèves travaillent de façon quasi simultanée sur la numération et les deux opérations qui doivent rapidement être bien maîtrisées : l'addition et la soustraction. Le calcul réfléchi ajoute un lien entre la numération et ces deux opérations.

Les étapes de la première période ont donc pour but de consolider tous les acquis antérieurs. Celles consacrées à ce travail de fond sur les deux systèmes de numération sont nombreuses pour que l'ensemble des élèves arrive à une bonne maîtrise de leur fonctionnement et soit outillé pour revoir les techniques de calcul de l'addition et de la soustraction. Elles restent dans le domaine de nombres inférieurs à cent mille pour permettre de débusquer les erreurs persistantes et mettre en évidence des systèmes de règles générés par les enfants afin de les corriger si nécessaire.

La notion de groupements successifs par dix est reprise à l'occasion d'une situation de dénombrement d'une grande collection d'objets (p. 10). Il s'agit ici de permettre aux élèves de revoir le lien entre la position d'un chiffre dans un nombre et la valeur qu'il représente. Un détour par l'étude d'une numération additive (la numération hiéroglyphique de l'Égypte ancienne) renforce ce lien par le travail sur les décompositions additives des nombres (étape 2, p. 12-13).

Un travail spécifique (p. 17 et 18-19) est proposé pour aider les élèves à comprendre le fonctionnement de la numération orale : un jeu d'assemblage de mots-nombres permet de lier le nom du nombre et sa « décomposition auditive », décomposition qui met en évidence la valeur opératoire des juxtapositions des mots-nombres. Exemple :

trois mille cinq cent quatre-vingt-huit

$(3 \times 1\,000) + (5 \times 100) + (4 \times 20) + 8$

Les étapes 6 (p. 20-21) et 7 (p. 22-23) reviennent sur la numération écrite et permettent de faire le lien entre l'écriture chiffrée d'un nombre et sa décomposition canonique. Cette décomposition permet de mettre en évidence la valeur de chacun des chiffres en fonction de sa position.

Les règles de comparaison des nombres entiers sont revues à l'étape 8 (p. 24-25) dans laquelle les élèves découvrent « la France des trois océans ».

Le travail systématique sur la numération orale est repris dans un champ numérique plus grand (étapes 15, p. 42-43 et 23, p. 66-67) de manière à mettre en évidence la régularité des groupements par mille et l'organisation des classes qui permet de pouvoir lire ou écrire n'importe quel nombre dès lors que l'on a une bonne maîtrise de la lecture/écriture des nombres jusqu'à 999. Pour ces nombres plus grands, une reprise des caractéristiques de la numération écrite de position est proposée à l'étape 25 (p. 70-71).

L'étape de consolidation page 165 permet de stabiliser le lien entre numération orale et numération écrite. L'organisation des mots-nombres par classes de mille pour dire les nombres au-delà du million est étudiée à l'étape 78 (p.188-189).

L'Aide-mémoire, pages 2 et 3, synthétise tout ce travail.

4.2. Problèmes d'addition et de soustraction dans les ensembles numériques du CM

4.2.1. Différentes structures additives

Rappelons que, pour être efficace, l'avancée du travail sur les problèmes et sur les procédés de calcul doit être simultanée : sans mise en perspective dans un problème, le sens d'une opération ne peut pas se construire mais, sans recherche de stratégies optimales de calcul pour le résoudre, le travail sur le problème ne peut aboutir à la construction de procédés de calculs plus élaborés.

Au CM1, l'addition est généralement acquise, la soustraction est à consolider. La maîtrise de l'addition est nécessaire à la multiplication, la maîtrise de la soustraction et celle de la multiplication sont nécessaires à la construction de la division. Enfin, l'addition et la soustraction vont s'étendre aux décimaux.

Ce n'est pas seulement l'opération en jeu (addition ou soustraction) qui détermine le type de raisonnement à construire par l'élève et donc la difficulté d'un problème. Les facteurs influant sur la complexité sont multiples et interviennent de façon croisée. Parmi eux, citons la structure mathématique du problème et la place du nombre inconnu, les données numériques (nombres entiers ou décimaux, taille des nombres, valeur des écarts, éventuelles particularités des écritures), le contexte, les modes de présentation et de formulation du texte.

En croisant les relations mathématiques en jeu dans les problèmes additifs et les modes de raisonnement mis en œuvre par les élèves pour les résoudre, G. Vergnaud[12] a proposé une typologie sur laquelle nous nous appuyons. Les problèmes rencontrés à l'école primaire relèvent essentiellement des familles suivantes.

Composition de deux mesures

Dans cette famille, on trouve essentiellement des problèmes de réunion ou de fractionnement de collections ou de grandeurs mesurables. Suivant que l'on cherche le tout ou l'une des parties, l'opération experte associée est une addition ou une soustraction.

Exemple page 31 : Pour aller de Toulouse à Lille, les parents de Leïla passent par Orléans. Il y a 556 km entre Toulouse et Orléans et 901 km entre Toulouse et Lille. Combien de kilomètres y a-t-il entre Orléans et Lille ?
On connaît le tout, c'est la distance entre Toulouse et Lille (901 km), et une partie, la distance entre Toulouse et Orléans (556 km). La question porte sur la recherche de l'autre partie, la distance entre Orléans et Lille.

Transformation d'états (ou de positions)

Il s'agit d'énoncés qui décrivent des situations se déroulant souvent dans le temps, dans lesquelles on peut identifier un état initial, une transformation (positive ou négative) opérant sur cet état pour conduire à un état final. Cette structure permet de définir six catégories de problèmes suivant que la transformation est positive ou négative et que la recherche porte sur l'état final, la transformation ou l'état initial.

Exemple page 69 : Victor va se promener en voiture. Il fait 218 km. Son compteur marque alors 3 534 km. Que marquait son compteur au départ de sa promenade ?
On connaît l'état final (3 534 km), on connaît la transformation (+ 218 km), la question porte sur l'état initial (le nombre de kilomètres affiché au compteur au départ).

Comparaison d'états

Deux états relatifs à des grandeurs sont comparés par les locutions « de plus », « de moins ». L'un joue le rôle de référent pour l'autre (le référé). Dans cette famille, on trouve également six sous-catégories suivant que la relation est positive ou négative et que la question porte sur la recherche du référé, de la comparaison ou du référent.

Exemple page 8 : Tom a 16 ans. Paul a 8 ans de plus que Tom. Quel est l'âge de Paul ? Le référent est connu (16 ans), la relation de comparaison aussi (+ 8). La question porte sur le référé (l'âge de Paul).

■ Parmi les autres structures, on trouve les **compositions de transformations** : deux transformations ou plus sont appliquées successivement à des états qui ne sont pas connus. La transformation unique composée de ces transformations, permet de transformer l'état initial en un état final obtenu après l'application de toutes les transformations concernées.

Dans cette famille, le nombre de sous-catégories dépend bien sûr du nombre de transformations composées. Dans le cas de deux, on peut définir douze sous-catégories suivant que les transformations composées sont de même signe (2 cas), de signes opposés (2 cas suivant que la composée est positive ou négative) et que la question porte sur la détermination de la composée ou de l'une des deux transformations (3 cas).

Exemple page 69 : Leïla et ses amis jouent aux billes. À la récréation du matin, ils perdent 157 billes. À la récréation de l'après-midi, ils gagnent 314 billes. À la fin de la journée, ont-ils perdu ou gagné des billes et combien ?
On connaît deux transformations, l'une est négative (– 157), l'autre est positive (+ 314), la question porte sur la composition de ces deux transformations.

4.2.2. L'addition et la soustraction au CM1

Dès le début de l'année, la maîtrise de l'addition des nombres entiers et celle de la soustraction sont deux objectifs majeurs. La technique de l'addition, en principe acquise, est revue rapidement. Celle de la soustraction est retravaillée afin qu'elle puisse être rapidement utilisable et disponible lors de l'élaboration de la technique de la division.

Ce qui caractérise le CM1 du point de vue du travail sur l'addition et la soustraction c'est :
– l'extension des problèmes, et par suite des techniques, à un champ numérique plus grand dans les nombres entiers et à un champ numérique nouveau, celui des nombres décimaux ;
– l'enrichissement des situations proposées : dans le cas de transformation d'états, les recherches d'états initiaux sont plus fréquentes (que la transformation soit positive ou négative). Des problèmes de compositions de transformations, sans connaître la valeur de l'état initial, peuvent être proposés. Pour les résoudre les enfants utilisent souvent un état initial hypothétique qui leur permet de trouver la réponse ;
– l'enrichissement des formes langagières des énoncés (syntaxe, vocabulaire, temps, et organisation énonciative) ;
– la variété des contextes qui de plus en plus font référence à d'autres champs disciplinaires (géographie, sciences...).

12. G. Vergnaud (dir.), *Le Moniteur de Mathématiques : résolution de problèmes*, Nathan, 1997.

Les compétences des élèves (et des adultes) dans la résolution de problèmes d'addition et de soustraction reposent sur leur conceptualisation des relations de bases. Trois axes ont guidé notre travail pour accompagner les élèves dans la résolution de ce type de problèmes :

– proposer des situations qui assurent un rapport idoine au sens, de manière à faciliter la construction de la représentation et donc l'élaboration de stratégies de résolution ;

– travailler différentes procédures de calcul adaptées aux champs numériques concernés, hors contexte, de manière à en comprendre les équivalences et à pouvoir les mettre en œuvre dans d'autres problèmes ;

– proposer de nouvelles situations relevant de catégories variées.

En conclusion, au CM1, les élèves vont identifier l'opération arithmétique et cela sans se référer à une quelconque simulation de l'action. Le but est de prendre conscience de l'indépendance des procédures de calcul par rapport au contexte du problème.

Une exigence de formalisation des solutions (reconnaissance du calcul à effectuer et production de l'écriture mathématique correspondante) est alors un objectif à atteindre.

4.2.3. Les étapes d'EuroMaths

Le début de l'année (période 1) est consacré à un travail simultané sur la numération et les deux opérations qui doivent être définitivement bien comprises : l'addition et la soustraction. Le calcul automatisé et réfléchi ajoute un lien entre la numération et ces deux opérations.

La première étape (p. 8) permet au professeur de faire le point sur les compétences des élèves à résoudre différents types de problèmes additifs et soustractifs. Les nombres choisis sont du domaine familier, ils devraient permettre aux élèves d'engager aisément des procédures de calcul réfléchi. Les problèmes relèvent des trois relations sémantiques : composition de mesures (relation partie-partie-tout) ; transformation d'états et comparaison d'états.

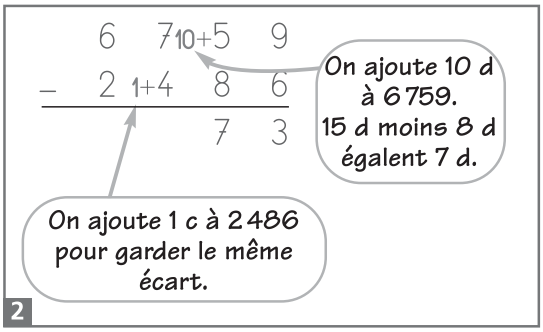
L'étape suivante (p. 9) permet au professeur de faire le point sur les compétences des élèves dans le domaine du calcul réfléchi additif et soustractif : ajouter ou soustraire un nombre plus petit que 10 ; ajouter ou soustraire un multiple de 10, un multiple de 100 ; ajouter ou soustraire un nombre compris entre 10 et 20 ; trouver un complément.

C'est à la page 28 que différentes techniques d'addition sont revues : technique usuelle de l'addition en colonne et procédures de calcul réfléchi : le calcul mental lorsqu'un des nombres est « rond », le calcul par sauts en décomposant un des termes, le calcul à partir de la décomposition additive de chaque nombre.

À l'étape 9 (p. 30-31), il s'agit de résoudre des problèmes additifs et soustractifs. Les nombres ne sont plus du domaine familier. Le but est de permettre aux élèves d'engager des procédures de résolution personnelles. À partir de la diversité des modalités de calcul, le professeur met en évidence l'équivalence entre l'addition à trou et la soustraction.

Cette étape est suivie d'un temps de calcul (étape 10, p. 32-33) pour clarifier cette équivalence par un entraînement à la technique des sauts, à la soustraction en utilisant la décomposition additive du nombre à enlever et en procédant terme après terme, à la soustraction à la russe qui prépare les élèves à donner ou redonner du sens à la technique usuelle de la soustraction par compensation étudiée à l'étape suivante (étape 11, p. 34-35).

Cette technique de soustraction s'appuie en effet, comme la technique russe, sur la propriété d'invariance de la différence de deux nombres si l'on leur ajoute ou retranche un même nombre.



Tout au long des périodes 2 et 3, les élèves ont à utiliser l'addition et la soustraction dans divers problèmes ainsi que dans la consolidation de la multiplication et la construction de la division.

En période 4, c'est le moment de l'introduction de fractions simples. Rapidement, l'addition de ces fractions contribue à leur donner statut de nombre. L'étape 57 (p. 144) a pour objectif de donner du sens à l'addition des fractions. On retrouve l'addition dans un contexte géométrique de mesurage à l'étape 61 (p. 152-153), puis lorsqu'il s'agit, à l'étape 65 (p. 160-161), de construire une écriture comme

$\frac{124}{100} = 1 + \frac{2}{10} + \frac{4}{100}$.

Il s'agit alors de se familiariser avec l'addition des fractions décimales en vue de l'introduction des écritures à virgule. L'étape 66 (p. 162) permet la réalisation de cet objectif. Une fois l'écriture à virgule introduite, l'addition et la soustraction de deux nombres entiers sont prolongées aux nombres décimaux en s'appuyant sur l'approche faite avec les fractions décimales (étape 72, p. 176-177). Ces opérations étant posées, elles seront utilisées dans des problèmes jusqu'à la fin de l'année avant d'être reprises pour être consolidées en CM2, puis au collège.

L'Aide-mémoire, pages 8 et 9, synthétise tout ce travail effectué dans les nombres entiers et dans les nombres décimaux.

4.3. Problèmes de multiplication et de division au CM

4.3.1. Différentes structures multiplicatives

De même que l'expression « structures additives » fait référence aux situations dont le traitement appelle une addition, une soustraction ou une combinaison de telles opérations, l'expression « structures multiplicatives » renvoie aux situations dont le traitement appelle une multiplication, une division ou une combinaison de telles opérations.

À l'école élémentaire, les problèmes de ce champ relèvent essentiellement des structures suivantes.

Comparaison multiplicative

Deux états relatifs à une grandeur sont comparés par les locutions « fois plus », « fois moins ». L'un joue le rôle de référent pour l'autre (le référé). Dans cette famille, on trouve six sous-catégories suivant que la comparaison est positive ou négative et que la question porte sur la recherche du référé, de la comparaison ou du référent.

Exemple page 50, découverte : Christophe a 5 billes. Jérémie a quatre fois plus de billes que Christophe.

Relation de proportion simple et directe entre deux grandeurs

Ces problèmes se caractérisent par le fait qu'ils font intervenir trois valeurs numériques pour en trouver une quatrième. On peut distinguer deux cas :

– **Dans le premier cas**, l'une des valeurs numériques correspond à l'unité d'une des grandeurs (cf. prix unitaire dans l'exemple ci-dessous).

Exemple page 50, exercice 1 : Le club de sports renouvelle son matériel. Complète ce bon de commande.

Désignation	Prix unitaire	Quantité	Prix total
Paires de chaussures de sports	15 €	11	?
Shorts	12 €	?	240 €
Tee-shirts	?	12	60 €

Le calcul du prix total des chaussures de sports relève d'un problème de multiplication. Le calcul du nombre de shorts et le calcul du prix d'un tee-shirt relèvent d'un problème de division. Dans le cas des shorts, c'est la recherche du nombre de parts (nombre de shorts), dans le cas des tee-shirts, c'est la recherche de la valeur d'une part (prix d'un tee-shirt)[13].

Remarque : Une représentation des données sous forme de tableaux comme ci-dessous permet de mettre en évidence les correspondances entre les grandeurs concernées, mais ce type de représentation n'est pas exigible des élèves.

Nombre de paires de chaussures	Prix en €
1	15
11	?

Nombre de shorts	Prix en €
1	12
?	240

Nombre de tee-shirts	Prix en €
1	?
12	60

Les contextes utilisés peuvent être un contexte ordinal (sauts réguliers sur une piste graduée, évocation du comptage de n en n), un contexte cardinal (évocation d'objets isolés), un contexte de mesure de grandeur continue[14] (des longueurs, des masses).

– **Dans le second cas**, aucune des trois valeurs numériques ne correspond à l'unité d'une des grandeurs.

Les élèves mettent en œuvre plus facilement des procédures s'appuyant sur les propriétés dites de linéarité que des procédures de recherche du coefficient de proportionnalité, mais cela dépend des nombres choisis.

Exemple page 132, Découverte :
Lorsque je fais de la mousse au chocolat pour 3 personnes, j'utilise 2 œufs. Combien faudra-t-il d'œufs si nous sommes 24 ?

Nombre de personnes	Nombre d'œufs
3	2
24	?

Dans ce cas, le coefficient de proportionnalité (2/3) n'est pas à la portée d'élèves de l'école primaire. Par contre, les élèves peuvent résoudre le problème en utilisant le rapport entre 3 et 24. 24 personnes, c'est 8 fois plus que 3 personnes, il faudra donc 8 fois plus d'œufs.

Proportion double

Il s'agit d'une relation de proportionnalité d'une variable par rapport à deux autres indépendantes entre elles.

Le dénombrement d'objets disposés selon des configurations rectangulaires relève de cette structure. On a dans ce cas deux sous-catégories de problèmes :

– Des problèmes qui relèvent de la multiplication.

Exemple page 51, exercice 3 : Théo réalise une mosaïque rectangulaire de 15 carreaux sur 12. Combien y a-t-il de carreaux dans sa mosaïque ?

13. Cette distinction sera reprise dans le paragraphe 4.5 relatif à la division.

14. Par exemple, les longueurs, les aires, les masses, les durées sont des grandeurs continues tandis que le nombre d'objets d'une collection est une grandeur discrète.

– Des problèmes qui relèvent de la multiplication à trou ou de la division.

Exemple page 51, exercice 4 : Avec 165 carreaux, Leïla veut réaliser une mosaïque rectangulaire la plus longue possible. Un des côtés doit avoir 10 carreaux. Quel nombre de carreaux peut-elle mettre sur l'autre côté ? Restera-t-il des carreaux ? Si oui combien ?

La mesure de l'aire d'un rectangle constitue aussi un cas de proportionnalité double puisque l'aire du rectangle est proportionnelle à la longueur (à largeur constante) et à la largeur (à longueur constante) ; les élèves ne comprennent pas aisément cette double proportionnalité, alors même qu'ils saisissent assez bien la mesure de l'aire du rectangle avec des carreaux unités. Ce sont des problèmes comme ceux-ci :

Quelle est l'aire d'un rectangle de 8 cm sur 15 cm ?
Un champ rectangulaire a une aire de 2 400 m^2 ; sa longueur mesure 60 m ; quelle est sa largeur ?
Que devient l'aire d'un rectangle si on double sa longueur et sa largeur ?
Que devient l'aire d'un rectangle si on double sa largeur ?
Que devient l'aire d'un rectangle si on double sa longueur ?

Ces problèmes seront traités en CM2.

4.3.2. Problèmes relevant de la multiplication

Lien entre le sens du problème, la procédure de résolution et la procédure de calcul activées par l'élève

Dans un problème du type « Quel est le prix de 3 objets à 25 € ? », l'addition réitérée 25 + 25 + 25 est un moyen simple et efficace de traduire l'énoncé et le calcul qui en découle est facile à effectuer.

Par contre, si la question porte sur le prix de 25 objets à 3 €, l'addition réitérée n'est plus aussi aisée à exprimer. Si les élèves ont compris qu'une addition réitérée pouvait s'écrire sous la forme d'une multiplication, ils pourront donner le résultat sous forme multiplicative 25 × 3. Cependant, la question du calcul effectif va se poser et ne pourra pas être résolue facilement tant que les élèves n'ont pas acquis de procédures de calcul de produits ou s'ils n'ont pas compris qu'il est possible, pour le calcul, de se libérer du contexte et donc d'utiliser « malgré le contexte » 25 + 25 + 25.

Il est donc nécessaire de faire évoluer les procédures personnelles utilisées par les élèves vers des procédures plus distantes des contextes et des actions décrites dans les énoncés. Notre choix, tout au long de cette collection, a été de ne pas créer de ruptures de sens mais d'accompagner les élèves dans le passage d'une procédure à une autre plus adaptée à la construction de la technique. Ces procédures sont justifiées dans un premier temps par les particularités des contextes dans lesquels on les utilise avant d'être justifiées par les propriétés des opérations sur lesquelles elles s'appuient.

Pour illustrer ce propos, prenons un exemple :
Calculer 47 × 6.

– Un élève A peut associer ce calcul à la recherche du nombre de carreaux d'un quadrillage, ce qui l'amène à utiliser implicitement la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et éventuellement la commutativité. Un rectangle de 47 carreaux sur 6 carreaux est le même qu'un rectangle de 6 carreaux sur 47 carreaux.

40	7	
40 × 6 = …	7 × 6 = …	6

6	
6 × 40 = …	40
6 × 7 = …	7

– Un élève B peut associer ce calcul au prix de 47 objets à 6 €. La simulation de l'action renvoie a priori à une addition réitérée de 47 termes ! Mais il peut aussi le décomposer en l'achat de 40 objets à 6 € et de 7 objets à 6 €. 47 × 6 = (40 × 6) + (7 × 6). Cette simulation de l'action permet l'utilisation implicite de la propriété de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

– Un élève C peut associer ce calcul au prix de 6 objets à 47 €. L'addition réitérée de 6 termes est efficace mais la distributivité n'est plus simulable en terme d'actions.

On voit bien qu'il est nécessaire que les élèves identifient, à un moment donné de l'apprentissage, l'opération arithmétique à utiliser sans se référer à une simulation de l'action. C'est un cheminement difficile pour les élèves. Le professeur aura à les accompagner dans cet « accès au calcul ».

Comment alors rendre les procédures de calcul indépendantes des contextes tout en les maintenant intelligibles pour les élèves ?

Les premières situations assurent un rapport idoine au sens de manière à faciliter la construction de la représentation et donc l'élaboration de stratégies de résolution, liées au contexte.

L'étape suivante de l'apprentissage nécessite de se familiariser avec différentes procédures de calcul, hors contexte, de manière à en comprendre les équivalences. C'est en se confrontant à des problèmes dans de nouveaux contextes que les élèves vont progressivement apprendre à mettre en œuvre des procédures de calcul sans se référer aux contextes eux-mêmes.

L'entraînement progressif aux techniques usuelles va conforter cette prise de distance vis-à-vis des contextes.

Les étapes d'EuroMaths

Au CM1, la multiplication des entiers est généralement acquise, mais reste à consolider pour certains. Les élèves vont l'étendre au produit d'un nombre décimal par un entier.

C'est le travail de la page 50 qui permet au professeur de faire le point sur les compétences des élèves à résoudre différents types de problèmes de multiplication et de division. Les nombres choisis sont du domaine familier, ils permettent aux élèves d'engager aisément des procédures de calcul réfléchi.

Depuis le CE1, les élèves ont été sollicités pour mémoriser le répertoire multiplicatif. En CM1, nous avons construit une activité dans laquelle le répertoire multiplicatif est pris comme objet d'étude (p. 52-53).

Au cours de l'étape 17 (p. 54-55), les élèves se familiarisent avec les multiples de 6, 7, 8 et 9 à travers une situation de sauts réguliers sur une piste numérique. Ce contexte a pour but de favoriser les représentations de la notion de multiples (les numéros des cases sur lesquelles passe un robot), de multiples communs (les numéros des cases sur lesquelles passent des robots différents).

À la page 60, les élèves revoient la règle de multiplication par 10, 100, 1 000 et, à la page 61, ces règles sont étendues aux multiples de ces nombres en dehors de toute contextualisation. Ils identifient ainsi les caractéristiques des multiples de 10 et de 100.

L'algorithme traditionnel de la multiplication s'appuie (p. 63) sur des propriétés qui sont facilement visibles dans des procédures telles que l'addition réitérée, la représentation sur quadrillage, la multiplication posée où tous les calculs intermédiaires sont écrits. C'est en partant de ces différentes procédures que nous aboutissons à la représentation traditionnelle. Par exemple, les élèves apprennent dans un calcul simple (57 × 6) à ne plus écrire les calculs intermédiaires (ici les deux produits 6 × 7 et 6 × 50) et leur somme, mais à les traiter mentalement, ce qui les oblige à mémoriser la retenue de la somme des produits partiels.

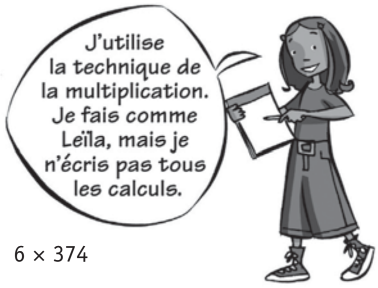
L'étape 22 (p. 64-65) prolonge la précédente. Les nombres considérés sont plus grands (374 × 26), la double distributivité constitue l'obstacle à dépasser. Le travail effectué permet aux élèves de calculer le produit de deux nombres quelconques en utilisant l'algorithme usuel.

3 7 4
2 6

.... ← 6 × 374

.... ← 20 × 374

.... ← 374 × 26



Le prolongement de la multiplication dans les nombres décimaux s'effectue en deux étapes : d'abord l'étude de la technique de la multiplication d'un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000 (étape 79, p. 191), puis l'étude de la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier (étape 80, p. 192-193). C'est la première fois que ces notions sont abordées ; elles seront reprises au CM2, puis consolidées au collège.

Tout au long des différentes périodes, les élèves ont à utiliser la multiplication dans divers problèmes ainsi que dans la construction de la division.

4.3.3. Problèmes relevant de la division

Différents points de vue sur la division

Nombre de parts ou valeur d'une part

La division se rencontre dans des situations de distributions, de répartitions en parts égales, de groupements qui renvoient à **deux grandes familles** :

– la recherche du nombre de parts

Exemple 1 : Un fermier vend régulièrement les œufs de ses poules au marché. Jeudi il veut présenter 352 œufs sur des plateaux pouvant contenir 24 œufs. Prévois par le calcul le nombre de plateaux nécessaires. (page 90)

– la recherche de la valeur d'une part

Exemple 2 : Samedi, il a 234 œufs qu'il veut présenter dans des corbeilles. Il dispose de 13 corbeilles contenant le même nombre d'œufs. Prévois par le calcul le nombre d'œufs pour chaque corbeille. (page 90)

Ces deux types de problèmes ne sont pas appréhendés avec la même facilité par les élèves. Notre objectif est de leur faire prendre conscience qu'ils relèvent des mêmes procédures de calcul et qu'il s'agit dans les deux cas de problèmes de division. Les écritures symboliques ou écritures en ligne (dans les problèmes ci-dessus 352 = (24 × 14) + 16 et 234 = 13 × 18 permettent de mettre en évidence les liens entre les différents nombres.

La réponse attendue dépend du contexte : quotient ou quotient + 1 ?

Dans le problème « Une mairie prévoit une subvention de 1 000 € pour un voyage scolaire. Pour ce voyage, il faut 27 € par élève. Combien d'élèves peuvent partir grâce à cette subvention ? » (exercice 8, page 93), il s'agit de rechercher un nombre de parts, la réponse attendue est donnée par le quotient : 37 élèves pourront partir et il restera 1 €.

Cependant dans certains cas, le contexte du problème oblige aussi à prendre en compte le reste pour donner la réponse attendue.

Ainsi, si on reprend l'exemple 1 du fermier, il faut un traitement réfléchi du résultat donné par la division (quotient 14 et reste 16) pour parvenir à la réponse attendue « 15 plateaux » : 14 seront pleins et, dans le 15e, il y aura 16 œufs.

La division dans le cas de grandeurs discrètes et dans le cas de grandeurs continues

Les deux familles de problèmes (valeur d'une part, nombre de parts), bien que différentes, conduisent toutes les deux à la division euclidienne lorsque les situations font intervenir des grandeurs discrètes non fractionnables, mais ce n'est plus le cas lorsqu'il s'agit de grandeurs continues ou de quantités fractionnables.

Prenons un exemple :
Tailler dans une baguette de 145 cm plusieurs baguettes de 16 cm (combien de baguettes ?) relève de la division euclidienne (9 baguettes).
Tailler dans une baguette de 145 cm 16 baguettes de même longueur, les plus longues possible (quelle est la longueur de chaque baguette ?) relève de la division décimale (longueur de 9,0625 cm).

Autrement dit, **dans le cas de recherche de la valeur d'une part de grandeurs fractionnables ou mesurables, la question du partage du reste peut se poser**.

Nous commençons à aborder cette question dès le CM1, elle sera reprise au CM2, puis consolidée au collège.

Diviser avec la calculatrice

Les calculatrices « donnent » généralement des résultats qui sont ceux de la division décimale (374 : 55 = 6,8). Ce résultat doit être interprété pour retrouver le quotient entier et le reste. Certaines calculatrices ont une touche spécifique (├) qui correspond à la division euclidienne. Si l'on tape 374 ├ 55, l'affichage donne le couple de nombres [6 ; 44] correspondant au quotient et au reste.

La construction de la division euclidienne

Il s'agit de :

– proposer des « situations de division » pour lesquelles se posent les différentes questions évoquées plus haut, pour permettre à l'élève de reconnaître une spécificité à ces situations et d'y développer des stratégies de calcul réfléchi ;
– construire des situations qui permettront la reconstruction progressive d'une technique opératoire, tout en pratiquant une réelle activité mathématique ;
– entraîner les élèves à déterminer l'ordre de grandeur du résultat avant de s'engager dans le calcul, ce qui permettra un « bon voisinage » entre la construction des algorithmes et le contrôle des résultats donnés par une calculatrice. Nous avons délibérément pris le parti de faire pointer le nombre de chiffres du quotient avant même que l'élève n'ait commencé le calcul effectif.

La construction de l'algorithme de la division par amélioration des soustractions successives est tout à fait à la portée d'élèves de cycle 3. Les difficultés existent, certes, mais elles sont plus liées à la négociation didactique à tenir avec les élèves (qui sera précisée un peu plus loin) qu'à la méthode elle-même. Le retour (présenté quelquefois comme une nouveauté) à une construction de l'algorithme de la division qui reposerait sur des partages successifs des milliers, centaines, etc. du dividende suppose des interventions très dirigées de la part du professeur sans garantie sur l'appropriation définitive de l'algorithme.

Le fractionnement du dividende par tranches de mille, centaines, etc. peut se faire en fin d'étude lorsque l'évaluation du nombre optimal de dizaines (centaines, etc.) est facilitée en remplaçant le dividende par une valeur approchée par défaut de celui-ci (par exemple pour 2 345 divisé par 27 on étudie : en 230 combien de fois 27).

Des difficultés d'enseignement à prendre en compte lors de l'élaboration de l'algorithme par amélioration des soustractions successives

Dans des problèmes de division, la multiplication constitue un bon outil d'approche, par essais successifs, du dividende. Elle est familière aux élèves et ceux-ci disposent des mots qui permettent de décrire facilement la démarche adoptée.

L'utilisation de soustractions successives apparaît moins souvent spontanément. Elle est plus lourde du point de vue des calculs. Or, cette approche permet de bien comprendre l'algorithme de la division. Il faut donc proposer des situations qui la favorisent. Par exemple, dans la découverte de l'étape 33 (p. 90), les soustractions répétées constituent un moyen de tenir à jour la comptabilité de ce qui est fait et de ce qui reste à faire lorsque l'on agit effectivement sur des objets. Par ailleurs, le professeur peut aussi expliquer que l'on s'intéresse à cette méthode parce qu'elle va permettre de « construire la division des parents ». C'est là une raison d'ordre social.

La disposition attendue en fin d'apprentissage

La technique de la division n'est pas unique. Il existe encore aujourd'hui « des » techniques de division différentes selon les pays. Nous avons opté pour la disposition qui est conforme aux recommandations officielles : la technique française avec écriture des soustractions.

$$\begin{array}{rrrr|ll} & 7 & 8 & 8 & 6 & 4 \\ \cline{5-6} - & 6 & 4 & 0 & 1 & 2 \\ \cline{1-4} & 1 & 4 & 8 & & \\ - & 1 & 2 & 8 & & \\ \cline{1-4} & & 2 & 0 & & \end{array}$$

Cette technique peut être rendue plus proche encore du sens en laissant apparents les constituants du quotient. Cette présentation permet de bien mémoriser la comptabilité tenue dont nous parlons plus haut.

$$\begin{array}{rrrr|ll} & 7 & 8 & 8 & 6 & 4 \\ \cline{5-6} - & 6 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ \cline{1-4} & 1 & 4 & 8 & + & 2 \\ \cline{5-6} - & 1 & 2 & 8 & 1 & 2 \\ \cline{1-4} & & 2 & 0 & & \end{array}$$

Enfin, nous avons délibérément pris le parti de faire chercher par les élèves le nombre de chiffres du quotient avant même qu'ils ne commencent le calcul effectif. Pour cela, nous leur demandons de placer autant de points que de chiffres au quotient avant de commencer le calcul automatique.
Par exemple, pour la division de 7 053 par 34 :
$34 \times 100 < 7\,053 < 34 \times 1\,000$

Le quotient a donc trois chiffres.

$$\begin{array}{rrrrr|lll} & 7 & 0 & 5 & 3 & & 3 & 4 \\ \cline{6-8} - & 6 & 8 & 0 & 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ & & & & & 2 & 0 & 7 \\ \cline{2-5} & & 2 & 5 & 3 & & & \\ - & & 2 & 3 & 8 & & & \\ \cline{2-5} & & & 1 & 5 & & & \end{array}$$

Les étapes d'EuroMaths

Il s'agit de stabiliser la technique qui a été abordée au CE2 en lui donnant du sens et de commencer à réfléchir aux différents types de quotients : quand doit-on donner le quotient entier et le reste ? quand doit-on « continuer l'opération » et « diviser » le reste ? dans ce cas, quand faut-il « s'arrêter » ?

■ C'est une situation de même type que celle du scénario 4 du chapitre 1 qui est proposée pour revoir la division, abordée en CE2, et approfondir son étude (étape 33 p. 90-91).

Les calculs engagés sont envisagés comme des moyens de prévoir des résultats qui seront constatés par une vérification matérielle. Le champ numérique est choisi afin que cette vérification matérielle soit encore possible bien que lourde. Le but est, à terme, d'engager les élèves dans un travail sur les nombres plutôt que sur les objets et donc, progressivement, de passer d'une preuve matérielle à une preuve par les calculs pour « être sûrs du résultat ».

■ Au cours de quatre étapes, qu'il faut nécessairement faire à la suite les unes des autres (étapes 33, 34, 35, 36), le professeur va conduire les élèves à repérer, dans des situations de « nombre de parts » et de « valeur d'une part », au moins **trois procédés** qui apparaissent généralement dans les classes et qui seront étudiés comme tels (étape 34, p. 92-93) : « Pour une fête, un pâtissier a préparé 662 gâteaux. Il dispose de plateaux identiques. Sur chacun, il place 24 gâteaux. »

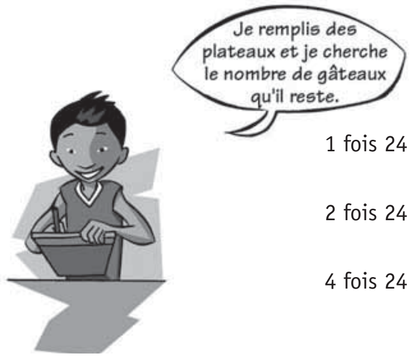
- **Les procédures d'essais utilisant des multiplications**

$24 \times 30 = 720$ c'est trop
$24 \times 20 = 480$ ce n'est pas assez…

- **L'approche par une procédure additive**

$$\begin{array}{lrrrr} \text{10 fois 24} \rightarrow & & 2 & 4 & 0 \\ \text{10 fois 24} \rightarrow & + & 2 & 4 & 0 \\ \cline{2-5} & & 4 & 8 & 0 \\ \text{5 fois 24} \rightarrow & + & 1 & 2 & 0 \\ \cline{2-5} & & . & . & . \end{array}$$

- **L'approche par une procédure soustractive**

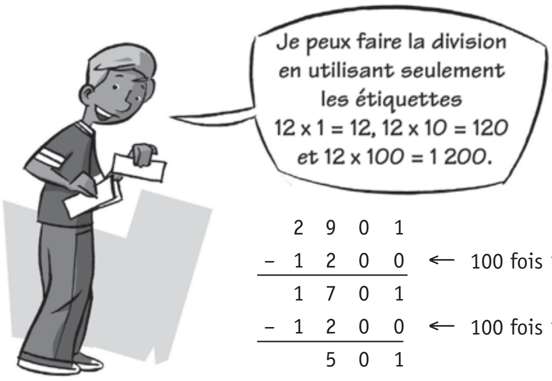


$$\begin{array}{lrrrr} & & 6 & 6 & 2 \\ \text{1 fois 24} \rightarrow & - & & 2 & 4 \\ \cline{2-5} & & 6 & 3 & 8 \\ \text{2 fois 24} \rightarrow & - & & 4 & 8 \\ \cline{2-5} & & 5 & 9 & 0 \\ \text{4 fois 24} \rightarrow & - & & 9 & 6 \\ \cline{2-5} & & . & . & . \end{array}$$

Ces différentes procédures, dans lesquelles nous reconnaissons trois approches de la division, ne sont pas, loin s'en faut, comprises immédiatement comme équivalentes par les élèves. Tout au plus, ceux-ci sont étonnés de trouver le même résultat par des parcours différents. On aboutit à l'écriture en ligne : 662 = (27 × 24) + 14

■ Petit à petit, les démarches sont travaillées sur des nombres hors contexte afin d'en assurer l'équivalence et d'élaborer le procédé de la division euclidienne. L'objectif est de **commencer à systématiser le procédé de calcul par des soustractions successives de multiples du diviseur**.

Le problème initial posé aux élèves (étape 36, p. 96-97) est d'effectuer la division de 2 901 par 12 en utilisant certains multiples du diviseur qui sont donnés :



	2	9	0	1		
–	1	2	0	0	←	100 fois 12
	1	7	0	1		
–	1	2	0	0	←	100 fois 12
		5	0	1		
–		1	2	0	←	10 fois 12
	.	.	.	.		...

Puis d'aboutir à faire le moins de soustractions possibles. L'étape 38 (p. 102-103) permet de réinvestir ces premières méthodes de calcul au cours de résolutions de problèmes dans un contexte ordinal et avec diverses grandeurs.

L'étape 39 (p. 104-105) permet de se familiariser avec l'écriture en ligne de la division euclidienne et de résoudre des problèmes de recherche de quotient par excès ou par défaut.

L'étape 45 (p. 118-119) permet d'apprendre à prévoir le nombre de chiffres du quotient et à minimiser le nombre de soustractions à effectuer en utilisant le répertoire du diviseur.

L'étape 46 (p. 120-121) vise l'institutionnalisation d'une présentation définitive d'une technique de division en gardant la présentation de la prévision du nombre de chiffres du quotient et les soustractions successives.

■ Enfin il s'agit de commencer à **se poser des questions sur le partage du reste** dans le cas de recherche de la valeur d'une part de grandeurs fractionnables ou mesurables. Ce qui amène à **la division à quotient décimal**. Nous abordons cette question en proposant assez tôt aux élèves des problèmes du type : « Avec 2 litres (200 cL) de thé, Anne remplit 15 tasses identiques. Quelle quantité de thé contient environ chaque tasse ? » (exercice 7, p. 103). Puis nous l'étudions de manière plus systématique (étape 82, p. 196) avant de poser des questions de technique de calcul pour continuer à partager le reste (étape 83, p. 197).

L'Aide-mémoire, pages 9 et 10 et 11, synthétise tout ce travail effectué dans les nombres entiers et dans les nombres décimaux. La page 12 fait le point sur les différentes divisions rencontrées.

4.4. Organisation et gestion de données

4.4.1. État des lieux

Le lien entre les mathématiques et la vie quotidienne prend également toute sa dimension dans le domaine de la lecture et de l'interprétation de données organisées sous des formes spécifiques telles que les tableaux de nombres et les graphiques sous différentes formes que l'on retrouve fréquemment dans divers documents (notamment les journaux). Apprendre aux élèves à tirer des informations pertinentes de ces différentes formes de représentation de données chiffrées est une nécessité pour leur future vie de citoyens. Pour donner tout son sens à ce travail, nous avons choisi le plus souvent possible des domaines permettant aux élèves d'approfondir leurs connaissances sur leur environnement, notamment sur la France et l'Europe et de les rendre « curieux » du monde dans lequel ils vivent.
Cette ouverture culturelle sur l'Europe est à l'origine du titre de la collection.

4.4.2. Les étapes d'EuroMaths

La lecture de cartes et de plans en utilisant le repérage cartésien est travaillée dans le contexte géographique européen (étapes 16, p. 44-45 et 73, p. 178-179).
Les élèves sont amenés à trouver des informations en lisant et en interprétant des graphiques de différentes sortes : graphiques circulaires (étape 16), graphiques cartésiens (étape 31, p. 83), graphiques à barres (étape 68, p. 164). Ils découvrent ainsi que ces différents modes de représentation « visuelle » de relations existant entre des variables sont choisis en fonction de la nature des variables et des phénomènes qu'ils décrivent. L'organisation sous forme de tableaux de données

numériques, déjà rencontrée dans les classes antérieures, est proposée ici dans le cadre des liens entre les différentes manières de coder les pointures de chaussures ou la taille des vêtements dans les différents pays européens (étape 32, p. 84-85).

Les étapes 49, 69 et 86 apportent également une ouverture culturelle. L'étape 49 (p. 126-127) est consacrée à la question de l'heure légale en fonction du lieu où l'on se trouve. Elle permet aux élèves tout à la fois de se « décentrer », de lier les connaissances issues du domaine géographique à celles qu'ils acquièrent en mathématiques, de rencontrer des questions dans lesquelles les calculs qu'ils maîtrisent permettent d'apporter des réponses. Le thème de la monnaie est traité à l'étape 69 (p. 166-167). La proportionnalité est ici convoquée pour pouvoir aisément convertir des sommes d'une monnaie dans une autre. Enfin, l'étape 86 (p. 202-203) permet aux élèves de travailler sur les grands nombres en découvrant les pays qui ont rejoint l'Union européenne en 2004 et la population mondiale.

L'Aide-mémoire, page 13, synthétise le travail effectué dans ce domaine.

5

Les nouveaux nombres

5.1. Les fractions et les nombres décimaux

Les nombres décimaux ont été longtemps enseignés comme résultant du recodage d'une mesure par un changement d'unité : on pensait avoir introduit de façon satisfaisante les nombres décimaux quand on déclarait que 1 324 cm pouvait aussi s'écrire 13,24 mètres. Mais en faisant l'économie de l'étude préalable du fractionnement de l'unité, on mettait de côté le fait que le nombre décimal est la réponse à une question, celle de l'insuffisance des nombres entiers pour effectuer un mesurage précis.

Les nombres décimaux permettent d'approcher la mesure d'une grandeur continue. Ils sont construits de telle sorte qu'ils permettent des fractionnements de plus en plus fins. Ils sont donc une infinité à être aussi près qu'on le souhaite d'une mesure donnée : par exemple, si l'on plie une baguette unité en trois, les nombres 0,3 ; 0,33 ; 0,333 ; 0,3333 approchent la mesure d'un des plis sans jamais l'égaler. Pour l'artisan ou le technicien, ces nombres sont un outil suffisant car à chaque technique correspond une précision spécifique de la mesure : le charpentier travaillera au 1/100^{e} de mètre près ; l'usinage d'un moteur s'effectuera au 1/1 000 000^{e} de mètre près pour certaines pièces.

Sans exiger une maîtrise complète de la part des élèves de ce que les mathématiciens nomment la densité des décimaux sur la droite réelle, il est nécessaire de mettre en évidence cette véritable rupture que constituent ces nombres par rapport aux nombres entiers.

La construction de fractions simples est justifiée par le fait qu'elle peut être utile à la compréhension des nombres décimaux[15]. La question est donc de savoir de quelles fractions les élèves ont besoin pour élaborer une compréhension correcte de ces nombres. Comme la dizaine correspond au groupement de 10 unités, le dixième correspond à un fractionnement en dix de l'unité. Pour comprendre cela, les fractions de l'unité sont suffisantes (3/4 est alors conçu comme trois fois un quart ou 4/10 comme quatre fois un dixième). Toutefois, nous avons jugé important que les fractions prennent statut de nombres en les plaçant sur la droite numérique (afin de bien préparer le terrain de l'organisation des nombres décimaux) et en effectuant des calculs avec elles.

Le passage à l'écriture à virgule n'est qu'une convention. La comparaison et l'addition des nombres décimaux sont d'autant plus faciles à aborder que la construction de ceux-ci s'est effectuée rigoureusement avec les écritures fractionnaires décimales.

Cette écriture à virgule résout bien les problèmes de calcul mais constitue un obstacle pour le rangement et la comparaison. Prenons par exemple les nombres 102 ; 12 ; 1 345 ; 10 124 ; 10. En imaginant que les chiffres sont comme les lettres, rangeons ces nombres selon l'ordre lexicographique. On obtient : 10 ; 102 ; 10 124 ; 12 ; 1 345. Devant chaque nombre, mettons maintenant « 0, » et rangeons ces nouveaux nombres. On obtient 0,10 ; 0,102 ; 0,10124 ; 0,12 ; 0,1345 ! Conclusion : le rangement de la partie décimale des nombres décimaux est du même type que l'ordre lexicographique. Il s'agit donc bien d'une rupture par rapport au rangement dans les nombres entiers et il est nécessaire d'accompagner les élèves dans cette rupture plutôt que de donner des moyens automatiques pour comparer les décimaux.

5.2. Les erreurs fréquentes

Cette rupture constitue un obstacle[16] qu'on ne saurait sous-estimer. Les décimaux se construisent en effet « contre » les nombres entiers.

Prenons un exemple : l'élève sait que, dans les nombres entiers, « plus l'écriture est longue, plus le nombre est grand ». Il s'agit d'un théorème en acte (G. Vergnaud) ou d'un modèle implicite d'action (G. Brousseau) dont l'élève dispose à titre personnel. Il utilisera donc ce théorème. Or celui-ci devient faux appliqué aux nombres décimaux. C'est en ce sens que l'on dit que les nombres

15. Les élèves vont rencontrer plusieurs significations de l'écriture a/b mais ils ne vont pas les rencontrer toutes à l'école élémentaire : le collège permettra une construction plus accomplie des fractions. La scolarité obligatoire devrait d'ailleurs mieux organiser la construction progressive des sens des fractions liés aux grandeurs en jeu (fraction proportion si le numérateur et le dénominateur sont des grandeurs de nature différente, fraction rapport si les grandeurs sont de même nature, fraction de l'unité si le numérateur est un nombre, le dénominateur étant le fractionnement de l'unité, fraction d'une quantité si le numérateur est une grandeur et le dénominateur un nombre).

16. Le concept d'obstacle est abordé par Gaston Bachelard dans son ouvrage *Le nouvel Esprit scientifique* (1919) : « ...c'est dans l'acte même de connaître intimement qu'apparaissent par une sorte de nécessité fonctionnelle des lenteurs et des troubles. La compréhension s'acquiert contre une connaissance antérieure en détruisant des connaissances mal faites. »

décimaux sont, en soi, un obstacle de nature épistémologique puisque cet obstacle est constitutif de la structure même des nombres décimaux.

On connaît d'autres exemples d'erreurs observées en début d'apprentissage et qui doivent faire vite l'objet d'un travail spécifique afin qu'elles ne s'installent pas. Ainsi, « 3,2 est inférieur à 3,115 parce que 2 est inférieur à 115 » ou bien « 2,3 est plus petit que 2,30 » qui montrent que les élèves conçoivent souvent, à tort, le nombre décimal comme un couple de nombres entiers. Ces erreurs de conception peuvent cependant permettre un rangement juste de nombres décimaux lorsque l'exercice est mal choisi, par exemple si l'on propose aux élèves de ranger du plus petit au plus grand les nombres : 4 ; 5,677 ; 3,15 ; 3,14 ; 5,5. Le taux de réussite à cet exercice ne doit donc pas faire illusion.

Remarque : c'est une « fausse bonne idée » de passer par l'écriture 3,450 et 3,234 pour comparer 3,45 et 3,234. Cela éloigne les élèves de la signification des chiffres qui composent la partie décimale et, en laissant croire que les décimaux se rangent comme les entiers, on ajoute là aux obstacles précédents un obstacle de nature didactique, c'est-à-dire créé par l'enseignement.

Les élèves savent que, dans l'ensemble des nombres entiers, tout nombre a un successeur. Cette connaissance peut les conduire à parler de deux décimaux consécutifs, à dire que 3,44 a pour successeur 3,45. Leur connaissance ancienne est un obstacle à la connaissance nouvelle « entre deux décimaux, il y a toujours un autre décimal, donc une infinité », « un nombre décimal n'a pas de successeur ni de prédécesseur », etc.

C'est pour ces raisons que nous conseillons de lire 3,45 « trois virgule quatre dixièmes cinq centièmes » ou « trois virgule quarante-cinq centièmes » plutôt que « trois virgule quarante-cinq », au moins pendant le temps de l'apprentissage.

5.3. Nos choix

Les fractions et les nombres décimaux doivent d'abord apparaître comme de nouveaux nombres, utiles pour résoudre des problèmes que les nombres entiers ne peuvent pas résoudre de façon satisfaisante :
– problèmes de partage ;
– problèmes de mesure de longueurs ou d'aires ;
– problèmes de repérage d'un point sur une droite.

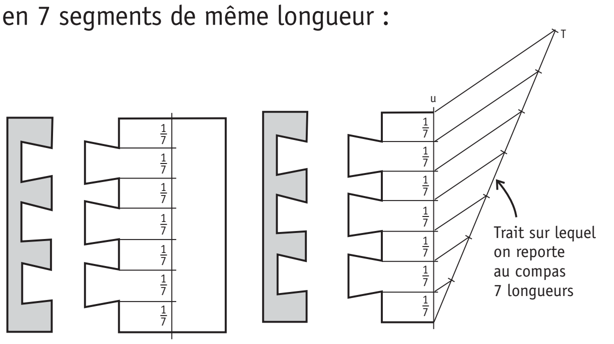
Nous avons donc choisi une approche très contextualisée des fractions, d'abord avec le partage d'une bande unité, et très vite ensuite dans le contexte de la droite graduée en abordant ce travail à partir d'une question essentielle (et motivante) : comment trouver un moyen fiable pour rendre compte, à l'aide de nombres, de la position d'un point. À partir de là, nous disposerons d'une conception des fractions suffisante pour pouvoir étudier les fractions décimales et donc les nombres décimaux.

Pour que les élèves prennent conscience que les nombres entiers ne suffisent pas toujours, nous avons choisi une situation de communication dans laquelle il s'agit de mesurer un segment avec une unité arbitraire, commune à tous les élèves, et d'écrire un message pour que quelqu'un d'autre reproduise un segment de même longueur.

Naturellement, cette première situation ne conduit pas à des messages très efficaces. Ici, le but pour les élèves n'est pas de savoir déjà écrire un message efficace, mais de comprendre que les entiers ne suffisent pas pour résoudre le problème posé. Cette situation conduit à la mise en œuvre de procédures de pliage pour fractionner l'unité.

Or, une façon plus opérationnelle de partager la bande unité est de se doter d'un outil : « la machine à partager » que nous proposons ensuite aux élèves afin de disposer d'un moyen de produire des fractions et de donner rapidement un sens à l'écriture $\frac{a}{b}$.

Rappelons que cette machine était très utilisée dans différents milieux artisanaux afin de pouvoir partager un segment en parties égales, sans se référer au mesurage, source d'erreurs dues aux reports de mesures. Par exemple, dans un traité d'ébénisterie, pour réaliser le dessin d'un assemblage en « queue d'aronde », on peut voir le conseil suivant pour partager le segment donné en 7 segments de même longueur :

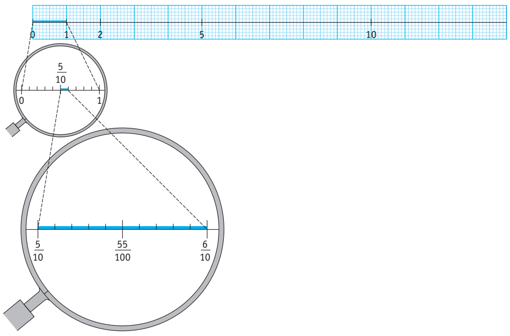


La machine que nous proposons dérive de cette technologie.

Une fois effectué ce partage de la bande unité, un travail de repérage et de désignation va permettre de faire le lien entre la longueur du segment [ZA], Z étant l'origine de la demi-droite, et le repérage de la position du point A sur cette demi-droite. Petit à petit, les écritures fractionnaires vont prendre statut de nombre grâce aux travaux de comparaison de longueurs ou d'aires, d'addition de longueurs ou d'aires qui donnent du sens à la comparaison et à l'addition de quelques fractions simples.

Vient ensuite la question : parmi toutes les fractions que nous avons étudiées et utilisées, certaines sont plus faciles à comparer aux nombres entiers, lesquelles ?

Les fractions décimales seront donc travaillées de façon plus spécifique de manière à mettre en évidence combien il est plus aisé de les encadrer par deux entiers, plus faciles de les comparer et de les écrire sous la forme de leur partie entière et d'une fraction plus petite que l'unité : le « rompu » (vieux terme français).



Une fois que se sont déroulées ces étapes, les élèves disposent d'écritures comme $4 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100}$, nombre qui peut être placé sur la demi-droite numérique et comparé à d'autres nombres.

C'est à ce stade que l'écriture à virgule est introduite : l'écriture à virgule est une convention qui fait que $4 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100}$ s'écrit 4,27. C'est Stevin (1548-1620), dit Stevin de Bruges, qui proposa une écriture proche de 4,27 pour remplacer $4 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100}$. Il utilisait en fait une notation différente mais qui avait le même but : « enseigner facilement tous comptes se rapportant aux affaires des hommes », c'est-à-dire permettre au plus grand nombre de gens d'effectuer simplement des calculs de la vie de tous les jours[17].

DÉCIDONS D'ÉCRIRE $\frac{3}{10}$ $\frac{7}{100}$ $\frac{5}{1\,000}$

DE LA FAÇON SUIVANTE :

3 ① 7 ② 5 ③, c'est-à-dire

3 Primes 7 Secondes 5 Tierces.

Semblablement 8 ⓪ 9 ① 3 ②

valent 8 $\frac{9}{10}$ $\frac{3}{100}$, ensemble $\frac{893}{100}$.

Nous avons suffisamment développé en introduction comment l'addition de deux nombres décimaux pouvait se construire. Nous n'y revenons pas. À ce moment, les élèves disposent d'un nouvel outil numérique avec lequel ils peuvent comparer, additionner et soustraire. Le CM2 consolidera ces savoirs et les prolongera avec la multiplication et la division d'un nombre décimal par un nombre entier.

5.4. Les étapes d'EuroMaths

La construction de nouveaux nombres nécessite donc une suite d'étapes bien structurée. Pour éviter une dilution des apprentissages et permettre une clarification des intentions pédagogiques, nous avons choisi de réunir ces étapes en « blocs d'étapes » dans lesquelles nous abordons aussi des aspects géométriques (tracé à l'aide de droites parallèles, étude de la droite numérique, fractions et aires) qui permettent de ne pas rester dans le cadre strictement numérique.

Premier bloc d'étapes (en période 4)

Nous commençons par évoquer des situations quotidiennes dans lesquelles les fractions sont utilisées (étape 53, p. 136-137). Attention, cela ne constitue pas une introduction des fractions au sens mathématique du terme, cela permet aux élèves de dire ce qu'ils « savent » sur ces objets[18].

Pour rendre compte de l'insuffisance des nombres entiers, nous avons donc opté (étape 54, p. 138-139) pour un partage simple d'une unité de longueur par pliage dans une situation de communication. Cette situation permet la production de messages du type : « Le segment mesure une unité plus la moitié de l'unité »

ou bien « c'est u + $\frac{1}{2}$ de u ».

À l'étape 55 (p. 140-141), le dispositif de réseau de droites parallèles et équidistantes (la machine à partager)

17. La virgule serait due à l'écossais John Neper (1550-1617) plus connu pour ses logarithmes.

18. Nous avons toujours suivi cette logique qui consiste à prendre en compte les savoirs issus des pratiques sociales sans être dupes du caractère peu mathématique de ces savoirs. Mais que dire d'un enseignement qui évoquerait des mots sans tenir compte de leur vie antérieure dans l'« histoire » personnelle de l'élève ?

va permettre de construire un ensemble de fractions plus riche que lors de l'étape précédente. Rapidement, au cours des exercices de cette étape, nous allons familiariser les élèves avec les dixièmes (fractions exprimant un partage en 10 segments de même longueur) afin de préparer l'introduction des nombres décimaux.

Les étapes 56 (p. 142-143) et 57 (p. 144) préparent à une découverte essentielle : les fractions sont des nouveaux nombres qui permettent, sur la droite numérique, de coder la position de différents points. Cette position est connue par la distance de l'origine de la droite au point considéré. Les fractions permettent donc aussi de mesurer la distance de l'origine de la droite à ce point. De plus, en tant que nombres, les fractions s'additionnent, se comparent et sont liées aux entiers naturels.

L'étape 61 (p. 152-153) vise à changer de contexte et à rapprocher les fractions des aires. Dans ce nouveau contexte, l'étape 62 (p. 154-155) permet d'élargir le champ d'étude en proposant une situation dans laquelle la fraction supérieure à 1 peut être envisagée suivant deux points de vue : s'agissant de partager 4 objets identiques en 3 parts,

– on peut partager chaque objet en 3 et chaque part est alors quatre fois ce tiers :

$\frac{4}{3}$ c'est 4 fois $\frac{1}{3}$

$\frac{4}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 4 \times \frac{1}{3}$

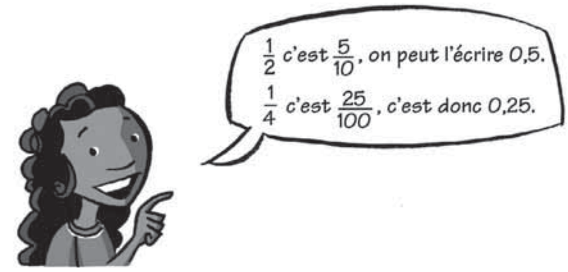
– on peut partager d'abord le tout, 4 = (3 × 1) + 1, puis fractionner le reste, ce qui est possible car les quantités sont continues :

$\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$

L'étape 64 (p. 158-159) permet un travail sur les fractions en dehors de tout contexte. Le but est de distinguer les fractions décimales pour leur facilité d'utilisation quand il s'agit de les comparer aux nombres entiers ou de les placer sur la droite numérique.

L'étape 65 (p. 160-161) institutionnalise précisément les fractions décimales et leurs propriétés spécifiques.

L'étape 66 (p. 162) permet de travailler plus systématiquement l'addition des fractions décimales grâce à la résolution de problèmes qui conduisent à additionner des fractions décimales de même dénominateur. De la bonne familiarisation avec cette addition dépendra une bonne compréhension de l'écriture à virgule : l'étape 67 (p. 163) signe le passage conventionnel à l'écriture à virgule.



Second bloc d'étapes (en période 5)

Les étapes qui suivent visent l'utilisation de ces écritures à virgule pour comparer (étape 70, p. 172-173), mesurer (étape 71, p. 174-175) et additionner (étape 72, p. 176-177) dans des domaines différents.

Toute difficulté rencontrée à propos de l'écriture à virgule sera alors résolue par le retour à l'écriture sous forme de somme de fractions décimales, par exemple :

$5{,}34 = 5 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100}$, seule façon de maintenir le sens.

Dans l'étape 74 (p. 180), le pont est fait entre les nouveaux nombres construits lors des étapes précédentes et les connaissances sociales des élèves : la multiplication et la division d'un nombre décimal par une puissance de 10 sont abordées dans des problèmes issus de la vie quotidienne avant d'être systématisées (étape 79, p. 191) pour étudier enfin la multiplication d'un nombre décimal par un entier (étape 80, p. 192-193). Les étapes 82 (p. 196) et 83 (p. 197) permettent d'envisager la division décimale de deux nombres entiers dans les situations pour lesquelles le partage du reste a un sens.

L'Aide-mémoire, pages 4 à 7, montre une vue d'ensemble des acquis relatifs aux fractions et aux nombres décimaux.

6

Espace et géométrie

6.1. État des lieux

La didactique de la géométrie évolue beaucoup depuis une vingtaine d'années. Nous nous sommes largement appuyés sur les travaux de recherche en ce domaine pour construire la progression que nous proposons sur ce thème dans la collection EuroMaths.

Les travaux de Berthelot et Salin[19] permettent d'envisager les liens entre les notions que les élèves utilisent en actes dans l'espace environnant (méso-espace) et les notions géométriques qui leur sont associées et qui vont être, pour la majorité d'entre elles, étudiées dans le micro-espace (espace de la feuille de papier). Les notions de micro-espace, méso-espace, macro-espace (espace d'un quartier, d'une ville) ont été introduites en didactique des mathématiques par G. Galvez[20] qui a montré que les procédures de résolution d'un problème de nature spatiale étaient liées à la taille de l'espace dans lequel il est posé. Pour plusieurs notions, notamment celles de distance, d'alignement, de parallélisme, d'orthogonalité, d'angle, des allers retours entre des problèmes posés dans l'espace environnant et dans l'espace de la feuille de papier permettent de mieux prendre en charge ce passage de la connaissance de l'espace à la géométrie.

Nous empruntons à Berthelot et Salin le texte suivant :

« Le champ de la géométrie proprement dite constitue un savoir mathématique, élaboré au cours de l'histoire, dont l'intérêt pour les jeunes de la scolarité obligatoire est double :
– La géométrie constitue un outil pour répondre à des problèmes de l'espace physique posés dans le cadre de pratiques professionnelles, sociales et culturelles ;
– Elle est un lieu privilégié de l'initiation au raisonnement mathématique. À l'école primaire, ce deuxième aspect est limité : les élèves de cet âge ne peuvent accéder à la démonstration mais, en fin de cycle 3, la plupart d'entre eux, confrontés au problème suivant qui leur est communiqué par écrit et sans figure, peuvent fournir la bonne réponse et la justifier convenablement :

On a donné à un enfant une figure qui ressemble beaucoup à un carré, en lui disant de vérifier si c'est bien un carré. Il a mesuré les quatre côtés et trouvé qu'ils étaient de même longueur. Il a vérifié ensuite un angle avec son équerre. Il a trouvé qu'il n'était pas droit. Il a alors dit : “Ce n'est pas la peine que je vérifie les autres angles, je suis sûr que cette figure n'est pas un carré.” Es-tu d'accord avec lui ? Justifie ta réponse.

Le fait de commencer à se fier à des théorèmes en gestation cf : “ce n'est pas la peine…” montre que l'élève n'est plus dans le descriptif mais qu'il commence à travailler sur un modèle de la figure. Il commence à “faire de la géométrie”. »

Les travaux de Van Hiele (1959), repris par Houdement, Kuzniak (1999) ainsi que par Parsysz (2001), donnent un cadre théorique pour penser la géométrie tout au long de la scolarité. Ils permettent de mettre en évidence plusieurs niveaux ou encore plusieurs « géométries ».

Chaque niveau se caractérise notamment par
– la nature des objets étudiés : objets physiques (objets manipulables notamment), objets graphiques (dessins), objets théoriques (figures au sens conceptuel),
– les modes de validation qui appartiennent à différents registres : perception globale, perception instrumentée, raisonnement (déductif),
– le langage utilisé.

Les enseignants ont le rôle d'aider les élèves à comprendre les enjeux de ces différents points de vue et les ruptures nécessaires dans les manières de faire de la géométrie.

Comme on le voit dans le tableau ci-dessous, au cours du cycle 3, la géométrie à enseigner est une géométrie qui reste pragmatique, mais il ne s'agit cependant pas de proposer aux élèves des activités qui soient simplement de l'observation, des constats et des savoir-faire (tracés) ou savoir-dire (vocabulaire).

	Géométries non axiomatiques		**Géométries axiomatiques**	
Type de géométrie	géométrie concrète G0	géométrie spatio-graphique G1	géométrie proto axiomatique G2	géométrie axiomatique G3
Objets	physiques	physiques et graphiques (dessins)	théoriques (figures)	théoriques
Validation	perception globale	perception instrumentée	raisonnement déductif	raisonnement déductif
Cycle de la scolarité	cycle 1	cycle 2, cycle 3	(cycle 3), collège	collège, lycée, université

19. Berthelot et Salin, *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, 1992.

20. G. Galvez, *El apprendizage de la orientacion en el espaco urbano : una proposicion para la enseñanza de la geometria en la escuela primaria*, 1985. Thèse Centro de Investigation del IPN Mexico.

6.2. Nos choix

La première phase consiste à proposer des activités qui permettent aux élèves de se construire des images mentales riches et fonctionnelles d'un certain nombre de concepts ou notions géométriques, de développer leur aptitude à faire des hypothèses, à les formuler, à les tester en utilisant des instruments, à commencer à construire des raisonnements simples pour justifier une prévision ou éventuellement un constat.

Les connaissances spatiales et géométriques dont l'apprentissage est visé sont des connaissances fonctionnelles et non formelles. Elles apparaissent comme réponses adaptées à des problèmes pour lesquels les élèves ont souvent construit antérieurement des réponses implicites qui peuvent les aider ou au contraire faire obstacle à l'installation de nouvelles connaissances. Les activités proposées ont pour but de travailler avec les élèves le passage de ce qui est vécu en actes dans le méso-espace ou qui est perçu visuellement dans le micro-espace à ce qui est vérifié expérimentalement, en utilisant des instruments, et décrit dans un langage précis et approprié.

La phase suivante, abordée en CM et développée au collège, consiste à aider les élèves à prendre du recul, à comprendre le « jeu » de la géométrie, domaine dans lequel les objets sont des objets théoriques qui entretiennent des relations obéissant à une théorie logiquement construite.

■ Les **relations géométriques fondamentales** (alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueur) sont construites dans différents types d'espaces : tout d'abord dans l'espace environnant (méso-espace) pour leur donner un sens nourri par la perception effective au cours de jeux proposés dans les activités préparatoires (visées, plus courte distance entre deux points, entre un point et une droite, entre deux droites…), puis dans l'espace plan de la feuille de papier (micro-espace) pour affiner les images mentales qui leur sont associées et les rendre fonctionnelles. Elles sont ensuite utilisées dans l'analyse, la reproduction ou la construction de figures planes ou de représentations planes de solides, ce qui contribue à engager les élèves dans un changement de point de vue sur ces objets.

■ La progression que nous proposons sur les **figures planes** a pour but d'aider les élèves à passer d'une vision globale des figures, souvent perçues comme des objets matériels (morceaux de papier ou de carton, pièces de puzzle, etc.) ou des « objets dessins », à une vision plus locale. Les élèves sont amenés à envisager une figure plane comme constituée de lignes et de segments dessinés sur une feuille de papier (ou un écran d'ordinateur) et ayant certaines propriétés. Il s'agit d'entrer dans le monde d'une « géométrie pragmatique instrumentée » dans laquelle les propriétés ne sont plus simplement vues, mais doivent être mises en mots et vérifiées avec des instruments. Au cours des deux années de CM, les élèves vont également être progressivement confrontés à un nouveau point de vue sur la géométrie. En travaillant sur des figures tracées à main levée sur lesquelles les informations sont données soit par un codage spécifique (angle droit, segments de même longueur) soit par des informations textuelles, les élèves abandonnent le recours aux instruments pour « voir » des propriétés sur la figure et commencent à élaborer des raisonnements de type déductif.

■ Les connaissances sur les **solides** sont construites dans des situations invitant à des allers retours entre les objets de l'espace de dimension 3 et leurs représentations planes (en dimension 2). Un travail spécifique à leur sujet nécessite une certaine maîtrise des propriétés fondamentales des objets du plan ; c'est pourquoi leur étude n'intervient qu'en période 5. L'étude des solides que nous proposons ne se borne pas à entraîner les élèves à les identifier, les décrire ou les construire. Elle s'appuie sur la résolution de réels « problèmes ».

■ Le **repérage dans l'espace**, beaucoup travaillé au cycle 2 et au CE2 en terme de relations spatiales et de points de vue, porte en CM sur l'utilisation de plans et de cartes (représentations planes du macro-espace). Ce domaine est travaillé en mathématiques en liaison avec d'autres champs disciplinaires (notamment la géographie). Il permet d'affiner la maîtrise du repérage cartésien ainsi que la maîtrise de la langue dans son aspect outil de communication, souvent sollicitées dans la vie quotidienne et sociale.

Remarque

Le travail sur l'espace et la géométrie s'accommode assez mal de la forme « manuel scolaire ». Pour résoudre ce problème nous avons fait deux choix.

– Le premier est de proposer plusieurs situations en activités préparatoires de découverte qui peuvent se dérouler dans la cour de récréation ou dans la classe ; elles nécessitent souvent un peu de matériel qui est listé dans chaque étape concernée. Ce matériel peut être à rassembler par le professeur (corde, plots, mètre en bois, équerre de tableau, etc.) ou à construire à l'aide des fiches photocopiables (polygones, solides, etc.).

– Le second est d'insérer dans le manuel de l'élève des figures géométriques de taille modeste pour pouvoir proposer un grand nombre d'activités et d'exercices. La taille choisie permet aux élèves de décalquer les figures et de travailler sur le calque. Cependant, nous suggérons aux professeurs qui le peuvent, et lorsque cela leur paraît « facilitateur » pour les élèves, de photocopier les figures du livre en les agrandissant à la photocopieuse (si l'exercice ne porte pas sur des questions relatives à la mesure des longueurs ou des aires).

6.3. Les étapes d'EuroMaths

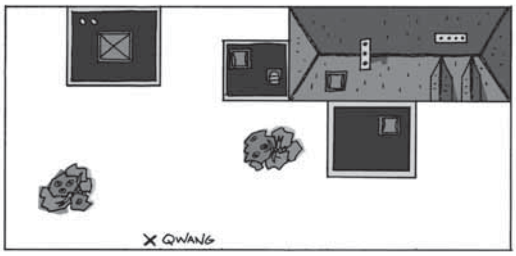
6.3.1. Les relations géométriques fondamentales

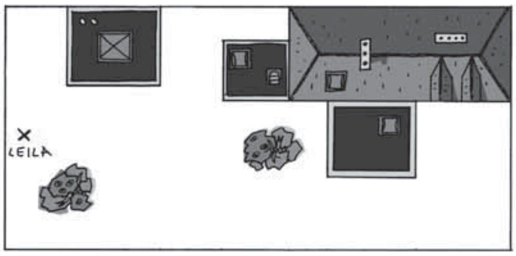
■ La **notion d'alignement** est constitutive de celle de droite. Elle est fondamentale tant dans la vie quotidienne que dans de nombreux problèmes géométriques.

Dans une première étape (étape 3, p. 14-15), il s'agit de prendre en compte les conceptions spontanées des élèves sur l'alignement et les connaissances qu'ils ont déjà construites sur cette notion au CE2 pour les affiner et les consolider.

L'alignement est introduit dans la situation de visée dans l'espace de la cour de récréation liée au jeu de cache-cache. En CE2, ce jeu avait déjà été proposé, les élèves devaient prévoir des endroits où ils pourraient se cacher et les représenter par des points sur le plan. En CM1, ils doivent non plus placer des points isolés, mais déterminer des zones et donc concevoir les droites comme ensemble de points alignés. C'est ce nouveau point de vue que nous cherchons à développer chez les élèves.

Cette situation est reprise dans le micro-espace sur un plan représentant la cour et conduisant les élèves à progressivement se décentrer.





Nous entraînons par ailleurs les élèves, sur le plan technique, à trouver des moyens pour contrôler l'alignement notamment lors du tracé de segments de longueur supérieure à celle de la règle utilisée (en faisant glisser progressivement la règle).

Les élèves sont ensuite conduits à repérer des alignements de points ou de segments dans différentes figures géométriques (étape 4, p. 16), ce qui contribue à mettre en évidence certaines propriétés des figures étudiées et par suite à savoir les décrire, les reproduire ou les construire. Pour repérer ou contrôler des alignements, les élèves sont amenés à utiliser la règle et à « intervenir » sur les figures en prolongeant des segments, en joignant des points, en traçant de nombreux traits non présents sur la figure initiale.

Plusieurs **illusions d'optique** (pages 15, 37, 39, 41) sont là pour mettre en garde les élèves sur la seule perception visuelle et les inciter à vérifier leurs hypothèses avec les instruments adaptés.

■ La **notion de distance** est une notion fondamentale en géométrie.

Les élèves ont déjà rencontré le concept de longueur et ont déjà eu l'occasion de comparer des longueurs et d'en mesurer. Ils ont aussi commencé à envisager la distance de deux points. Dans ce cas, le segment à mesurer n'est pas matérialisé et ils ont donc à concevoir la ligne droite comme plus court chemin entre ces deux points.

Il ne s'agit donc pas ici de tout recommencer, mais de proposer diverses situations pour que les élèves mobilisent leurs connaissances anciennes et que le professeur puisse mieux cibler les éventuels manques pour les combler.

Dans l'étape 12 (p. 36-37), les élèves doivent prendre en charge dans le méso-espace à la fois la construction de la ligne droite reliant deux points et la position du milieu sur le segment défini par ces deux points.

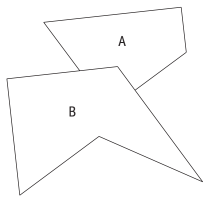
Pour résoudre le problème, les élèves auront à construire des stratégies : mise bout à bout de plusieurs règles, ce qui nécessite de vérifier leur alignement, glissement de la règle sur sa trace, utilisation d'une ficelle tendue pour contrôler le déplacement de la règle graduée, etc. ; tracé du segment, recherche du milieu par mesurage, ou par pliage d'une ficelle, ou bien recherche visuelle à l'œil puis approximations successives, etc.

Reprises dans l'espace de la feuille de papier, ces activités permettent aux élèves de constater que dans le micro-espace, certaines difficultés sont résolues par l'usage des instruments. Rappelons que pour déterminer le milieu d'un segment, la procédure de pliage est à la fois plus précise et plus facile à utiliser puisqu'elle ne dépend ni de la maîtrise de l'instrument ni de la capacité à diviser par deux une mesure de longueur qui peut ne pas être entière.

La distance de deux points permet également de définir la notion de cercle (étapes 13, p. 38-39 et 14, p. 40-41). Le cercle, déjà connu des élèves comme objet tracé avec un compas, prend sa nature d'ensemble de points à égale distance du centre. Cette nouvelle vision du cercle trouve une application très importante dans la construction d'un triangle dont on connaît les longueurs des trois côtés. Cette construction n'a pas à être institutionnalisée au CM1, mais en revanche il est tout à fait intéressant d'en faire une situation de recherche. De même, la surface intérieure d'un cercle va pouvoir être définie comme l'ensemble de points plus proches du centre que ceux du cercle.

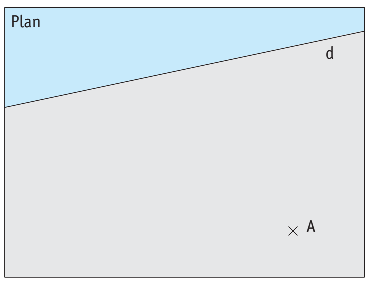
L'habileté manuelle est développée par la reproduction de nombreuses figures composées de cercles.

■ La **notion d'angle** est difficile. Elle peut être envisagée sous différents aspects : angle de vue ou de visée, angle de rotation, angle de figures. Les travaux de Berthelot et Salin ont montré que les situations à mettre en œuvre pour envisager les deux premiers aspects sont très complexes pour des élèves de CM. Nous avons donc fait le choix d'introduire la notion d'angle en tant qu'objet géométrique : portion de plan délimitée par deux demi-droites. Dans l'étape 18 (p. 56), il s'agit d'angles de polygones intervenant dans un jeu d'assemblages, ce qui conduit les élèves à les « voir », à les comparer, à vérifier expérimentalement ce qui est perçu visuellement en utilisant des instruments (ici les gabarits d'angles, et le « porte-angle » constitué de deux bandes de bristol articulées), à les reproduire (étape 19, p. 57).

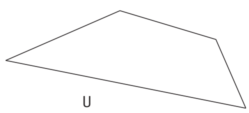


■ La notion de droites perpendiculaires

La distance d'un point à une droite est introduite (étape 20, p. 58-59) dans le méso-espace dans une situation où il s'agit de trouver en se déplaçant sur une ligne droite tracée sur le sol la plus courte distance entre les points de cette ligne et un piquet extérieur à la droite. Cette activité permet d'envisager la droite perpendiculaire à la ligne droite tracée au sol comme moyen d'obtenir la plus courte distance (mais les discussions peuvent être âpres). (Ce point de vue avait déjà été développé en CE2 avec le jeu de « Un, deux, trois, soleil ! »)



Cette approche complète la notion de droites perpendiculaires comme étant deux droites formant quatre angles droits. Le passage du méso-espace au micro-espace permet de revoir l'identification et le tracé de droites perpendiculaires. Les élèves découvrent par exemple que deux côtés d'un polygone peuvent être perpendiculaires sans être adjacents et donc sans former visiblement un angle droit (exercice 6, étape 20).



La notion d'angle droit, quant à elle, a déjà fait l'objet d'un travail important au cycle 2 et au CE2 mais il est fréquent que des élèves maîtrisent encore mal cette notion en arrivant au CM. Ainsi, certains ne réussissent pas à identifier l'angle droit de leur équerre, d'autres n'identifient les angles droits qu'en position « prototypique » (horizontale, verticale), d'autres pensent qu'il suffit de dessiner le petit symbole de l'angle droit pour qu'un angle le soit. Cette confusion entre la nature de l'angle et sa désignation par un symbole doit être vite repérée pour être corrigée

Nous suggérons la confection et l'utilisation d'équerres en papier. En effet, le double pliage qui permet de réaliser une équerre met en évidence que deux droites perpendiculaires se coupent en faisant quatre angles droits. Par ailleurs, si l'on prend soin d'utiliser des feuilles non rectangulaires, l'équerre obtenue met en évidence un seul angle, l'angle droit, elle est donc plus facile à utiliser pour vérifier si des angles sont effectivement des angles droits.

Nous insistons sur le vocabulaire (un peu lourd !) mais indispensable pour éviter les confusions :

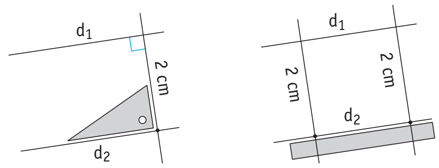
– deux droites qui se coupent en faisant un angle droit (donc quatre) sont deux droites perpendiculaires entre elles ;

– plusieurs droites peuvent être chacune perpendiculaires à une droite donnée. Mais on ne peut pas globaliser cette situation en disant « les droites sont perpendiculaires ». (La relation « être perpendiculaire à » n'est pas transitive, elle ne peut donc concerner qu'une paire de droites.)

Nous avons fait le choix de travailler séparément la notion de droites perpendiculaires et celles de droites parallèles pour que les spécificités de ces deux notions soient clairement identifiées.

■ La notion de droites parallèles

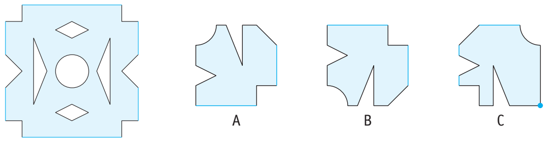
C'est encore la distance de deux points qui permet dans le méso-espace de construire la notion de droites parallèles (étape 26, p. 72-73) comme droites ayant un écartement constant. Dans la cour, les élèves doivent placer plusieurs points à une distance fixée (entre 5 m et 10 m) d'une droite donnée d. Pour cela, ils doivent prendre en charge la nécessité de reporter la distance choisie sur une demi-droite perpendiculaire à la droite donnée, contrôler la perpendicularité (avec une équerre de tableau par exemple), puis contrôler la distance en prenant naturellement un instrument de mesure. La nécessité de placer plusieurs points dans un temps limité (situation de jeu de compétition) conduit à améliorer cette stratégie de construction point par point et à avancer ainsi vers la solution experte consistant à placer deux points et à tracer la droite passant par ces deux points. Cette nouvelle caractérisation du parallélisme complète la vision première de deux droites parallèles comme perpendiculaires à une même troisième droite. Ces deux aspects permettent de justifier les deux constructions de deux droites parallèles avec la règle et l'équerre.



Nous insistons sur l'acquisition d'une certaine maîtrise du vocabulaire en travaillant sur les formulations proches renvoyant à des réalités différentes, par exemple « les droites d et f sont perpendiculaires » et « les droites d et f sont perpendiculaires à la droite h », qui traduit que d et f sont parallèles entre elles.

La symétrie axiale

La notion de symétrie est reprise dans la situation des napperons (étape, p. 146-147) déjà envisagée au CE2 : les élèves ont à anticiper l'effet du découpage sur un papier plié en deux ou en quatre.



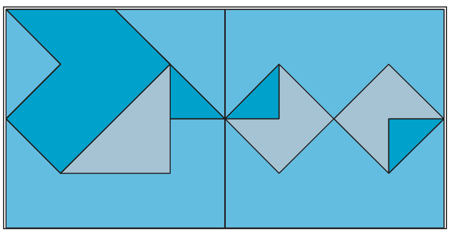
Cette situation leur permet de mettre en œuvre plusieurs « théorèmes en acte », le rôle de la manipulation étant ici d'être la « matérialisation » de l'anticipation et un moyen efficace de validation.

Dans l'étape 60 (p. 148-149), toujours dans des situations d'anticipation, les élèves vont trouver les axes de symétrie des polygones usuels. L'étape 63 (p. 156-157) est consacrée à la manière de compléter une figure dont on sait qu'elle admet un ou plusieurs axes de symétrie (lien entre l'aspect statique de la symétrie axiale et son aspect dynamique). Ce travail est repris à l'étape 81 (p. 194), en faisant varier les supports et les techniques de tracés.

6.3.2. Les figures planes

Comme nous l'avons déjà dit, il s'agit d'accompagner les élèves à « changer leur regard » sur les figures géométriques. D'une perception visuelle globale de la figure en tant qu'objet matériel, ils doivent passer à une perception locale instrumentée des éléments qui constituent la figure dessinée, de manière à affiner l'image mentale qu'ils doivent construire de cette figure. Cette image mentale, pour être fonctionnelle par la suite, doit être « la synthèse mentale » d'images perceptives nombreuses (par exemple pour le carré : des carrés dessinés sur divers supports, de diverses dimensions, dans toutes les positions, intégrés dans des figures complexes, etc.) et de propriétés géométriques mises en mots (par exemple pour le carré, la présence de 4 angles droits, l'égalité de longueur des 4 côtés) ayant permis la catégorisation de l'ensemble de ces images sous la même « rubrique » (pour notre exemple la rubrique « carré »).

■ Pour cela, nous proposons de nombreuses activités de **description, reproduction ou construction de figures** (étapes 1, 14, 27, de consolidation p. 98, 37, 42, 47) au cours desquelles les élèves ont à analyser, émettre des hypothèses, les vérifier, les mettre en mots, les communiquer, les traduire par des tracés.



Rappelons aussi que nous envisageons un apprentissage « spiralaire » et non linéaire, les connaissances apprises et les compétences développées sont régulièrement mobilisées pour être affinées et complétées.

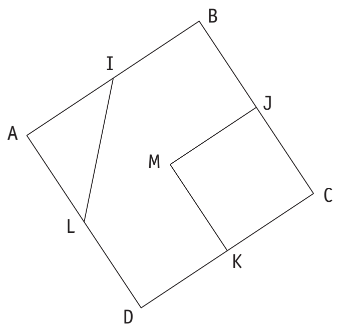
■ **La mise en mots des propriétés des figures** est une étape fondamentale dans le travail de conceptualisation de la notion de figures planes.

Un travail spécifique sur le fonctionnement du langage mathématique est proposé lors de nombreux jeux de portrait (étapes 27, p. 74-75, et de consolidation, p. 98, et dans plusieurs mises en route) qui développent aussi les capacités d'observation des élèves. Rappelons à ce sujet que, contrairement au langage usuel, le langage mathématique ne suit pas le principe de l'information maximum. Ainsi la phrase « un carré a deux angles droits » est une phrase vraie en mathématiques (puisque le carré a 4 angles droits il en a, a fortiori, 2) ; de même, dans un jeu de portrait, si une figure est un carré, à la question « La figure est-elle un rectangle ? » la réponse est « Oui » puisque tous les carrés sont des rectangles (particuliers).

■ Dans les classes antérieures, les élèves ont souvent eu à effectuer des classements de figures à partir de différents critères qu'ils devaient définir ou qui leur étaient donnés. Nous proposons la démarche inverse (étape 27) : des polygones différents sont regroupés et c'est aux élèves de **trouver le critère commun** à tous ces polygones.

Notons que les propriétés qui sont données pour caractériser les polygones (étape 27) sont souvent surabondantes. Tout au long du cycle 3, la recherche de propriétés caractéristiques notamment pour les quadrilatères usuels n'est pas un objectif à atteindre. Ce travail relève spécifiquement du collège, même si certaines activités en fin de cycle 3 peuvent permettre d'amorcer ce nouveau changement de point de vue.

■ Nous conduisons les élèves à se familiariser avec des **figures complexes composées de figures simples** (étape de consolidation p. 98) et à prendre conscience de la nécessité dans certains cas de nommer les points pour pouvoir parler des éléments et des sous-figures qui composent la figure et de leurs positions relatives (étape 37, p. 100-101). Pour que la reproduction de ces figures « complexes » nécessite de les analyser de manière locale (recherche de milieux, alignement, parallélisme, orthogonalité, centre de cercles, de demi-cercles...), les figures proposées comportent des éléments qui sont nécessaires à leur construction mais qui ont été effacés et que les élèves doivent donc restaurer.



■ Nous avons choisi délibérément de faire **reproduire de nombreuses figures en les agrandissant** (étapes 14, de consolidation p. 37, 42, 47, 98) pour que l'analyse du modèle soit indispensable. Rappelons que lorsque l'on a à reproduire une figure à même échelle que le modèle, il suffit de procéder par report de longueur sans nécessairement analyser les propriétés de la figure, ce qui n'est pas notre objectif en cycle 3. Par ailleurs, nous imposons l'échelle de reproduction par la donnée de certains éléments déjà tracés et non par un coefficient multiplicateur d'agrandissement, car nous souhaitons que les élèves restent dans le domaine de la géométrie et n'utilisent pas le mesurage et la proportionnalité. L'enseignant peut ainsi préparer la figure agrandie sur un papier calque ou un transparent pour que les élèves puissent valider ou invalider leur travail par superposition du calque sur leur propre construction. Ce procédé de validation permet aux élèves de prendre en charge eux-mêmes la vérification de leur travail et la décision éventuelle de recommencer. Pour cela, il est nécessaire de leur apprendre à distinguer les erreurs liées à la précision dans la manipulation des instruments (écarts de 1 ou 2 mm), erreurs qui sont rectifiables par une attention soutenue et un soin particulier, et les erreurs liées à une analyse insuffisante de la figure, au choix d'un instrument inadapté ou à une mauvaise utilisation des instruments ; ces dernières doivent être au contraire prises en compte par l'enseignant et retravaillées avec les élèves concernés lors de moments spécifiques.

■ Il est nécessaire de travailler le **lien entre une figure complexe et les instructions** permettant de la construire (étape 47, p. 122-123). Ce nouvel enjeu complexifie la question de la formulation : pour que la réalisation effective soit possible, il faut déclarer tout ce qu'il est nécessaire de dire et le faire en hiérarchisant les instructions, c'est-à-dire en prévoyant un ordre dans lequel les donner. Cette organisation spécifique des informations nécessite pour les élèves de se décentrer de leur place d'observateur pour se mettre à la place du récepteur du programme de construction qui, lui, n'a jamais vu la figure.

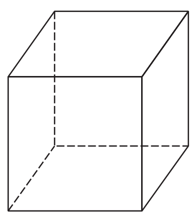
■ Nous insistons par ailleurs sur différents rôles des **tracés à main levée** :
– schémas permettant une construction (étape 37, p. 100-101) ;
– croquis permettant de traduire l'image mentale que l'on s'est construite d'une figure géométrique en lisant un message de construction (étape 47, p. 122-123).

La géométrie complète ainsi son aspect pragmatique et instrumenté par un aspect plus théorique dans lequel les figures ne sont plus des objets matériels, mais des objets « virtuels » définis par leurs propriétés.

6.3.3. Les solides

Les compétences des élèves sont développées essentiellement sur les cubes et les parallélépipèdes rectangles, mais les problèmes posés concernent divers solides de manière à ce que les propriétés spécifiques des cubes et parallélépipèdes rectangles apparaissent clairement (étapes 76, p. 182-183 et 77, p. 184-185).

Rappelons que plusieurs activités doivent être réalisées avec de « vrais solides » (étape 76) et non sur des représentations planes. En effet, un des enjeux du travail proposé est justement de permettre aux élèves de se construire des images mentales « dynamiques » des solides les plus courants à partir de manipulations, descriptions, identifications, dénombrements d'éléments les constituant, de manière à pouvoir envisager qu'un solide peut être représenté sur une feuille de papier par une figure plane généralement très différente de l'objet en dimension 3 faisant perdre de nombreuses informations sur le solide. Ainsi sur la représentation en perspective cavalière d'un cube, on ne peut pas « voir » que toutes les faces sont des carrés puisque 4 d'entre elles sont représentées par des parallélogrammes.

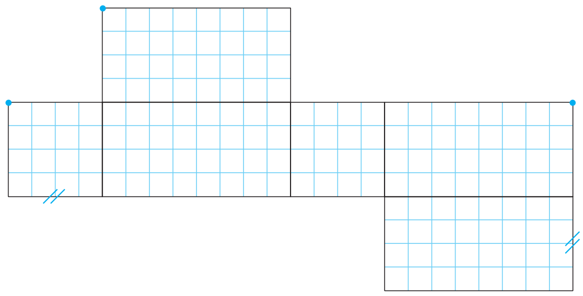


Un premier travail consiste donc à identifier les solides représentés grâce à divers indices conventionnels les rendant reconnaissables.

Rappelons aussi que le vocabulaire géométrique se met en place dans des situations où il est nécessaire de l'utiliser, c'est la raison pour laquelle nous proposons des jeux de portrait qui nécessitent le recours au langage (étape 76, p. 182-183). Ces jeux, de même que la recherche de propriétés communes à différents solides mis ensemble, permettent de développer les capacités d'observation, d'analyse, mais aussi des compétences langagières et logiques.

Comme pour les activités analogues sur les figures planes, deux usages de la langue s'affrontent et peuvent se « contredire ». Donnons un exemple : supposons que le solide à trouver soit un parallélépipède rectangle. À la question « Le solide a-t-il 4 faces rectangulaires ? », la réponse du mathématicien est « Oui » : puisqu'il en a 6, il en a *a fortiori* 4. La réponse en langage courant est « Non » : puisqu'il en a 6, il n'en a pas 4 ! Le mathématicien entend la question sous la forme « Le solide a-t-il au moins 4 faces rectangulaires ? » tandis qu'en langage courant on entend la question sous la forme : « Le solide a-t-il exactement 4 faces rectangulaires ? ». L'enseignant doit être bien au clair avec ces questions et, pour éviter les difficultés, il peut entraîner ses élèves à utiliser les formulations avec les expressions « au moins », « au plus », « exactement ».

Une seconde grande série d'activités sur les solides consiste à mettre les élèves en situation d'anticiper la construction d'un solide à partir d'un de ses patrons avant de l'effectuer (étape 77, p. 184-185).



Pour cela, les élèves doivent repérer, avant de faire le montage, les faces qui seront adjacentes une fois le solide construit ainsi que les sommets qui coïncideront au montage. Les relations d'adjacence seront matérialisées sur le patron avec des codes couleurs, avant que celui-ci ne soit découpé et monté pour permettre la vérification (cela correspond à la recherche de l'emplacement des « languettes » pour une construction du solide en carton). Ce travail nécessite une bonne connaissance de l'espace et la mise en œuvre de raisonnements déductifs. Plusieurs variables interviennent dans cette activité, notamment le choix du polyèdre et celui de son patron. L'anticipation se trouve très facilitée si le polyèdre a des faces de formes différentes et des arêtes de longueurs différentes. Il en est de même si le patron choisi est peu « compact ». Nous commençons donc par un travail sur un patron « classique » de parallélépipède rectangle.

Apprendre à « voir » dans l'espace nous semble en effet être une compétence à développer très tôt par des activités présentant un réel enjeu pour les élèves.

7

Grandeurs et mesures

7.1. État des lieux

Le domaine de la mesure est un lieu privilégié pour lier les mathématiques aux « choses de la vie » et rapprocher l'enseignement des mathématiques de ceux de l'histoire, de la géographie, des sciences expérimentales et de la technologie. De plus, les activités liées à la mesure font intervenir en étroite relation des notions géométriques et des notions numériques qui contribuent à une meilleure maîtrise des unes et des autres.

Enfin, c'est dans ce domaine que les notions d'ordre de grandeur, d'approximation et de précision prennent leur sens. Les élèves abordent là des notions qui sont relativement nouvelles puisque la plupart des activités mathématiques qu'ils ont menées jusqu'alors les conduisaient à travailler essentiellement avec des valeurs exactes.

La comparaison des grandeurs peut-être traitée par différentes méthodes qui ont été mises en œuvre dès le cycle 2 :

– la comparaison directe : juxtaposition, superposition, mise en regard de deux objets, utilisation de la balance Roberval pour les masses ;

– la comparaison indirecte par recours à un objet intermédiaire, à un instrument de report (longueur servant de gabarit, masse de référence) ;

– le recours à la mesure par l'utilisation d'un étalon (la grandeur unité) et l'association d'un nombre à une grandeur.

Au cycle 3, la construction du sens de certaines grandeurs indépendamment de la mesure se poursuit. Ainsi, la mesure de certaines grandeurs peut s'effectuer sans recours à un mesurage effectif (aire d'un rectangle trouvée par le produit de la longueur par la largeur, durée mesurée à l'aide des horaires de début et de fin).

7.2. Mathématiques et expérience

Une des principales questions que pose la didactique est de comprendre quelles expériences promouvoir pour diffuser telle ou telle connaissance. « On peut accéder à la connaissance d'un domaine en questionnant directement le monde et en la redécouvrant en en faisant pour soi-même l'expérience. Mais on peut aussi avoir un accès à la connaissance de ce domaine par l'intermédiaire des savoirs. Cet accès permet de faire l'économie d'une part très importante des expériences qu'il y aurait à faire pour reproduire cette connaissance. Mais en même temps il n'est que très partiel et ne saurait se substituer entièrement à une expérience du domaine de la connaissance en cause. En particulier il y aura déperdition de sens, car les savoirs ne sauraient restituer sans altération tout le sens d'une connaissance ». [CONNE 1997].

Or les mathématiques se sont, pour des raisons que nous ne développerons pas ici, éloignées des sciences expérimentales. De sorte que les rencontres des élèves avec le mesurage effectif de grandeurs en vue de contribuer à la construction de nouvelles connaissances ne s'effectuent pas assez souvent. C'est pour remédier à cela que nous avons construit de nombreuses « activités préparatoires de découvertes » et « découvertes » qui utilisent les grandeurs et leur mesurage. Le travail sur les grandeurs n'est pas réduit aux étapes directement destinées à ces deux concepts : nous maintenons un équilibre, dans chaque étape, entre les exercices plutôt formels et les exercices faisant appel à des expériences de la vie courante, donc à des grandeurs.

7.3. Mesure de grandeurs et production de savoirs

Commençons par les nombres entiers : dénombrer c'est mesurer (mesurer le nombre d'éléments d'une collection, c'est-à-dire une grandeur « discrète »). Construire les fractions et les nombres décimaux, c'est trouver une solution à l'impossibilité de mesurer avec les nombres entiers des grandeurs continues comme la longueur d'un segment. C'est donc dans un milieu de mesurage que se construisent les nombres. Mais ce milieu du mesurage produit bien d'autres savoirs.

Prenons l'exemple du système métrique. On considère trop souvent le système métrique comme une organisation des unités dictée par le seul souci de rationaliser les informations relatives au mesurage. C'est oublier un peu vite que le système métrique constitue la réponse à l'utilisation optimale de la numération dans les actes de mesurage : pour additionner deux longueurs, le système métrique permet de « confondre » l'addition des informations de mesurage avec l'addition dans les nombres.

C'est pour cela qu'il a été construit. Pour s'en convaincre, il suffit de voir combien les travaux sur les durées sont rendus pénibles à cause du manque d'adéquation entre les unités de temps et la base dix. Les unités de mesure du temps forment un système complexe en partie sexagésimal. Les pratiques sont d'ailleurs en train de changer : pour les petites durées, on parle de dixièmes, de centièmes, de millièmes (de seconde).
Prenons un autre exemple. Considérons le partage d'une grandeur dont les unités ne sont pas en phase avec la numération en base dix : soit à partager en 5 parties égales 43 livres (unité monétaire ancienne). On sait qu'une livre égale 20 sols et qu'un sol égale 12 deniers. La démarche du partage doit s'accommoder du contexte et le recours à la division n'apporte pas de réponse immédiatement satisfaisante. Or, de nos jours, si l'on veut partager une somme de 43 euros en 5 parts de façon équitable, l'usage « réflexe » de la division permet d'aboutir directement à 8,60, soit 8 euros et 60 centimes d'euros sans passer par des conversions d'unités.
Le système métrique permet donc de traiter les problèmes arithmétiques sur les grandeurs en travaillant à moindre coût à l'aide des opérations sur les nombres.

7.4. Mesure de grandeurs et instruments de mesure

Les instruments actuels de mesurage des grandeurs renvoient directement au nombre. Les machines à affichage direct on rendu inutile l'utilisation des diverses « unités concrètes » (les étalons et leurs multiples ou sous-multiples) pour la plupart des grandeurs. La balance Roberval permettait de comparer directement des grandeurs (masses) sans se référer au nombre, ce que ne peut faire une balance digitale. La montre analogique informe en utilisant un espace (arcs de cercles). La montre digitale informe à l'aide d'un nombre. Actuellement, beaucoup d'artisans mesurent des longueurs à l'aide d'un laser qui informe directement à l'aide d'un nombre. Les techniques de mesurage ont donc considérablement évolué en peu de temps. Elles conduisent à un rabattement sur le nombre. Or les techniques de mesurage constituaient un milieu propice à l'émergence de savoirs non seulement relatifs à la mesure, mais aussi relatifs au travail sur les approximations, les ordres de grandeurs, les proximités numériques. Par exemple, si les plateaux d'une balance sont presque en équilibre, c'est qu'il n'y a que quelques grammes de différence. Aujourd'hui, il n'est pas rare de voir des élèves « batailler » autour d'une balance digitale qui affiche 245 ou 246 grammes en pensant que ce n'est vraiment pas pareil. Cette culture « physique » de l'« à peu près » ne peut donc plus être acquise aussi facilement. Les savoirs relatifs à l'approximation ne trouvent plus toujours leur biotope. Les professeurs sont hésitants à présenter une balance Roberval, objet plutôt « désuet » dans la vie courante, mais difficilement remplaçable pour une bonne représentation de la notion d'équilibre des masses.

7.5. Les étapes d'EuroMaths

Rappelons que, dans de nombreuses étapes, les problèmes proposés aux élèves font intervenir la mesure qu'il s'agisse des situations de découverte ou d'exercices d'entraînement ou de réinvestissement. Ainsi, par exemple, la construction des nombres fractionnaires ou décimaux s'appuie sur des situations faisant intervenir les longueurs et les aires. De même, le travail d'organisation et de gestion de données et de nombreux problèmes pour étudier les opérations arithmétiques portent souvent sur des grandeurs repérables ou mesurables. Dans ces cas, les grandeurs et leur mesure sont des supports et outils de travail et c'est la notion visée ou le thème envisagé qui est mis en avant. En revanche, elles sont étudiées en tant qu'objets dans les étapes identifiées « mesure de grandeur ».

Les longueurs

Les élèves ont déjà rencontré au CE2 le concept de longueur et ont déjà eu l'occasion de comparer des longueurs et d'en mesurer soit directement avec une règle graduée, soit indirectement en utilisant un objet intermédiaire, notamment quand les objets à comparer étaient éloignés ou indéplaçables ou encore quand ils n'étaient pas rectilignes.

En CM1, nous proposons diverses situations pour que les élèves mobilisent leurs connaissances anciennes, les complètent, les fassent évoluer.

Après avoir travaillé les notions de distance entre deux points (étapes 12, p. 36-37 et 13, p. 38-39) et de distance d'un point à une droite (étape 20, p. 58-59), nous proposons aux élèves d'estimer diverses distances, de les comparer (étape 28, p. 76-77). La connaissance et l'utilisation des « étalons corporels » (étape 28) nous paraît intéressante à double titre : d'une part d'un point de vue pragmatique, le recours à ces étalons est un bon moyen pour estimer des longueurs lorsque l'on ne dispose pas d'outils de mesurage, d'autre part, d'un point de vue historique, ces étalons étaient à la base des systèmes de mesure utilisés. Leur abandon correspond à une volonté d'uniformiser les mesures dans la nation. On peut souligner ici le caractère à la fois arbitraire et conventionnel des unités légales actuelles du système métrique, mais leur organisation calquée sur la base dix n'a rien d'arbitraire, comme nous l'avons vu plus haut. Ce caractère conventionnel des unités est renforcé par la prise de conscience (étape 29, p. 78-79) que le système métrique n'est pas couramment utilisé dans certains pays, même proches de la France comme l'Angleterre. Le travail de conversion d'unités non adaptées à la base dix prend alors tout son sens. L'étape 32, p. 84-85, permet aux élèves de découvrir que les tailles de vêtements et les pointures de chaussures sont liées aux longueurs et varient d'un pays à l'autre.

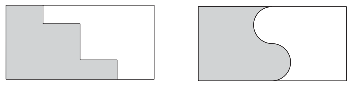
La notion de périmètre est abordée (étape 30, p. 80) dans le cadre des polygones. Il s'agit, par des activités de mesurage effectif, d'estimation, de calcul dans le méso-espace et dans le micro-espace d'aider les élèves à s'approprier correctement et durablement ce concept de périmètre et de contribuer ainsi à éviter les confusions ultérieures entre aire et périmètre. Dans cette étape, sont introduites les « formules littérales » de calcul du périmètre du carré et du rectangle. La difficulté pour les élèves n'est pas ici le calcul effectif du périmètre, mais l'introduction de « lettres » pour désigner des nombres que l'on ne connaît pas et l'utilisation de signes d'opérations entre ces lettres. Il faudra donc être vigilant au sens que les élèves vont attribuer à ces formules de manière à ne pas hypothéquer l'entrée ultérieure dans le calcul algébrique.

Les aires

Le concept d'aire est particulièrement difficile à envisager, notamment parce qu'il n'existe pas d'instrument de mesure directe de l'aire d'une surface.

La confusion fréquente, du moins dans le langage, entre la figure géométrique, sa surface et son aire conduit souvent les élèves à des erreurs. Rappelons que nous travaillons en CM sur l'aire de surfaces planes délimitées par des figures géométriques généralement polygonales. Une « surface » est un « objet géométrique », c'est un ensemble de points du plan. L'aire est une grandeur attachée à une surface, invariante lorsque l'on modifie la forme de la surface par découpage et recollement sans chevauchement. Cette grandeur évoque l'espace occupé par la surface. Pour rendre compte de l'aire d'une surface ou pour comparer les aires de deux surfaces qui ne peuvent être rendues superposables, on introduit la mesure, qui est un couple défini par un nombre et une unité de référence.

Pour permettre aux élèves de bien comprendre ce qui vient d'être dit, nous avons fait le choix de proposer (étape 43, p. 114-115) plusieurs activités de comparaison d'aires par superposition, découpage, recollement, sans faire intervenir les nombres. Cette introduction nous permet, de plus, d'enrichir le sens des fractions (étape 44, p. 116-117). En effet, l'aire d'un rectangle étant choisie pour unité, si on partage ce rectangle en deux parties exactement superposables, chacune a une aire qui correspond à $\frac{1}{2}$ unité.



Il sera dès lors possible de donner du sens aux expressions fractionnaires $\frac{1}{4}$; $1 + \frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$, etc.

Le lien avec le pavage d'une surface par un étalon est ensuite assuré.

La propriété fondamentale d'additivité de l'aire (l'aire d'une surface obtenue par recollement de deux surfaces est égale à la somme des aires des deux surfaces) est envisagée dans de nombreuses activités de pavage d'une surface par d'autres surfaces ou de construction de surfaces d'aire imposée.

Les étapes 61 (p. 152-153) et 62 (p. 154-155) confortent le travail mené dans les étapes précédentes. Les « formules » de calcul seront introduites en CM2.

Les durées

Les activités proposées (étape 41, p. 110-111) reprennent et complètent le travail effectué en CE2 : distinction des notions d'instant et de durée, notion de chronologie, connaissances des unités et de leurs relations. La grandeur « durée » présente une spécificité : il est très souvent impossible de faire des comparaisons directes de durées, par conséquent on est obligé la plupart du temps de les mesurer, et d'effectuer des calculs. Or les unités de mesure du temps forment (nous l'avons vu) un système complexe en partie sexagésimal. Dans ce domaine, les élèves vont pouvoir résoudre par le calcul de nombreux problèmes issus de la vie quotidienne ou sociale.

L'étape 49 (p. 126-127) aborde la notion de décalage horaire. Le travail proposé est à mener en lien avec l'enseignement de la géographie.

Les contenances

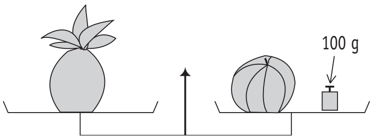
L'étape 58 (p. 145) propose une approche de la notion de contenance (ou volume intérieur d'un récipient). Il s'agit d'un travail sur l'unité de contenance qu'est le litre, sur ses multiples et sous-multiples, sur les conversions d'unités et sur les ordres de grandeurs.

Les masses[21]

L'étape 84 (p. 198-199) est consacrée à l'étude des masses. Il s'agit d'un travail qui peut être mené en interdisciplinarité avec les sciences.

21. Nous utilisons indifféremment les termes « masse » et « poids », le programme de cycle 3 en sciences précise que la distinction est laissée pour le collège.

La notion d'équilibre est fondamentale. C'est elle qui permet de comparer des masses directement sans recours à leur mesure. La balance Roberval ou toute autre balance à deux plateaux, ou même les balançoires « trébuchet-bois » des jardins publics, permettent d'avoir une représentation simple de cette notion d'équilibre.



Aussi, si l'école n'en possède pas, nous conseillons au professeur de prendre le temps de faire fabriquer aux élèves une balance « primitive » leur permettant de donner du sens à la schématisation utilisée pour représenter un équilibre. Cette notion d'équilibre permet également aux élèves de construire des stratégies personnelles de calcul pour résoudre des problèmes liés à la double pesée ou encore à la pesée par différence et de rencontrer physiquement les approximations.

Comme pour d'autres grandeurs, le travail sur les masses permet de renforcer le sens des nombres non entiers (fractions et décimaux) en découvrant leur utilité dans des situations concrètes dès lors que l'on souhaite donner le résultat de la mesure d'une grandeur continue en utilisant une seule unité.

L'Aide-mémoire, pages 21 et 22, synthétise tout ce travail effectué sur les longueurs, les aires et périmètres, les masses, les contenances, les durées.

Partie 2

Étape par étape

Addition et soustraction : problèmes

MANUEL P. 8

Objectif

Revoir différents sens de l'addition et de la soustraction dans différents contextes.

Pourquoi cette étape ?

C'est une séance particulière : le premier travail en mathématiques de l'année scolaire. Il s'agit avant tout pour le professeur de constituer le groupe classe et montrer aux élèves ce qu'il attend d'eux au cours d'une séance de mathématiques. Il nous semble donc intéressant de mener ce travail avec la classe entière bien que ce soit, quant au contenu, une étape de consolidation (voir page 11) pour revisiter l'addition et la soustraction.

Ce travail permet aussi au professeur de **faire le point** sur les compétences des élèves à résoudre **différents types de problèmes additifs et soustractifs** (voir partie 1, p. 26). Les nombres que nous avons choisis sont du domaine familier pour que les élèves s'engagent aisément dans des procédures de **calcul réfléchi**.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 10 en 10 en croissant à partir de 0, en croissant et en décroissant à partir d'un nombre quelconque.

Il s'agit de renforcer la connaissance de la suite orale des dizaines.

Exercice dirigé

Nous proposons de faire lire silencieusement l'ensemble de l'exercice dirigé. Faire distinguer les quatre questions.

Après un temps de travail individuel, reprendre alors en collectif chaque question successivement.

■ Question 1

Recherche d'un tout, connaissant les deux parties qui le composent. Le problème peut être résolu par du calcul réfléchi.

Réponse : 75 + 15 = 90.

■ Question 2

Recherche de l'état initial, connaissant deux transformations et l'état final. Le domaine numérique est familier, les calculs relèvent du calcul réfléchi mais ce type de problème est plus complexe que le précédent. De plus, il comporte une difficulté liée à l'interprétation du mot « reste » qui est très souvent inducteur d'une soustraction alors qu'il va ici engager une addition.

Procédures souvent observées

– Essayer de rester au plus près de l'action en recherchant d'abord le montant de la dépense 95 + 65 = 160, puis, pour reconstituer la somme de départ, ajouter ce qu'il reste soit 160 + 35 = 195.

– Avoir compris que les 3 nombres sont à additionner et effectuer le calcul directement : 95 + 65 + 35 = 195.

– Procédure erronée : ne pas avoir compris le sens de « Il lui reste alors 35 €. » et procéder en deux temps : 95 + 65 = 160 puis 160 – 35 = 125.

Si la discussion autour des différentes procédures ne permet pas à certains élèves de comprendre la situation, ils pourront la simuler avec de l'argent fictif.

■ Question 3

Cette fois le problème comporte deux étapes.

Plusieurs procédures possibles

– Une procédure simulant ce qu'il reste dans le porte-monnaie après les achats successifs : 120 – 82 = 38 ; 38 – 24 = 14. Lorsque la directrice aura acheté le canapé et le casier à livres, il lui restera 14 € ce qui ne suffira pas pour acheter le fauteuil à 30 €.

– Une procédure simulant tous les achats possibles : 82 + 24 + 30 = 136 et comparaison entre cette dépense potentielle et le budget de la directrice.

■ Question 4

Recherche de la transformation, connaissant l'état initial (100 €) et l'état final (43 €). Cet exercice nécessite une mise en commun pour clarifier ce que l'enseignant attend des élèves en ce qui concerne la présentation de leur travail.

Après un temps de travail individuel, relever les réponses des élèves à la question « Combien a-t-elle dépensé ? ».

Ce n'est qu'ensuite que l'on pourra analyser les procédures mises en œuvre par les enfants du manuel :

1. Alice interprète le problème en mettant en œuvre une soustraction 100 – 43 qu'elle n'écrit pas mais qu'on peut reconstruire à partir de sa procédure de calcul. Elle donne une réponse rédigée au problème.
2. Qwang ne montre pas comment il est parvenu à sa réponse.
3. Théo met en œuvre une procédure additive qui n'a

donc pas de sens pour ce problème. Le calcul lui-même est toutefois correct et la réponse rédigée.

4. Leïla se pose la question « Quel nombre faut-il ajouter à 43 pour obtenir 100 ? » qui est bien celle du problème. Le dernier nombre écrit correspond à la solution mais Leïla ne reprend pas ce résultat dans une phrase réponse.

Conclure sur ce que le professeur attend de ses élèves :
– montrer comment ils ont fait pour trouver la solution ;
– rédiger, sous forme de phrase, la réponse à la question posée.

Exercices

Pour chaque exercice, le déroulement peut s'organiser de la façon suivante :
– lecture silencieuse des consignes et reformulation ;
– travail individuel ou/puis à deux, aide personnalisée si nécessaire ;
– correction individuelle adaptée aux erreurs éventuelles.

• Exercice 1

Recherche du référé (âge de Paul) dans une comparaison. Le référent est connu (16 ans), la comparaison aussi (+ 8 ans).

• Exercice 2

Recherche du référent (âge de Loïc) dans une comparaison. Le référé est connu (27 ans), la comparaison aussi (+ 6 ans). À la différence de l'exercice 1, le mot « plus » agit sur ce qui est cherché, ce qui constitue une difficulté.

• Exercice 3

Problème du type état initial-transformation-état final. La question porte sur l'état initial.

• Exercice 4

Problème du type partie-partie-tout. On connaît le tout (50 km) et une partie (36 km), il faut chercher l'autre partie.

ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition et soustraction (1)

MANUEL P. 9

Objectif

S'entraîner à choisir une méthode de calcul en fonction des nombres en jeu et à automatiser certains calculs.

Pourquoi cette étape ?

Cette deuxième séance de mathématiques porte sur des connaissances anciennes des élèves. Toutefois, pour les mêmes raisons que pour la séance précédente, nous proposons au professeur de la mener avec toute la classe. Elle lui permettra aussi de **faire le point** sur les compétences des élèves, cette fois dans le domaine du **calcul réfléchi additif et soustractif**. À l'issue de cette étape, il conviendra, si c'est nécessaire, de mettre en place des ateliers spécifiques pour entraîner les élèves aux procédures de calcul réfléchi qu'ils ne maîtrisent pas.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : une fiche autocorrective (p. 242).

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 5 en 5, en croissant ou en décroissant à partir d'un multiple de 10 puis à partir d'un nombre quelconque.

Exercices

Le déroulement peut s'organiser ainsi : travail individuel ; autocorrection grâce à la fiche autocorrective proposée (p. 242), le professeur apportant une aide individuelle adaptée aux erreurs relevées.

Une correction collective peut être profitable pour les exercices ayant posé problème à plusieurs élèves : recenser les réponses, faire expliciter les procédures utilisées, mettre en évidence les procédures expertes.

• Exercice 1

Ajouter ou soustraire un nombre plus petit que 10

Quelques procédures à mettre en évidence

Pour additionner un nombre plus petit que 10 :
– on peut utiliser la commutativité
8 + 17 = 17 + 8
– on passe par le multiple de 10 le plus proche
17 + 8 = 17 + 3 + 5 = 20 + 5 = 25
– on utilise le répertoire additif
36 + 7 = 30 + 6 + 7 = 30 + 13 = 43

Pour soustraire un nombre plus petit que 10 :
– soit le chiffre des unités du nombre de départ est plus grand que le nombre à enlever, on utilise alors le répertoire soustractif
Exemple : 129 – 7 9 – 7 = 2 129 – 7 = 122
– soit on décompose ce nombre en fonction du chiffre des unités du nombre de départ
Exemples : 163 – 9 = 163 – 3 – 6 = 154
135 – 7 = 135 – 5 – 2 = 128

Ajouter ou soustraire un multiple de 10

Une procédure à mettre en évidence

Pour ajouter ou soustraire un multiple de dix, on peut opérer directement sur le nombre de dizaines.
Exemples :
125 + 20 ; 12 dizaines plus 2 dizaines, c'est 14 dizaines ; 125 + 20 = 145
513 – 40 ; 51 dizaines moins 4 dizaines, c'est 47 dizaines ; 513 – 40 = 473

Ajouter ou soustraire un multiple de 100

Quelques procédures à mettre en évidence

– Certains calculs sont automatisés : 36 + 200 ; 25 + 100 ; 26 + 300.
– Pour calculer 489 + 500, on peut opérer directement sur les centaines :
4 centaines + 5 centaines égalent 9 centaines.
De même pour soustraire un multiple de 100.
Exemple : 1 300 – 200 ;
13 centaines moins 2 centaines égalent 11 centaines ;
1 300 – 200 = 1 100.

Ajouter ou soustraire un nombre compris entre 10 et 20

Une procédure standard

Décomposer un des nombres à ajouter ou le nombre à enlever.
Exemples : 135 + 18 = 135 + 10 + 8
= 145 + 8 = 145 + 5 + 3 = 150 + 3 = 153
250 – 14 = 250 – 10 – 4 = 240 – 4 = 236

D'autres procédures sont efficaces

Exemple : 135 + 18 = 135 + 20 – 2 = 153

Trouver un complément

Mettre en évidence qu'il s'agit ici d'utiliser le répertoire mémorisé des compléments à 10 et à 100 et de l'adapter aux nombres.

• Exercice 2

Travail individuel. Correction individuelle.

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Dénombrer une collection organisée

MANUEL P. 10

Objectif

Dénombrer les éléments d'une collection en utilisant les groupements réitérés de 10 et de 100.

Pourquoi cette étape ?

Nous voulons ici nous assurer que les élèves donnent du sens à **l'utilisation de la numération dans un travail de dénombrement :** les groupements par dix et cent sont utiles pour dénombrer et pour écrire le nombre.

• **Dénombrer.** Les élèves savent dénombrer mais ils peuvent le faire de différentes façons. Plutôt que de viser uniquement la réussite (trouver le nombre d'éléments), il s'agit ici de renforcer l'efficacité du groupement par 10 et 100. En effet, dénombrer une collection requiert de mettre en œuvre simultanément deux tâches :

– **faire l'inventaire de la collection**, qui est un travail de nature spatiale : les élèves doivent passer en revue chaque élément sans en oublier et sans les visiter deux fois ;

– accompagner cet inventaire d'un **travail numérique sur des équivalences** : 10 paquets de 10 c'est 100, 6 paquets de 10 c'est 60, etc.

La **perception visuelle** d'une configuration rectangulaire de 100 (10 × 10) permet de poursuivre la tâche de dénombrement sans nécessairement réitérer le processus passant par les « unités » du premier ou du second ordre.

• **Écrire le nombre.** Il nous faut ici vérifier que les élèves ont bien conscience du lien entre l'écriture d'un nombre et le nombre de centaines ou le nombre de dizaines qu'il contient. En effet, un élève peut avoir regroupé par 100 pour dénombrer sans toutefois reconnaître le nombre de centaines dans l'écriture du nombre.

Tous les élèves n'ont pas nécessairement besoin de revenir sur ces connaissances anciennes : **suivant sa classe, le professeur choisira** de ne pas proposer ce travail, ou au contraire de le proposer à la classe entière, ou encore de le proposer pour certains de ses élèves dans le cadre des actions de soutien.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : 1 feuille de papier calque pour visualiser des regroupements possibles sans écrire sur le manuel.

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 100 en 100 en croissant à partir de 0, en croissant et en décroissant à partir d'un nombre quelconque.

Il s'agit de renforcer la connaissance de la suite orale des centaines.

Exercice dirigé

Même déroulement que pour les exercices (voir p. 54)

Le premier travail des élèves est de calculer le nombre de jetons contenus dans une plaque quadrillée (100).

Le dénombrement des plaques de 100 (8), des barres de 10 (7) et des unités (6) permet d'écrire directement le nombre 876. Les « unités » restent visibles dans les différents groupements.

Après un temps de travail individuel, relever les réponses des élèves. Les erreurs éventuelles peuvent venir soit d'un manque d'organisation dans le dénombrement soit d'une difficulté à dénombrer par paquets de 100. Dans ce dernier cas, il sera peut-être nécessaire de proposer un travail spécifique sur la numération de position (voir manuel EuroMaths CE2).

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

• Exercice 1

Les collections sont remplacées par le nombre d'objets qu'elles contiennent : 10 et 100.

La disposition spatiale des boîtes oblige les élèves à s'organiser pour ne pas en oublier ou compter deux fois la même.

Des équivalences de type 10 × 100 = 1 000 et 10 × 10 = 100 sont sollicitées.

Réponse

1 710 que les élèves ont pu décomposer ainsi :
(10 × 100) + (6 × 100) + (10 × 10) + (1 × 10)

• Exercice 2

Réponses

a. 420 ; **b.** 303 ; **c.** 3 100 ; **d.** 436 ; **e.** 365 ; **f.** 2 418.

ÉTAPE 1

Reproduire en décalquant

MANUEL P. 11

Objectifs

• S'entraîner à utiliser du papier calque et à choisir les points qu'il est judicieux de décalquer pour pouvoir reproduire un modèle à l'identique.

Pourquoi cette étape ?

Les points constituent des objets de référence en géométrie.

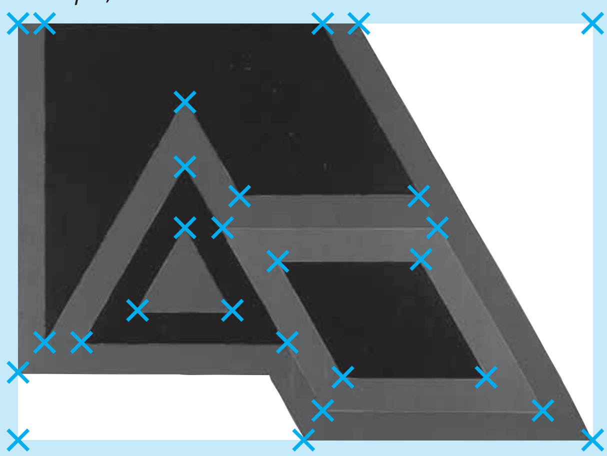
À partir de points et de propriétés (alignement, distance, etc.), il est possible de reproduire une figure à l'identique.

Pour que la reproduction soit plus aisée, il est souvent judicieux de **ne décalquer que des points bien choisis** et de **terminer la reproduction avec les instruments** (règle, équerre compas) en observant bien le modèle.

Dans cette étape, nous souhaitons entraîner les élèves à **bien utiliser le papier calque** pour reproduire rapidement certaines figures afin de pouvoir ensuite travailler et conserver le travail effectué.

Cette compétence sera sollicitée tout au long de l'année.

Exemple, dans la découverte.



1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : 1 feuille de papier calque ou de papier blanc à faible grammage ; 1 crayon bien taillé ; une règle.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit quatre nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves les écrivent en chiffres.

Les jeux de mémoire ont pour but d'entraîner les élèves à mémoriser plusieurs nombres sur un temps court, de manière à pouvoir ensuite effectuer mentalement des calculs sans difficulté. C'est pour cela que les nombres à mémoriser n'excèdent généralement pas 100, ou sont des multiples de 10 ou de 100 (120, 500…). Ici, c'est la mémoire visuelle qui est sollicitée. Les élèves progressent très rapidement, le nombre de nombres à retenir peut augmenter progressivement sans toutefois excéder six.

Découverte

Le tableau choisi est une œuvre du peintre américain contemporain Frank Stella (né en 1936). Certaines de ses œuvres abstraites sont déterminées par la forme du châssis. L'œuvre présentée ici est composée de figures géométriques polygonales, parmi lesquelles on reconnaît des triangles équilatéraux et des losanges.

■ Observation de l'œuvre

Donner d'abord aux élèves un temps pour l'observation de l'œuvre puis pour la commenter.

■ Consignes techniques

– Prendre le calque, ou la feuille de faible grammage.
– Bien fixer cette feuille à la page du livre (on peut utiliser des trombones).
– Se munir d'un crayon bien taillé, d'une règle, d'un compas.

■ Temps de travail individuel

Demander que chaque point soit marqué d'une croix afin qu'il reste visible après traçage. Une fois les points choisis et comptés, les élèves placent la feuille à côté du manuel et effectuent les tracés ; c'est à ce moment qu'ils se rendent compte s'il manque des points ou si des points sont inutiles. Le codage des points (une lettre par point) permet de faire une synthèse collective.

Exercice

Déroulement possible : lecture silencieuse. Travail individuel, une aide personnalisée pour les plus malhabiles peut être nécessaire. Correction individuelle.

C'est un exercice d'entraînement.

Pour la figure de gauche, tous les sommets doivent être relevés, puisque les élèves ne savent pas encore construire un polygone en le décomposant en triangles.

Pour la figure de droite, constater qu'il est inutile de décalquer les points B, C, E et F.

ÉTAPE 2

Numération : décomposition additive

MANUEL P. 12-13

Objectif

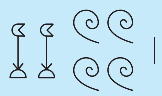
Revoir, à travers l'étude de la numération égyptienne, les différents types de groupements propres à toute numération décimale.

Pourquoi cette étape ?

• Au CM1, les élèves doivent acquérir une maîtrise parfaite des techniques opératoires. Ils ne pourront y parvenir sans une connaissance approfondie de la numération écrite, de ses principes et de ses règles : toutes les techniques de calcul s'appuient sur l'identification des différents groupements et sur les règles d'échanges « dix unités d'un ordre quelconque contre une unité de l'ordre immédiatement supérieur ». En ce début de CM1, nous consacrons plusieurs étapes à ce thème afin que tous les élèves puissent revisiter et stabiliser leurs connaissances antérieures.

• Le but spécifique de cette étape n'est pas d'entraîner les élèves à la maîtrise de la numération égyptienne mais de leur faire **retravailler la notion de groupement** par dix et la **décomposition additive** des nombres, en établissant un parallèle entre le système de numération égyptien et le nôtre.

• **La numération égyptienne** est une numération décimale de type additif. Les symboles ne représentent pas des « chiffres », mais des groupements d'unités : dizaines, centaines, milliers, etc. C'est en **additionnant la valeur des différents symboles** que l'on peut trouver de quel nombre il s'agit. Cette numération correspond donc à la décomposition additive du nombre.



1 000 + 1 000 + 100 + 100 + 100 + 100 + 1 = 2 401

• Dans notre système d'écriture des nombres, un zéro signifie l'absence d'un groupement d'un certain ordre et sa position dans l'écriture du nombre indique quel groupement est absent. Dans la numération égyptienne, du fait de son fonctionnement additif, il n'y a pas besoin d'un symbole pour zéro. L'étude des **différences** entre ces deux numérations permet donc de renforcer les connaissances des élèves sur **les caractéristiques de notre système de numération** : groupement par dix, aspect positionnel, rôle du zéro.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Les documents de la découverte reproduits sur des feuilles A3 à juxtaposer au tableau :
– cinq feuilles (une par élément : maisons, chats...) pour la question 1 ;
– deux feuilles pour la question 2.
• Le tableau de correspondance du manuel à reproduire au tableau.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur dit quatre nombres inférieurs à 100. Après une dizaine de secondes, les élèves les écrivent en chiffres.

On sollicite, ici, la mémoire auditive des élèves. Il s'agit d'un exercice proche de la « dictée » de nombres mais avec un travail supplémentaire de mémorisation à court terme qui en augmente l'enjeu.

On privilégiera les nombres dont l'énoncé n'évoque pas l'écriture chiffrée, par exemple : « quatre-vingt-quatorze » ou « soixante-treize » plutôt que « quarante-cinq ».

Découverte

On signalera aux enfants qu'il s'agit d'une écriture utilisée dans l'Égypte ancienne et que l'on peut observer sur des papyrus, des stèles, des sarcophages..., vestiges de cette civilisation et conservés dans certains musées comme celui du Caire en Égypte ou celui du Louvre à Paris. On pourra également rappeler que c'est Champollion qui fut le premier à traduire les hiéroglyphes.

Le travail peut s'organiser par groupes de 2 ou 4 élèves.

■ Question 1

Lecture du document

Expliquer que, sur ce papyrus, on trouve un compte de maisons, de chats, de souris, etc. Il ne faut donc pas mêler les pictogrammes maison, chat, souris, etc. avec les informations numériques situées en dessous.

Donner un temps de recherche aux élèves

Les élèves doivent faire des hypothèses en comparant les deux écritures. Le sens de lecture étant le même que dans notre système, cela va les aider à repérer assez facilement la correspondance entre un symbole égyptien et sa valeur dans notre système.

Mise en commun

Relever les réponses sur la valeur des symboles égyptiens en demandant aux élèves d'expliciter leur démarche.

Le professeur fera écrire chaque nombre sous forme de décomposition additive correspondant au système égyptien.

Réponses
49 = 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1
343 = 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1
etc.
On obtient alors le tableau de correspondance suivant :

					∩	|
1 000 000	100 000	10 000	1 000	100	10	1

Il est nécessaire d'insister sur la notion de valeur des symboles de la numération égyptienne en relation avec la valeur des chiffres selon leur position dans notre système.

Les élèves doivent comprendre, par exemple, que le nombre de maisons s'écrit avec sept symboles identiques, alors que, dans notre système, un seul suffit (le chiffre 7).

Pour le nombre de chats, alors que nous utilisons deux signes, il en faut 13 dans le système égyptien : 4 anses correspondent à 40, donc une anse correspond à 10.

Dans notre écriture en chiffres de 343, le chiffre 3 a deux valeurs différentes suivant sa position : 3 unités qui sont représentées en numération égyptienne par trois bâtons, 3 centaines qui sont représentées par trois rouleaux de papyrus.

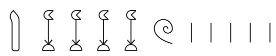
La question de l'absence de zéro dans la numération égyptienne à partir des nombres 2 407 et 16 807 pourra être utilement soulevée à ce moment-là.

■ Question 2

a. Les élèves utilisent le tableau de correspondance élaboré précédemment pour décoder les écritures.

Par rapport au document de la question 1, l'ordre d'écriture a changé ainsi que l'orientation (gauche / droite) de certains signes. L'orientation des symboles dépend des époques et du sens de lecture.

Réponses
a. 1 + 100 + 100 +… + 1 000 + 1 000 = 2 901
1 + 1 + … + 100 + 100 + 1 000 + 10 000 = 11 204
11 204 + 2 901 = 14 105

b. 

c. Pour écrire 14 105 dans le système égyptien, il faut 11 signes, alors qu'il n'en faut que 5 dans notre système.

■ Question 3

Travail individuel. Les élèves doivent, à partir des réponses aux questions précédentes, trouver quelques règles de la numération égyptienne.

■ Mise en commun

Dans la numération égyptienne :
– à chaque groupement (unités, dizaines, centaines, etc.) correspond un symbole différent ;
– quand les symboles sont juxtaposés, il faut ajouter leurs valeurs ;

Le zéro n'existe pas dans ce système d'écriture des nombres : il est inutile. Dans notre système de numération écrite de position, il est indispensable car il signifie l'absence de groupement d'un certain ordre.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

● Exercices 1 et 2

Réponses exercice 1
15 : une anse et 5 bâtons ;
532 : 5 rouleaux de papyrus, 3 anses et 2 bâtons.
Réponses exercice 2 : 1 043 et 4 206.

● Exercices 3 et 4

Révision des décompositions additives d'un nombre.

● Exercice 5

Les élèves peuvent s'appuyer sur la numération égyptienne pour retrouver la décomposition additive d'un nombre.

Réponses : **a.** 102 423 ; **b.** 1 246 ; **c.** 13 124 ; **d.** 23 045.

● Remue-méninges

Après la manipulation de la numération égyptienne reproduite dans des graphismes très lisibles, cet exercice permet de travailler sur un document réel où deux nombres peuvent être repérés.

Réponses
a. 2 rouleaux de papyrus, 1 fleur de lotus, 1 doigt levé, 1 têtard :
100 + 100 + 1 000 + 10 000 + 100 000 = 111 200 pigeons.
b. 2 bâtons, 2 anses, 1 fleur de lotus, 2 doigts levés, 1 têtard :
1 + 1 + 10 + 10 + 1 000 + 10 000 + 10 000 + 100 000 = 121 022 canards.

ÉTAPE 3

Alignements

MANUEL P. 14-15

Objectif

Repérer et construire des alignements.

Pourquoi cette étape ?

• La **perception d'un alignement** de plusieurs objets dans un espace familier, étudiée au cycle 2 et en CE2, préfigure la perception de l'alignement de plusieurs points sur une figure.

Le passage d'un travail de nature spatiale à un travail de nature géométrique, fondamental, doit être pris en charge par l'école et travaillé : les hommes de Carnac savaient aligner, mais ils ne traçaient sans doute pas de droites sur du papier…

La droite est la solution au problème de l'alignement dans le méso-espace (voir partie 1, p. 40).

Il nous a donc paru utile de proposer une situation motivante issue du jeu bien connu de « cache-cache ».

Nous suggérons que les élèves travaillent à partir d'un plan de la cour de récréation et prévoient au moins un endroit où se cacher pour que celui qui « colle » en un point précis ne puisse pas les voir. On vérifiera ensuite sur le terrain.

Une fois cette activité vécue dans l'espace de la cour, de retour en classe, les élèves positionnent non seulement des **points isolés** signifiant leurs places, mais ils déterminent aussi des zones de cachettes possibles. La solution experte au traçage de ces zones est la construction de demi-droites sur le plan. Nous attendons que les élèves mettent au point cette **solution géométrique**.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE • **SÉANCE 2** DÉCOUVERTE ET EXERCICES

MATÉRIEL
• Par élève : 1 feuille A3 (ou A4) ; 1 règle de 20 cm au plus ; 1 feuille de papier calque.
• Par groupe de 4 élèves : 1 photocopie du plan simplifié de l'école où figurent les principaux bâtiments, les arbres…
• Pour la classe : ce plan de l'école agrandi.

Calcul mental

Le professeur donne oralement un nombre inférieur à 10 000, les élèves disent ou écrivent sa décomposition additive.

Reprendre avec plusieurs nombres plus ou moins grands : 7 600 ; 470 ; 3 097 ; 5 080 ; 76…

Entraînement sur le travail effectué au cours de la séance précédente.

Activité préparatoire

■ Traçage

Ces activités permettent d'entraîner les élèves à trouver des moyens techniques pour construire un alignement.

Distribuer à chaque élève une feuille de format A3 (ou A4) et une règle ne dépassant pas 20 cm. Demander de tracer des segments n'importe où dans la feuille à condition de joindre un bord de la feuille à l'autre dans le sens de la longueur. Faire décrire par quelques élèves les moyens de réussir en faisant glisser la règle le long du trait déjà tracé.

Proposer ensuite un problème plus difficile en plaçant auparavant les extrémités du segment à tracer sur les bords de la feuille. Recenser les méthodes trouvées : pliage de la feuille, tracé approximatif et ajustement…

■ Passage du travail de nature spatiale au travail de nature géométrique

a. Le professeur donne les consignes suivantes :

« Vous allez vous regrouper par quatre. Chaque groupe va recevoir un plan de la cour de l'école. Sur ce plan, figure une croix qui correspond à l'endroit où ira se placer un élève du groupe : celui qui va « coller ».

Le but du jeu est de prévoir où les trois autres pourront aller se cacher pour que celui qui colle ne les voie pas (il n'a pas le droit de se déplacer), puis de représenter sur le plan l'emplacement choisi.

Ensuite, nous irons dans la cour pour vérifier ensemble si votre prévision est bonne. »

Le professeur distribue alors les plans photocopiés en autant d'exemplaires que de groupes. Sur chacun de ces plans, il aura inscrit une croix à une place « bien choisie », différente suivant les groupes, pour celui qui « collera ». Les élèves « placent » sur le plan les endroits possibles pour se « cacher ».

b. Partir ensuite dans la cour avec l'ensemble des groupes munis de leurs plans.

Désigner celui qui « colle » dans chaque groupe, lui dire d'aller se mettre à la place indiquée par la croix. Rappeler que les autres élèves doivent aller se cacher aux endroits prévus sur leur plan. Ceux qui collent doivent valider ou invalider les prévisions.

Cette partie est toujours prétexte à des discussions qui ne doivent pas faire perdre de vue que l'activité consistait à prévoir sur un plan ce qui allait se dérouler réellement.

c. De retour en classe

À partir des plans, chaque groupe doit prévoir cette fois les zones complètes où il est possible de se cacher sans être vu de celui qui colle.

■ Synthèse

Énoncer une conclusion provisoire : pour ne pas être vu de celui qui « colle », il faut prévoir des alignements entre celui qui « colle » et les éléments, opaques, derrière lesquels se placer. Il existe dans chaque cas une multitude d'emplacements possibles qui forment des zones limitées par des lignes droites.

Illustrer par un exemple traité collectivement sur un grand plan affiché au tableau.

Découverte

Le lien avec l'activité préparatoire est aisé. Une lecture du plan avec identification des différents éléments de la vue aérienne peut être utile : le bâtiment au toit rouge, les trois petits bâtiments aux toits gris foncé, les deux bosquets.

■ Travail individuel

Il se peut que certains élèves placent seulement trois croix, les engager à en chercher beaucoup d'autres.

■ Mise en commun

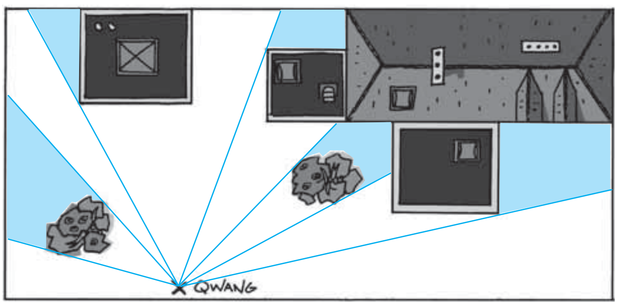
Elle porte sur les moyens que les élèves ont mis au point pour construire les zones. Ces zones sont « matérialisées » par des couples de demi-droites. Lors de la discussion, il sera utile de faire le lien entre droite sur la feuille et visée sur le terrain.

Conclure avec les élèves

Les élèves peuvent coller une photocopie du plan sur leur cahier : les différentes visées doivent être tracées.

Nous suggérons une trace écrite supplémentaire sous forme de phrase :

> Pour dessiner sur ce plan les zones où se cacher, il suffit de tracer des traits droits qui délimitent les angles de vue de Qwang.

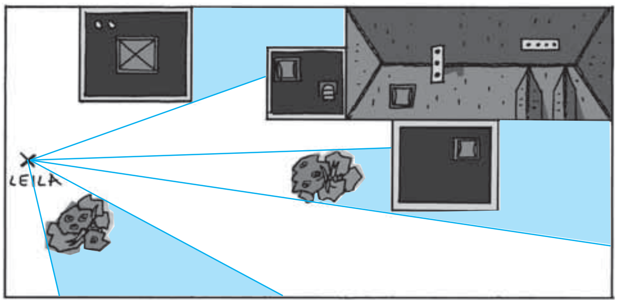


Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

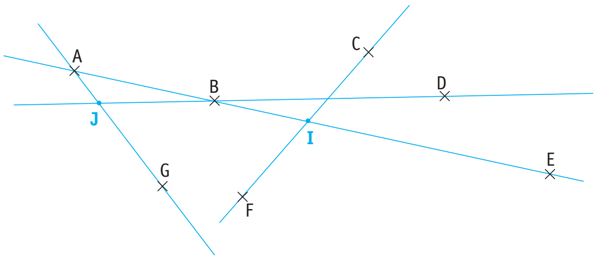
• Exercice 1

Le plan est le même que dans l'activité de découverte mais la position de celui qui « colle » a changé. Les élèves doivent donc opérer un changement de point de vue par rapport à leur position de lecteur du plan.



• Exercice 2

Les élèves doivent traiter simultanément deux informations pour placer un point appartenant à deux droites.



• Exercice 3

Il s'agit d'affiner la perception visuelle de la notion d'alignement. La règle permet de valider ou d'invalider les prévisions effectuées.

<u>Réponses</u> : I est sur f, J sur g, K sur g et h

• Illusion d'optique

Les deux segments obliques ne semblent pas dans le prolongement l'un de l'autre alors qu'ils le sont.

Le furet est là pour formuler ce que l'élève a pu constater, notamment avec l'illusion d'optique, et pour donner un conseil de méthode.

Alignements : restauration de figures

MANUEL P. 16

Objectifs

- Comprendre que des points sont alignés s'ils sont sur une même droite.
- Repérer et construire des alignements pour reproduire des figures.

Pourquoi cette étape ?

- C'est une **étape fondamentale** pour amorcer le travail d'**analyse géométrique des figures**. Dans l'étape précédente, les élèves ont appris à repérer des alignements de points. Ici, ils vont transférer cette compétence en la mobilisant pour reproduire une figure. Il ne s'agit plus de reproduire à l'identique en utilisant un papier calque mais de **chercher comment la figure a été construite** et de la reproduire en utilisant les propriétés identifiées.
- La contrainte de reproduire la figure modèle en plus grand ou en plus petit permet de bloquer les procédures de mesurage et donc de centrer le travail sur les autres propriétés de la figure. Les élèves vont avoir à faire une « analyse géométrique » (voir partie 1, p. 40) qui va être guidée pas à pas. On initie une réflexion sur la notion de figures : la figure est la même, elle est simplement dessinée dans des dimensions différentes, c'est « la même en plus grand » ou « en plus petit ».
- L'accent est mis sur le **vocabulaire** : des points alignés sont des points qui se trouvent sur une même droite ; deux points sont toujours alignés ; deux segments portés par la même droite ont leurs extrémités qui sont alignées ; etc.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : 1 feuille de papier calque ; 1 feuille de papier quadrillé ; 1 feuille de papier uni.

Calcul mental

Le professeur donne oralement la décomposition additive d'un nombre (dans l'ordre ou le désordre), les élèves écrivent le nombre correspondant.
Exemples : 600 + 3 000 + 7 ; 5 000 + 60 + 200 ;
4 + 50 + 800 + 2 000.

Donner les décompositions dans le désordre rend les élèves vigilants sur la position des chiffres dans l'écriture chiffrée des nombres. Le travail de mémoire effectué précédemment est investi ici.

Découverte

Travail individuel

Nous insistons sur la nécessité d'entraîner les élèves à **commencer par observer la figure** sans se précipiter sur leurs instruments, à **faire des hypothèses** sur les positions de certains points, sur les éventuelles égalités de longueur, à **noter les résultats** de cette observation fine non instrumentée – ce qui permet d'utiliser le vocabulaire adapté – puis à **vérifier leurs hypothèses** avec les instruments.

Pour cette vérification, les élèves doivent placer une feuille de papier calque sur le modèle, ils tracent ou prolongent des segments afin de faire apparaître les composants de la figure qui permettent de la reproduire et qui ne sont pas tracés.

Une fois l'analyse bien menée, il est possible de « restaurer » la figure agrandie, c'est-à-dire la compléter avec les éléments manquants. Pour cela, les élèves reproduisent à l'identique sur le papier calque la figure agrandie à compléter, en utilisant le procédé travaillé dans l'étape 3, puis terminent la construction et effacent ensuite les éléments qu'ils ont dû tracer mais qui ne sont pas sur le modèle.

Faire lire la bulle du furet après lecture de la question 1.

Conclure avec les élèves

> Pour reproduire une figure en plus grand, ou en plus petit, il faut l'analyser, c'est-à-dire repérer des alignements, des milieux, etc. Pour cela, il faut souvent intervenir sur la figure : joindre des points, prolonger des segments.

Le professeur peut faire écrire cette conclusion et faire remarquer que, lorsque l'on reproduit, on trace souvent beaucoup plus de traits que ceux que l'on voit sur le modèle. Ces traits qui ont servi pour la construction peuvent être ensuite effacés.

Exercice

Déroulement habituel (voir p. 54).

La reproduction en plus grand se fait tout d'abord sur papier quadrillé pour permettre un tracé rapide du carré et un repérage aisé des milieux, et pour renforcer l'idée que la position de la figure sur la feuille n'a pas d'importance.
Les plus rapides peuvent ensuite faire la construction sur papier uni. Pour les plus lents, le professeur peut donner en photocopie le carré de 6 cm déjà tracé sur une feuille blanche.

ÉTAPE 5

Numération orale

MANUEL P. 17

Objectifs

- Dire les nombres.
- Étudier les règles d'association des mots-nombres.
- Débusquer les erreurs fréquentes.

Pourquoi cette étape ?

Une connaissance approfondie de la numération orale est indispensable pour que les élèves puissent **passer sans difficulté des nombres dits aux nombres écrits en chiffres et inversement**. La numération orale a des spécificités propres très différentes de celles de la numération écrite (voir partie, page 24) ; c'est une des raisons pour lesquelles beaucoup d'élèves font de nombreuses erreurs.

Cette étape pour tous est consacrée à l'étude des règles de composition des mots-nombres utilisées pour dire les nombres ou les écrire en lettres. Il s'agit de comprendre que la **juxtaposition des mots-nombres a une valeur « opératoire »** et qu'il est donc possible de passer de la décomposition auditive d'un nombre, qui correspond à la manière de le dire, à son écriture en chiffres.

1 SÉANCE

MATÉRIEL
- Par élève, une enveloppe avec :
  – sept étiquettes portant les mots-nombres : trois, quatre, sept, dix, vingt(s), cent(s), mille ;
  – sept étiquettes portant les nombres écrits en chiffres : 3, 4, 7, 10, 20, 100, 1 000.
- Les mêmes étiquettes de grande taille pour le tableau.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur dit quatre nombres inférieurs à 100. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres obtenus en ajoutant ou en retranchant 10 aux nombres cachés.

Dans cette nouvelle version du jeu de mémoire, les élèves doivent mémoriser les nombres et leur faire subir un « traitement » avant de les restituer. C'est une compétence toujours sollicitée dans le calcul d'opérations de tête.

Découverte

Exemple d'organisation

Le professeur distribue à chaque élève l'enveloppe avec les étiquettes.

Une fois le texte lu, il fait reformuler chaque consigne, puis s'assure que les élèves se rappellent ce que signifie « décomposition auditive ».

La question 1 du défi peut être traitée en travail individuel, la question 2 est traitée par groupes de deux.

■ Question 1

Une mise en commun à l'issue de cette question permet déjà de signaler que pour mille, on n'écrit pas 1 × 1 000 car on ne dit pas ce « un ». De même, le zéro n'est pas dit alors qu'il apparaît dans l'écriture chiffrée de certains nombres.

Avec 7 étiquettes, on trouve :

– mille trois cent quatre-vingt-dix-sept
1 000 + (3 × 100) + (4 × 20) + 10 + 7 = 1 397
– trois mille cent quatre-vingt-dix-sept
(3 × 1 000) + 100 + (4 × 20) + 10 + 7 = 3 197
– trois mille sept cent quatre-vingt-dix
(3 × 1 000) + (7 × 100) + (4 × 20) + 10 = 3 790
– sept mille trois cent quatre-vingt-dix
(7 × 1 000) + (3 × 100) + (4 × 20) + 10 = 7 390

■ Question 2

Elle permet de débusquer les **erreurs liées au zéro intercalaire** et de les corriger. On n'attend évidemment pas que les élèves trouvent tous les nombres possibles. Cependant, il est important de relancer la recherche dans les groupes pour qu'apparaissent parmi les nombres trouvés :

– ceux pour lesquels, on n'a pas besoin du mot « cent » ;
– ceux qui comportent un seul zéro, en position finale ou intercalaire ;
– ceux qui commencent par « mille » ;
– ceux qui comportent deux zéros.

Ces caractéristiques pourront être mises en évidence une fois la recherche terminée, si le professeur le juge utile.

■ Mise en commun

Elle permet aux élèves de prendre conscience que tous les arrangements ne sont pas possibles lorsqu'on juxtapose des mots-nombres.

Il s'agit aussi de mettre en évidence les opérations permettant d'obtenir les nombres en chiffres.

Conclure avec les élèves

> Les noms de nombres sont construits à partir de mots-nombres juxtaposés. Chaque juxtaposition correspond à une opération (addition ou multiplication).

Il sera utile de donner un exemple vu en classe.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54)

● **Exercice 1**

Il renforce le fait que l'on n'écrit pas avec des chiffres ce que l'on dit avec des mots et permet de débusquer les erreurs les plus courantes dans le passage de l'oral à l'écrit.

Réponses : 786 ; 726 ; 704 ; 180 ; 407 ; 687 ; 400.

● **Exercice 2**

Il permet d'écrire en lettres deux nombres comportant des dizaines complexes. Le professeur pourra faire remarquer que l'on ne dit pas directement le nom des chiffres que l'on écrit mais qu'il faut opérer des transformations.

Réponses : trois mille deux cent soixante-quinze ;
trois mille quatre-vingt-dix-huit.

● **Exercice 3**

Décomposition auditive des nombres.

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Numération orale

MANUEL P. 18-19

Objectifs

- Dire et écrire les nombres.
- S'entraîner à associer l'écriture en chiffres des nombres et la manière de les dire.
- Débusquer les erreurs fréquentes.

Pourquoi cette étape ?

Cette étape a pour but de consolider, pour les élèves qui en ont besoin, les découvertes faites à l'étape précédente sur le « fonctionnement » de la numération orale et de les entraîner à passer **de la désignation orale des nombres** (ou de leur écriture en lettres) **à leur écriture chiffrée** et réciproquement (voir partie 1, page 24).

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 2 en 2 en croissant à partir de 0, puis à partir de 1, en croissant et en décroissant à partir d'un nombre quelconque.

Il s'agit de mémoriser la suite des nombres pairs et celle des nombres impairs.

Exercice dirigé

■ **Questions 1 et 2**

Les deux questions peuvent être traitées en travail individuel.

Faire lire le texte. S'assurer que les élèves se rappellent ce que signifient « nombre pair » et « nombre impair ». Préciser que la règle de numérotation des trains est celle appliquée actuellement.

■ **Mise en commun**

Elle vise à analyser les erreurs éventuelles en reprenant les décompositions auditives de l'étape précédente.

Conclure avec les élèves

Lire avec les élèves le paragraphe de l'Aide-mémoire consacré à la numération orale, pages 2 et 3.

Exercices

● **Exercices 1, 2, 3 et 4**

Passage du système de numération écrite au système de numération orale et inversement.

● **Exercice 5**

Il permet de repérer le domaine numérique dans lequel les élèves peuvent trouver seuls des nombres et les écrire en chiffres.

Réponses

1 301 ; 3 101 ; 101 003 ; 103 001 ; 300 001 ; 301 000

● **Exercice 6**

Le passage à la dizaine supérieure peut être source d'erreur.

● **Exercice 7**

Il nécessite un travail de lecture : les données se présentent dans le texte encadré, la consigne doit être repérée, le tableau recopié avant d'être complété.

Réponses

A320 : 5 500 km ; A330 : 12 100 km ; A340 : 14 150 km ; A380 : 14 800 km.

ÉTAPE 6

Numération écrite : décomposition canonique (1)

MANUEL P. 20-21

Objectif

Comprendre le rôle de la position des chiffres dans l'écriture d'un nombre.

Pourquoi cette étape ?

• Pour bien comprendre et maîtriser les techniques de calcul, il est nécessaire d'être parfaitement au clair avec la signification de la position des chiffres dans l'écriture des nombres : la décomposition canonique d'un nombre met en évidence que chaque chiffre est le coefficient de la puissance de dix correspondant à sa position. Revoir cette propriété nous semble donc un passage obligé **pour tous les élèves**.

• Nous suggérons de **maintenir les parenthèses autour des multiplications** dans les décompositions canoniques, bien qu'elles ne soient pas obligatoires en raison des conventions de priorité. Ceci permet aux élèves d'identifier clairement chacun des termes de la décomposition.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

Calcul mental

Le professeur affiche 4 mots-nombres au tableau. Les élèves cherchent des nombres qui peuvent être dits avec ces mots et les écrivent en chiffres.

Exemples d'étiquettes :

a. cent(s)	huit	trente	cinq
b. vingt(s)	cent(s)	quatre	six

Il s'agit de stabiliser le travail, effectué à l'étape 5, de prise de conscience des règles de composition des noms de nombres. La recherche exhaustive n'est pas le but ; le professeur pourra attirer l'attention sur la difficulté de savoir combien de noms de nombres peuvent être trouvés car cela dépend des mots-nombres choisis, alors que lorsque l'on cherche les nombres que l'on peut écrire avec 4 chiffres distincts, on sait que l'on en trouvera toujours le même nombre (24).

Découverte

On peut proposer l'organisation suivante.

– Le professeur donne la règle du jeu :

« Chaque enfant lance 25 palets sur la marelle en essayant de totaliser le plus de points. Les nombres inscrits dans les cases disent combien de points on obtient quand un palet tombe dans la case. Naturellement, certains palets peuvent tomber en dehors de la marelle. »

Le jeu du palet est seulement évoqué. L'enseignant peut cependant faire jouer les élèves dans la cour pour que les élèves s'approprient la situation proposée.

• Pour chaque question, après lecture et reformulation de la consigne, les élèves travaillent par deux.

• Le professeur relève les propositions des groupes et leur demande de dire comment ils ont fait pour trouver.

• Les propositions sont ensuite comparées et discutées.

■ Question 1

• La contrainte des 13 palets pour obtenir 8 023 points conduit à une seule solution : 8 dans la case 1 000, 2 dans la case 10 et 3 dans la case 1.

La somme obtenue peut être notée :

8 000 + 20 + 3

ou 1 000 + 1 000 +… + 1 000 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1

• Le travail à partir du score de Leïla est du même type (une seule solution). Il permet de réfléchir à nouveau sur la valeur des chiffres suivant leur position dans l'écriture du nombre :

46 341 = 40 000 + 6 000 + 300 + 40 + 1.

■ Question 2

À partir de la décomposition canonique, les élèves doivent repérer que chaque chiffre du score correspond au nombre de palets tombés dans la case d'une valeur donnée.

Faire suivre cette question d'une mise au point. Le nombre 235 461 est composé :

– du chiffre 2 qui vaut 200 000 et représente les 2 palets tombés dans la case 100 000 ;

– du chiffre 3 qui vaut 30 000 et représente les 3 palets tombés dans la case 10 000 ;

– du chiffre 5…

Faire le lien avec l'écriture canonique :

(2 × 100 000) + (3 × 10 000) + (5 × 1 000) + (4 × 100) + (6 × 10) + 1

Le professeur peut illustrer ce que dit le furet de la page 21 par des décompositions :

42 957 = (4 × 10 000) + (2 × 1 000) + (9 × 100) + (5 × 10) + 7

42 957 = (429 × 100) + 57

■ **Question 3**

Elle permet de revoir que « 10 milliers » correspond à un groupement de dix mille unités.

■ **Question 4**

Elle permet de revoir qu'un millier c'est 10 centaines.

Conclure avec les élèves

La décomposition canonique d'un nombre fait apparaître le rôle de chaque chiffre dans l'écriture du nombre.

Faire lire la pancarte du furet de la page 20 et faire recopier la phrase comme exemple.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54)

● **Exercices 1 et 6**

Consolidation du lien entre décomposition canonique et écriture chiffrée.

● **Exercices 2 et 3**

Ils permettent d'insister sur la différence entre le nombre de dizaines (ou de centaines) d'un nombre et le chiffre des dizaines (ou des centaines) ; cette distinction est nécessaire pour bien comprendre les techniques de calcul notamment de la division.

● **Exercices 4, 5, 7, 8**

Exercices d'entraînement pour stabiliser les connaissances acquises.

ÉTAPE 7

Numération écrite : position et valeur des chiffres

MANUEL P. 22-23

Objectif

Mieux comprendre notre système de numération à travers l'étude d'une autre numération de position : la numération hindi.

Pourquoi cette étape ?

• Établir un parallèle entre notre numération et la **numération hindi**, qui est une numération décimale de position identique à la nôtre au graphisme des chiffres près, est un petit « détour » culturel qui permet de prendre du recul et de **mieux saisir les propriétés de la numération écrite** que l'habitude nous empêche de voir. Il ne s'agit, bien sûr, pas plus d'entraîner les élèves à la maîtrise de la numération hindi qu'à celle de la numération égyptienne (étape 2).

• Remarque : **la difficulté à dessiner** les signes hindi ne doit pas être sous-estimée.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

Calcul mental

Le professeur donne la décomposition canonique d'un nombre dans l'ordre ou le désordre, les élèves l'écrivent en chiffres.

Découverte

■ **Question 1**

La lecture du texte informatif et l'observation de la plaque d'immatriculation libanaise permettent d'introduire une discussion à propos de la présence sur cette plaque de deux écritures chiffrées différentes, séparées par le mot « Liban » (et sa traduction en arabe) qui vraisemblablement désignent le même nombre.

Travail individuel. L'étude des 6 exemples permet aux élèves de confirmer cette hypothèse, de construire une table de correspondance comme ci-contre (p. 67), et de conclure que, dans la numération hindi comme dans la nôtre, c'est la position des chiffres dans le nombre qui indique leur valeur.

■ **Question 2**

Travail individuel ou à deux.

Conclure avec les élèves

• Dans notre numération chiffrée comme dans la numération hindi, dix chiffres permettent d'écrire tous les nombres.

• La valeur d'un chiffre dépend de sa position dans le nombre.

On pourra donner des exemples en numération hindi et en numération usuelle :

– dans 3 249, le chiffre 3 signifie 3 milliers ;

– dans 9 130, le chiffre 3 signifie 3 dizaines.

Hindi	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
Notre numération	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54)

● **Exercice 1**

12 solutions : 4 569 ; 4 596 ; 4 659 ; 4 695 ; 4 956 ; 4 965 ; 5 469 ; 5 496 ; 5 649 ; 5 694 ; 5 946 ; 5 964.

● **Exercice 2**

12 solutions : 6 028 ; 6 082 ; 6 208 ; 6 280 ; 6 802 ; 6 820 ; 8 026 ; 8 062 ; 8 206 ; 8 260 ; 8 602 ; 8 620.

● **Exercice 3**

10 solutions : 72 038 ; 72 083 ; 72 308 ; 72 380 ; 72 803 ; 72 830 ; 73 028 ; 73 082 ; 73 208 ; 73 280.

● **Exercice 4**

Il met en évidence les similitudes des décompositions canoniques dans les deux systèmes de numération.

a. Réponses : 28 430 ; 5 702 ; 356 201.

b. Veiller à ce que les élèves reconnaissent bien les « points » dans les écritures comme le « 0 » de la numération hindi.

Réponses : 4 928 ; 9 526 ; 92 015.

● **Exercice 5**

Il permet d'insister sur la différence entre le nombre de dizaines (ou de centaines) d'un nombre et le chiffre des dizaines (ou des centaines) et de revoir la formulation pour les nombres au-delà de 10 000 : « 15 unités de mille » qui se dit plus rapidement « 15 mille ».

● **Exercice 6**

Si l'on souhaite que les élèves retiennent quelques informations sur le Taj Mahal, on peut leur demander de recopier la lettre en entier, en écrivant les nombres dans notre numération usuelle.

ÉTAPE 8

Numération écrite : comparer des nombres entiers

MANUEL P. 24-25

Objectif

Maîtriser les règles de comparaison des nombres écrits en chiffres.

Pourquoi cette étape ?

• Nous proposons aux élèves de continuer à **se familiariser avec les nombres inférieurs au million** en travaillant sur leur **comparaison**.

• Dans la **découverte**, nous avons choisi un cadre géographique dans lequel l'utilisation des nombres répond à quelques questions simples de distance et de nombre d'habitants. Nous suggérons de rapprocher cette étape d'activités en géographie.

• Les **exercices** correspondent à un travail plus formel sur les nombres hors contexte.

1 SÉANCE

Calcul mental

Le professeur dit un nombre, les élèves écrivent sa décomposition canonique.

Découverte

Avant de s'engager dans cette découverte, les élèves devront faire une réelle activité de lecture. La carte située page 25 leur permettra de localiser les différents lieux dont il est question. Il est intéressant également de les situer sur un globe terrestre.

Attention ! Il convient de rester vigilant : le rayon d'action d'un avion ne se traduit pas sur le planisphère par un cercle et le chemin direct sur mer par une ligne droite. Les distances sur un planisphère ne sont pas proportionnelles aux distances réelles. On peut par exemple saisir l'occasion d'actualités sur des courses transatlantiques afin de bien le faire comprendre aux élèves.

Le travail peut se faire à deux, suivi d'une correction collective.

■ **Question 1**

La tâche de l'élève consiste à chercher une information, le rayon d'action de l'Airbus A300, dans le tableau de la page 19 (7 700 km) et à y retrouver, si nécessaire, la définition d'un « rayon d'action ». Puis ils doivent chercher, dans le tableau de la page 24, la distance entre Saint-Denis de La Réunion et Paris (9 345 km). Enfin, ils doivent comparer ces deux distances et interpréter cette comparaison : l'Airbus A300 ne peut se rendre sans escale de Paris à Saint-Denis.

■ **Question 2**

Elle relève du même type de travail : rechercher le rayon d'action de l'Airbus A330 (12 100 km) et comparer ce nombre aux différentes distances à Paris des villes citées dans le tableau.

■ **Question 3**

Les élèves doivent ordonner les distances entre chaque ville et Paris et le nombre d'habitants des villes du tableau. Puis ils doivent expliquer comment ils s'y prennent pour comparer des nombres.

Conclure avec les élèves

Pour comparer deux nombres :

– S'ils n'ont pas le même nombre de chiffres, le nombre le plus grand est celui qui a le plus de chiffres : 16 736 > 6 793

– S'ils ont le même nombre de chiffres, on compare le premier chiffre de chacun en partant de la gauche, chiffres qui correspondent au groupement de plus grande valeur.

Si ces deux chiffres sont égaux, on compare les deux suivants, et ainsi de suite : 16 043 < 16 736

Lecture dans l'Aide-mémoire du paragraphe consacré à la comparaison des nombres entiers (p. 3).

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

● **Exercice 1**

Réponses

a. Il y a 7 nombres :
47 236 ; 47 246 ; 47 256 ; 47 266 ; 47 276 ; 47 286 ; 47 296

b. Il y a 7 nombres :
26 428 ; 25 428 ; 24 428 ; 23 428 ; 22 428 ; 21 428 ; 20 428

● **Exercice 2**

Réponses

387 < 400 < 452 2 141 < 3 000 < 3 053
583 < 600 < 654 3 400 < 4 000 < 4 517

● **Exercice 3**

Réponses

Il y a 5 nombres :
2 874 ; 2 974 ; 3 074 ; 3 174 ; 3 274

● **Exercice 4**

Quelques solutions

6 045 < 6 048 < 6 054
6 045 < 6 048 < 6 058
6 045 < 6 054 < 6 058
6 045 < 6 054 < 6 084
6 045 < 6 054 < 6 085 etc.

● **Remue-méninges**

Réponses

14 244 ; 14 262 ; 14 280 ; 14 316 ; 14 334 ; 14 352 ; 14 370.

ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition et soustraction (2)

Manuel p. 27

Objectif

S'entraîner à choisir une méthode de calcul en fonction des nombres en jeu et à automatiser certains calculs.

Pourquoi cette étape ?

Ce travail prolonge celui de la page 9 du manuel dans un champ numérique plus grand. Il permet au professeur de **faire le point** sur les compétences des élèves dans le domaine du calcul réfléchi additif et soustractif. À l'issue de cette étape, il conviendra, si c'est nécessaire, de mettre en place des ateliers spécifiques pour entraîner les élèves aux procédures de calcul réfléchi qu'ils ne maîtrisent pas.

1 séance

Matériel • Par élève : une fiche autocorrective (p. 243).

Calcul mental

À partir d'un nombre quelconque, le professeur fait faire des calculs en chaîne consistant à ajouter ou retrancher un nombre inférieur à 10.

Exercices

Déroulement, voir page 55.

Addition : techniques

MANUEL P. 28-29

Objectif

Comprendre et maîtriser la technique usuelle de l'addition en s'appuyant sur les connaissances acquises en numération.

Pourquoi cette étape ?

- Il s'agit de revoir la **technique usuelle de l'addition** avec les élèves pour lesquels le professeur pense que c'est nécessaire.
- Pour répondre aux questions de sens qui pourraient se poser concernant la retenue, nous mettons à leur disposition les **techniques allemandes** qui traitent la retenue de façon très explicite.
- Nous revisitons ensuite **trois procédures de calcul réfléchi** : le calcul mental lorsqu'un des nombres est un nombre « rond », le calcul par sauts en décomposant un des termes, le calcul à partir de la décomposition additive de chaque nombre.
- Des **exercices d'entraînement** permettent au professeur d'observer si chacun de ses élèves maîtrise ces procédures et de les aider dans le cas contraire.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** EXERCICE DIRIGÉ • **SÉANCE 2** EXERCICES

Calcul mental

À partir d'un nombre quelconque, le professeur fait faire des calculs en chaîne consistant à ajouter ou retrancher un nombre multiple de 10.

Exercice dirigé

Il peut concerner la classe entière ou seulement un groupe d'élèves en soutien.

■ Questions 1 et 2

La question 1 permet aux élèves de mettre en œuvre, leurs procédures personnelles dans un calcul d'addition. Travail individuel.

Nous proposons de différer la correction du calcul à l'issue de la discussion après le travail sur la question 2. On pourra demander aux élèves de réfléchir à la façon dont on s'occupe des retenues dans leur méthode et dans la technique allemande. Cela permet de centrer la discussion collective qui suivra sur ce sujet.

– Les **deux versions de la technique allemande** réservent une ligne spécifique pour le calcul de la somme des unités, pour le calcul de la somme des dizaines, des centaines, des milliers. De ce fait on n'a pas de retenues. On effectue la somme finale ensuite.

Dans la **première version**, on n'écrit pas les zéros, on doit reconstruire la valeur des chiffres en fonction de la position globale dans l'écriture de l'addition.

Dans la **deuxième version**, la valeur de chaque calcul est écrite. Cette version est la plus explicite.

– Dans **notre technique**, le résultat de chaque calcul est tout de suite positionné en fonction de la valeur, ce qui nécessite de se servir de « retenues ».

– **Le procédé utilisé est le même dans chacune de ces trois techniques**, ce qui change c'est la gestion des différentes étapes. Les étapes intermédiaires sont effectuées mentalement dans notre technique et sont écrites pas à pas dans la technique allemande.

Les élèves peuvent maintenant vérifier le calcul qu'ils ont effectué dans la question 1. Le professeur observera s'ils maîtrisent tous la technique de l'addition, compétence a priori acquise en fin de cycle 2. Si certains élèves ont encore des difficultés, il conviendra de prévoir un travail spécifique en s'appuyant par exemple sur la version 2 de la technique allemande.

■ Question 3

Travail individuel. Correction collective.

Conclure avec les élèves

- La technique allemande permet de mieux comprendre ce qu'est une retenue et donc d'éviter des erreurs.
- Pour calculer une somme de nombres, on peut :
  – calculer mentalement si les nombres le permettent ;
  – faire des sauts en décomposant un des deux nombres ;
  – décomposer les deux nombres et regrouper les unités de même rang ;
  – poser l'addition en colonnes.

Exercices

Le déroulement du travail pour les 5 premiers exercices peut s'organiser de la façon suivante : travail individuel, suivi d'une correction qui peut être collective ou individuelle ou avec une fiche autocorrective préparée par le professeur.

Pour les exercices 6 et 7, nous proposons un mode de correction collective.

● **Exercices 1 à 5**

Réponses

Exercice 1 : **a.** 820 + 90 = 910 ; **b.** 250 + 2 300 = 2 550 ; **c.** 7 403 + 2 500 = 9 903 ; **d.** 700 + 20 300 = 21 000

Exercice 2 : **a.** 185 + 72 = 257 ; **b.** 1 358 + 422 = 1 780 ; **c.** 913 + 4 087 = 5 000 ; **d.** 3 540 + 235 = 3 775

Exercice 3 : **a.** 582 + 345 = 927 ; **b.** 547 + 3 866 = 4 413 ; **c.** 9 024 + 2 087 = 11 111 ; **d.** 8 508 + 784 = 9 292

Exercice 4 : 7 246 + 18 095 = 25 341 ; 26 307 + 14 834 = 41 141 ; 204 357 + 5 013 = 209 370

Exercice 5 : **a.** 2 543 + 762 = 3 305 ; **b.** 728 + 3 901 = 4 629 ; **c.** 31 + 3 012 + 124 = 3 167 ; **d.** 5 964 + 309 + 4 027 = 10 300

● **Exercice 6**

Réponse

5 0 6	+ 3 2 8	+ 3 4 8 6	= **4 3 2 0**
+ 2 1 5 9	+ 9 2	+ 2 4 7	= **2 4 9 8**
+ 7 2	+ 7 2 6	+ 1 5 0 3	= **2 3 0 1**
+ 1 2 8	+ 4 0 5 6	+ 5 4	= **4 2 3 8**
2 8 6 5	**5 2 0 2**	**5 2 9 0**	

Dans cet exercice :

2 865 + 5 202 + 5 290 = 13 357

4 320 + 2 498 + 2 301 + 4 238 = 13 357

La somme des nombres écrits verticalement est la même que la somme des nombres écrits horizontalement. Dans les deux cas c'est la somme de tous les nombres.

Conclure que quel que soit l'ordre dans lequel on ajoute les termes d'une somme, cette somme ne change pas. Cela peut servir de méthode pour vérifier que les calculs sont justes.

● **Exercice 7**

Travail individuel. La correction collective peut s'organiser de la manière suivante : pour chaque calcul un élève propose sa démarche sous le contrôle de ses camarades.

Réponses : 2 517 + **4 948** = 7 465 ; 5**67** + **2**35 = 80**2** ;
13 **267** + 4**5**2 + **8** 748 = **2**2 467.

● **Nombres croisés**

	I	II	III	IV	V	VI
A	9	4	6	2		6
B	9	9	9		1	1
C		2	4	8	4	2
D	4	3	2	0	2	
E	7		7	6	9	5
F	4	4	4		4	5

ÉTAPE 9

Addition et soustraction : problèmes

Manuel p. 30-31

Objectif

Résoudre des problèmes additifs et soustractifs dans un contexte de distances.

Pourquoi cette étape ?

Il s'agit ici de **problèmes additifs et soustractifs** pour lesquels les élèves auront à engager des procédures de résolution de type **addition à trou ou soustraction**.

Les nombres ne sont plus du domaine familier, les élèves exécutent les calculs en utilisant des **procédures de résolution personnelles**. C'est l'occasion pour le professeur de mettre en valeur la diversité des modalités de calcul.

La présence de **schémas** est une aide pour le calcul.

2 séances • **Séance 1** découverte • **Séance 2** exercices

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit au tableau 4 nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves les écrivent dans l'ordre croissant (ou décroissant).

Découverte

Nous proposons l'organisation suivante :

– faire lire silencieusement aux élèves l'ensemble de la découverte et faire reformuler son contenu global ;

– reprendre ensuite question après question.

Attention ! Il s'agit d'une réelle activité de lecture : lecture de textes et de schémas et compréhension des liens entre eux.

■ **Questions 1 et 2**

Recherche d'une partie connaissant l'autre partie et le tout.

La question peut être résolue par du calcul réfléchi.

La présence du schéma peut favoriser une recherche par sauts successifs.

Procédures attendues
Question 1 : 772 + ? = 1 273 ou 1 273 – 772 = ?
Question 2 : 1 273 + ? = 1 715 ou 1 715 – 1 273 = ?

■ **Question 3**

Recherche du tout connaissant les parties.

Réponse : 1 048 km.

Conclure avec les élèves

Les deux procédures, addition à trou et soustraction, sont équivalentes.

Exercices

Le déroulement du travail pour chaque exercice peut s'organiser comme dans les autres étapes (voir p. 54). Cependant, on peut proposer aux élèves, au moment de la reformulation des consignes, de traduire sur un schéma les informations données et celles qu'il faut chercher.

● **Exercices 1 et 2**

Ils reprennent les compétences travaillées dans les questions 1 et 2 de la découverte.

Réponse exercice 1 : Orléans-Lille : 345 km
Réponse exercice 2 : Saint-Arnoult-Lyon : 471 km.

● **Exercice 3**

Il reprend la compétence travaillée dans la question 3 de la découverte.

Réponse : Madrid-Berlin : 2 321 km.

● **Exercices 4 et 5**

La comparaison porte sur des distances. Dans l'**exercice 4**, une information est donnée sur la situation relative de l'une des deux données par rapport à l'autre, il n'y a donc qu'une solution possible alors que, pour l'**exercice 5**, deux solutions sont possibles.

Réponse exercice 4 : 350 m.
Réponse exercice 5 : 720 m et 680 m.

● **Exercices 6 et 7**

Recherche de l'état initial connaissant la transformation (négative dans l'exercice 6 et positive dans l'exercice 7) et l'état final.

Réponse exercice 6 : 7 000.
Réponse exercice 7 : 3 000.

● **Exercices 8 et 9**

La comparaison porte sur des nombres. Dans l'**exercice 9**, une information est donnée sur la situation relative de l'une des deux données par rapport à l'autre, il n'y a donc qu'une solution possible alors que, pour l'**exercice 8**, deux solutions sont possibles.

Réponse exercice 8 : 130 et 70.
Réponse exercice 9 : 160.

● **Carrés magiques**

C'est la première fois dans le manuel que les élèves rencontrent les carrés magiques. Ils vont donc comprendre la règle de construction de ces carrés en vérifiant lesquels répondent à cette règle. Par la suite, on ne rappellera pas cette règle.

Réponses : Le carré A est magique : la somme est 15.
Le carré B n'est pas magique : la somme de la 3e ligne et 2e colonne est 54, la somme des autres lignes, colonnes et diagonales est 51.
Le carré C est magique : la somme est 34.

ÉTAPE 10

Addition et soustraction : calcul

Manuel p. 32-33

Objectifs

- Comprendre l'équivalence entre l'addition à trou et la soustraction.
- Mettre en œuvre différentes procédures de calcul réfléchi d'additions à trou ou de soustractions.

Pourquoi cette étape ?

• Dans l'étape précédente, les élèves ont travaillé **l'équivalence addition à trou et soustraction** dans des situations contextualisées. Nous proposons ici de clarifier cette équivalence **hors contexte**.
À cet effet, nous proposons une addition à trou pour que chaque élève s'engage dans une procédure personnelle, puis nous exposons **diverses techniques** :
– technique des sauts ;
– soustraction en utilisant la décomposition additive du nombre à enlever et en procédant terme après terme ;
– soustraction à la russe qui permet de donner ou redonner du sens à la technique usuelle de la soustraction par compensation qui sera revue à l'étape suivante.

• Il faut comprendre cette étape comme une **préparation à l'étape suivante**. La technique de la soustraction travaillée depuis le CE1 ne devrait plus poser de problèmes à la majorité des élèves. Toutefois, les résultats aux évaluations nationales montrent qu'un nombre non négligeable d'entre eux ne la maîtrisent pas. Or il est indispensable qu'elle soit complètement stabilisée si on veut que les élèves puissent comprendre la technique de la division. C'est pour cette raison que nous proposons qu'elle soit travaillée avec la classe entière.

1 séance

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit au tableau 4 nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres suivants ou précédents.

Activité préparatoire

Nous proposons de faire rappeler par les élèves les différentes procédures de calcul qu'ils ont mises en œuvre au cours de l'étape précédente. Le professeur pourra clarifier avec eux l'objet du travail à venir : comprendre qu'il existe différentes techniques pour effectuer une soustraction.

Découverte

■ Questions 1 et 2

Dans la question 1 les élèves mettent en œuvre leurs procédures personnelles dans un calcul d'addition à trou. Travail individuel.

La correction du calcul se fera à l'issue de la discussion après le travail sur la question 2.

On pourra faire lire silencieusement l'ensemble de la question 2 : le texte, les bulles des enfants et les ardoises.

Après un temps de travail individuel, reprendre alors en collectif les procédures de calcul proposées sur les ardoises.

Pour les procédés d'Alice et de Piotr, il sera intéressant de faire remarquer que les sauts sont choisis en fonction des nombres mais aussi des capacités de calcul de chacun.

Conclure avec les élèves

- Pour faire une addition à trou, on peut procéder par sauts successifs.
- Pour faire une soustraction, on peut passer par la décomposition additive du nombre à enlever et soustraire les différents termes successivement.
- On peut aussi utiliser la soustraction à la russe qui consiste à ajouter un même nombre aux deux termes jusqu'à obtenir un nombre « rond » facile à soustraire.

Le professeur pourra faire écrire sur le cahier un exemple pour chaque procédé.

Exercices

Ce sont des exercices d'entraînement qui peuvent être faits et corrigés individuellement, ce qui permettra au professeur de vérifier les compétences de chacun dans ce domaine et d'apporter l'aide adaptée si nécessaire.

● Exercices 1 à 10

Réponses

Exercice 1 : 1 468 + 657 = 2 125
Exercice 2 : 3 241 – 1 158 = 2 083
Exercice 3 : 2 624 + 1 912 = 4 536
Exercice 4 : 2 841 – 503 = 2 338
Exercice 5 : 3 152 – 856 = 2 296 ; 14 372 – 8 497 = 5 875
Exercice 6 : 2 135 + 707 = 2 842 ; 3 256 – 1 541 = 1 715

● Carrés magiques

A

204	**113**	178
139	165	**191**
152	**217**	126

somme : 495

B

32	**37**	33	**44**
43	34	38	31
42	35	39	**30**
29	**40**	36	41

somme : 146

C

30	**17**	24	**11**	18
13	25	12	**19**	31
26	8	20	**32**	**14**
9	**21**	28	15	27
22	**29**	16	23	**10**

somme : 100

Soustraction : technique usuelle

MANUEL P. 34-35

Objectif

Comprendre que la technique usuelle de la soustraction utilise la propriété : la différence entre deux nombres est inchangée si l'on ajoute un même nombre aux deux termes de l'opération.

Pourquoi cette étape ?

Après les **étapes préparatoires 9 et 10**, au cours desquelles ont été travaillées l'équivalence entre l'addition à trou et la soustraction et trois procédures de calcul réfléchi (sauts successifs, décomposition additive du nombre à enlever, soustraction à la russe), nous revoyons ici une technique de la soustraction, appelée **technique par compensation** qui est la technique usuelle en France.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit au tableau 4 nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres obtenus en ajoutant ou en enlevant 10 aux nombres cachés.

Découverte

■ Question 1

Présenter le travail : « Aujourd'hui, nous allons revoir la technique de la soustraction. Pour cela, vous allez utiliser votre technique, puis on comparera à la technique montrée dans le manuel à l'aide des quatre vignettes. »

Le calcul 6 759 – 2 486 est effectué individuellement. La suite du travail peut être faite à deux.

■ Mise en commun

Le professeur relève les réponses des élèves.

Il peut ensuite être intéressant de lister au tableau les méthodes de calcul proposées. Puis reprendre vignette par vignette le scénario de la technique.

Faire lire la bulle du furet. Le lien avec la soustraction à la russe de l'étape précédente doit aider à comprendre qu'on ajoute le même nombre sous deux formes (10 dizaines et 1 centaine) aux deux termes et donc que l'écart ne change pas.

Conclure avec les élèves

> Dans la technique usuelle de la soustraction, on a parfois besoin d'ajouter la même valeur aux deux nombres, cela ne change pas le résultat.

Faire recopier le calcul final.

	6	7	10+5	9
–	2	1+4	8	6
	4	2	7	3

■ Question 2

Travail individuel, puis mise en commun des propositions.

■ Question 3

La question 3 peut être traitée et corrigée individuellement. Ce sera l'occasion pour le professeur d'observer si chaque élève est capable de reproduire cette technique et d'aider ceux qui n'y parviennent pas.

Exercices

• Exercices 1 à 7

Déroulement habituel (voir p. 54).

Le professeur peut aussi préparer des fiches autocorrectives pour apporter l'aide appropriée à ceux qui en ont besoin.

• Exercice 8 (accompagné par l'enseignant)

Cet exercice présente deux niveaux de difficulté :

– comprendre que pour payer on est souvent obligé de donner plus d'argent que ce qu'on doit et qu'en retour la caissière va rendre de l'argent ;

– comprendre que la somme qu'on va donner peut être calculée pour faciliter le « rendu » d'argent de la caissière ou pour recevoir plutôt un billet que de nombreuses pièces. Cette méthode de rendu de monnaie, couramment utilisée, s'appuie elle aussi sur la propriété « la différence de deux nombres ne change pas si on ajoute la même valeur aux deux nombres ».

La question **a** demande d'expliquer la réponse d'Alice et pas seulement de chercher ce qu'elle doit rendre.

Si des élèves ne comprennent pas cette question, on peut leur faire chercher ce qu'Alice va rendre à Théo : 3 billets de 10 €. Puis leur demander de calculer ce qu'aurait dû rendre Alice si Théo avait donné uniquement un billet de 100 €.

Comparer les deux « rendus » de la caissière et le prix que Théo a effectivement payé dans les deux cas.

Conclure que 100 – 26 = 104 – 30 = 74.

ÉTAPE 12

Distance de deux points, milieu d'un segment

MANUEL P. 36-37

Objectifs

- Envisager la distance de deux points comme longueur d'un segment.
- Envisager le milieu d'un segment comme point équidistant des extrémités, l'identifier par pliage ou mesurage.

Pourquoi cette étape ?

- Nous présentons dans cette étape **la distance de deux points et le milieu d'un segment** comme des solutions géométriques à des problèmes posés dans le méso-espace (voir partie 1), comme nous l'avons fait pour la propriété d'alignement (étape 3). Ces deux notions sont **l'aboutissement d'un questionnement mathématique** à propos d'une activité commencée dans la cour, puis travaillée sur la feuille de papier.
- Partant d'une **idée imprécise de distance et de milieu** (dans le langage usuel, se placer « au milieu » est souvent synonyme de se placer « entre »), les élèves ont à se construire une **image mentale précise de ces notions** :

– la distance de deux points nécessite de concevoir la ligne droite comme plus court chemin entre les deux points ;
– le milieu d'un segment est un point du segment c'est-à-dire qu'il est aligné avec les extrémités du segment ;
– les distances du milieu à chaque extrémité du segment sont les mêmes.

- Le professeur devra débusquer des **usages inexacts des mots**. Par exemple : les élèves parlent souvent du milieu d'une droite, or une droite ou une demi-droite n'ont pas de milieu !

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL
- À disposition des groupes : plusieurs règles de tableau de 1 mètre, de la ficelle.
- Par groupe : 2 piquets ou plots, un objet (pot de yaourt), une craie, une feuille, un crayon.
- Par élève : une feuille de papier calque, un crayon bien taillé.

Calcul mental

Petits problèmes oraux additifs ou soustractifs.

Exemples :

– Jules vient de perdre 11 billes, il en a maintenant 29. Combien de billes avait-il avant de jouer ?

– Sur 29 élèves, 11 s'entraînent au basket, les autres font de la lutte. Combien d'élèves font de la lutte ?

– Kelly achète un livre à 13 € avec un billet de 50 €. Combien lui reste-t-il d'argent ?

– Paul vient d'acheter un jeu avec deux pièces de 10 €. Il lui reste 4 €. Combien coûte son jeu ?

– Louis a 52 billes, il a 25 billes de plus qu'Arthur. Combien Arthur a-t-il de billes ?

– Une émission a été rallongée de 20 min. Elle dure maintenant 50 min. Quelle était sa durée auparavant ?

– Gabriel mesure 145 cm, Flavie mesure 139 cm. Quelle est la différence de leurs tailles ?

– Dans une salle, il y a 52 tables et 43 chaises. Combien faut-il ajouter de chaises pour qu'il y en ait une pour chaque table ?

Il s'agit d'entraîner les élèves à résoudre mentalement des problèmes arithmétiques simples de manière à ce qu'ils puissent se constituer en mémoire des « classes de problèmes ». Le contenu sémantique de l'énoncé n'a pas beaucoup d'importance, les nombres sont choisis dans un champ numérique restreint pour permettre un traitement mental aisé, ce sont des variables sur lesquelles le professeur peut jouer pour adapter les problèmes posés aux compétences effectives de ses élèves.

Le problème est dit lentement par le professeur, il est répété une fois. Les élèves réfléchissent silencieusement sans noter l'énoncé, puis écrivent leur réponse sur leur ardoise ou leur cahier.

Le professeur demande à quelques enfants d'expliciter leur procédure.

Les problèmes proposés visent à renforcer divers sens de l'addition et de la soustraction. Ils relèvent des catégories les plus fréquemment rencontrées au cycle 3 : composition de mesures, transformation sur un état, relation de comparaison. C'est davantage la démarche de résolution et la reconnaissance du calcul à effectuer qui sont travaillées que le calcul effectif.

Activité préparatoire

■ Dans la cour

Répartir les élèves par groupes de 5 ou 6.

Laisser à disposition de chaque groupe une grande règle, de la ficelle, de la craie, une feuille, un crayon. Placer pour chaque groupe deux piquets (ou deux plots) éloignés d'au moins 4 mètres, symbolisant les poteaux de deux paniers de basket.

Demander aux élèves de chercher et de marquer sur le sol à l'aide d'un objet (pot de yaourt par exemple) l'emplacement du ballon pour l'engagement. Désigner un rapporteur qui notera la manière dont le groupe a procédé (pour la mise en commun ultérieure).

> Plusieurs stratégies possibles
> 1. Pour tracer le segment :
> – mise bout à bout de plusieurs règles, ce qui nécessite de vérifier leur alignement ;
> – glissement de la règle sur sa trace, utilisation d'une ficelle tendue pour contrôler le déplacement de la règle ;
> – etc.
> 2. Pour rechercher le milieu :
> – mesurage ;
> – pliage en deux d'une ficelle ;
> – recherche visuelle à l'œil puis approximations successives ;
> – etc.

Vérifier rapidement les emplacements trouvés.

■ De retour en classe

Mise en commun des stratégies utilisées et discussion au sujet de leur efficacité.

■ Conclusion provisoire

Pour trouver l'emplacement du ballon pour l'engagement, il a fallu trouver le milieu sur la ligne droite qui joint les deux poteaux.

Découverte

■ Travail sur le papier calque

La découverte reprend l'activité préparatoire en la transposant dans l'espace de la feuille de papier (micro-espace).

La **question 1** permet aux élèves de revenir sur le positionnement du milieu, en traçant le segment [EF] et en en cherchant le milieu.

La **question 2** a pour but de faire formuler avec précision les deux conditions pour que ce point soit le milieu du segment [EF].

Réponses

A n'est pas sur le segment et n'est pas à la même distance de E et de F.

B et C sont sur le segment mais ne sont pas à la même distance de E et de F.

D est bien à la même distance de E et de F mais il n'est pas sur le segment.

Conclure avec les élèves

> • La distance entre deux points est la longueur du segment qui les joint.
> • Le milieu d'un segment est le point qui est à la fois sur le segment et à la même distance des deux extrémités.

Les élèves peuvent accompagner cette conclusion du dessin d'un segment et de son milieu (on prendra soin de faire tracer un segment en position oblique).

Lire et commenter les trois premiers paragraphes de la page 14 de l'Aide-mémoire.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

• Exercices 1, 2 et 3

Les élèves doivent d'abord prévoir à vue d'œil des égalités de longueurs puis les vérifier avec des instruments de leur choix : compas, bande de papier, règle graduée.

• Exercice 4

Lors de la correction, demander aux élèves de dire pourquoi certaines formulations ne sont pas correctes.

• Exercice 5

C'est un exercice « retourné » : on connaît une des extrémités du segment à tracer et son milieu ; il faut trouver la deuxième extrémité.

• Exercice 6 (accompagné par l'enseignant)

Faire une mise en commun des propositions des élèves.

> Procédure la plus souvent utilisée
> Décalquer les points A, C, E et G et percevoir que B, D, F et H sont les milieux des segments [AC], [CE], [EG], et [GA].
> D'autres choix de points sont possibles et permettent la reproduction de la figure.

Lors de la mise en commun faire expliciter les choix des 4 points et les positions particulières des points B, D, F et H.

Demander ensuite aux élèves de comparer les longueurs BD et HF, puis les longueurs BH et DF.

Leur proposer de dessiner chacun un quadrilatère de leur choix et de joindre ensuite les milieux des côtés. La propriété observée sur la figure de l'exercice 6 est-elle vérifiée sur les nouvelles constructions ?

Les expériences permettront de conclure positivement sur les différentes constructions envisagées. En fait, il s'agit d'un théorème classique : le quadrilatère « des milieux » est toujours un parallélogramme.

• Illusion d'optique

C'est le trait vert qui est le milieu du segment.

Distance de deux points, cercle

MANUEL P. 38-39

Objectifs

- Envisager le cercle comme ensemble des points situés à une distance fixée d'un point donné.
- Revoir le vocabulaire sur le cercle.

Pourquoi cette étape ?

- **En cycle 2** et en CE2, le **cercle** est envisagé comme une figure particulière : c'est une **ligne fermée et bien « arrondie »** que l'on obtient en utilisant le compas. On sait que certaines difficultés pour les élèves proviennent du fait que le centre du cercle, point fondamental pour pouvoir le tracer, ne fait pas partie du cercle et que le rayon du cercle n'est pas matérialisé sur le compas.
- **En CM1**, il convient de commencer à penser le **cercle** comme un **ensemble de points qui ont une propriété commune**, celle d'être à la même distance d'un seul point qui est justement le centre du cercle. Pour cela, nous proposons une **situation dans le méso-espace** consistant à placer plusieurs points à une distance fixée d'un point donné.
- **De retour en classe**, une consigne similaire va être donnée, tout d'abord en plaçant les points **à main levée** pour que le professeur puisse observer les conceptions des élèves et que l'ensemble de la classe puisse se mettre d'accord sur les moyens de vérification pertinents. C'est **ensuite l'enjeu de rapidité et de qualité dans le positionnement** de nombreux points à une distance fixée d'un point donné qui va faire évoluer les procédures utilisées (souvent le double décimètre dans un premier temps ou une bande de papier) **vers l'utilisation du compas**.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL
- À disposition des groupes : plusieurs mètres en bois, de la ficelle.
- Par groupe : 1 piquet ou un plot, des cailloux ou des post-it, des anneaux.
- Par élève : une feuille unie, une feuille de papier calque, un crayon bien taillé.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit au tableau 4 nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres obtenus en ajoutant ou en enlevant 9 aux nombres cachés.

Activité préparatoire

■ Dans la classe

Présenter l'activité : « Dans le cadre d'un jeu de lancer d'anneau sur un piquet, plusieurs joueurs doivent se placer en même temps à la même distance du piquet. Il va falloir **prévoir** l'emplacement des joueurs pour que le jeu soit équitable. »

Répartir la classe en plusieurs groupes de 6 à 8 élèves.

Demander à chaque groupe de réfléchir à la manière dont ils vont devoir se positionner pour que le jeu soit équitable (les joueurs à 3 m du piquet par exemple) et de faire la liste du matériel dont ils auront besoin pour indiquer les positions des joueurs.

■ Dans la cour

Placer pour chaque groupe le piquet (ou le plot) que les élèves devront atteindre en lançant des anneaux.

Donner le matériel demandé et laisser les élèves marquer l'emplacement des joueurs par des cailloux.

Avant de jouer, chaque groupe explique comment il a résolu la question. Vérification par les autres groupes, discussion, rectifications éventuelles.

Donner ensuite un temps pour ce jeu d'adresse.

■ De retour en classe

Faire le bilan de l'activité en demandant aux élèves de rappeler les manières de faire pour placer plusieurs personnes à la même distance du piquet.

Conclure : pour positionner les joueurs, une procédure efficace a été d'utiliser une ficelle de 3 mètres de long, un élève tenait une extrémité au piquet et l'autre extrémité indiquait la position d'un joueur, on pouvait répéter cette opération en faisant tourner la ficelle autour du piquet. (On retrouve ici la méthode utilisée par les jardiniers pour composer des massifs de fleurs circulaires.)

Découverte

La situation proposée reprend l'activité préparatoire.

■ Question 1

Les élèves travaillent sur une feuille unie. La distance des points au point A n'est pas indiquée. Laisser les élèves s'organiser pour placer le point A et, à main levée, les 5 points à la même distance de A.

Demander ensuite à chacun de vérifier la proposition et recenser les différentes manières que les enfants ont utilisées pour mener cette vérification (sans en apporter de nouvelles) : utilisation d'une bande de papier, de la règle graduée, d'une ficelle, du compas…

■ Question 2

Ce qui fait l'enjeu de cette nouvelle consigne, c'est à la fois le grand nombre de points à placer et la question de la rapidité. Les élèves comprennent qu'il y a là un défi, un changement de stratégie attendu. Certains vont penser au compas, d'autres continueront à mesurer.

La distance au point B des points à placer est connue (5 cm) de manière à pouvoir préparer un transparent pour la correction.

Mise en commun des procédures

Après avoir convenu que le compas permettait de répondre rapidement à la question, il se peut qu'une discussion s'engage sur le fait qu'avec le compas on peut dessiner des bouts de lignes continues mais pas des points.

Le professeur peut aider à conclure en montrant d'une part à l'aide du transparent que tous les points qui conviennent sont sur le cercle de centre B et de rayon 5 cm et réciproquement que n'importe quel point choisi sur ce cercle est bien à 5 cm de B.

■ Question 3

Elle permet aux élèves de réinvestir ce qu'ils viennent d'apprendre pour donner du sens à la construction au compas d'un triangle.

Travail individuel avec discussion par deux

Certains élèves cherchent le point en faisant des essais à l'aide de la règle graduée. D'autres tracent le cercle de centre I et de rayon 3 cm, et le cercle de centre J et de rayon 4 cm. D'autres tracent seulement le premier cercle et cherchent à la règle graduée des points de ce cercle distants de 4 cm de J.

Mise en commun des procédures

Conclure que deux points conviennent, ce sont les points d'intersection des deux cercles. Faire tracer les deux triangles IJK et IJK'. Demander aux enfants les longueurs des côtés de ces triangles.

Conclure avec les élèves

- Tous les points qui sont à la même distance (par exemple 5 cm) du point B sont sur le cercle de centre B et de rayon 5 cm. Ce cercle est l'ensemble des points qui sont à 5 cm du centre.
- Pour trouver les points qui sont à la fois à 3 cm de I et à 4 cm de J, on trace le cercle de centre I et de rayon 3 cm et le cercle de centre J et de rayon 4 cm. Les points d'intersection de ces cercles sont les points cherchés.

Les élèves peuvent accompagner cette conclusion du dessin du cercle et du vocabulaire : centre, rayon, diamètre.

Ils peuvent également se reporter au paragraphe sur le cercle à la page 18 de l'Aide-mémoire.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

• Exercice 1

Mise à l'épreuve de l'image mentale que les élèves se sont construite du cercle. La vérification se fait au compas.

Réponses

Sur le cercle de centre E : les points A, J, N, F et K.
Sur le cercle de centre C : les points A, B, D et K.

• Exercice 2

Il permet de rencontrer le cas où deux cercles ont seulement un point en commun. Le terme « tangent » peut être donné mais il n'est en aucun cas exigible.

• Exercice 3

Il a pour but de renforcer la notion de rayon.

• Exercices 4 et 5

Réinvestissement de la construction trouvée à la question 3 de la découverte

– Pour l'**exercice 4**, certains élèves penseront seulement au milieu du segment [AB]. Relancer si nécessaire la recherche en demandant par exemple de placer un point qui soit à 4 cm de A et à 4 cm de B. La notion de médiatrice du segment [AB], sous-jacente à cet exercice, n'est pas à travailler explicitement, il suffit que les élèves soient convaincus de l'existence de plusieurs points situés à la même distance de A et de B.

– L'**exercice 5** préfigure une question que l'on rencontrera plus tard : avec trois longueurs, on ne peut pas toujours construire un triangle.

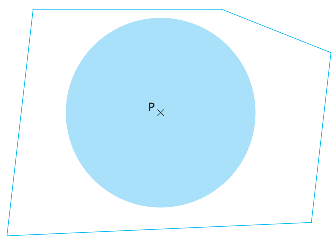
• Exercice 6 (accompagné par l'enseignant)

Cet exercice peut être proposé en situation de recherche par groupes de deux. Il permet de lier le travail sur le cercle et le disque (surface délimitée par un cercle) sans faire obligatoirement formuler ce terme.

Expliquer aux élèves la phrase « sur ce plan 1 cm représente 1 m ». Pour s'assurer de sa compréhension, demander quelle sera la longueur de la corde sur le plan.

Mise en commun des propositions des élèves.

Le schéma ci-dessous est réduit, le rayon du cercle correspond à la longueur de la corde de la chèvre (3 m en réalité et 3 cm sur le dessin à l'échelle demandée).



• Illusion d'optique

Réponses

a. Les trois segments ont la même longueur.
b. La distance AB est égale à la distance BC.

ÉTAPE 14

Cercles

Manuel p. 40-41

Objectifs

- Affiner les compétences techniques liées à l'utilisation du compas.
- Maîtriser le vocabulaire relatif au cercle.

Pourquoi cette étape ?

- Au cours des étapes précédentes, les élèves ont revu que le **compas** pouvait servir à comparer des longueurs, à en reporter. Ils ont commencé à envisager le cercle comme ensemble de points situés à une distance donnée d'un point fixé.
- Au cours de cette étape, nous retrouvons **le cercle en tant que figure géométrique obtenue en utilisant un compas**, c'est un « rond » bien fait. Il s'agit donc ici pour les élèves :

– d'acquérir une certaine dextérité dans le maniement du compas ;
– de se familiariser avec le vocabulaire associé au cercle et de l'utiliser correctement ;
– de constater que suivant le contexte le mot « rayon » désigne soit le segment qui joint le centre à un point du cercle soit la longueur de ce segment ;
– de retenir que, pour dessiner un cercle, il faut connaître soit le centre et la valeur du rayon, soit un diamètre, soit le centre et un point.

- Pour cela, en **activité préparatoire**, des tracés avec diverses contraintes visent l'acquisition de la maîtrise du compas et la consolidation du vocabulaire. Ces activités peuvent être menées dans le cadre d'une recherche plastique.
- Dans la **découverte** et les **exercices**, les élèves vont compléter leurs investigations dans l'analyse de figures à reproduire : repérer des centres de cercles, identifier des arcs de cercles, en chercher le centre.

2 séances • **Séance 1** activité préparatoire et découverte • **Séance 2** exercices

Matériel • Par élève : un compas en bon état, une ou deux feuille(s) de papier calque, des feuilles de papier uni.
• Pour la correction : les figures à obtenir (découverte et exercices) construites par l'enseignant sur des transparents.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit au tableau 4 nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres obtenus en ajoutant ou en enlevant 11 aux nombres cachés.

Il s'agit de conduire les élèves à revenir sur des stratégies du type « pour ajouter 11, on peut ajouter 10 puis 1 » ou encore « on peut augmenter de 1 le chiffre des dizaines et celui des unités » et « pour enlever 11, on peut enlever 10, puis 1 ou diminuer de 1 le chiffre des dizaines et celui des unités ».

Activité préparatoire

Tracés de cercles avec contraintes. Exemples de consignes :

1. Trace 10 cercles de rayons différents et qui ne se coupent pas.

2. Trace un cercle C1 et un cercle C2 à l'intérieur du cercle C1.

3. Trace 3 cercles de même centre, on dit que ce sont des cercles « concentriques ».

4. Trace un segment [AB], puis trace 5 cercles dont les centres sont sur [AB].

5. Place un point A et un point B, trace le cercle de centre A passant par B.

6. Place un point A, trace le cercle de centre A et de rayon 4 cm.

7. Trace un cercle C, puis trace 5 cercles dont les centres sont sur le cercle C et qui passent par le centre du cercle C.

8. Trace un segment [IJ], trace le cercle de diamètre [IJ].

9. Place un point A, trace un demi-cercle de centre A et de rayon 5 cm.

10. Trace un segment [AB] de longueur 5 cm. Trace le cercle C1 de centre A et de rayon 3 cm, puis le cercle C2 de centre B et de rayon 2 cm. Ces deux cercles se « touchent » en un point, on dit qu'ils sont « tangents ».

11. Trace un segment [AB] de 10 cm de long. Trace trois cercles qui respectent les contraintes suivantes : leurs centres sont sur le segment [AB], l'un passe par le point A, un autre par le point B, les trois cercles sont tangents.

Découverte

Avec la découverte, les élèves continuent à s'entraîner :
– à observer la figure sans se précipiter sur leurs instruments ;

– à identifier les figures connues qui la composent : cercle et demi-cercles ;
– à faire des hypothèses sur les positions des centres du cercle et des demi-cercles ;
– à repérer des alignements ;
– à vérifier les hypothèses à l'aide des instruments. Lors de cette vérification, ils placent une feuille de papier calque sur le modèle pour pouvoir tracer des segments afin de positionner les centres des différents cercles.

Une fois l'analyse menée à bien, il est possible de reproduire la figure en l'agrandissant.

■ Travail individuel

Après la lecture de la consigne, donner aux élèves du papier calque sur lequel ils feront des essais afin d'étudier la figure.

■ Mise en commun

Recenser les propriétés : le segment qui joint les deux points noirs (que l'on peut désigner par A et B) est un diamètre du cercle. Il est constitué des diamètres respectifs des deux demi-cercles. Le centre du cercle que l'on peut désigner par I est le milieu du segment [AB], les centres respectifs des demi-cercles sont les milieux des segments [AI]et [IB]. Le rayon du cercle est 3 cm, celui des demi-cercles est 1 cm 5 mm.

Laisser ensuite un temps de construction de la figure, aider les plus malhabiles dans le maniement du compas.

Conclure avec les élèves

- Pour construire un cercle, il faut connaître son centre et son rayon.
- Le diamètre d'un cercle est le nombre qui est le double du rayon, c'est aussi le nom que l'on donne à tous les segments qui ont leurs extrémités sur le cercle et qui passent par le centre.
- Pour pouvoir reproduire une figure qui contient des cercles et des arcs de cercles, il faut l'analyser, c'est-à dire repérer où sont les centres, et trouver les rayons. Pour cela, il faut souvent repérer des alignements, des milieux, en joignant des points et en comparant des longueurs.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

• Exercice 1

Les cercles ont même centre ; on dit qu'ils sont concentriques.

• Exercice 2

Les deux cercles ont un point en commun (ils sont tangents).

• Exercice 3

Il permet de revoir la construction de la rosace à 6 branches en la « mettant en mots ».

• Exercice 4

La reproduction demandée nécessite une analyse du modèle : les arcs de cercles ont pour centre les sommets du carré et pour rayon la demi-diagonale du carré. Le professeur peut donner aux élèves le carré dans lequel reproduire la figure.

• Exercice 5 (accompagné par l'enseignant)

Le professeur dirige l'observation et l'analyse des modèles. Il peut là aussi donner la figure de base déjà construite pour différencier la tâche sans la dénaturer.

• Illusion d'optique

Réponse

Les deux petits cercles blancs ont le même diamètre.

ÉTAPE 15

Numération orale : lire, écrire et comparer

MANUEL P. 42-43

Objectifs

- Étudier les règles de la numération orale et celles de la numération écrite.
- Débusquer les erreurs fréquentes.

Pourquoi cette étape ?

- La consolidation du travail mené à l'étape 5 (p. 17) et page 18 sur le « fonctionnement » de la numération orale passe par l'étude plus spécifique des **règles de passage de la désignation orale des nombres** (ou de leur écriture en lettres) **à leur écriture chiffrée et réciproquement**. Il s'agit aussi ici de renforcer le travail mené sur la **comparaison des nombres** (étape 8). Enfin, ces activités ont lieu dans un champ numérique plus grand qu'auparavant.
- Pour les nombres supérieurs à 1 000, la numération orale met en jeu une **« surbase » de numération égale à mille**. Un jeu de cartes permet aux élèves d'étudier ce fonctionnement : deux cartes portant des nombres écrits en chiffres **encadrent** une carte portant le mot-nombre « mille ».
- Le passage à l'écriture chiffrée montre une nouvelle fois la nécessité d'écrire des zéros dans certains cas et d'écrire le chiffre 1 qui ne se dit pas quand il est en première position. L'utilisation d'un **tableau de numération** peut s'avérer une aide efficace.

1 SÉANCE

MATÉRIEL
- Par élève : une enveloppe contenant
  – vingt et une étiquettes portant les nombres suivants écrits en chiffres :
  1, 4, 5, 9, 24, 37, 50, 59, 67, 79, 87, 96, 124, 273, 387, 438, 582, 710, 743, 805, 832 ;
  – une étiquette portant le mot-nombre « mille ».
- Pour la classe : les mêmes étiquettes de grande taille à afficher au tableau.

Calcul mental

Recherche de compléments à 10 ou à un multiple de 10 (ex. : 3 pour aller à 10 ou 52 pour aller à 60).

La recherche de compléments aux dizaines, centaines, milliers, travaillée dans cette étape et la suivante, est nécessaire pour le calcul mental d'additions ou de soustractions, notamment dans les techniques par sauts qui sont particulièrement efficaces.

Découverte

Le professeur distribue à chaque élève l'enveloppe avec les étiquettes.

■ Question 1

Après une période de travail individuel, une mise en commun est nécessaire.

Elle permet de rappeler que le zéro n'est pas dit, alors qu'il apparaît dans l'écriture chiffrée d'un des nombres.

■ Question 2

Après un temps de recherche individuelle, les élèves comparent leurs propositions par deux, puis font la liste des nombres que le groupe de deux a trouvés et vérifiés.

Cette question permet de débusquer les erreurs liées au zéro intercalaire et de les corriger.

Évidemment, on n'attend pas tous les nombres possibles ; cependant, il est important de relancer la recherche dans les groupes pour qu'apparaissent certains nombres :
– des nombres pour lesquels on n'a pas besoin du mot « cent » ;
– des nombres qui comportent un seul zéro, en position finale ou intercalaire ;
– des nombres qui commencent par « mille » ;
– des nombres qui comportent deux zéros ;
– des nombres qui comportent trois zéros.

Cette question permet aussi de repérer le champ numérique dans lequel les élèves sélectionnent leurs nombres, pour éventuellement le faire évoluer.

■ Mise en commun

Cette mise en commun permet aussi aux élèves de rappeler que :
– dès que l'on utilise le mot « mille », on obtient des nombres ayant au moins 4 chiffres ;
– après « mille », l'écriture chiffrée du nombre d'unités doit toujours comporter 3 chiffres.

Conclure avec les élèves

- Tous les nombres entre 1 000 et 999 999 peuvent se dire en juxtaposant trois éléments **au plus** : un nombre compris entre un et mille, puis le mot « mille », puis un nombre inférieur à mille.

• Pour écrire ces nombres en chiffres, on juxtapose les nombres que l'on entend avant et après le mot « mille », en plaçant des 0 pour indiquer les groupements manquants et le 1 s'il se trouve en première position.

Pour illustrer cette conclusion, on fera écrire aux élèves quelques exemples :

24 582
« vingt-quatre mille cinq cent quatre-vingt-deux » ;
582 024
« cinq cent quatre-vingt-deux mille vingt-quatre » ;
3 000
« trois mille » ;
1 037
« mille trente-sept ».

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

• Exercices 1 et 2

Pour dire les nombres de 4 à 6 chiffres, le mot mille doit toujours être utilisé, alors que le mot cent n'est pas indispensable. Pour l'**exercice 1**, faire écrire en chiffres les nombres dits.

Le furet peut servir à conclure ces deux premiers exercices et à introduire le tableau de numération de l'exercice 3.

• Exercice 3

Présentation du tableau de numération comme une aide pour écrire les nombres.

• Exercices 4 à 6

Ils permettent de réinvestir les règles de comparaison des nombres vues à l'étape 8 et de montrer aux élèves que l'on peut comparer des nombres quel que soit le type de leur désignation (en lettres ou en chiffres).

Réponses
Exercice 4 :
5 327 < 10 005 < 10 500 < 13 020 < 15 600 < 130 000

Exercice 5 :
90 300 > 90 003 > 81 320 > 80 999 > 9 569 > 9 540

Exercice 6 :
Londres, White Hart Lane : 36 240
Paris, Parc des Princes : 44 283
Madrid, Vicente Calderon : 55 005
Rome, Olimpico : 72 698
Paris, Stade de France : 79 959
Madrid, Santiago Bernabéu : 80 354
Londres, Wemblay : 90 000

Repérage sur quadrillage, tableaux, graphiques

MANUEL P. 44-45

Objectif

Réinvestir ses connaissances concernant le repérage sur quadrillage et le repérage dans le temps.

Pourquoi cette étape ?

• Nous souhaitons amener les élèves à **utiliser certains outils mathématiques dans un cadre pluridisciplinaire**.
Les programmes recommandent de faire découvrir l'Europe et de développer la curiosité des élèves à propos des pays de l'Union européenne.

• Dans cette première étape sur l'Union européenne, ils découvrent ses limites géographiques, les principaux États qui la composent en 2009 et leurs capitales.

• Dans la première page, il s'agit de relever des informations sur une carte en réinvestissant les compétences de **repérage sur quadrillage**.

• Dans la seconde page, la tâche est plus complexe : **élaborer un graphique** qui organise et présente des données de manière à saisir beaucoup d'informations d'un simple coup d'œil. Les élèves réinvestissent là des connaissances et compétences relatives à la reproduction de figures géométriques, aux sciences (le calendrier, les saisons), à la lecture de chiffres romains…

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : une feuille de papier calque ; les instruments personnels de géométrie.

Calcul mental

Recherche de compléments à 100 ou à un multiple de 100 (ex. : 30 pour aller à 100 ou 150 pour aller à 200).

Les capitales de l'Union européenne

■ Travail individuel de lecture silencieuse de la carte

Attirer l'attention des élèves sur la légende : limites de l'Union européenne (les autres pays sont en blanc), dates d'entrée des différents États dans l'UE.

Leur laisser le temps de retrouver les pays qu'ils connaissent, de lire les noms des pays et des capitales qu'ils ne connaissent pas.

Question 1 : Helsinki est la capitale de la Finlande.
Question 2 : Malte, capitale : La Valette.
Question 3 : Le traité a été signé à Rome, en Italie.
Question 4 : En N3, Espagne – Madrid.
En J6, Belgique – Bruxelles.
En H8, Danemark – Copenhague.
En F9, Suède – Stockholm.

Conclure avec les élèves

Le quadrillage est un moyen commode qu'utilisent les géographes pour découper et représenter l'espace sur un plan. C'est une aide pour localiser différents éléments de cet espace et pour le décrire plus facilement.

Les fêtes dans l'Union européenne

■ Travail individuel de lecture silencieuse des textes

Amener les élèves à repérer le tableau, à identifier les rapports entre ses divers éléments et leur pertinence par rapport à l'information précise que l'on cherche.

■ Question 1

Dans l'étape précédente, les élèves ont appris à partager un cercle en 6 parties en construisant une rosace. Ils peuvent utiliser cette méthode pour le partage en 6. Pour le partage en 12, leur proposer de décalquer le faisceau de droites du calendrier du manuel.

Pour compléter le calendrier, les élèves doivent identifier les chiffres romains correspondant aux mois de l'année et reporter les données du tableau, ce qui nécessite d'en faire l'inventaire. C'est un travail de nature spatiale : passer en revue chaque élément sans en oublier et sans les visiter deux fois.

Procédures possibles
– Lecture du tableau de haut en bas et report des données dans les mois concernés.
– Recherche dans le tableau de toutes les données concernant un mois.

■ Questions 2 et 3

Elles permettent aux élèves de :
– lire et interpréter leur propre graphique ;
– prendre conscience que leur graphique leur permet de repérer certaines données beaucoup plus vite que ne l'aurait permis le tableau ;

– envisager éventuellement un autre mode d'organisation des données selon la question posée ;
– calculer des durées simples.

Question 2 : **a.** en janvier et en août. **b.** 65 jours

Question 3

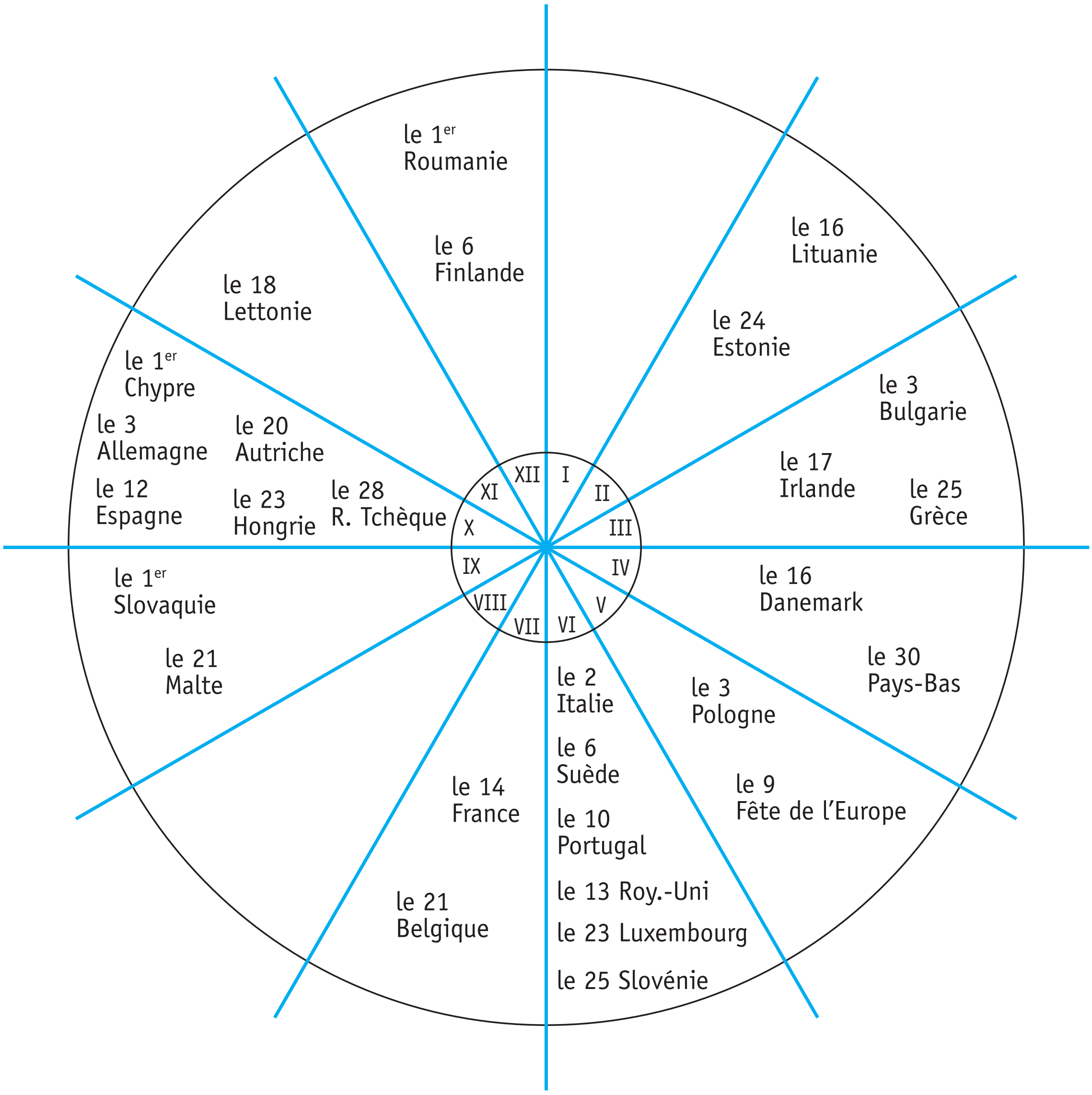
Procédures possibles

– Prendre appui sur le graphique élaboré et repérer qu'en juin et en octobre il y a de nombreuses fêtes nationales ; associer juin et septembre au printemps et à l'automne ; rechercher exactement les dates de début et de fin de ces deux saisons ; vérifier en relisant le tableau et en ne comptant que les fêtes comprises entre ces dates.

– Réorganiser les données du tableau initial en inscrivant les dates des fêtes selon les saisons.

Au printemps et en automne, il y a autant de fêtes nationales dans l'Union européenne, soit 8.
C'est en hiver qu'il y a le moins de fêtes nationales.

Printemps : 20 mars – 20 juin	**Été 21 juin – 22 septembre**	**Automne 23 septembre – 21 décembre**	**Hiver 22 décembre – 20 mars**
Danemark	Belgique	Allemagne	Bulgarie
Grèce	France	Autriche	Estonie
Italie	Luxembourg	Chypre	Irlande
Pays-Bas	Malte	Espagne	Lituanie
Pologne	Slovaquie	Finlande	Roumanie
Portugal	Slovénie	Hongrie	
Royaume-Uni		Lettonie	
Suède		République Tchèque	



MATHÉMATIQUES ET PATRIMOINE

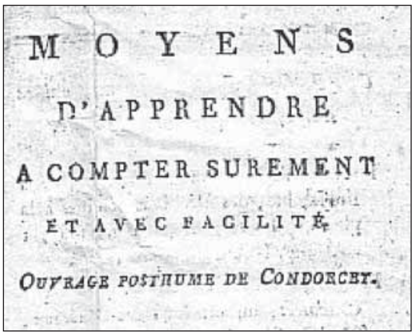
Condorcet… et la soustraction

MANUEL P. 48

Cette page « Patrimoine », peut être le point de départ pour un travail interdisciplinaire : apprentissage de la citoyenneté, lien entre instruction et démocratie, idée ambitieuse de l'action politique, science au service des hommes.

Des informations complémentaires

Condorcet a écrit en prison un ouvrage intitulé *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité* qui fut édité après sa mort en l'an VII de la République. À ce moment dramatique de sa vie, il pense donc à la façon dont il serait judicieux d'enseigner le « calcul » à de jeunes enfants en leur faisant pratiquer une réelle activité mathématique. Discours d'un modernisme étonnant et en même temps, naissance d'un « livre du maître » !


MOYENS
D'APPRENDRE
A COMPTER SUREMENT
ET AVEC FACILITÉ.
OUVRAGE POSTHUME DE CONDORCET.

La préface de ce manuel, écrite par Madame de Condorcet à partir des brouillons de son mari, constitue un modèle de réflexion sur l'enseignement des mathématiques. En voici l'introduction :

« Il m'a paru qu'en général, on ne devrait rien enseigner aux enfants sans leur en avoir expliqué et fait sentir les motifs. Ce principe me semble très essentiel dans l'instruction, mais je le crois surtout fort avantageux en arithmétique et en géométrie. Ainsi des éléments de ces sciences ne doivent pas seulement avoir pour but de mettre les enfants en état d'exécuter sûrement, et facilement par la suite, les calculs dont ils peuvent avoir besoin, mais doivent encore leur tenir lieu d'éléments de logique et servir à développer en eux la faculté d'analyser leurs idées, de raisonner avec justesse. »

Activités avec les élèves

Nous avons choisi de reprendre une des méthodes recommandées par Condorcet pour effectuer la soustraction. Il ne faut pas voir dans la présentation de cette méthode un apprentissage supplémentaire, ni un gadget de calcul, mais plutôt le moyen de prendre du recul afin de bien faire partager l'idée qu'avec des raisonnements (de nature mathématique) on peut mettre au point des procédés de calcul variés. Cette façon de faire la soustraction, qui « évite » les retenues, a d'ailleurs été proposée il y a quelques années à des adolescents en grande difficulté (réinsertion des 16-18 ans) et avait donné d'excellents résultats.

Après une lecture du texte informatif, commenté et enrichi par le professeur, proposer un travail par groupes de 2 ou 3.

Le texte encadré, issu du livre de Condorcet, peut donner lieu à une lecture collective assortie d'une transcription au tableau sous forme d'une suite d'égalités de ce qui est dit :

6 223 = 6 000 + 223

6 000 = 5 999 + 1

5 999 – 4 535 = 1 464 (pas de retenues)

1 + 223 = 224

224 + 1 464 = 1 688

Ce calcul donne donc la valeur de la différence entre 6 223 et 4 535.

Proposer alors aux élèves d'effectuer de la même manière 3 457 – 1 379

3 457 = 3 000 + 457

3 000 = 2 999 + 1

2 999 – 1 379 = 1 620 (pas de retenues)

1 + 457 = 458

458 + 1 620 = 2 078

Multiplication et division : problèmes

MANUEL P. 50-51

Objectif

Revoir différents sens de la multiplication et de la division.

Pourquoi cette étape ?

• Elle a pour but de **faire le point sur les compétences des élèves** pour résoudre des problèmes de multiplication et de division dans différents contextes et avec différentes structures (voir partie 1, p. 29). Les nombres choisis favorisent des procédures de calcul réfléchi.

• Tous les élèves n'ont pas nécessairement besoin de revenir sur ces connaissances anciennes : suivant sa classe, le professeur choisira de ne pas proposer ce travail, ou au contraire de le proposer à la classe entière, ou encore de le proposer pour certains de ses élèves dans le cadre des actions de soutien.

2 SÉANCES • SÉANCE 1 EXERCICE DIRIGÉ ET EXERCICE 1 • SÉANCE 2 EXERCICES 2 À 9

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit au tableau quatre nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les doubles ou les triples des nombres cachés.

Exercice dirigé

Il peut concerner la classe entière ou seulement un groupe d'élèves en soutien.

Faire lire silencieusement l'ensemble de l'exercice, puis mettre en évidence les trois questions. Après un temps de travail individuel, reprendre alors en groupe chaque question successivement.

Le champ numérique doit permettre du calcul automatisé (récupération en mémoire des résultats).

■ Question 1

On pourra récapituler au tableau les informations données et celles qu'il faut chercher.

Il s'agit de 3 petits problèmes de comparaison pour lequel le référent (Leïla a 8 CD) est toujours le même.

La comparaison quantifiée se fait à partir de 3 référés :
– Alice a la moitié du nombre de CD de Leïla ;
– Théo a le triple du nombre de CD de Leïla ;
– Qwang en a le quadruple.

■ Question 2

C'est un problème de comparaison multiplicative (fois plus, fois moins, le double) ou additive (de plus, de moins). Pour le résoudre les élèves doivent prévoir des étapes intermédiaires. On pourra lister au tableau les informations données.

■ Question 3

C'est un problème de comparaison multiplicative en cascade présenté sous la forme d'un défi.

Conclure avec les élèves

Les expressions de la langue française ne se traduisent pas de manière automatique par l'opération qu'elles semblent décrire :
– les expressions « fois plus », « fois moins », renvoient à des relations de multiplication ou de division ;
– les expressions « de plus », « de moins » renvoient à des relations d'addition ou de soustraction ;
– les expressions « le double, la moitié », « le triple, le tiers », « le quadruple, le quart » renvoient à des relations de multiplication ou de division.

On pourra illustrer cette conclusion en faisant écrire quelques exemples pris dans la découverte :

Exemple : « 4 fois plus de billes que 5 billes », c'est 4 × 5 billes.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

Le champ numérique étant familier, les calculs mis en œuvre vont relever de procédures de calcul réfléchi.

• Exercice 1

Les questions portent soit sur des recherches de produits : le prix des paires de chaussures de sport ; soit sur des recherches de quotients : les nombres de ballons et de shorts, le prix unitaire d'un tee-shirt. Pour calculer le prix unitaire des paires de chaussettes, il faut d'abord chercher un résultat intermédiaire : leur prix total.

Réponse

Désignation	Prix unitaire	Quantité	Prix total
Ballon	9 €	10	90 €
Tee-shirt	5 €	12	60 €
Paire chaussures de sport	15 €	11	165 €
Paire de chaussettes	3 €	25	75 €
Short	12 €	20	240 €
TOTAL			630 €

PÉRIODE 2

• **Exercices 2, 3 et 4**

Ils font travailler les élèves dans un contexte de mosaïques rectangulaires, contexte qui a permis depuis le CE1 une mise en scène de l'algorithme de la multiplication et que nous retrouverons dès l'étape 22 pour reconstruire cette technique.

– L'**exercice 2** porte sur la recherche de deux nombres connaissant leur produit.

– L'**exercice 3** porte sur la recherche du produit de deux nombres.

– L'**exercice 4** introduit la recherche d'un quotient par 10. Les procédures attendues relèvent soit de la multiplication à trou par approximation soit de la recherche d'un quotient. Cet exercice va permettre de poser la question du reste.

• **Exercice 5**

Ce travail sur des nombres en dehors de tout contexte nécessite une recherche dans un domaine numérique très familier avec une double contrainte.

> Procédures possibles
> 1. Une procédure par essai à partir d'une contrainte, par exemple : chercher des nombres dont le produit est 36 et regarder quelle est leur somme ou chercher des nombres dont la somme est 15 et calculer leur produit.
> 2. Une procédure exhaustive, par exemple : lister toutes les paires de nombres dont le produit est 36 et calculer leur somme ou lister toutes les paires de nombres dont la somme est 15 et calculer leur produit.

Réponse : Les nombres sont 3 et 12

• **Exercice 6**

Il permet de travailler en parallèle deux types de relation de comparaison : une relation de comparaison multiplicative (le double) et une relation de comparaison additive (de plus que).

Réponse : Si Qwang choisit la première solution, il reçoit 441 €, s'il choisit la deuxième solution il reçoit 285 €. Il a intérêt à choisir la première solution.

• **Exercice 7**

Questions du même type que celles de la découverte.

Réponses

a. Le vélo de marque Pigot coûte 120 €.

b. Le casque Sécurit coûte trois fois plus cher que le casque Protect.

c. Alice doit économiser 143 €.

• **Exercice 8**

Problème de division en cascade.

Réponse : Il y a 10 enveloppes.

• **Exercice 9**

Dans ce problème, plus difficile car moins habituel, il faut envisager une étape intermédiaire : rechercher une partie (composée des perles bleues et des perles jaunes) connaissant l'autre partie (les 138 perles argentées) et le tout (les 264 perles).

Ensuite, c'est un problème de partage équitable : comment partager les (264 – 138) perles bleues et perles jaunes en deux parties ayant le même nombre ? (126 = 2 × 63)

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Calcul réfléchi : le répertoire multiplicatif

MANUEL P. 52-53

Objectif

Mémoriser le répertoire multiplicatif.

Pourquoi cette étape ?

• Les élèves doivent **avoir mémorisé un grand nombre de résultats numériques** pour pouvoir investir efficacement d'autres domaines : résolution de problèmes, calcul réfléchi, techniques opératoires (voir partie 1, p. 21). Nous avons donc construit une activité dans laquelle le savoir connu (répertoire multiplicatif) va être pris comme objet d'étude.

Ce travail peut ne pas concerner tous les élèves et le professeur choisira la solution la plus adaptée à sa classe : ne pas le proposer, ou au contraire le proposer à la classe entière, ou encore le proposer pour certains de ses élèves dans le cadre des actions de soutien.

• Avec le jeu de Pythagore, les élèves travaillent dans un premier temps sur les décompositions multiplicatives des nombres. Puis, ils choisissent un nombre dans la table de Pythagore et cherchent dans quelles autres cases de cette table on le retrouve, autrement dit **de quel(s) autre(s) couple(s) de nombres il est aussi le produit.**

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET EXERCICE DIRIGÉ • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Par groupe de joueurs :
– une table de Pythagore (fiche photocopiable p. 252) ;
– 36 cartes nombres (fiche photocopiable p. 252).
• Pour la classe :
– une table de Pythagore à afficher ou dessiner au tableau de la classe ;
– les 13 cartes-nombres du jeu d'Alice et Leïla aux dimensions de la table affichée.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit au tableau quatre nombres pairs inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les moitiés des nombres cachés.

Activité préparatoire

Remarque
Pour rendre le jeu plus attrayant, on évite les nombres qui remplissent la ligne 1 et la colonne 1. Pour fabriquer les cartes, on choisit les 36 nombres correspondant aux produits des tables de multiplication classiques (2 à 10).

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3		9		15		21	24	27	30
4						28	32	36	40
5				25		35		45	50
6						42	48	54	60
7						49	56	63	70
8							64	72	80
9								81	90

• Afficher la règle du jeu et une table de Pythagore sur le tableau.

• Après le travail de lecture et de compréhension de la règle du jeu, on pourra commencer collectivement une partie : placer 5 cartes dans la table de Pythagore (voir exemple ci-dessous).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4						24				
5									45	
6					30					
7										
8										
9						54		72		
10										

• Afficher deux nouvelles cartes nombres, par exemple, 35 et 49.

• Demander s'il est possible de jouer, si oui quelle carte et où. Envoyer un volontaire montrer sa proposition, la vérifier collectivement (une place possible pour 35, on ne peut pas afficher 49).

• S'assurer que les élèves ont compris le but à atteindre : poser le premier ses 4 cartes.

• Faire jouer, par groupes, une ou deux parties.

Exercice dirigé

Nous proposons de faire lire silencieusement l'ensemble de l'exercice dirigé puis de mettre en évidence les deux questions.

■ Question 1

Travail individuel suivi d'une correction collective. Relever les réponses des élèves à la question « Qui va gagner ? », puis engager la discussion.

Solutions

Alice peut placer toutes ses cartes sauf 81. Elle pourra le faire quand elle aura posé la carte 72.

Leïla peut placer toutes ses cartes sauf 49. Il faudra qu'elle ait placé la carte 56 pour pouvoir la poser.

Alice, qui joue en premier, gagnera si elle repère correctement les cases où elle peut mettre ses cartes.

■ Question 2

Cette question permet aux élèves de prendre conscience des différentes décompositions multiplicatives possibles (de type a × b) d'un nombre.

Après lecture et reformulation, les élèves travaillent par deux.

La correction collective permettra de compléter, au fur et à mesure des réponses, la table de Pythagore affichée et de faire des observations sur les places qu'occupent les nombres dans la table.

Pour terminer de compléter cette table, on pourra demander aux élèves de lister les nombres qui manquent.

Solutions

Nombres présents 4 fois : 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 18 ; 20 ; 24 ; 30 ; 40.

Nombres présents 1 fois : 1 ; 25 ; 49 ; 64 ; 81 ; 100.

Nombres présents 3 fois : 4 ; 9 ; 16 ; 36.

Conclure avec les élèves

Une table de Pythagore comporte 100 cases.

En lisant cette table, on s'aperçoit que des nombres y sont plusieurs fois : ce qui veut dire que certains nombres peuvent s'écrire de plusieurs manières comme produit de deux nombres.

Pour illustrer cette conclusion, les élèves pourront écrire par exemple :

24 = 3 × 8 ; 24 = 8 × 3 ; 24 = 6 × 4 ; 24 = 4 × 6

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

● **Exercice 1**

Il permet aux élèves de prendre conscience des résultats qu'ils ont mémorisés.

● **Exercices 2, 3, 4 et 5**

Différentes manières de revisiter les produits simples.

● **Exercice 6**

Problème de comparaison multiplicative (fois plus) ou additive (de plus, de moins). Le référé est connu : Alice (42 palourdes). La question porte sur les référents.

● **Remue-méninges**

3	7	2	42
9	6	5	270
4	1	8	32
108	42	80	

ÉTAPE 17

Calcul réfléchi : les multiples

MANUEL P. 54-55

Objectifs

- Mémoriser le répertoire multiplicatif.
- Aborder la notion de multiple.

Pourquoi cette étape ?

- Les élèves travaillent sur une situation où la **multiplication** permet de coder une **addition réitérée dans un contexte ordinal**. Il s'agit de les familiariser avec les multiples de 6, 7, 8 et 9 à travers une situation de sauts réguliers d'un robot sur une piste numérique. Ce contexte favorise des représentations de la notion de **multiples** (les numéros des cases sur lesquelles passent un robot), de **multiples communs** (les numéros des cases sur lesquelles passent des robots différents).
- Les différents exercices permettent de travailler la notion dans d'autres contextes.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 2 en 2 en croissant à partir de 0, puis en décroissant à partir d'un multiple de 2. Demander de temps en temps de quel multiple de 2 il s'agit (ex. : 56, c'est 2 x 28). Reprendre avec les multiples de 5.

Pendant plusieurs séances, nous proposons des jeux du furet sur les multiples des nombres de la première dizaine de manière à envisager les tables de multiplication sous d'autres formes : liste de multiples, décomposition en produit de facteurs. Les questions du type « De quel multiple de 2 s'agit-il ? » conduisent les élèves à mettre au point des stratégies de calcul réfléchi.

Exemple de procédures pour 56 :
1. par essais successifs de multiples de 2 :
26 × 2 = 52, puis 27 × 2 = 54, puis 28 × 2 = 56
2. par distributivité : 50 + 6 = (25 × 2) + (3 × 2).

Découverte

Faire lire silencieusement l'ensemble de la découverte.

Le travail peut s'organiser en deux temps :
– travail individuel ou à deux suivi d'une correction collective des 3 premières questions ;
– travail individuel ou à deux pour répondre aux questions 4 et 5 et correction collective.

■ Questions 1, 2 et 3

Relever la liste des multiples de 6, de 8 et de 9.

■ Question 4

Pour trouver les cases sur lesquelles arrivent les 3 robots après 5 sauts.

Deux procédures possibles
1. Rester proche de l'action et repérer le 5e nombre dans chaque liste de multiples qu'ils ont écrite.
2. Chercher le résultat des produits 5 × 6 ; 5 × 8 et 5 × 9.

■ Question 5

Procédure efficace pour des CM1
Passer en revue les 3 listes pour repérer le premier nombre commun aux trois listes.
Renouveler la même démarche pour repérer les autres nombres communs aux trois listes, autrement dit les multiples communs à 6, 8 et 9.

Conclure avec les élèves

- Les multiples de 6 sont les nombres qui peuvent s'écrire sous la forme « 6 fois un nombre ».
Exemple : 6 × 1 = 6 ; 6 × 2 = 12 ; 6 × 3 = 18 ; mais aussi 6 × 0 = 0 ; etc.
- Certains nombres sont des multiples de plusieurs nombres par exemple 72 est un multiple de 6, de 8, de 9. C'est aussi un multiple de 2, de 3, de 4, de 12, de 18, de 24, de 36.
- 0 est un multiple de tous les nombres !

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

● Exercices 1 et 2

Ils complètent le travail fait dans la découverte avec la recherche des multiples de 3 (exercice 1) et des multiples de 7 (exercice 2) et des multiples communs à 3 et à 5, à 7 et à 8.

● Exercices 3 et 4

Envisager deux « nombres clefs », 100 et 150, en les abordant à partir de relations (être multiple de…) qu'ils entretiennent avec d'autres « nombres clefs » : 10, 25, 50 et 75.

● Exercice 5

Il permet de rappeler comment on peut reconnaître un multiple de 5. Le nombre de sauts effectués pour arriver à la case 100 est l'occasion de trouver le quotient de 100 par 5.

- **Exercice 6**

Dans la découverte, on a cherché des multiples communs à plusieurs nombres. Ici, on cherche si un nombre donné (36) est un multiple commun à 3 nombres (4, 6 et 9).

- **Exercice 7**

Retour sur les multiples de 8 et de 9.

- **Exercice 8**

Il permet de travailler sur les multiples de 10 mais aussi de commencer à aborder l'encadrement d'un nombre par des multiples de 10 consécutifs, compétence qui sera élargie et réinvestie par la suite dans la technique de la division euclidienne.

- **Nombres croisés**

	I	II	III	IV	V	VI
A	5	4	3	2		8
B	7	0		9	9	
C	1	0	5	3		9
D		9	9	8	1	9
E	5		9	0	0	9
F	6	0	2		1	9

ÉTAPE 18

Comparer des angles

Manuel p. 56

Objectif

Comparer des angles, prendre conscience que les longueurs des côtés n'ont pas d'incidence sur le résultat de la comparaison.

Pourquoi cette étape ?

- La notion d'angle est complexe : les adultes confondent bien souvent l'angle et sa mesure, ignorant par là même qu'**un angle est un objet géométrique**. C'est une portion de plan délimitée par deux demi-droites de même origine, appelée aussi parfois **secteur angulaire**. On comprend donc que la difficulté principale est de permettre aux élèves d'envisager l'angle indépendamment de la longueur de ses côtés qui, en fait, représentent les deux demi-droites !
- La notion d'angle peut être envisagée sous différents aspects : angle de vue ou de visée, angle de rotation, **angle de figures**. C'est ce dernier aspect que nous étudierons principalement parce qu'il est bien adapté à l'âge des élèves.
- Nous proposons une situation dans laquelle les élèves ont à « voir » et à **comparer des angles** dans des assemblages de polygones comme éléments constitutifs des polygones ou comme angle à « combler » avec un angle de polygone. Avec cette situation, les élèves continuent à travailler le **passage de ce qui est perçu visuellement à ce qui est vérifié expérimentalement** en utilisant des instruments (ici, les gabarits d'angles et le « porte-angle » constitué de deux bandes de bristol articulées).
- La notion d'**angle droit**, déjà bien connue des élèves, et le symbole (┌) sont revus.

1 SÉANCE

Matériel
- Par groupe :
  – les pièces du jeu du géométriscrabble (fiches photocopiables p. 253 et 254) ;
  – 2 fiches avec deux pièces du géométriscrabble déjà encastrées (fiche photocopiable p. 255) ;
  – des feuilles pour les messages ; un pion ; du scotch.
- Par élève :
  – des feuilles de papier calque ;
  – deux bandes de bristol ; une attache parisienne ;
  – une feuille de brouillon pour noter leurs prévisions ;
  – une règle, une équerre.
- Pour la classe : les pièces du manuel reproduites en plus grand pour le tableau.

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 4 en 4 en croissant à partir de 0, en décroissant à partir d'un multiple de 4. Demander de temps en temps de quel multiple il s'agit.

Cette activité permet de mémoriser la liste des multiples de 4, et donc de revoir la table de multiplication par 4 sous une autre forme. La question « De quel multiple de 4 s'agit-il ? » posée à propos, par exemple, du nombre 48 conduit les élèves à mettre au point des stratégies de calcul réfléchi comme : 48, c'est 40 + 8, c'est donc (10 × 4) + (2 × 4), c'est donc 12 × 4.

Activité préparatoire

Jeu du « géométriscrabble »

Par groupes de 3 élèves.

Chaque groupe reçoit une fiche sur laquelle sont dessinées deux pièces du jeu déjà encastrées (comme les pièces A et B de la découverte) et une enveloppe contenant les autres pièces du jeu. Ce jeu comporte 4 phases.

■ Première phase

Chaque joueur tire une pièce, il essaie de l'encastrer. S'il réussit, il la scotche ; sinon, il la reprend et passe son tour.

Le professeur vérifie que les élèves ont bien compris le but du jeu : peu importe si les longueurs des segments ne coïncident pas (voir plus loin l'exemple des deux solutions possibles pour l'angle vert de la découverte), seule compte la possibilité de faire coïncider les angles. Lorsque 4 à 6 nouvelles pièces sont placées, passer à la deuxième phase du jeu.

■ Deuxième phase

Lorsque le joueur a tiré sa pièce, il doit **prévoir** s'il peut la placer et, s'il pense que c'est possible, il dit où et comment. Il essaie alors de placer sa pièce à l'endroit prévu. S'il réussit, il scotche sa pièce en place ; sinon, il passe son tour. Après deux ou trois tours, le professeur propose de construire un outil qui permettra de savoir facilement si une pièce convient pour un emplacement choisi, sans la poser : le « **porte-angle** ». Il distribue à chaque élève deux bandes de bristol et une attache parisienne. Le jeu reprend pendant une durée fixée par le professeur avec le porte-angle pour contrôler la prévision perceptive avant de poser une pièce.

■ Troisième phase

Dans chaque groupe, désigner un élève qui sera le « marchand » : il dispose de l'ensemble des pièces et tourne le dos à ses camarades. Distribuer aux deux autres élèves une nouvelle fiche sur laquelle sont dessinées deux pièces emboîtées, des feuilles pour les messages et un pion. Les deux élèves choisissent un emplacement où ils souhaitent encastrer une pièce et le matérialisent par le pion. Ils rédigent et envoient un message au « marchand » pour obtenir une pièce qui, d'après eux, devrait convenir pour cet emplacement.

Le marchand fournit, s'il en trouve une, une pièce correspondant au message. Si la pièce fournie s'emboîte bien à l'endroit prévu, elle est collée, sinon elle est renvoyée au marchand. Si le marchand n'a pas trouvé de pièce correspondant au message, les élèves recommencent.

Tous les messages sont conservés.

Au bout d'un temps défini par le professeur, le jeu est arrêté et le groupe qui a collé le plus de pièces a gagné.

■ Quatrième phase

Mise en commun :

– des messages produits et comparaison des moyens utilisés pour passer la commande ;

– des procédures utilisées par les marchands pour trouver une pièce correspondant au message.

> <u>Procédures fréquentes</u>
> – Les pièces de la feuille sont entièrement dessinées par transparence et l'angle choisi matérialisé par une croix ou surligné à la couleur.
> – Seul un angle est dessiné soit par transparence soit à l'aide du porte-angle.

Mise au point collective de ce qu'il convient de donner comme information : l'angle (saillant ou rentrant) compris entre deux demi-droites en notant lequel.

Découverte

■ Question 1

Lecture du texte informatif et de la question 1.

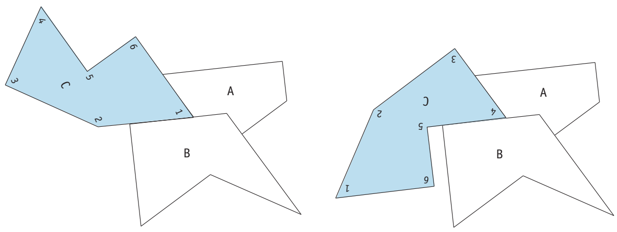
Travail individuel. Les élèves retrouvent des éléments du jeu précédent ; ils marquent sur leur feuille les numéros des angles qu'ils supposent pouvoir s'encastrer pour chaque croix et vérifient leur prévision en utilisant leur porte-angle ou en décalquant la pièce C. Pendant cette phase de vérification, le professeur observe les élèves et aide les plus malhabiles dans l'utilisation du calque et du porte-angle.

Mise en commun. Le professeur recense les propositions des élèves. Les propositions contestées sont vérifiées collectivement avec le matériel du tableau.

<u>Solutions possibles</u>
Croix bleue angle 5.
Croix marron angle 3 ou 6.
Croix verte angle 1 ou 4.
Croix rouge pas de possibilité.

Il n'est pas nécessaire d'exiger l'ensemble de toutes ces solutions.

Exemple : les deux solutions pour l'angle vert



■ Question 2

a. Dans un premier temps, les élèves doivent repérer à vue d'œil les angles droits de la pièce C. La difficulté provient d'une part du fait que les angles droits ne sont pas en position prototypique (horizontale, verticale) et d'autre part que l'angle 5 n'est pas un angle droit bien que ses côtés soient perpendiculaires (c'est un angle rentrant dont la mesure est le triple de celle d'un angle droit).

Les élèves doivent ensuite contrôler leur prévision avec leur équerre.

Le furet introduit le code conventionnel indiquant qu'un angle est droit.

Le professeur peut introduire la notion d'angle saillant (1, 2, 3, 4, 6) et d'angle rentrant (5) pour la pièce C.

b. Pour les angles égaux, la réponse a peut-être déjà été donnée dans la question 1. Si ce n'est pas le cas, laisser le temps aux élèves de vérifier leur prévision.

c. d. e. La mise en ordre des angles de la pièce C permet d'introduire le vocabulaire « angle aigu » pour les angles inférieurs à l'angle droit et « angle obtus » pour ceux qui sont supérieurs à l'angle droit.

Conclure avec les élèves

- Deux segments consécutifs d'un polygone déterminent deux « angles », un à l'intérieur de la figure, l'autre à l'extérieur. La longueur des côtés de l'angle n'a pas d'importance.
- Les angles aigus sont plus petits que l'angle droit, les angles obtus sont plus grands que l'angle droit.

Pour illustrer cette conclusion, on pourra faire reproduire une pièce du jeu et indiquer un angle saillant (« pointu »), un angle rentrant (« en creux »), un angle droit, un angle aigu, un angle obtus.

ÉTAPE 19

Reproduire des angles

MANUEL P. 57

Objectif

Utiliser des gabarits d'angle pour reproduire des figures.

Pourquoi cette étape ?

- Nous avons choisi de faire travailler les élèves à une autre échelle que celle du modèle à reproduire de manière à rendre inopérante la méthode de triangulation (par mesurage d'une diagonale du quadrilatère) que nous étudierons au CM2, méthode tout à fait pertinente dans le cas de reproduction à l'identique. Après l'identification d'angles de polygones à l'étape précédente, il s'agit donc ici de reproduire une figure en utilisant des gabarits d'angle.
- Cette étape revient sur le fait que **l'angle n'est pas caractérisé par la longueur de ses côtés**, ce que les élèves ont souvent des difficultés à admettre.

1 SÉANCE

MATÉRIEL
- Par élève : les instruments personnels de géométrie ; le porte-angle ; du papier calque.
- Pour la classe : le dessin complet de la grande ourse (dans le format agrandi du manuel) sur un transparent pour la vérification

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 3 en 3 en croissant à partir de 0, puis en décroissant à partir d'un multiple de 3. Demander de temps en temps de quel multiple il s'agit.

Cette activité permet de mémoriser la liste des multiples de 3 et de retrouver pour plusieurs d'entre eux de quel multiple il s'agit.

Exemple de procédures pour 48 :
1. décomposition additive de 48 : 48, c'est 30 + 18, c'est donc (10 × 3) + (6 × 3), c'est donc (16 × 3).
2. recherche par essais successifs de multiples de 3 : 10 × 3 = 30 ; 15 × 3 = 45 ; 16 × 3 = 48.

Découverte

■ Lecture silencieuse et commentaires

Faire lire la partie informative de la découverte. Le professeur pourra se saisir de cette opportunité pour montrer aux élèves une carte du ciel (que l'on trouve soit dans des magazines spécialisés, soit sur Internet) et expliquer la notion de constellation.

Faire lire les consignes de travail, insister sur les trois contraintes imposées et expliquer aux élèves ce que signifie l'expression « les angles sont conservés ».

■ **Travail individuel**

Faire décalquer sur le manuel le début du schéma agrandi. Laisser le transparent à disposition des élèves pour qu'ils puissent vérifier leur construction.

■ **Mise en commun**

Procéder à une mise en commun des méthodes de construction utilisées.

Remarque : les notations pour les droites ou les demi-droites ne sont pas à enseigner.

Procédures possibles

1. Report de l'angle gde (avec un calque ou le porte-angle).
Tracé de la demi-droite [DE).
Placement du point E sur la demi-droite [DE) à 2 cm 6 mm de D.
Report de l'angle def et tracé de la demi-droite [EF).
Placement du point F sur la demi-droite [EF) à 4 cm 5 mm de E.
Tracé du segment [GF].
2. Report des angles gde et dgf.
Tracé des demi-droites [DE) et [GF).
Placement du point E sur la demi droite [DE) à 2 cm 6 mm de D.
Report de l'angle def.
Tracé de la demi-droite [EF) qui coupe la demi-droite [GF) au point F.

Conclure avec les élèves

• Pour reporter des angles, on peut utiliser un gabarit d'angles : le porte-angle ou l'angle reproduit sur du papier calque.

• La longueur des côtés de l'angle n'a pas d'importance.

Pour illustrer cette conclusion, les élèves peuvent reproduire sur leur cahier deux fois un des angles de la constellation avec des côtés de différentes longueurs.

Exercice

Il s'agit d'entraîner les élèves à utiliser un gabarit d'angle pour construire des angles égaux

Lecture silencieuse. Travail individuel : les élèves disposent de leur porte-angle ou de papier calque. Ils peuvent prolonger la ligne brisée autant qu'ils le souhaitent dans le temps imparti par le professeur. Correction individuelle.

ÉTAPE 20

Distance d'un point à une droite, droites perpendiculaires

MANUEL P. 58-59

Objectifs

• Prendre conscience que la perpendiculaire à une droite permet d'obtenir la plus courte distance d'un point à cette droite.

• Repérer et tracer des droites perpendiculaires.

Pourquoi cette étape ?

• La notion de droites perpendiculaires peut être envisagée sous divers aspects (voir partie 1, p. 43).

• Dans l'activité préparatoire et la découverte, nous avons choisi de revoir cette notion en cherchant **la distance d'un point à une droite** tout d'abord dans une situation se déroulant dans la cour de récréation (méso-espace), puis sur une feuille de papier. Les élèves cherchent et trouvent de manière pragmatique la distance d'un point à une droite. Cette découverte ne leur permet pas nécessairement de faire le lien avec le tracé de la perpendiculaire, c'est l'enseignant qui met en évidence la coïncidence entre ces deux propriétés.

• Les exercices permettent un entraînement à l'identification et à la construction de deux droites perpendiculaires entre elles ou de droites perpendiculaires à une droite donnée.

• La **notion d'angle droit**, revue à l'étape 18, est reprise en liaison avec la notion de droites perpendiculaires. Pour les élèves qui maîtrisent encore mal cette notion en arrivant au CM – difficulté à identifier l'angle droit de l'équerre, à identifier les angles droits s'ils ne sont pas en position « prototypique » (horizontale, verticale), confusion entre la nature de l'angle et sa désignation par un symbole –, ne pas hésiter à leur faire utiliser une équerre en papier confectionnée par double pliage dans une feuille non rectangulaire.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Par groupe, pour l'activité préparatoire :
– de la craie ; une corde d'environ 5 m ; un piquet ou un plot ;
– une règle et une équerre grand format de classe.
• Par élève, pour la découverte : du papier calque ; les instruments personnels de géométrie.

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 6 en 6 en croissant à partir de 0, puis en décroissant à partir d'un multiple de 6. Demander de temps en temps de quel multiple il s'agit.

Cette activité permet de mémoriser la liste des multiples de 6 et de retrouver pour plusieurs d'entre eux de quel multiple il s'agit.

Exemples de procédures pour 84 :

1. décomposition additive de 84 : 84 c'est 60 + 24, c'est donc (10 × 6) + (4 × 6), c'est donc 14 × 6.

2. recherche par essais successifs de multiples de 6 : 10 × 6 = 60 ; 12 × 6 = 72 ; 14 × 6 = 84.

Activité préparatoire

■ Dans la classe

Avant de se rendre dans la cour, présenter l'activité aux élèves : « Pour chaque équipe, je tracerai une droite sur le sol et je placerai un piquet (ou un plot) à l'extérieur de la droite. Le but du jeu pour vous sera de trouver où se placer sur la droite pour être le plus près du piquet.

Pour vérifier, on tendra une corde entre le piquet et cette position, la longueur de la corde devra être la plus courte possible. » Illustrer le dispositif en faisant un schéma au tableau (droite oblique d, plot P).

■ Dans la cour

Répartir les élèves en deux équipes.

Tracer une droite et placer un plot à une distance assez éloignée (entre 3 et 5 m) pour chaque équipe.

Dans chaque équipe, les élèves proposent diverses positions pour le point cherché et le matérialisent à la craie sur la droite.

Une fois les prévisions effectuées, la vérification consiste à comparer les longueurs de la corde suivant les positions repérées. Cette vérification permet d'écarter des positions manifestement erronées et de définir une zone de points qui conviennent ; le travail géométrique permettra ultérieurement d'assurer l'unicité de la position cherchée. Pour la comparaison deux méthodes peuvent être utilisées :

– mettre des repères sur la corde correspondant aux différentes positions ;

– se déplacer sur la droite en maintenant une extrémité de la corde sur le piquet : un élève se déplace en marchant sur la droite ; il tient la corde dans ses mains en ajustant sa longueur pour qu'elle reste tendue pendant son déplacement. On constate que l'élève qui marche doit réduire puis allonger cette longueur pour garder la corde tendue. Faire marquer sur le sol le point où la longueur de la corde paraît la plus courte.

Demander aux élèves quelle est la position de cette corde par rapport à la droite (ou quel est l'angle formé par la corde et la droite). Faire vérifier les hypothèses des élèves avec l'équerre de la classe : dans la position trouvée, la corde est pratiquement perpendiculaire à la droite.

Conclure qu'on appelle « **distance entre le point P et la droite d** » la longueur obtenue en traçant le segment perpendiculaire à d passant par P.

Découverte

■ Question 1

Après lecture, s'assurer que les élèves comprennent bien que le plan représente la plage vue de dessus et schématisée : le bord de mer est représenté par une droite appelée d, et la position de Leïla par un point appelé A.

Expliquer la phrase « Un centimètre sur le plan représente un mètre sur la plage ».

Les élèves font le lien avec l'activité préparatoire. La question qui est posée est presque la même ; ce qui change, c'est que l'on travaille sur une représentation et non dans l'espace réel.

Faire décalquer le plan.

Travail individuel. Correction collective.

Conclure en affirmant que le chemin le plus court pour aller du point A à la droite d est un chemin qui est en **ligne droite** et qui est **perpendiculaire à la droite d**.

La longueur de ce chemin sur le plan est de 4 cm, ce qui représente 4 m sur la plage.

■ Question 2

Ici, la situation est « retournée » : les élèves ont à placer un point à une distance imposée de la droite d. Ils doivent donc penser à tracer une droite, que l'on appellera h pour la correction, perpendiculaire à la droite d en un point quelconque de d et mesurer une distance de 3 cm sur cette droite h.

Lecture de la consigne, les élèves travaillent sur le plan précédent.

Laisser un temps de recherche pour résoudre le problème posé, puis demander aux élèves de confronter leur proposition avec celle de leur voisin.

Mise en commun. Demander à quelques élèves d'expliciter leur procédure.

L'existence de plusieurs solutions peut conduire certains élèves à dire que les solutions se trouvent sur la droite parallèle à la droite d située à 3 cm de d. Si c'est le cas, le professeur confirme cette réponse. Si elle n'est pas proposée par les élèves, ne pas l'introduire ici ; cette question sera reprise à l'étape 26.

Conclure avec les élèves

> Pour trouver la distance d'un point P à une droite d, on trace la droite perpendiculaire à la droite d passant par le point P.

Pour illustrer cette conclusion, faire dessiner un schéma aux élèves, puis faire lire le paragraphe correspondant de l'Aide-mémoire, page 14.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54) mais la correction individuelle sera suivie d'une mise au point collective pour les exercices 1 et 6.

● **Exercice 1**

Son but est de mettre en évidence le fait que, pour parler de distance d'un point à une droite, il faut contrôler la perpendicularité. En effet, tous les segments tracés mesurent bien 2 cm, mais seul le point F est à 2 cm de la droite d.

● **Exercices 2 et 3**

Entraînement pour réaliser convenablement des tracés de droites perpendiculaires avec ou sans contraintes.

Le furet rappelle une propriété revue dans l'exercice 2.

● **Exercice 4**

Réinvestissement de la découverte. Le tracé des perpendiculaires à la droite d passant par les différents points est à la charge des élèves : ils peuvent décalquer la droite et les points pour effectuer les tracés de ces droites.

Réponses : A : 2 cm 5 mm ; B : 2 cm ; C : 1 cm ; D : 2 cm ; E : 3 cm 5 mm ; F : 3 cm.

● **Exercice 5**

Il permet de déceler des erreurs de perception de l'angle droit ou des erreurs d'interprétation du symbole conventionnel de l'angle droit.

Lorsque le professeur constate des erreurs, il peut demander à l'élève les raisons qui l'ont conduit à proposer sa réponse, de manière à lui apporter les informations qui conviennent.

● **Exercice 6 (accompagné par l'enseignant)**

Il présente deux difficultés :

– le polygone U possède deux côtés perpendiculaires qui ne sont pas consécutifs, donc il n'a pas d'angle droit ;

– le polygone V possède deux côtés perpendiculaires consécutifs mais il n'a pas d'angle droit non plus car l'angle droit est extérieur au polygone.

PÉRIODE 2

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Calcul réfléchi : multiplier par 10, 100, 1 000

MANUEL P. 60

Objectifs

- Comprendre les règles de multiplication par 10, par 100, par 1 000.
- S'entraîner à les utiliser.

Pourquoi cette étape ?

Elle prolonge l'étape 17 et a pour but **la révision de la règle de multiplication par 10, 100, 1 000**. Elle vise aussi à faire comprendre comment on peut savoir si un nombre est un multiple de 10 et de 100 et aborde l'encadrement d'un nombre par deux multiples consécutifs de 100 ou de 1 000 qui sera utile pour la recherche du quotient dans les divisions.

Ces connaissances sont anciennes et le professeur choisira les modalités de travail en fonction des compétences de ses élèves : travail en classe entière ou en soutien avec un petit groupe d'élèves.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur dit quatre nombres inférieurs à 100. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les triples des nombres entendus.

Exercice dirigé

Faire lire silencieusement l'ensemble.

Le travail peut s'organiser en deux temps : travail individuel ou à deux, suivi d'une correction collective question par question.

■ **Question 1**

Elle permet de revenir sur les caractéristiques des multiples de 100.

a. La question (réponse 1 200) ne devrait pas poser de problème.

b. Les réponses 100 et 1 000 seront sans doute plus délicates à trouver que 200, 800 ou 1 300.

Lors de la correction, le professeur écrira au tableau : 800 = 8 × 100 ; 100 = 1 × 100 ; 200 = 2 × 100 ; 1 000 = 10 × 100 ; 1 300 = 13 × 100 et conclura que ces nombres sont des multiples de 100.

■ Question 2

a. Procédures possibles
1. Rester proches de l'action, c'est-à-dire écrire la suite des multiples de 1 000 et repérer le 7^{e} nombre dans cette liste puis le 11^{e} nombre.
2. Chercher le résultat du produit 7 × 1 000 puis 11 × 1 000.

b. La justification que les élèves peuvent produire pour dire qu'un nombre est ou n'est pas un multiple de 1 000 relève des ces deux mêmes approches.

Lors de la correction, le professeur écrira au tableau :
7 000 = 7 × 1 000 ; 1 000 = 1 × 1 000 ;
13 000 = 13 × 1 000 ; 10 000 = 10 × 1 000 ;
77 000 = 77 × 1 000 et conclura que ces nombres sont des multiples de 1 000.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

● **Exercice 1**
Entraînement à énoncer les multiples de 10 et de 100 dans un intervalle déterminé.

● **Exercice 2**
Entraînement à reconnaître un nombre comme produit de deux facteurs, un facteur étant donné.

● **Exercice 3**
Cette extension de l'exercice dirigé aborde la question de l'encadrement d'un nombre par des multiples consécutifs de 100 ou de 1 000.
Correction collective.

● **Exercice 4**
Entraînement à multiplier par 10, 100, 1 000 et 10 000.

Conclure avec les élèves

La lecture de la pancarte du furet peut introduire la conclusion.

- Pour multiplier un nombre par 10, on écrit un zéro à la droite du nombre comme chiffre des unités. Exemple : 130 × 10 = 1 300.
- Pour multiplier un nombre par 100, on écrit deux zéros à la droite du nombre comme chiffre des unités et des dizaines. Exemple : 130 × 100 = 13 000.

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Calcul réfléchi : multiplier par des multiples de 10, de 100, de 1 000

MANUEL P. 61

Objectifs
- Comprendre les règles de multiplication par des multiples de 10, de 100, de 1 000.
- S'entraîner à les utiliser.

Pourquoi cette étape ?
La règle de multiplication par 10, 100, 1 000, revue dans l'étape précédente, est complétée par celle de la multiplication par des multiples de 10, de 100 ou de 1 000.

Le professeur choisit les modalités de travail en fonction des compétences de ses élèves : travail en classe entière ou en soutien avec un petit groupe d'élèves.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur dit quatre nombres multiples de 3 inférieurs à 100. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les tiers des nombres entendus.

Exercice dirigé

Travail individuel. Le professeur apporte une aide personnalisée. Procéder à une analyse collective de la méthode de Théo dans chacun des calculs.

Conclure avec les élèves

- Pour multiplier par 40, on multiplie par 4 et par 10.
- Pour multiplier par 300, on multiplie par 3, puis par 100.
- Dans un produit on peut changer l'ordre des nombres :

40 × 120 = 4 × 10 × 12 × 10
40 × 120 = 4 × 12 × 10 × 10

Exercices

Le déroulement pour chaque exercice peut s'organiser de la façon suivante :
– travail individuel ou (puis) à deux, aide personnalisée si nécessaire ;
– autocorrection à partir d'une fiche des réponses préparée par le professeur ou correction individuelle adaptée aux erreurs éventuelles.

- **Exercices 1 et 2**

Ce sont des applications directes de l'exercice dirigé.

- **Exercices 3 et 4**

Entraînement à reconnaître un nombre comme produit de deux facteurs, un facteur étant donné.

- **Exercices 5 et 6**

Entraînement à énoncer les multiples de 20, de 50, de 40, de 60 dans un intervalle déterminé.

Pour trouver les multiples communs à 20 et à 50, les élèves peuvent passer en revue la suite des multiples de 20 et la suite des multiples de 50 et repérer un nombre commun aux deux suites.

Ils procèdent de la même manière pour les multiples communs à 40 et à 60.

PÉRIODE 2

ÉTAPE 21

Calcul réfléchi : le rôle des parenthèses

MANUEL P. 62

Objectif

Comprendre le rôle des parenthèses lorsqu'on effectue un calcul.

Pourquoi cette étape ?

Pourquoi travailler sur les parenthèses à l'école primaire ? L'usage des parenthèses apparaît pour rendre compte des **décompositions d'un nombre**, par exemple :
65 348 = (6 × 10 000) + (5 × 1 000) + (3 × 100) + (4 × 10) + 8.

Les élèves apprendront au collège qu'en mathématiques, cette décomposition ne nécessite pas de parenthèses car il existe une convention : la multiplication est prioritaire par rapport à l'addition. Cet apprentissage est prématuré à l'école primaire et les parenthèses sont donc nécessaires pour indiquer l'ordre dans lequel doivent être effectués les calculs.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 9 en 9 en croissant à partir de 0, puis en décroissant à partir d'un multiple de 9. Demander de temps en temps de quel multiple de 9 il s'agit (ex. : 54, c'est 9 x 6).

Découverte

Faire lire l'ensemble de la découverte. S'assurer que les élèves ont compris que les enfants, avec les mêmes écritures, ne trouvent pas le même résultat. Rappeler les deux parties de la consigne : rechercher l'ordre des calculs qui permet d'obtenir le résultat indiqué et placer des parenthèses pour reconstituer cet ordre.

Travail individuel. Mise en commun.

■ Question 1

Relever les réponses des élèves, et les justifications qu'ils proposent. Faire vérifier par les autres élèves les différentes propositions.

Réponses

Pour obtenir les réponses de Leïla et de Théo : il ne faut pas placer les parenthèses au même endroit.
Pour le calcul de Leïla : (4 × 7) + 5 = 33 ;
pour le calcul de Théo : 4 × (7 + 5) = 48.
Sans parenthèses, seul le calcul de Leïla est correct.

■ Question 2

Procéder de même pour les calculs d'Alice et de Qwang.

Réponses

Pour le calcul d'Alice : (4 + 7) × 5 = 55 ;
pour le calcul de Qwang : 4 + (7 × 5) = 39.
Sans parenthèses, seul le calcul de Qwang est correct.

La lecture de la pancarte du furet permet de conclure.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

● **Exercice 1**
Application des règles d'utilisation des parenthèses.

● **Exercice 2**
On étend les calculs aux successions d'addition et de soustraction.

● **Exercice 3**
Les écritures sont mixtes : addition, soustraction et multiplication.

● **Exercice 4**
Application de la découverte.

Réponses

a. $8 \times (5 + 3) = 64$ **b.** $(4 \times 8) - 2 = 30$
c. $(3 + 9) \times 4 = 48$ **d.** $11 \times (6 - 3) = 33$
e. $7 \times (9 - 5) = 28$ **f.** $(26 - 8) + 3 = 21$

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Multiplication : technique usuelle

MANUEL P. 63

Objectif

S'entraîner à mémoriser les calculs intermédiaires dans la multiplication d'un nombre à deux chiffres par un nombre à un chiffre.

Pourquoi cette étape ?

• L'algorithme traditionnel utilise des propriétés qui sont très visibles dans des procédures telles que **la représentation sur quadrillage et la multiplication posée où tous les calculs intermédiaires sont écrits**. Nous nous appuyons sur ces différentes procédures pour justifier la présentation usuelle.

• Cette révision de la multiplication d'un nombre à deux chiffres par un nombre à un chiffre entraîne les élèves à **ne plus écrire les calculs intermédiaires**, les deux produits et leur somme, mais à les traiter mentalement, ce qui les oblige à mémoriser les retenues de la somme des produits partiels.

• Tous les élèves n'ont pas nécessairement besoin de revenir sur ces connaissances qui sont travaillées depuis le CE1 : suivant sa classe, le professeur choisira de ne pas proposer ce travail, ou au contraire de le proposer à la classe entière, ou encore de le proposer pour certains de ses élèves dans le cadre des **actions de soutien**.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur dit quatre nombres inférieurs à 100. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres obtenus en multipliant par 10 ou par 100 les nombres entendus.

Exercice dirigé

■ **Question 1**
Travail individuel. Cette question permet aux élèves de mettre en œuvre leurs procédures personnelles dans un calcul de produit d'un nombre à deux chiffres par un nombre à un chiffre.

Différer la correction du calcul après la question 2.

■ **Question 2**
Faire lire silencieusement l'ensemble : le texte, les bulles des enfants et les différents calculs.

Après un temps de travail individuel, prendre un temps de travail collectif pour revoir avec les élèves ces trois procédés de calcul et faire le lien entre eux.

La procédure des additions réitérées permet de revenir sur le sens de la multiplication, mais cette procédure n'est pas économique pour le calcul.

La représentation sous la forme d'un quadrillage permet de visualiser la distributivité de la multiplication sur l'addition, propriété qui est utilisée dans l'algorithme traditionnel.

Faire le lien entre la procédure de Qwang et celle de Leïla pour comprendre que la procédure traditionnelle, représentée ici par le travail d'Alice, n'est qu'un condensé de la procédure de Leïla.
À l'issue de ce travail, revenir à la question 1 et inciter les élèves à identifier la procédure qu'ils ont utilisée en fonction de celles présentées à la question 2.

Conclure avec les élèves

Pour calculer un produit du type 47 × 6, on utilise la disposition suivante :

$$\begin{array}{r} 4\ 7 \\ \times \quad 6 \\ \hline 2\ 8\ 2 \end{array}$$

Les retenues sont **mémorisées** ou écrites à part.

Comme trace écrite, reprendre la disposition d'Alice à partir d'un autre exemple.

Exercice

Déroulement habituel (voir p. 54).
La première partie du travail est un entraînement à la technique de la multiplication.
La seconde partie permet de revoir en actes deux propriétés de la multiplication : la commutativité et l'associativité (qui n'ont pas à être nommées pour les élèves).
Exemple :
34 × 7 = 7 × 34 (commutativité) ;
28 × 30 = (28 × 3) × 10 (associativité).

ÉTAPE 22

Multiplication : technique usuelle

MANUEL P. 64-65

Objectif

Étudier la technique usuelle de la multiplication.

Pourquoi cette étape ?

Dans les multiplications avec des nombres ayant plus d'un chiffre, la double distributivité constitue la difficulté à dépasser. L'activité de découverte est construite pour régler ce problème.

2 SÉANCES • SÉANCE 1 DÉCOUVERTE ET EXERCICE 1 • SÉANCE 2 EXERCICES 2 À 8

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 7 en 7 en croissant à partir de 0, puis en décroissant à partir d'un multiple de 7. Demander de temps en temps de quel multiple de 7 il s'agit (ex. : 56, c'est 7 × 8).

Découverte

■ Question 1

Elle permet aux élèves de mettre en œuvre leurs procédures personnelles de calcul.
Travail individuel.
Différer la correction du calcul après la question 2.

■ Question 2

Faire lire silencieusement l'ensemble : le texte, les bulles des enfants et les différents calculs.
Après un temps de travail individuel, reprendre en collectif les procédures de calcul proposées.
La représentation sous forme d'un quadrillage, qui, sous une forme plus élaborée s'appelle la méthode « per gelosia » ou « à la musulmane » (voir la page patrimoine p. 88 du manuel) rend visible la double distributivité.
La procédure de Leïla permet de faire le lien avec la présentation traditionnelle (celle d'Alice) qui en est un condensé.

■ Question 3

Il s'agit de confirmer les liens entre la procédure de Qwang et celle d'Alice en s'appuyant sur celle de Leïla.
Procéder à une correction collective.
À l'issue de ce travail, revenir à la question 1 et demander aux élèves d'identifier la procédure qu'ils ont utilisée en fonction de celles présentées à la question 2.

Conclure avec les élèves

Dans la technique usuelle de la multiplication, on calcule les produits partiels en les écrivant sur plusieurs lignes, puis on fait leur somme. Les retenues sont mémorisées ou écrites à part.

$$
\begin{array}{rrrrl}
 & 3 & 7 & 4 & \\
\times & & 2 & 6 & \\
\hline
2 & 2 & 4 & 4 & \longleftarrow 6 \times 374 = (6 \times 4) + (6 \times 70) + (6 \times 300) \\
7 & 4 & 8 & 0 & \longleftarrow 20 \times 374 = (20 \times 4) + (20 \times 70) + (20 \times 300) \\
\hline
9 & 7 & 2 & 4 & \longleftarrow 374 \times 26
\end{array}
$$

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

• Exercice 1

Pour chaque multiplication, repérer que les produits affichés peuvent être utilisés pour calculer les différents produits partiels de la technique usuelle.

Par exemple, pour 379 × 254,
on connaît les produits 9 × 254 ; 3 × 254 et 7 × 254 ;
on en déduit donc : 70 × 254 ; 300 × 254 et donc 379 × 254.

Ce travail permet de revenir sur l'algorithme et la loi des zéros.

Réponses

a. 379 × 254 = 96 266 **b.** 793 × 254 = 201 422
c. 937 × 254 = 237 998 **d.** 709 × 254 = 180 086

• Exercice 2

Même technique que l'exercice 1 mais les produits partiels (la première ligne de l'exercice) doivent être calculés par les élèves.

Réponses

a. 519 × 8 = 4 152 ; 519 × 3 = 1 557 ; 519 × 4 = 2 076
b. 519 × 48 = 24 912 ; 519 × 38 = 19 722 ; 519 × 34 = 17 646 ; 519 × 483 = 250 677 ; 519 × 834 = 432 846 ; 519 × 348 = 180 612

• Exercice 3

Entraînement à la technique de la multiplication, en particulier lorsque l'écriture de l'un des facteurs comporte un zéro.

Réponses

a. 568 × 46 = 26 128 **b.** 342 × 105 = 35 910
c. 409 × 72 = 29 448 **d.** 2 890 × 44 = 127 160
e. 534 × 570 = 304 380 **f.** 3 068 × 749 = 2 297 932

• Exercices 4 et 5

Ils permettent d'aborder la question du contrôle de la plausibilité d'un résultat. Deux moyens sont mis ici en évidence.

1. Le produit des unités entre elles permet de déterminer le chiffre des unités du produit :
– **exercice 4**, le chiffre des unités est le même que celui de 3 × 7, c'est-à-dire 1 ce qui élimine la réponse c ;
– **exercice 5**, le chiffre des unités est le même que celui de 7 × 8, c'est-à-dire 6 ce qui élimine la réponse a.

2. L'ordre de grandeur du produit :
– **exercice 4**, le produit est proche de 873 503 × 1 000, ce qui élimine la réponse a ;
– **exercice 5**, le produit est proche de 120 000 × 30, soit 3 600 000, ce qui élimine la réponse b.

• Exercices 6 et 7

Ils permettent de revenir sur la technique de la multiplication.

Exercice 6

$$
\begin{array}{rrrr}
 & 2 & 3 & 7 \\
\times & & & 4 \\
\hline
 & 9 & 4 & 8
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rrrr}
 & 6 & 8 & 5 \\
\times & & & 6 \\
\hline
4 & 1 & 1 & 0
\end{array}
$$

Pour l'**exercice 7**, il y a évidemment de nombreuses solutions possibles. La contrainte du nombre de chiffres du résultat nécessite cependant une réflexion sur les ordres de grandeur.

• Exercice 8 (accompagné par l'enseignant)

Exploitation des données numériques.

Les élèves doivent décider des opérations à faire. Il faut d'abord rechercher le nombre total de ballons (136 × 25 = 3 400) et le nombre total de tee-shirts (35 × 50 = 1 750), puis partager ces quantités entre 1 540 élèves.

La réponse peut être donnée par un calcul approximatif : 3 400 est un peu plus du double de 1 540, le maire peut donc donner deux ballons à chaque enfant ; 1 750 est un peu plus grand que 1 540, le maire peut donner un tee-shirt à chaque enfant.

• Remue-méninges

$$
\begin{array}{rrrr}
 & \boxed{2} & \boxed{5} & \boxed{3} \\
\times & & & 7 \\
\hline
\boxed{1} & \boxed{7} & \boxed{7} & \boxed{1}
\end{array}
$$

ÉTAPE 23

Numération orale : ses règles

MANUEL P. 66-67

Objectif

Comprendre que les règles de la numération orale ne sont pas les mêmes que celles de la numération écrite.

Pourquoi cette étape

• À l'étape 15, les élèves ont mené un premier travail sur les règles de la numération orale. Avec cette nouvelle étape, ils vont expliciter les règles d'assemblage des mots dans **notre numération orale** en les comparant aux règles d'assemblage des symboles de la **numération chinoise**.

Dans celle-ci, on trouve **deux séries de symboles**, certains désignant les puissances de la base (dix, cent, mille…), d'autres correspondant aux « chiffres », c'est-à-dire aux multiplicateurs placés devant les puissances de dix qui indiquent le nombre de groupements correspondants. La **juxtaposition des symboles** a donc, comme dans notre système de numération orale, une **valeur opératoire** (multiplication ou addition), ce qui correspond en fait à la décomposition canonique des nombres. Comme en numération orale, la présence d'un symbole pour zéro n'est pas nécessaire.
On dit que la numération orale, comme la numération chinoise est une numération « hybride ».

• Les élèves réinvestissent le travail mené précédemment sur le **passage entre diverses écritures d'un même nombre** : écriture auditive, écriture littérale, écriture chiffrée et décomposition canonique.

2 PÉRIODE

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 ET 2 • **SÉANCE 2** EXERCICES 3 À 6

MATÉRIEL • Pour la classe, à afficher au tableau :
– les nombres de la découverte écrits en chinois et reproduits sur des feuilles A3 ;
– le tableau de correspondance du manuel.
• Par élève : une feuille de papier calque.

Calcul mental

Jeu du furet. Compter de 8 en 8 en croissant à partir de 0, puis en décroissant à partir d'un multiple de 8. Demander de temps en temps de quel multiple de 8 il s'agit (ex. : 48, c'est 8 × 6).

Découverte

■ Lecture silencieuse puis discussion

Faire lire le texte. Première phase d'échanges avec les élèves afin qu'ils fassent des remarques sur les documents. Le professeur peut afficher les feuilles A3 pour faciliter la communication.

■ Question 1

Travail en groupes.

■ Première mise en commun

Elle pourra porter sur :

a. les procédures utilisées pour compléter le tableau ;

b. les caractéristiques essentielles de la numération chinoise :

– le sens de l'écriture : les nombres s'écrivent verticalement, de haut en bas ;

– la signification des symboles : la juxtaposition des symboles permet par exemple d'identifier 4 dans les nombres 40 et 444 et de déduire que :

四
十 = 40 = 4 × 10

四
百
四
十
四 = 444 = (4 × 100) + (4 × 10) + 4

et d'identifier : 四 = 4 十 = 10 百 = 100

– certains symboles correspondent à des groupements :
十 10 百 100 千 1 000 萬 10 000

Réponse

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
1	4	10	5	100	7	6	9	2	1 000	8	10 000	3

■ Question 2

Les élèves doivent repérer :

– une caractéristique commune entre notre système de numération écrite de position et la numération chinoise : les groupements successifs de puissances de 10 ;

– et une différence essentielle : la présence de symboles pour les valeurs des groupements (que l'on retrouve en revanche dans notre numération orale).

Pour écrire un nombre dans la numération chinoise, il suffit d'écrire sa décomposition canonique et remplacer chaque nombre par le signe chinois correspondant.

<u>Réponse</u>

2 756 = (2 × 1 000) + (7 × 100) + (5 × 10) + 6

Au moment de la correction, le professeur peut demander à un élève de montrer au tableau la feuille correspondant à l'écriture chinoise de 2 756 de façon à mettre en évidence la comparaison demandée.

Le furet donne aux élèves l'explication de ce qu'est la **décomposition auditive**.

■ Question 3

Travail individuel de réinvestissement.

Correction collective.

<u>Réponses</u>

8 989 : huit mille neuf cent quatre-vingt-neuf
(8 × 1 000) + (9 × 100) + (4 × 20) + 9
15 367 : quinze mille trois cent soixante-sept
(15 × 1 000) + (3 × 100) + 60 + 7

Conclure avec les élèves

- Dans notre numération orale, on utilise deux familles de mots :
  – des mots pour désigner chacun des chiffres : un, deux… neuf ;
  – des mots pour désigner les groupements : dix, cent, mille…

  Le mot zéro n'entre dans la composition d'aucun nom de nombre (sauf le nombre zéro lui-même).
- La juxtaposition des mots correspond à une opération (addition ou multiplication).
- La manière de dire les nombres correspond presque à leur décomposition canonique, mais il y a des « anomalies» par exemple « quatre-vingts », c'est pourquoi on parle de « décomposition auditive ».

Pour illustrer cette conclusion, on fera écrire aux élèves quelques exemples en précisant que la juxtaposition des mots correspond à une multiplication dans chaque groupement et à une addition entre les différents groupements :

« trois cents », c'est trois **fois** cent ;

« deux mille trois cents », c'est (deux **fois** mille) **plus** (trois **fois** cent).

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

Ces exercices entraînent les élèves à passer d'un système de numération (orale, chiffrée, littérale) à un autre pour écrire les nombres et à réinvestir le travail sur les diverses décompositions.

<u>Réponses exercice 2</u>

a. 10 + 7 = 17
b. (3 × 1 000) + (5 × 100) = 3 500
c. (4 × 100) + 8 = 408
d. (6 × 1 000) + (9 × 100) + 20 + 3
= (6 × 1 000) + (9 × 100) + (2 × 10) + 3 = 6 923
e. (13 × 1 000)+ 100 + 13 = (1 × 10 000) + (3 × 1 000) + (1 × 100) + (1 × 10) + 3 = 13 113
f. 10 000 + 100 + 8 = (1 × 10 000) + (1 × 100) + 8 = 10 108

● **Remue-méninges**

<u>Réponse</u> :

20 070   20 072   70 020   72 000   72 020   72 070

ÉTAPE 24

Problèmes numériques : aide méthodologique à la résolution (1)

MANUEL P. 69

Objectifs

- S'entraîner à résoudre des problèmes.
- Apprendre à s'aider, quand c'est nécessaire, en les résolvant dans un champ numérique plus petit.

Pourquoi cette étape ?

- Face à un problème, les élèves doivent trouver une **procédure de résolution** et une **procédure de calcul**. Dans les couples de problèmes présentés ici, les énoncés sont très proches et la procédure de résolution identique.

Dans le premier problème, la difficulté liée aux nombres est conséquente. On sait que le fait de se retrouver face à des nombres sortant du champ numérique familier peut amener certains élèves à régresser dans leur capacité à se représenter le problème.

Dans le second problème, le champ numérique est familier et la résolution peut être menée en utilisant des procédures de calcul élémentaires ou de calcul réfléchi.

La confrontation du second problème avec le premier peut donc permettre d'éclairer celui-ci.

- Cette méthodologie est intéressante à proposer aux élèves qui peuvent ensuite l'employer d'eux-mêmes lorsqu'ils se trouvent face à des problèmes qui leur paraissent complexes.

Attention toutefois, tous les problèmes ne se prêtent pas à cette démarche.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu de portrait sur les nombres. Le professeur choisit un nombre dont il fait le portrait, les élèves trouvent le nombre et l'écrivent.

Exemples :

– Le nombre auquel je pense est compris entre 3 700 et 3 800, il est multiple de 10. Son chiffre des dizaines est le double de son chiffre des milliers.

– Le nombre auquel je pense a 136 dizaines et 8 unités.

– Le nombre auquel je pense est un multiple de 100 plus grand que 2 150 et plus petit que 2 250.

– Etc.

Découverte

Le travail des élèves porte d'abord sur le problème le plus complexe. S'ils n'arrivent pas à trouver une procédure de résolution pour ce problème, ils cherchent à résoudre le second. Il leur reste alors à transposer la procédure choisie pour résoudre le premier.

■ Lecture individuelle et analyse collective

Après le travail de lecture individuelle de l'ensemble de la découverte, revenir sur la consigne de travail qui est nouvelle. Il est également intéressant de procéder à une analyse collective des similitudes et des différences entre les deux énoncés de problème.

■ Travail individuel

Laisser un temps suffisant aux élèves pour qu'ils passent d'un problème à l'autre.

■ Mise en commun

Elle peut se dérouler en deux temps.

Le professeur commence par questionner les élèves sur leur cheminement : résolution du problème 1 directement ou aller-retour entre le problème 1 et le problème 2.

Puis, il procède à la mise en commun habituelle : relevé des réponses, explicitation des démarches, choix collectif d'une démarche experte.

Ce sont des problèmes de multiplication/division : il s'agit de se représenter « elle a deux fois plus de perles rouges que de jaunes ».

> Pour réussir, l'élève peut :
> **1. se représenter l'expression** « elle a deux fois plus de », en la reformulant ainsi : « deux tas de perles rouges et un tas de perles jaunes, chacun des tas ayant le même nombre de perles ». L'élève visualise ainsi une situation de partage en trois, ce qui lui permet de mettre en œuvre une procédure de division, puis de répondre à la question ;
> **2. procéder par tâtonnements successifs.** L'élève choisit une valeur pour le nombre de perles jaunes, multiplie par 2 pour trouver le nombre de perles rouges et contrôle en effectuant la somme des deux nombres et en la comparant avec le nombre de perles donné. En cas d'erreur, il essaie avec une autre valeur. En procédant ainsi, l'élève n'a pas

conscience de résoudre un problème de division et c'est lorsque le problème sera résolu que le sens de l'expression « elle a deux fois plus de perles rouges que de perles jaunes » pourra être traduit de manière opératoire.

Il est bien entendu plus facile et beaucoup moins long d'utiliser cette méthode avec le nombre 30 qu'avec le nombre 660.

Conclure avec les élèves

Faire lire et recopier ce que dit le furet.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

- **Exercice 1**

C'est un problème dans le champ de l'addition/soustraction et la question porte sur la composition des transformations. Des élèves de CM1 peuvent encore avoir du mal à envisager que l'on puisse résoudre cette question sans savoir l'état de la collection au départ.

- **Exercice 2**

C'est un problème d'addition/soustraction dans un contexte de distance. La question porte sur l'état initial.

ÉTAPE 25

Numération écrite : décomposition canonique (2)

MANUEL P. 70-71

Objectif

Réinvestir ses connaissances sur les règles de notre système de numération écrite dans un champ numérique supérieur à 100 000.

Pourquoi cette étape ?

- C'est une consolidation du travail mené dans la période précédente (étape 6) sur le « fonctionnement » de la numération chiffrée et en particulier sur le fait que la **valeur des chiffres** qui composent l'écriture chiffrée d'un nombre dépend de leur **position** dans cette écriture.
- Il faut attirer l'attention des élèves sur la succession des groupements qui interviennent dans l'écriture du nombre. En effet, devant des décompositions dans lesquelles les groupements ne sont pas dans l'ordre canonique, certains élèves se concentrent essentiellement sur les chiffres et ne tiennent pas compte de la valeur du groupement ou de l'absence de groupement : une décomposition de type

$(3 \times 1\ 000) + (4 \times 10\ 000) + (7 \times 100) + 3$

conduit parfois à des erreurs (par exemple 3 473).

1 SÉANCE

Calcul mental

Le professeur affiche cinq mots-nombres au tableau, les élèves cherchent des nombres qui peuvent être dits avec ces mots et les écrivent en chiffres.

Suivant le niveau de ses élèves, le professeur peut imposer d'utiliser les cinq mots-nombres une fois et une seule, ou bien d'en utiliser au moins trois. On privilégiera les mots-nombres pouvant conduire à une écriture chiffrée comportant un ou plusieurs zéros. Exemple : « quatre », « vingt(s) », « mille », « cinq », « dix ». Naturellement, on ne cherche pas l'exhaustivité : le professeur impartit un temps à cette recherche (cinq minutes environ), puis recense les nombres trouvés qui sont vérifiés par le groupe classe.

Découverte

Elle peut être traitée en travail individuel.

■ Question 1

Elle permet d'utiliser diverses décompositions de nombres faisant intervenir la multiplication par des multiples particuliers de 10 (10 ; 100 ; 1 000…) afin d'attirer l'attention des élèves sur la valeur des groupements.

<u>Réponses</u>

Fourmis ailées : 547 039
Fourmis rouges : 73 482
Fourmis amazones : 86 704
Fourmis légionnaires : 409 860

■ Question 2

Elle permet de mettre en évidence que, pour les fourmis ailées et légionnaires, les décompositions canoniques du tableau sont dans le désordre et que, pour les fourmis amazones, la décomposition donnée n'est pas canonique.

Conclure avec les élèves

La décomposition canonique d'un nombre fait apparaître la valeur de chaque chiffre dans l'écriture du nombre.

Illustrer cette conclusion avec des exemples choisis à partir des nombres étudiés.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54)

- **Exercices 1 et 2**

Entraînement à la multiplication par les multiples de 10.

- **Exercices 3, 4 et 5**

Il s'agit de déterminer des nombres à partir de décompositions faisant intervenir des multiples de 10 ou de retrouver les multiples de 10 intervenant dans ces décompositions.

Exercice 3
a. 805 395. **b.** 320 856. **c.** 792 507
Exercice 4
a. 37 028. **b.** 24 620. **c.** 760 300
Exercice 5
a. 52 369 = (5 × 10 000) + (23 × 100) + (6 × 10) + 9
b. 562 302 = (5 × 100 000) + (6 × 10 000) + (230 × 10) + 2
c. 329 476 = (32 × 10 000) + (94 × 100) + (7 × 10) + 6

- **Exercices 6, 7, 8 et 9**

Réinvestissement du travail sur la distinction entre chiffre des dizaines (des centaines, des mille) et nombre de dizaines (de centaines, de mille) de manière décontextualisée ou non.

- **REMUE-MÉNINGES**

Problème de recherche relatif à la distinction entre chiffre des unités (dizaines, centaines) et nombre d'unités (dizaines, centaines).

Réponses
218 = 21 dizaines + 8 unités
1 502 = 15 centaines + 2 unités
610 = 40 dizaines + 21 dizaines
1 835 = 15 centaines + 32 dizaines + 10 unités + 3 unités + 2 unités
2 222 = 15 centaines + 40 dizaines + 32 dizaines + 2 unités

2 PÉRIODE

ÉTAPE 26

Droites parallèles, droites perpendiculaires

MANUEL P. 72-73

Objectifs

- Reconnaître visuellement des droites parallèles, vérifier le parallélisme par divers procédés.
- Construire des droites parallèles entre elles.
- Apprendre à décrire les positions relatives de plusieurs droites.

Pourquoi cette étape ?

- Le **parallélisme** peut, comme la perpendicularité, être enseigné comme solution à un problème : trouver un moyen pour placer le plus grand nombre de points possible à une distance fixée d'une droite donnée. La solution « experte » à ce problème est constituée de deux droites qui sont parallèles à la droite donnée et situées de part et d'autre de celle-ci.

Comme nous l'avons fait pour permettre aux élèves de construire la notion de distance d'un point à une droite et ainsi enrichir leurs conceptions des droites perpendiculaires, nous leur proposons d'abord la **résolution du problème** dans le méso-espace (voir partie 1, p. 40) avant de proposer un problème similaire dans l'espace de la feuille de papier. La notion d'écartement ou de distance de deux droites parallèles est introduite.

- **Remarque de langage** : Nous préférons la formulation « d et f sont perpendiculaires entre elles » à la formulation courte (mais correcte) « d et f sont perpendiculaires » car cette dernière peut engendrer des confusions dans des phrases telles que « d et f sont perpendiculaires à la droite h », qui traduit que d et f sont parallèles entre elles.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Par groupe, pour l'activité préparatoire :
– une corde d'environ 5 m, 30 jetons ou de la craie ;
– une règle et une équerre grand format de classe, un mètre à enrouleur ou un mètre ruban.
• Par élève, pour la découverte : les instruments personnels de géométrie.

Calcul mental

Le professeur donne oralement la décomposition canonique d'un nombre (dans l'ordre ou le désordre), les élèves écrivent le nombre correspondant.

On choisira des nombres ne présentant pas tous les groupements pour entraîner les élèves à être très attentifs à la position des chiffres dans l'écriture chiffrée.
Exemple : 3 fois cent plus 6 fois dix mille plus 7 ;
5 fois cent mille plus 4 plus 6 fois mille.

Activité préparatoire

Dans la classe

Avant de se rendre dans la cour, présenter l'activité aux élèves : « Pour chaque équipe, je tracerai une droite d sur le sol. Le but du jeu pour vous sera de placer le plus vite possible 30 jetons (ou dessiner 30 points à la craie), tous situés à 2 mètres de la droite d. »

Dans la cour

Constituer deux équipes. Tracer une droite pour chaque équipe. Distribuer le matériel (la corde peut leur servir à mesurer après avoir mis un repère pour « faire » 2 m).

> Stratégies envisageables
> 1. Les points sont placés un à un en utilisant l'équerre et le mètre ou la corde.
> 2. Les points sont placés un à un en utilisant le mètre mais sans contrôler la perpendicularité.
> 3. Les premiers points sont placés un à un mais au bout de quatre, cinq ou plus, la droite qui joint ces points est prolongée et de nombreux points sont placés sur cette droite.

L'activité s'arrête au bout du temps imparti par le professeur. Les élèves vérifient les distances des points à la droite (distance et orthogonalité) en acceptant une certaine imprécision en raison des difficultés liées aux instruments. Les jetons convenablement placés par chacune des équipes constituent autant de points gagnants. Recommencer le jeu si aucune équipe n'a réussi en utilisant la méthode experte. Laisser à chaque reprise du jeu un temps de concertation au cours duquel les élèves peuvent envisager une autre stratégie.

Demander aux élèves comment sont situés les points qui conviennent. Faire vérifier les propositions des élèves en tendant la corde entre les points extrêmes : les points sont pratiquement tous alignés sur une droite qui semble parallèle à d.

Dans la classe

De retour en classe, un dessin au tableau de ce qui vient d'être vécu prépare les élèves à l'activité de découverte du manuel.

Le professeur conclut en affirmant que les points sont **bien alignés** et que **cette ligne droite est parallèle à la droite d**.

Découverte

Question 1

C'est la reprise de l'activité préparatoire dans le cadre de l'espace de la feuille de papier avec les instruments de géométrie individuels.

Lecture silencieuse de la consigne, puis travail individuel. Observer les stratégies des élèves. Apporter une aide individualisée si nécessaire.

Mise en commun des propositions des élèves. Utiliser le dessin du tableau de la classe. Envoyer au tableau quelques élèves ayant utilisé des stratégies différentes pour placer les points.

Conclure sur la stratégie efficace qui consiste :
– à utiliser l'équerre et la règle graduée pour placer deux points du même côté de la droite d à la distance fixée de cette droite ;
– à tracer la droite f passant par ces deux points.

Les droites d et f sont parallèles entre elles, elles conservent toujours le même écart.

Constater que les points peuvent être de part et d'autre de la droite et qu'il y a donc deux droites parallèles à la droite d à une distance fixée de cette droite.

Question 2

Elle présente deux modes de construction de deux droites parallèles dont on connaît l'écartement.

Laisser un temps d'observation aux élèves puis demander à l'un d'entre eux de commenter les trois étapes de la méthode d'Alice pendant qu'un autre suit ses instructions en faisant la construction sur le tableau de la classe (prendre 20 cm pour 2 cm) et tous les autres sur leur cahier.

Faire de même pour la méthode de Théo.

Faire expliciter les raisons pour lesquelles ces deux méthodes sont correctes :
– dans la première (celle d'Alice), les droites d_1 et d_2 sont parallèles car elles sont toutes les deux perpendiculaires à une même droite sur laquelle on a reporté l'écartement voulu de 2 cm. Cette méthode s'appuie sur une connaissance ancienne des élèves ;
– dans la seconde (celle de Théo), les droites d_1 et d_2 sont parallèles car elles gardent le même écart (2 cm). Cette méthode s'appuie sur ce que les élèves viennent de découvrir dans cette étape.

Conclure avec les élèves

> • Deux droites d_1 et d_2 sont parallèles lorsqu'elles sont toutes les deux perpendiculaires à une même droite.
> • Deux droites d_1 et d_2 sont parallèles lorsque la distance qui les sépare est toujours la même.
> Cela donne deux procédés de construction.

Les élèves pourront noter à la suite des deux procédés de construction de deux droites parallèles qu'ils ont effectués les deux phrases qui les commentent.

Lecture du paragraphe correspondant de l'Aide-mémoire, page 15.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

• Exercice 1

Il permet de renforcer la notion de distance de deux droites parallèles. On sait que les droites d et h sont parallèles car on voit qu'elles sont toutes les deux perpendiculaires à un segment puisque les symboles indiquent la présence de deux angles droits. La distance des deux droites doit donc être mesurée sur ce segment-là (2 cm).

• **Exercice 2**
Entraînement à repérer le parallélisme et l'orthogonalité, à vérifier avec les instruments, et à bien utiliser le vocabulaire qui convient.

• **Exercice 3**
C'est encore la perception visuelle et la vérification instrumentée qui sont travaillées ici.

• **Exercice 4**
Entraînement à la construction de droites parallèles en respectant des contraintes. Une lecture commentée de la consigne permettra à chaque élève de comprendre les deux contraintes que doit respecter la droite à tracer :
– elle doit passer par A ;
– elle doit être parallèle à la droite d.

Travail individuel sur papier uni. Correction individuelle pour vérifier la bonne compréhension de la tâche et le bon usage des instruments et pour apporter de l'aide si nécessaire.

• **Exercice 5**
Travail sur la formulation des propriétés d'une figure codée.

• **Illusion d'optique**
Les deux lignes bleues ne paraissent pas droites ! Il est nécessaire, là encore, de contrôler avec les instruments les hypothèses que l'on formule à partir de la perception visuelle.

ÉTAPE 27

Propriétés des polygones

Manuel p. 74-75

Objectif

Apprendre à analyser des polygones, à dégager leurs propriétés relatives aux côtés et aux angles.

Pourquoi cette étape ?

La perception et la mise en mots des propriétés des figures est une étape fondamentale dans le travail de conceptualisation de la notion de figures planes.

Rappelons que contrairement au langage usuel, **le langage mathématique ne suit pas le principe de l'information maximum**. Par exemple, la phrase « un carré a deux angles droits » est une phrase vraie en mathématiques (puisque le carré a 4 angles droits il en a, a fortiori, 2). De même, dans un jeu de portrait, si une figure est un carré, à la question « La figure est-elle un rectangle ? » la réponse est « Oui » puisque tous les carrés sont des rectangles (particuliers).

Il s'agit dans cette étape de **réactiver les connaissances** que les élèves ont acquises les années précédentes, de leur remettre en mémoire le vocabulaire adéquat et de commencer à les initier au fonctionnement du langage géométrique.

2 séances • **Séance 1** activité préparatoire et découverte • **Séance 2** exercices

Matériel • Par élève : 2 photocopies de la fiche p. 256. Faire découper par l'élève, à un moment perdu, les figures d'une des photocopies qu'il conservera dans une enveloppe.
• Pour la classe : si possible, un jeu de figures en papier cartonné en grand format pour les activités collectives au tableau.

Calcul mental

Le professeur donne oralement un nombre inférieur à 1 000. Les élèves donnent oralement ou par écrit sa décomposition canonique.

Choisir des nombres pour lesquels la manière de les dire ne correspond pas complètement à la décomposition canonique. Exemple : trois cent soixante-douze ; huit cent quatre-vingts.

Activité préparatoire

■ Remarques

Dans les jeux de portrait et les jeux du « Qui est-ce ? » les élèves doivent prendre en compte les relations entre les différents éléments d'une figure et les mettre en mots à l'aide du vocabulaire géométrique dans une situation de communication réelle. Ce type d'activités a donc pour objet d'accroître les capacités d'observation des élèves et plus spécifiquement leurs capacités à catégoriser.

Les portraits sont proposés soit par le professeur, soit par les élèves. Dans le premier cas, les élèves sont en position de recevoir des informations avec un vocabulaire expert qu'ils doivent traiter. Dans le second cas, ils sont en position de produire l'information pour que leurs camarades retrouvent la figure. Les figures faisant partie de la famille des figures de la fiche (référentiel), le portrait peut ne pas être exhaustif.

Dans les jeux du « Qui est-ce ? », c'est le professeur qui choisit une figure parmi les figures du référentiel et les élèves cherchent la figure choisie en posant des questions sur les propriétés de la figure (les questions du type « La figure est-elle un rectangle ? » ne sont pas acceptées). Le professeur répond uniquement par « oui » ou « non ».

Nous proposons un déroulement en trois phases.

Chaque élève prend son enveloppe avec les figures découpées et la feuille photocopiée.

■ **Première phase**

Le professeur rappelle oralement ce que sont un polygone et un quadrilatère afin que ces mots soient disponibles. De même, il précise l'utilisation du terme « exactement » à partir d'exemples : « C'est un polygone qui a exactement deux angles droits. » est à différencier de « C'est un polygone qui a deux angles droits. » (celui-ci peut en avoir quatre).

Le professeur fait le portrait d'une des figures du référentiel (il peut inscrire les propriétés au fur et à mesure au tableau), les élèves doivent trouver de quelle figure il s'agit. Pour cela, ils peuvent éliminer celles qui ne conviennent pas. Lorsqu'ils pensent avoir la figure choisie par le professeur, ils attendent son signal et écrivent la lettre correspondante sur leur ardoise.

La vérification se fait collectivement en utilisant les figures grand format du tableau.

Les propriétés choisies par le professeur concernent les côtés (nombre, parallélisme, perpendicularité, égalité de longueur) et les angles (nombre, angles droits, aigus, obtus) mais ne font pas intervenir de mesure de longueur. Exemple : « La figure que j'ai choisie est un polygone. », puis « Elle a quatre côtés. », puis « Deux côtés et deux seulement sont parallèles. », puis « Deux côtés ont la même longueur. » (Figure u de la fiche photocopiable.) Reprendre le jeu avec plusieurs autres portraits.

■ **Deuxième phase**

Jeu du « Qui est-ce ? » : le professeur choisit une figure secrètement et attend cette fois de répondre par « oui » ou « non » à des questions. À tour de rôle, les élèves posent une question à l'oral. Lorsqu'un élève pense avoir trouvé la figure choisie par le professeur, il lève le doigt et donne sa réponse. Reprendre plusieurs fois.

■ **Troisième phase**

Le professeur choisit une figure secrètement. Les élèves travaillent par deux ou trois. À tour de rôle, chaque groupe pose, cette fois-ci par écrit, une question. Le professeur répond en écrivant seulement « oui » ou « non ». Lorsqu'un groupe pense avoir trouvé la figure, il écrit la lettre qui la désigne et la lui propose. En cas de réussite, le groupe fait alors le portrait par écrit d'une ou plusieurs figures du référentiel pour préparer le jeu du portrait du lendemain ; en cas d'échec, il poursuit sa recherche en posant de nouvelles questions. Le jeu s'arrête lorsque tous les groupes ont trouvé la figure.

Découverte

■ **Questions 1 et 2**

Lecture silencieuse. Préciser si nécessaire le sens du mot « intrus ».

La première question a pour but de redéfinir ce qu'est un polygone. La seconde est une reprise individuelle de l'activité préparatoire.

Travail individuel, correction collective.

Réponses
Question 1 : I est un intrus, ce n'est pas un polygone.
Question 2 : **a.** C'est le rectangle E. **b.** G.

■ **Question 3**

Lecture silencieuse.

Il s'agit d'une situation « retournée » par rapport à l'activité traditionnelle de classement de figures : en effet, plusieurs figures du référentiel sont mises ensemble parce qu'elles ont une propriété que les autres n'ont pas ; les élèves doivent trouver cette propriété.

Travail individuel ou à deux, laisser les figures mobiles à disposition : cela peut faciliter le travail de certains élèves.

■ **Mise en commun**

Recenser les propriétés trouvées par les élèves. Pour chacune d'elles, faire une vérification collective pour la garder ou la rejeter.

Réponse : ce sont des polygones ayant un angle droit et un seul.

Conclure avec les élèves

Pour reconnaître un polygone parmi plusieurs, certaines propriétés sont utiles à repérer : nombre de côtés, paires de côtés parallèles, côtés perpendiculaires, nombre d'angles droits, etc.

- Les polygones sont des figures fermées dont le contour est constitué de segments de droites.
- Un quadrilatère est un polygone qui a 4 côtés ; il a aussi 4 sommets.
- Un triangle est un polygone qui a 3 côtés ; il a aussi 3 sommets.
- Un losange est un quadrilatère qui a 4 côtés de même longueur.
- Un rectangle est un quadrilatère qui a 4 angles droits.
- Un carré est un quadrilatère qui a 4 côtés de même longueur et 4 angles droits.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

● **Exercices 1 et 3**

Entraînement à prendre en compte les propriétés des figures géométriques en utilisant le langage approprié.

- **Exercice 2**

Entraînement à traiter logiquement des informations (les expressions « au moins » et « exactement » sont à prendre en compte).

Réponse : quadrilatère K.

- **Exercice 4**

Il développe les compétences d'observation des élèves pour repérer des propriétés permettant de discriminer des figures.

Réponses

G et K ont deux angles droits et deux seulement.
A et C ont cinq côtés.
D et E ont quatre angles droits.

- **Exercices 5, 6, 7, 8 et 9**

Dans ces exercices, les élèves doivent mobiliser les propriétés bien connues des figures usuelles. Les propriétés données par les élèves pour caractériser les quadrilatères usuels peuvent être surabondantes, la recherche de propriétés caractéristiques des quadrilatères usuels n'étant pas un objectif à atteindre en cycle 3.

- **Exercice 10**

Il permet de faire le point sur toutes les propriétés rencontrées dans l'étape. Les noms des polygones usuels peuvent être rappelés en conclusion.

ÉTAPE 28

Estimer des longueurs, des distances

MANUEL P. 76-77

Objectif

Se construire des référents pour évaluer des longueurs, des distances.

Pourquoi cette étape ?

- Lorsque l'on ne dispose pas d'outils pour **mesurer**, le recours à des procédés ancestraux, par utilisation de parties du corps est un bon moyen pour estimer des longueurs. La prise de conscience par les élèves de la possibilité d'utiliser ces procédés nous paraît fondamentale, d'une part parce qu'historiquement ces unités étaient à la base des systèmes de mesure utilisés, d'autre part parce que cela rend toujours de nombreux services dans la vie quotidienne, en particulier lorsque l'on doit conserver la mémoire d'une longueur alors que l'on n'a pas d'instrument de mesure sous la main.
- Cette approche permet également de travailler les notions d'**ordre de grandeur** et de **conversion** d'unités.
- C'est dans le domaine de la mesure que les élèves vont pouvoir aborder les notions d'estimation et d'approximation, relativement nouvelles puisque la plupart des activités mathématiques qu'ils ont menées jusqu'alors les conduisaient à travailler essentiellement avec des valeurs exactes.
- Les exercices entraînent les élèves à bien maîtriser les estimations de longueurs dans des situations courantes.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Pour la classe : divers instruments de mesure (règles graduées, double décimètre, règle de 40 cm, mètre de la classe, mètres à ruban de couturière, double mètre de menuisier, décamètres…).
• Par élève : des photocopies d'un tableau (cf. modèle ci-dessous) pour l'activité préparatoire.

	L1 : Longueur de la cour de récréation	L2 : Longueur de la classe	L3 : Longueur du tableau	L4 : Largeur d'un cartable	Etc.
1 : Estimation de la longueur à l'œil (préciser l'unité : cm ou m)					
2 : Étalon corporel utilisé					
3 : Mesure avec cet étalon corporel					
4 : Mesure de l'étalon corporel utilisé en cm					
5 : Calcul de la mesure de la longueur en cm					
6 : Mesure en cm de la longueur directement avec un instrument					

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit au tableau quatre nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves les écrivent dans l'ordre croissant (ou décroissant).

Activité préparatoire

Présentation de l'activité

Faire un rappel historique : autrefois, pour mesurer des longueurs, nos ancêtres utilisaient souvent diverses parties de leur corps suivant ce qu'ils avaient à mesurer. Par exemple, pour évaluer des distances à parcourir ils comptaient en « pas », pour mesurer du tissu, ils utilisaient leur envergure, pour mesurer du fil, c'était plutôt leur coudée, pour mesurer la dimension d'une pièce, ils utilisaient leur pied, d'une table, leur empan, pour mesurer l'épaisseur d'une planche, leur pouce. Le pas, l'envergure, la coudée, le pied, l'empan, le pouce s'appellent de ce fait des « étalons corporels ».

Prendre le temps de montrer comment on utilise ces étalons corporels et comment on « délimite » leur longueur, puis indiquer aux élèves que l'on va voir ce que l'on peut faire avec ces unités, ce que cela permet de prévoir et quel est leur lien avec les unités usuelles.

Distribuer à chaque élève la fiche avec le tableau (voir Matériel).

Premier temps

Demander aux élèves d'estimer ou encore d'évaluer « à l'œil » diverses longueurs et de noter ces estimations dans la première ligne du tableau.

Deuxième temps

Proposer à chaque élève de choisir l'étalon corporel qui lui paraît le mieux adapté pour « mesurer » les dimensions préalablement estimées à l'œil, et de noter l'étalon choisi dans la seconde ligne.

Organiser la classe pour que chacun à tour de rôle puisse utiliser l'étalon corporel choisi pour évaluer les longueurs L2, L3, L4. Les élèves notent cette mesure (nombre de reports de l'étalon) dans la troisième ligne.

Pour la longueur L1, le mesurage pourra se faire au moment d'une récréation.

Troisième temps

Par groupes de deux, les élèves s'aident à mesurer les étalons corporels (voir matériel) et notent dans leur tableau les valeurs trouvées (en centimètres) dans la quatrième ligne.

Quatrième temps

Travail individuel. Les élèves ont à déduire les mesures en mètres et centimètres des différentes longueurs L1, L2, L3, L4, à partir des résultats des lignes 3 et 4 et les notent dans la ligne 5.

Cinquième temps

Les divers résultats sont rassemblés sur le tableau de la classe. Pour chaque longueur L2, L3, L4, deux élèves sont chargés d'effectuer le mesurage avec les instruments usuels. Pour la longueur L1, l'information peut être sur le plan de l'école. Si le professeur en a la possibilité, il peut aussi faire mesurer cette longueur avec une chaîne d'arpenteur, lors d'une récréation. Les valeurs trouvées sont alors notées au tableau (ligne 6) et permettent de comparer les estimations effectuées – d'une part à l'œil, d'autre part avec les étalons corporels des uns et des autres – avec les mesures obtenues à l'aide des instruments usuels.

La notion d'approximation est introduite et une marge d'erreur tolérée est fixée.

La conclusion peut porter sur l'intérêt de connaître les mesures en centimètres de ses propres étalons corporels pour pouvoir estimer diverses longueurs lorsque l'on ne dispose pas d'instrument de mesure.

Découverte

Mise au point individuelle relative aux étalons corporels. Lecture de la consigne, travail et correction individuels car les réponses sont différentes suivant les élèves.

Question 1

Les élèves mesurent leurs étalons corporels personnels avec les unités usuelles et notent leurs valeurs.

Question 2

Chaque enfant utilise ses propres références corporelles. Ici, c'est la question inverse qui est proposée : comment faire une longueur la plus proche possible de 1 mètre avec ses propres étalons corporels. Bien sûr, on n'aura pas une réponse unique pour la classe. C'est l'occasion de rappeler l'importance d'avoir un étalon commun.

Question 3

L'utilisation de l'étalon corporel « pas » pour évaluer une distance est mise en scène. Les moyens pour s'assurer si Qwang a raison ou non sont calculatoires ; par exemple : 1 000 pas de Qwang c'est 60 000 cm c'est aussi 600 m ; donc Qwang a raison.

Conclure avec les élèves

Lecture du paragraphe « Mesure de longueurs » dans l'Aide-mémoire, page 21.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54) avec une correction collective ou une mise en commun lorsque plusieurs procédures ont été utilisées.

• Exercice 1

Introduction de la notion d'encadrement pour estimer une longueur.

On pourra aussi chercher à définir une envergure « moyenne » des élèves de la classe, ce qui permettra d'amorcer le travail de l'exercice 2.

● **Exercice 2**

Il permet de prendre connaissance de la circonférence de la Terre et d'avoir un moyen de se faire une idée de ce que cela représente.

Pour résoudre ce problème, les élèves peuvent utiliser l'exercice 1

– soit en prenant une estimation commode de l'envergure d'un enfant (par exemple 1 m) ;

– soit en utilisant la longueur de la chaîne formée par les enfants de la classe et en regardant combien de chaînes de cette longueur il faudrait mettre bout à bout pour faire 40 000 km.

Réponse : pour une envergure moyenne de 1 m, il faudrait environ 40 000 000 d'enfants.

● **Exercice 3**

Il s'agit d'apprendre aux élèves à bien connaître les valeurs de leurs étalons corporels pour les utiliser dans la vie courante. Naturellement plusieurs étalons peuvent être utilisés simultanément pour donner une meilleure approximation.

Réponses

a. le pas ; **b.** l'empan et le pouce ; **c.** l'envergure et la coudée ; **d.** l'empan ou le pied.

● **Exercices 4 et 5**

Entraînement à estimer correctement des longueurs relativement familières.

Réponses

Exercice 4 **a.** 18 dm ; **b.** 82 cm ; **c.** 8 m ; **d.** 50 cm

Exercice 5 **a.** km ; **b.** cm ; **c.** m ; **d.** m et cm

● **Exercice 6**

Comparaison de différents moyens de transport en faisant des estimations de mesures de longueurs.

Réponse : **a.** 5 km ; **b.** 120 km ; **c.** 240 km ; **d.** 600 km

● **Exercice 7**

Il a pour but d'étudier avec les élèves le sens d'expressions du langage usuel utilisant des durées pour estimer des distances, en s'appuyant sur les estimations de longueurs obtenues dans l'exercice 6.

Réponses : il s'agit d'estimations.

a. 640 km **b.** 480 km **d.** 830 m

ÉTAPE 29

Mesurer des longueurs, des distances

MANUEL P. 78-79

Objectif

Utiliser des unités conventionnelles pour mesurer des longueurs, des distances.

Pourquoi cette étape ?

Il s'agit d'entraîner les élèves à bien **manipuler les unités conventionnelles de mesure de longueurs** et à travailler sur la notion d'**approximation**.

Le détour par les unités anglaises permet d'une part de mieux comprendre la notion de « convention » et d'autre part de familiariser les élèves avec un système de mesure qui n'est pas décimal mais dont les unités sont liées aux étalons corporels.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Par élève :
– une règle graduée, un compas ;
– des bandes rectangulaires de papier cartonné pour fabriquer des règles graduées en inches.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit quatre nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres obtenus en ajoutant ou en retranchant 11 aux nombres cachés.

On peut reprendre plusieurs fois en ajoutant ou en retranchant tout autre nombre aux nombres cachés.

Découverte

Lecture silencieuse du texte introductif.

Donner quelques informations historiques aux élèves.

Autrefois, on utilisait des unités différentes dans les différents pays et même dans les différentes régions de France. Aussi, par exemple, quand un habitant d'une région voulait vendre à un habitant d'une autre région un produit qu'il fallait mesurer, c'était compliqué.

Des solutions avaient déjà été proposées, mais ce n'est qu'à la Révolution française que l'on a défini et choisi le mètre comme unité de longueur et que l'on a construit un système de mesure appelé système métrique.

Ce système simplifie beaucoup les conversions car chaque unité est dix fois plus grande que celle qui la suit et dix fois plus petite que celle qui la précède.

Depuis cette époque, les autres pays du monde ont peu à peu adopté ce système. En Angleterre, il est encore peu utilisé.

Le professeur pourra ensuite faire le point des informations données dans la découverte en faisant remarquer la manière dont elles dépendent les unes des autres.

Rappeler, si nécessaire, les unités de longueurs du système métrique en présentant le tableau de conversion (voir ci-dessous).

Pour chaque question, on peut envisager une lecture silencieuse et un travail individuel, puis une mise en commun des propositions des élèves.

■ Question 1

La vérification peut se faire à la calculatrice. Il s'agit naturellement d'approximations dans la mesure où l'on ne connaît qu'un encadrement de la longueur du pouce en unités du système métrique.

■ Questions 2, 3 et 4

Elles permettent aux élèves :

– de se familiariser avec les unités anglaises ;

– de s'entraîner à calculer en faisant des approximations ;

– de s'entraîner à convertir des mesures lorsque c'est nécessaire.

Conclure avec les élèves

Faire lire le texte du furet.

En déduire la nécessité d'indiquer l'unité choisie quand on procède à une mesure.

Pour illustrer ce texte, les élèves peuvent noter un exemple pris dans la découverte.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54). Une mise en commun peut s'avérer nécessaire lorsque plusieurs procédures ont été utilisées.

• Exercices 1, 2 et 3

Les élèves prennent concience de l'aspect conventionnel des unités de longueurs et des instruments de mesure utilisés suivant les pays. Pour trouver les longueurs des segments, pour construire des segments de longueurs données ou pour fabriquer une règle graduée en inches, le report au compas ou avec une bande de papier est le moyen le plus efficace.

Réponses exercice 1 : AB = 2 inches ; CD = 3 inches ; EF = 4 inches ; GH = ½ inche.

• Exercices 4 et 5

Entraînement à bien utiliser la règle graduée.

Réponses exercice 5 : DC = 3 cm, AC = 4 cm, DA = 5 cm, AB = 6 cm, EF = 7 cm, EA = 8 cm.

• Exercice 6

Pour la vérification, plusieurs procédures sont envisageables : mesurage direct de chacun des segments et calcul de la somme, report au compas ou avec une bande de papier sur une ligne droite, mesurage de chacun des segments en positionnant la règle de manière à placer l'origine du nouveau segment à mesurer au repère obtenu au mesurage du segment précédent, etc.

Réponse : proche de 30 cm (29 cm 5 mm).

• Exercice 7

Il s'agit de décomposer cette longueur de 2 m en une somme de longueurs de manière à tracer une ligne brisée dont les différents segments « tiennent » dans la feuille.

• Exercices 8, 9, 10 et 11

Conversions d'unités.

Faire lire la bulle du furet et indiquer aux élèves la manière d'utiliser le tableau de conversion s'ils n'arrivent pas à convertir directement les mesures d'une unité dans une autre.

Réponses

Exercice 8 : 42 195 m = 42 km 195 m.

Exercice 9 : l'adulte doit faire 2 300 pas de 1 mètre.

Exercice 10 : 7 254 cm = 72 m 54 cm.

Exercice 11 :

a. 980 mm = 98 cm — 980 dm = 98 m

b. 3 cm = 30 mm — 3 m = 300 cm

c. 1 dm 4 cm = 14 cm — 1 m 4 cm = 104 cm

d. 748 cm = 7 m 48 cm — 748 m = 7 hm 48 m

kilomètre	hectomètre	décamètre	mètre	décimètre	centimètre	millimètre	
km	hm	dam	m	dm	cm	mm	
0	1	0	0	0	0	0	1 hm = 100 m
0	0	0	1	0	0	0	1 m = 100 cm

ÉTAPE 30

Périmètre des figures planes

MANUEL P. 80-81

Objectifs

- Mesurer le périmètre de diverses figures planes.
- Construire des figures usuelles de périmètre donné.

Pourquoi cette étape ?

- Elle permet de **conforter les savoirs et savoir-faire** que les élèves ont acquis pour mesurer des longueurs de segments et de lignes brisées, pour mesurer des périmètres de divers polygones et pour construire des polygones usuels de périmètre donné.
- Au cours de l'activité préparatoire les élèves travaillent sur de « grandes » figures, effectuent des mesures ailleurs que sur une feuille de papier, font beaucoup d'essais, échangent leurs points de vue. Le professeur a ainsi l'occasion de faire plusieurs mises au point essentielles pour les aider à **s'approprier correctement et durablement le concept de périmètre** et à éviter les confusions ultérieures entre aire et périmètre.
- Le travail sur le livre, nécessairement plus limité, permet ensuite de consolider les connaissances acquises en reprenant, cette fois dans l'espace de la feuille de papier ou sur le tableau, ce qui aura été fait en activité préparatoire.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL
- Pour la classe : mètres de menuisier, mètres à enrouleur, mètres de la classe, doubles décimètres, une chaîne d'arpenteur si l'école en possède.
- Par groupe : des affiches, de la ficelle.
- Par élève : le matériel personnel de géométrie.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit quatre nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres obtenus en ajoutant ou en retranchant 9 aux nombres cachés.

On peut reprendre plusieurs fois en ajoutant ou en retranchant tout autre nombre aux nombres cachés.

Activité préparatoire

■ Première phase

Le professeur dessine deux polygones, dont les périmètres ne peuvent pas être comparés facilement à vue d'œil, sur le sol dans la cour de récréation ou en choisit deux matérialisés par des clôtures ou des murs.

Demander aux élèves regroupés par 4 d'estimer les périmètres de ces deux polygones d'abord à l'œil, puis à l'aide des « pas moyens » (voir étape 28).

Chaque groupe note ses estimations sur une feuille en précisant les unités utilisées.

Au cours d'une mise en commun, le professeur fait remarquer les écarts entre les différentes réponses et demande de faire la liste du matériel qui permettrait de vérifier ces estimations par un mesurage plus précis.

Procéder alors au mesurage. Le professeur peut répartir les tâches : chaque groupe s'occupe du mesurage d'un côté et note la mesure trouvée.

De retour en classe, ces données doivent être traitées (additionner les mesures des côtés par exemple) afin de conclure, c'est-à-dire de comparer les résultats obtenus par mesurage et calculs éventuels avec les estimations initiales.

Si cette phase n'est pas possible dans la cour de récréation, une activité analogue peut être conçue dans l'espace de la classe (estimation à l'œil, puis à l'aide du « pied moyen »).

■ Deuxième phase

Répartir les élèves par groupe de 4. Distribuer de grandes affiches, de la ficelle, le matériel de géométrie collectif et individuel.

Demander aux élèves de construire avec ce matériel un rectangle, un carré, un triangle, un pentagone ayant tous un périmètre mesurant 1 mètre.

Afficher les différentes réalisations.

Mise en commun des méthodes utilisées.

Pour le rectangle et le carré, les élèves peuvent calculer la longueur des côtés.

Pour le triangle et le pentagone, seule une méthode pragmatique consistant à utiliser une ficelle de 1 m de long pour réaliser les figures est possible compte tenu des connaissances des élèves à ce stade. Bien sûr, cette méthode est également possible pour le carré et le rectangle à condition de contrôler les angles avec une équerre.

Faire constater que tous les carrés obtenus sont superposables alors que, pour chacune des autres figures, on obtient de nombreuses possibilités.

Découverte

■ Question 1

Lecture de la consigne et de la bulle du furet.

> <u>Procédures envisageables</u>
> 1. Tracer une ligne droite. Reporter au compas en les mettant bout à bout les longueurs des 3 côtés.
> 2. Reporter par superposition les longueurs des trois côtés sur une bande de papier. Cette solution, tout à fait correcte, ne respecte pas la consigne d'utilisation de la règle et du compas.

Mise en commun des méthodes utilisées et des résultats.

■ Question 2

Les élèves réinvestissent la méthode utilisée dans la question 1 et comparent les deux segments obtenus.

■ Question 3

Lecture de la consigne, la faire reformuler.

Certains élèves pensent que les segments déjà tracés sont les côtés du rectangle, d'autres pensent qu'il est possible de prolonger les côtés de l'angle droit. Demander à chacun d'argumenter sa position et conclure à la nécessité de mesurer les deux côtés de l'angle droit pour repérer que ce sont bien les côtés du rectangle puisque la somme de leurs longueurs est 8 cm.

■ Question 4

Travail individuel.

C'est une reprise de la deuxième phase de l'activité préparatoire dans l'espace de la feuille de papier et avec les instruments de géométrie, ce qui exclut la méthode pragmatique utilisant une ficelle et induit la nécessité d'un calcul.

Conclure avec les élèves

> • Le périmètre d'un polygone est la longueur de son contour.
> • Pour mesurer le périmètre d'un polygone, on peut :
> – utiliser une ficelle pour faire le tour du polygone et mesurer la ficelle ;
> – tracer un segment de même longueur que le contour et le mesurer ;
> – additionner les longueurs des côtés du polygone.
> • Tous les carrés qui ont le même périmètre sont superposables, mais il existe de nombreux rectangles de formes différentes ayant le même périmètre.

Pour illustrer cette conclusion, les élèves peuvent tracer un polygone sur leur cahier, donner la mesure de son périmètre et écrire la première phrase.

Faire lire le paragraphe « Périmètre d'un polygone » de l'Aide-mémoire, page 21.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54) avec une mise au point collective pour chaque exercice.

• Exercice 1

Il a pour but de dissocier la notion de périmètre de celle de forme.

• Exercices 2 et 3

Ils complètent le travail de la découverte.

• Exercices 4 et 5

Avant de faire chercher ces exercices, le professeur peut questionner les élèves sur ce qu'ils savent des triangles équilatéraux et des triangles isocèles, puis faire lire le texte du furet.

Pour l'exercice 4, les élèves doivent interpréter le schéma de construction du triangle équilatéral. Ce sera l'occasion de revenir sur ce qu'ils ont appris à l'étape 13 sur le cercle : le cercle est l'ensemble des points situés à la même distance d'un point donné.

L'exercice 5 permet de revenir sur la notion de périmètre d'un triangle comme somme des longueurs des trois côtés.

<u>Solutions possibles</u>
Deux côtés mesurent 12 cm et le dernier mesure 6 cm.
Un seul côté mesure 12 cm et les deux autres ont la même longueur : 9 cm.

• Exercice 6

Les élèves doivent appliquer une connaissance directe – le périmètre d'un rectangle, c'est le double de la somme de la longueur des deux dimensions – et effectuer des calculs de longueur ; le recours au mesurage n'est pas possible car les longueurs sont trop grandes.

Cet exercice permet en outre de réfléchir à la notion d'approximation : la longueur du grillage devra être au minimum de 106 mètres.

• Exercice 7

Les élèves doivent opérer une déduction : déterminer la mesure d'un côté d'une figure connaissant son périmètre et la mesure des autres côtés.

<u>Réponse</u> : 45 m.

• Exercice 8

Il nécessite d'analyser précisément la figure et d'opérer des déductions et des calculs en chaîne pour trouver les dimensions des rectangles. Une erreur fréquente consiste à diviser par 3 le périmètre du carré. Une validation pragmatique est possible en prenant un carré de 12 cm de périmètre.

<u>Réponse</u> : 80 m.

• Exercices 9 et 10 (accompagnés par l'enseignant)

La difficulté réside non dans le calcul du périmètre de ces figures mais dans la découverte de formules littérales : les dimensions des figures ne sont pas données avec des nombres mais avec des « lettres ». Les élèves rencontrent pour la première fois des signes opératoires entre des lettres et apprennent à les utiliser.

Dans l'**exercice 9**, les élèves doivent repérer que la lon-

gueur du côté du carré est désignée par la lettre c.
Réponse : p désigne le périmètre et c la longueur du côté. Le périmètre d'un carré de côté 6 cm est 24 cm.
Dans l'**exercice 10**, ils doivent faire des hypothèses sur ce que désignent les lettres. Prévoir une mise en commun des propositions (nous avons maintenu les lettres L et l, mais les élèves peuvent repérer qu'il s'agit simplement des deux dimensions du rectangle, sans parler de longueur et de largeur).
Réponse : **c.** 20 cm ; 21 cm

ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

Calcul automatisé, calcul réfléchi : addition, soustraction, multiplication

MANUEL P. 82

Objectif
S'entraîner à choisir une méthode de calcul en fonction des nombres en jeu et à automatiser certains calculs.

Pourquoi cette étape ?
Il s'agit d'entraîner les élèves aux différentes techniques qui ont été travaillées.

1 SÉANCE
MATÉRIEL • Par élève : une fiche autocorrective (p. 244).

Calcul mental
Le professeur annonce dans le désordre le nombre de centaines, dizaines, et unités d'un nombre, les élèves trouvent le nombre et l'écrivent.
Reprendre avec des nombres plus grands.
Exemple : 6 unités 8 centaines 4 dizaines ; 7 centaines 3 mille 9 dizaines.

Exercices
Déroulement, voir p. 55.

ÉTAPE 31

Représentation de données : graphiques et tableaux

MANUEL P. 83

Objectif

Lire, interpréter et construire des tableaux de nombres et des graphiques.

Pourquoi cette étape ?

Pour lire et interpréter des graphiques, c'est-à-dire **trouver les informations qui sont mises en relation et en déduire de nouvelles informations**, les élèves vont devoir utiliser leurs connaissances relatives au repérage sur différents types de quadrillage et lire des coordonnées de points. L'exemple est choisi dans le domaine des sciences.

Les élèves prélèvent des informations par simple lecture, élaborent un tableau à partir de ces informations, réinvestissent des compétences relatives à la comparaison des masses et aux calculs additifs et multiplicatifs.

1 SÉANCE

Calcul mental

Jeu de recto verso multiplicatif.

Les élèves jouent à deux avec un jeu de cartes composé de 16 cartes au moins. Ils posent le paquet de cartes entre eux, la face visible porte un produit à effectuer par exemple 6 × 7, l'autre face porte le résultat.

À tour de rôle, chaque élève observe la carte sur le paquet, et donne le résultat. Il retourne alors la carte pour vérifier. Si sa réponse est correcte, il garde la carte pour lui, sinon, il la replace sous le tas de cartes. Le jeu s'arrête après un temps imparti par le professeur, le gagnant est celui qui a conservé le plus de cartes.

Les jeux de recto verso sont particulièrement intéressants pour plusieurs raisons :

– la validation est assurée immédiatement et sans intervention de l'enseignant ;

– lorsqu'une réponse est erronée, la carte portant la question sera à nouveau posée puisqu'elle est remise en jeu ;

– la préparation matérielle est simple puisque les cartes des différents jeux peuvent être mélangées sans conséquence ;

– enfin, le temps de jeu est le même pour tous.

Découverte

Lecture silencieuse. Le document est ensuite commenté collectivement.

Attirer l'attention des élèves :

– sur les variables qui sont mises en relation : âge en mois et poids en kg d'un chien berger allemand ;

– sur l'unité choisie pour chaque graduation : sur l'axe de l'âge une graduation (un carreau) représente 1 an ; sur l'axe du poids, une petite graduation représente 1 kg.

Travail individuel suivi d'une première mise en commun par deux des procédures et des résultats.

Correction collective de l'ensemble des questions.

Réponses

Question 1

29 kg à 6 mois ; 36 kg à 12 mois ; 20 kg à 3 mois.

Question 2

Âge en mois	0	1	**2**	3	6	**8**	**12**	14	**16**
Poids en kg	**3**	**10**	15	**20**	**29**	32	36	**37**	38

Question 3

a. Faux ; **b.** Vrai ; **c.** Vrai.

Question 4

26 kilos ; 7 kilos.

Conclure avec les élèves

Un graphique permet de visualiser des informations et des relations entre des données qui sont liées, par exemple l'âge et le poids.

ÉTAPE 32

Interpréter des données numériques

Manuel p. 84-85

Objectif

Comparer des longueurs exprimées dans des unités différentes selon les pays, dans des situations de la vie quotidienne.

Pourquoi cette étape ?

Les élèves réinvestissent le travail mené sur la **mesure des longueurs** (étape 29) dans un cadre pluridisciplinaire en se familiarisant avec des éléments de la vie quotidienne dans divers pays européens. Il s'agit d'une première approche des fonctions numériques dans une situation leur donnant du sens.

2 séances • Séance 1 Des pointures différentes • Séance 2 Des tailles différentes

Calcul mental

Jeu de recto-verso multiplicatif (voir étape 31).

Des pointures différentes

■ Partie A

Travail individuel suivi d'une confrontation à deux et d'une correction collective.

Après lecture, attirer l'attention des élèves sur les deux règles qui sont graduées avec des unités différentes (cm et point de Paris) ainsi que sur le trait rouge donnant la correspondance entre les graduations. Ces règles ainsi positionnées vont permettre de convertir la mesure d'une longueur (longueur du pied) d'une unité dans une autre.

Questions 1 et 2

Elles permettent de vérifier la bonne lecture des graduations.

Réponse question 1
La pointure de Théo est 36.
Réponse question 2
Le pied de la mère de Leïla mesure 26 cm.

Question 3

Pour savoir si la « règle de conversion » proposée par Qwang est pertinente, la seule procédure possible est de la vérifier dans un certain nombre de cas. Les élèves effectuent plusieurs calculs qui consistent à ajouter à un nombre sa moitié.

La confrontation des résultats à deux devrait permettre de limiter d'éventuelles erreurs liées à la lecture des graduations sur les deux règles, qui ne coïncident pas toujours, au calcul de la moitié d'un nombre impair, ou à l'addition d'un nombre décimal simple d'usage courant de type « demi ».

Le débat portera d'une part sur les approximations qui doivent être faites, d'autre part sur la question du nombre de cas à considérer pour pouvoir dire que la relation est approximativement vérifiée.

■ Partie B

Travail individuel ou à deux pour chaque question. La correction peut être collective pour les questions 1 et 3. Pour la question 2, une mise en commun des procédures utilisées est souhaitable.

Question 1

La réponse s'obtient par lecture directe du tableau.

Réponse : la pointure de la mère d'Alice est 37.

Question 2

Pour effectuer la tâche demandée, l'élève doit, pour chaque valeur
– se reporter aux règles graduées de la partie A afin de repérer la pointure française ;
– déterminer la longueur approximative du pied correspondant à cette pointure.

Pour certaines valeurs comme 36, 39 et 42, une lecture directe suffit. Pour les autres valeurs, l'élève peut procéder de diverses manières. Par exemple, pour 34, il peut repérer que la longueur du pied mesure entre 22 et 23 cm et garder cet encadrement, il peut aussi estimer que c'est environ 22 et demi.

Le professeur acceptera toutes valeurs proches de celles inscrites dans le tableau situé en bas de page.

Question 3

Réponse : la pointure italienne 41 correspond à une pointure 42 en France, soit à la pointure 9 chez les Anglais.

Partie B, question 2 : correspondance entre la pointure anglaise et la longueur du pied

Pointure anglaise	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Longueur en cm	22,6	23,3	24	24,7	25,3	25,9	26,6	27,2	27,9

Des tailles différentes

Travail individuel suivi d'une correction collective.

■ Partie A

Après la lecture silencieuse, attirer l'attention des élèves sur le fait que le tableau correspond à un document réel utilisé en France.

Les amener à identifier les éléments qu'il comporte (stature, âge, taille, garçons, filles) et les rapports entre ces divers éléments. Il s'agit de donner des informations à celui qui achète pour savoir si le vêtement conviendra sans avoir besoin nécessairement de l'essayer ou d'en essayer plusieurs.

Il y a 4 manières de donner ces informations :
– celle qui est la plus explicite est la donnée de la stature, c'est un intervalle ;
– l'âge donne une indication sur la correspondance standard entre un âge et une taille. Elle est beaucoup plus aléatoire. On peut avoir 10 ans et être plus petit ou plus grand que la moyenne ;
– les deux autres sont des codes numériques pour la taille française et un codage en lettres pour la taille dite universelle car utilisée partout dans le monde.

Les trois questions servent essentiellement à s'assurer que les élèves lisent correctement le tableau.

<u>Réponse question 1</u>
La maman de Marie peut lui acheter des vêtements en 138 (taille française) et en S (taille universelle).

<u>Réponse question 2</u>
Stature de Farid : entre 165 et 176 cm.

<u>Réponse question 3</u>
Stature actuelle de Clara : entre 141 et 152 cm.

■ Partie B

La **question 1** est une question de lecture du tableau.

Pour la **question 2**, les élèves doivent, à partir du tableau de correspondance des tailles dans différents pays, trouver les rapports qui existent entre elles et chercher à exprimer ces rapports sous forme de relations numériques.

Mise en commun des stratégies mises en œuvre pour déterminer les relations numériques entre les tailles dans la partie B, et sur la réciprocité. Ainsi, on ajoute 4, pour passer d'une taille française à une taille italienne ou on retire 4 pour passer d'une taille italienne à une taille française.

<u>Réponse question 1</u>
Taille en France : 38.

<u>Réponse question 2</u>
Relations entre les tailles :

$$\text{France} \xrightarrow[+\,4]{} \text{Italie}$$

$$\text{Royaume-Uni} \xrightarrow[+\,32]{} \text{Italie}$$

$$\text{Royaume-Uni} \xrightarrow[+\,28]{} \text{France}$$

Conclure avec les élèves

- On peut exprimer les mesures de longueur dans des unités différentes.
- Si l'on connaît la relation qui existe entre des unités, on peut effectuer des conversions d'une unité à l'autre.

Neper et la multiplication des bâtonnets

MANUEL P. 88

Des informations complémentaires

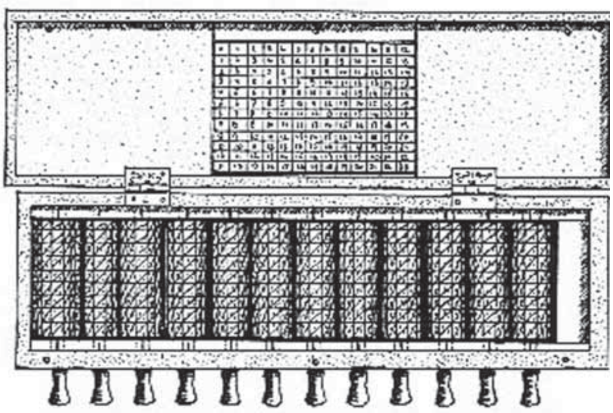
La multiplication en quadrillage, qui s'appelle quelquefois multiplication « à la grecque », « à la musulmane » ou « per gelosia » (en allusion aux « fenêtres à jalousie »), nous vient d'Orient et apparaît au XVe siècle chez le mathématicien arabe Al Kashi.

L'automatisation de cette technique à l'aide d'un dispositif avec des bâtonnets fut proposée par Neper en 1617 et devint vite populaire dans toute l'Europe.

Avec ces « bâtonnets de Neper », il n'était plus nécessaire de connaître les tables de multiplication !

Les bâtonnets de Neper évoluèrent : l'Allemand Wilhelm Schickard (1592-1635) en fit la première machine à calculer (bien avant celle de Pascal) en transformant ces bâtonnets en cylindres.

Déléguer une partie de l'activité humaine à une machine peut paraître naturel de nos jours. Ce fut une préoccupation constante des hommes bien que cela n'ait pas toujours été admis : Galilée en 1593 cherche à faire admettre que « l'emploi de machines simples n'est pas une action contre nature ».



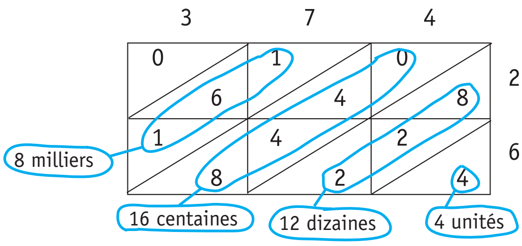
Des bâtonnets de Neper montés dans un coffre de bois.
À l'intérieur du couvercle, une table d'addition.

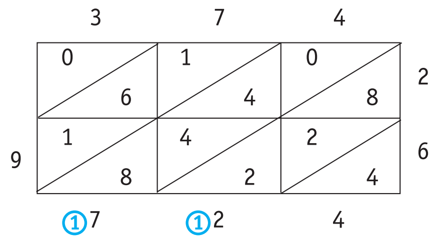
Activités avec les élèves

Après une lecture du texte informatif, commenté et enrichi par le professeur, proposer un travail par groupes de 2 ou 3 en revenant à l'étape 22, dans laquelle Qwang effectue une multiplication à l'aide d'une technique proche de celle décrite ici. Après ce rappel de la technique de Qwang, on fera découvrir comment le procédé « per gelosia » fonctionne en expliquant l'organisation :

300	70	4	
20 x 300	20 x 70	20 x 4	20
6 x 300	6 x 70	6 x 4	6

3 c	7 d	4 u	
6 um	14 c	8 d	2 d
18 c	42 d	24 u	6 u





La technique « per gelosia » est beaucoup plus fiable que notre technique dite à l'Italienne. Si nous ne la mettons pas davantage en valeur dans le manuel, c'est que les pratiques sociales actuelles sont celles de la technique à l'Italienne. Proposer cette technique aux élèves en grande difficulté permet un progrès immédiat et peut les inciter à reprendre courage.

Multiplication et division : problèmes (quantités)

MANUEL P. 90-91

Objectifs

- Résoudre des problèmes de multiplication et de division (recherche de la valeur d'une part ou du nombre de parts).
- Vérifier les prévisions obtenues avec du matériel ou par des calculs.

Pourquoi cette étape ?

- Le champ numérique dans ces problèmes évolue en parallèle avec un travail spécifique sur les procédures de calcul. La technique proprement dite de la division est abordée en CE2. Il s'agit donc en CM1 de revenir sur cette première approche pour l'approfondir et la stabiliser.
- Cette étape est un prolongement de celle de consolidation, page 50 ; elle **prépare les élèves à travailler spécifiquement la division** dans les étapes suivantes.
- Dans chacun des problèmes posés (sauf exercice 6), il est question de deux ensembles de grandeurs et d'une relation multiplicative qui associe à toute grandeur de l'un une grandeur de l'autre. **Ces problèmes diffèrent** par la place de la grandeur à rechercher et donc **par la procédure de résolution** que l'élève doit mettre en œuvre (voir partie 1, page 29).
- Les nombres ont été choisis pour que les élèves cherchent à **optimiser les calculs**.
- Dans l'activité préparatoire, nous prenons le temps de mettre en place une situation où les élèves **prévoient par le calcul** le résultat d'une répartition équitable, puis **effectuent matériellement** cette répartition. Cette manipulation a un double objectif :
– c'est un support pour l'entrée dans l'activité et la compréhension du but à atteindre ;
– elle permet une validation pragmatique des résultats obtenus par le calcul.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 ET 2 • **SÉANCE 2** EXERCICES 3 À 8
MATÉRIEL • Pour la classe : 175 jetons ou capsules ou cailloux ; une vingtaine de boîtes de 12 œufs.

Calcul mental

Jeu des nombres pensés. Le professeur pense à un nombre. Il annonce qu'il le multiplie par 4 et donne le résultat. Les enfants disent ou écrivent le nombre pensé. Reprendre en multipliant par 5.

Il s'agit toujours d'un travail de mémorisation des tables de multiplication, afin de se préparer à la division, et d'une approche des propriétés de linéarité. Le professeur peut noter au fur et à mesure les différents nombres qu'il a obtenus en multipliant les nombres pensés par 4, ce qui va permettre aux élèves de mettre au point progressivement des stratégies de calcul s'appuyant sur la linéarité.

Exemple :

nombres obtenus	*20*	*36*	*200*	*236*	*24*	*224*
nombres pensés	*5*	*9*	*50*	*59*	*6*	*56*

Activité préparatoire

■ Travail à deux ou trois

Préparer le matériel. Chaque équipe prévoit par le calcul le nombre de boîtes de 12 œufs nécessaire pour répartir équitablement 175 objets dans ces boîtes. La première équipe qui a terminé son travail va alors placer ces objets dans les boîtes d'œufs (1 dans chaque trou) après avoir vérifié qu'il y en a bien 175.

Cette manipulation, venant après le travail de prévision, permet de vérifier les calculs des autres équipes.

■ Mise en commun

Lorsque les différents groupes ont terminé leur tâche, le professeur relève les prévisions. Il s'agit alors de confronter ces prévisions par le calcul avec le résultat trouvé grâce à la répartition effectuée avec le matériel. Faire alors expliciter les différentes méthodes utilisées et faire identifier les erreurs éventuelles de procédures et/ou de calcul.

La représentation du problème suggère des procédures du type : je remplis 1, 2… 10 boîtes d'œufs ; je calcule combien d'objets ont été répartis ; etc. ; ce qui revient à chercher combien de fois 12 est contenu dans 175.

Procédures fréquentes
– Soustractions successives de 12 à 175 et comptage du nombre de fois où on a soustrait 12 (c'est-à-dire du nombre de boîtes remplies).
– Soustractions successives de multiples de 12 et comptage du nombre de fois où on a soustrait 12 (c'est-à-dire dénombrement des boîtes remplies).
– Additions successives de 12, et comptage du nombre de fois où on a additionné 12.
– Additions successives de multiples de 12 et comptage du nombre de fois où on a additionné 12.
– Multiplications en procédant par essais et en réajustant.
Etc.

3 PÉRIODE

■ Conclusion

Conclure en écrivant l'égalité qui traduit la résolution du problème : 175 = (12 × 14) + 7.

Si on dispose de boîtes pouvant contenir 12 objets, avec 175 objets, on peut remplir 14 boîtes et mettre 7 objets dans une 15e boîte. Il faut donc 15 boîtes en tout.

Découverte

Faire lire silencieusement l'ensemble de la découverte, puis faire analyser les similitudes et les différences entre les trois questions.

Il s'agit de différents conditionnements pour présenter des œufs (boîtes, plateaux, corbeilles). Chaque type de conditionnement contient un nombre (toujours le même) d'œufs. Les questions portent sur la relation entre le nombre d'œufs et le nombre de boîtes, plateaux ou corbeilles.

Les différences portent sur ce que l'on cherche :
– dans la question 1, le nombre total d'œufs ;
– dans la question 2, le nombre de plateaux nécessaires ;
– dans la question 3, le nombre d'œufs contenus dans chaque corbeille.

Il sera intéressant d'analyser les informations numériques cachées dans les énoncés, exprimées très souvent par « chaque » ou « chacune » :
– « 32 boîtes contenant chacune 6 œufs » signifie « 1 boîte d'œufs contient 6 œufs et il y a 32 boîtes » ;
– « 352 œufs sur des plateaux pouvant contenir 24 œufs » signifie « 1 plateau contient 24 œufs et on dispose de 352 œufs » ;
– « Prévois par le calcul le nombre d'œufs pour chaque corbeille » signifie « Prévois par le calcul le nombre d'œufs dans 1 corbeille ».

Après un temps de travail individuel ou à deux, reprendre chaque question successivement et procéder à une correction collective.

■ Question 1

C'est un problème de multiplication et d'addition, dans lequel il y a un reste à traiter.

Il sera intéressant de présenter le résultat sous la forme de l'écriture :

(32 × 6) + 4 = 196 ou (6 × 32) + 4 = 196.

Information pour l'enseignant

On peut organiser les données dans un tableau pour mieux identifier les nombres en correspondance mais ce n'est pas une compétence exigible des élèves.

Nombre de boîtes	Nombre d'œufs
1	6
32	?

■ Question 2

C'est un problème identique à celui traité dans l'activité préparatoire : recherche du nombre de parts. Les nombres en jeu freinent l'émergence des procédures de soustractions ou d'additions successives de 24.

Il sera intéressant, au moment de la synthèse, de souligner les procédures qui ont été engagées puis abandonnées par les élèves car trop longues, de mettre en avant leurs procédures les plus efficaces, enfin de conclure par l'écriture qui traduit la résolution du problème :

352 = (24 × 14) + 16 ou 352 = (14 × 24) + 16

et par la réponse : il y aura 14 plateaux remplis et un plateau qui contiendra 16 œufs ; il faut donc 15 plateaux en tout.

Information pour l'enseignant

La réponse est le quotient par excès (15).

Nombre de plateaux	Nombre d'œufs
1	24
?	352

Le nombre cherché n'est pas forcément l'image du nombre correspondant dans la relation de proportionnalité sous-jacente, mais une valeur approchée par excès ou par défaut selon le contexte et la question posée.

■ Question 3

Il s'agit de rechercher, cette fois, la valeur d'une part. La démarche de la mise en commun est la même que pour la question précédente.

La représentation mentale d'une procédure de résolution proche de l'action est, par contre, différente : on répartit par étapes successives le même nombre d'œufs simultanément dans les 13 corbeilles jusqu'à ce qu'on n'ait plus d'œufs à répartir.

Par exemple : Je mets 3 œufs dans chaque corbeille, j'ai réparti 3 × 13 = 39 œufs. Je peux encore répartir 3 œufs dans chaque corbeille et j'en aurai alors réparti 6 dans chaque corbeille, soit au total 78 ; etc.

La démarche ne coïncide plus avec la recherche de combien de fois 13 est contenu dans 234.

Ce n'est que petit à petit que les élèves identifieront les deux questions – recherche du nombre de parts et recherche de la valeur d'une part – comme relevant de procédures équivalentes.

On peut rapprocher cette équivalence de celle entre addition à trou et soustraction, travaillée dans les étapes de la période 1.

Écriture synthétisant la démarche : 234 = 13 × 18.

Information pour l'enseignant

Nombre de corbeilles	Nombre d'œufs
1	?
13	234

Conclure avec les élèves

Dans les problèmes de partage équitable, on peut rechercher :
– le nombre de parts ;
– ce que vaut chaque part.

On traduit le résultat par une écriture permettant de le vérifier.

Le professeur pourra faire écrire un exemple dans le cahier des élèves : 352 œufs à répartir sur des plateaux de 24 se traduit par l'écriture 352 = (24 × 14) + 16 assortie de l'inégalité 16 < 24 qui indique que l'on ne peut pas remplir complètement un plateau de plus.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

● **Exercice 1**

Problème de recherche du nombre de parts identique à ceux posés dans l'activité préparatoire et la question 2 de la découverte.

Réponse : 156 = (8 × 19) + 4 ; il faut 20 pages minimum.

● **Exercice 2**

Recherche de la valeur d'une part.

Réponse : 168 = 14 × 12 ; chacun a versé 12 €.

● **Exercice 3**

Recherche de la valeur d'une part pour lequel un ensemble de valeurs de parts possibles est représenté.

> Deux procédures possibles
> – Faire des essais pour chaque modèle de boîte de manière systématique :
> modèle A, 10 places (10 × 11) + 8 = 118 ;
> modèle B, 12 places (12 × 11) + 8 = 140 ;
> Les essais peuvent s'arrêter. Le modèle de boîte qui convient est le modèle B.
> – Ne pas tenir compte des modèles de boîte et répartir équitablement, par essais successifs, les 132 pâtes de fruits (140 – 8) dans 11 boîtes, puis compter le nombre de pâtes de fruits contenues dans chaque boîte pour trouver le modèle qui convient.

● **Exercice 4**

Recherche de la valeur d'une part.

Réponse : 144 = 24 × 6 ; il y a 24 cassettes dans chaque carton.

● **Exercice 5**

Recherche du nombre de parts.

Réponse : 200 = (12 × 16) + 8 ; soit 16 cartons pleins, plus 1 carton, c'est-à-dire 17 cartons.

● **Exercice 6**

Dans ce type de problème deux grandeurs – le nombre de lignes (nombre de cases par colonne) et le nombre de colonnes (nombre de cases par ligne) – permettent de déterminer une troisième grandeur-produit : le nombre de cases. C'est le contexte des mosaïques de l'exercice 4 page 51 (étape de consolidation).

La représentation du problème se traduit par un produit : nombre de lignes × nombre de colonnes = nombre de cases, c'est-à-dire 80 × ? = 1 600

> Procédure attendue
> Chercher par quel nombre multiplier 80 pour obtenir 1 600.
> 80 × 2 = 160 ; 80 × 20 = 1 600.

Réponse : Le rectangle a 20 colonnes.

● **Exercice 7**

Recherche du nombre de parts et du reste.

Réponse

Nombre de chocolats	Nombre de boîtes pleines	Nombre de chocolats restants
46	3	1
97	6	7
123	8	3
150	10	0

● **Exercice 8** **(accompagné par l'enseignant)**

a. La question de prévision est résolue par des calculs de produits :

30 × 7 = 210 ; avec 30 bouteilles on peut servir 210 enfants ; ce n'est pas assez.

40 × 7 = 280 ; avec 40 bouteilles on peut servir 280 enfants ; donc, pour 270 enfants, 40 bouteilles c'est déjà un peu trop et, de ce fait, 300 bouteilles c'est trop.

b. Problème de recherche du nombre de parts. Combien de fois 7 est contenu dans 270 ?

Réponse : 270 = (7 × 38) + 4 ; il faut 39 bouteilles.

● **Remue-méninges**

Réponse

Chacun reçoit :
(5 × 200) + (4 × 50) + (3 × 2) = 1 206
12 060 = 1 206 × 10
Il y a 10 rescapés sur l'île.

ÉTAPE 34

Division : nombre de parts

MANUEL P. 92-93

Objectif

Étudier et comparer différentes procédures de calcul dans des situations de recherche d'un nombre de parts.

Pourquoi cette étape ?

• Elle prolonge l'étape 33 et consolide l'étude des procédures de calcul de division amorcée au CE2. Son but est de rappeler aux élèves qu'il existe **différentes méthodes** de calcul pour rechercher le nombre de parts, connaissant la valeur d'une part.

Trois méthodes sont étudiées :
– une méthode par essais successifs de produits de la valeur d'une part ;
– une méthode par additions successives de multiples de la valeur d'une part ;
– une méthode par soustractions successives de multiples de la valeur d'une part.

Une résolution proche de l'action consiste à chercher combien de fois la valeur de la part est contenue dans le nombre d'objets à partager ou à répartir.

• Le nom de l'opération sous-jacente à ce type de problème – la **division** – et ceux de **dividende** et de **diviseur** sont rappelés. Nous réactiverons le vocabulaire spécifique à cette opération au fur et à mesure que nous approfondirons son étude. En attendant, les nombres obtenus sont identifiés en fonction de ce qu'ils représentent dans les contextes étudiés.

• On rappelera également, dans cette étape, que l'écriture symbolique qui rend compte de cette opération est **l'écriture en ligne** de la division.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 ET 2 • **SÉANCE 2** EXERCICES 3 À 10

Calcul mental

Jeu des nombres pensés. Le professeur pense à un nombre. Il annonce qu'il multiplie ce nombre par 6 et donne le résultat. Les enfants disent ou écrivent le nombre pensé. Reprendre en multipliant par 7.

Voir étape 33.

Découverte

■ Question 1

Travail individuel : les élèves mettent en œuvre leurs procédures personnelles de recherche du nombre de parts.

Différer la correction de cette question après la question 2.

Information pour l'enseignant

Nombre de plateaux	Nombre de gâteaux
1	24
?	662

■ Question 2

Faire lire silencieusement le texte, les bulles des enfants et les différents calculs.

Après un temps de travail individuel, reprendre en collectif les procédures proposées par Alice, Leïla et Qwang en les menant à leur terme.

Il peut être intéressant de relever les multiples pris en compte par les élèves pour achever la procédure de Qwang. On peut aussi montrer l'efficacité de préparer un répertoire des multiples de 24 afin d'aider les élèves fragiles en calcul.

À l'issue de ce travail, revenir à la question 1 et demander aux élèves d'identifier la procédure qu'ils ont utilisée en fonction de celles présentées à la question 2.

Faire lire et commenter la bulle du furet.

Conclure avec les élèves

Après la correction collective, le professeur pourra faire recopier les procédures développées au tableau en les nommant : procédure de division utilisant la multiplication, procédure de division utilisant l'addition, procédure de division utilisant la soustraction, ainsi que le contenu de la bulle du furet.

> Quand on répartit 662 gâteaux sur des plateaux contenant chacun 24 gâteaux, on remplit 27 plateaux, il reste 14 gâteaux que l'on peut mettre sur un 28e plateau qui ne sera pas plein.
> $662 = (27 \times 24) + 14 \qquad 14 < 24$

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

• **Exercice 1**

Le procédé d'Alice consiste à trouver le résultat par des multiplications successives. Le choix des nombres 146 et 14 doit permettre d'aboutir assez rapidement avec cette méthode à l'écriture en ligne de la division.

Réponse : 146 = (14 × 10) + 6.

• **Exercice 2**

Le procédé de Leïla consiste à approcher le dividende (750) en additionnant des multiples du diviseur (35).

Par exemple : 10 fois 35 = 350 ; 350 + 350 = 700 ; 1 fois 35 = 35 ; 700 + 35 = 735 ; pour approcher le plus près possible de 750 on additionne 21 fois 35.

Réponse : 750 = (35 × 21) + 15.

• **Exercice 3**

Le procédé de Qwang consiste à soustraire au dividende (553) des multiples du diviseur (18). Le choix des multiples est bien sûr laissé aux élèves. Par exemple, pour rendre le calcul plus facile, nous avons choisi ici de soustraire 10 fois le diviseur : 553 – (10 × 18) = 373 ; 373 – (10 × 18) = 193 ; 193 – (10 × 18) = 13 ; finalement on ôte 30 fois 18 et il reste 13.

Réponse : 553 = (18 × 30) + 13.

• **Exercice 4**

Exercice formel pour lier division et numération.

Réponses : 6 ; 50 ; 8 ; 20.

• **Exercice 5**

Recherche du multiple d'un nombre (35) le plus proche d'un nombre donné (740) en s'appuyant sur l'encadrement de 35 par des multiples de 10 consécutifs.

Réponse : 21

• **Exercice 6**

Recherche du reste dans un problème de calcul du nombre de parts.

Réponse : 312 = (16 × 19) + 8

Elise pourra manger 8 truffes.

• **Exercice 7**

Problème de comparaison de deux nombres qui nécessite d'abord la résolution d'un problème multiplicatif.

Réponse : non, ce n'est pas possible ; il faudrait 375 bonbons.

• **Exercice 8**

Recherche du nombre de parts.

Réponse : 1 000 = (27 × 37) + 1

37 élèves peuvent partir.

• **Exercice 9**

Problème de comparaison de deux nombres qui nécessite d'abord la résolution d'un problème multiplicatif.

Réponse : non, ce n'est pas possible ; il faudrait 1 269 euros.

• **Exercice 10 (accompagné par l'enseignant)**

Il permet d'engager un débat entre élèves à propos de la forme de l'écriture symbolique d'une division exprimée sous la forme : « Combien de fois 32 est contenu dans 492 ? »

Ce qui est mis en avant dans cet exercice, c'est la caractéristique du reste.

À l'issue du débat, le professeur pourra conclure que, dans une division, le reste doit être inférieur au diviseur.

ÉTAPE 35

Division : valeur d'une part

MANUEL P. 94-95

Objectifs

• Étudier et comparer différentes procédures de calcul dans des situations de recherche de la valeur d'une part.

• Comprendre que rechercher le nombre de parts ou la valeur d'une part relève des mêmes procédures de calcul.

Pourquoi cette étape ?

• L'objectif est de faire prendre conscience aux élèves que la recherche de la valeur d'une part relève des **mêmes procédures de calcul** que la recherche du nombre de parts.

Les **trois méthodes** déjà étudiées dans l'étape précédente sont à nouveau proposées. Ce qui change, ce sont les simulations de l'action que ces procédures représentent :

– lorsque l'on cherche le nombre de parts connaissant la valeur d'une part, on cherche combien de fois cette valeur est contenue dans le tout ;

– lorsque l'on cherche la valeur d'une part connaissant le nombre de parts, on fait des hypothèses sur cette valeur jusqu'à trouver la plus grande possible.

• Nous reprenons **l'écriture en ligne** qui organise et explicite les liens entre les différents nombres.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 À 3 • **SÉANCE 2** EXERCICES 4 À 12

Calcul mental

Jeu des nombres pensés. Le professeur pense à un nombre. Il annonce qu'il multiplie ce nombre par 8 et donne le résultat. Les enfants disent ou écrivent le nombre pensé. Reprendre en multipliant par 9.

Voir étape 33.

Découverte

■ **Question 1**

Travail individuel : les élèves mettent en œuvre leurs procédures personnelles de recherche de la valeur d'une part.

Différer la correction après la question 2.

Information pour l'enseignant

Nombre de sacs	Nombre de billes
1	?
18	420

■ **Question 2**

Lecture silencieuse du texte, des bulles des enfants et des différents calculs. Prévoir un répertoire des multiples de 18 pour les élèves dont les compétences en calcul sont fragiles.

Laisser un temps de travail individuel.

Le professeur pourra reprendre en collectif les procédures proposées par Alice, Leïla et Qwang en les menant à leur terme. Faire le rapprochement avec les procédures étudiées au cours de l'étape précédente : procédure par multiplications, par additions successives et par soustractions successives.

À l'issue de ce travail, revenir à la question 1 et demander aux élèves d'identifier la procédure qu'ils ont utilisée en fonction de celles présentées à la question 2.

Conclure avec les élèves

Après la correction collective, le professeur pourra faire recopier chacune des procédures développées au tableau en les nommant : procédure de division utilisant la multiplication, procédure de division utilisant l'addition, procédure de division utilisant la soustraction.

Le professeur pourra aussi faire écrire sur le cahier des élèves :

> Quand on répartit 420 billes dans 18 sacs, on met 23 billes par sac et il reste 6 billes.
> 420 = (23 × 18) + 6 et 6 < 18

Faire lire la bulle du furet et illustrer ce qu'il dit avec le problème proposé dans cette étape et celui proposé à l'étape précédente. Dans les deux cas, il s'agit d'une répartition équitable d'un nombre connu d'objets, mais :

– dans le premier problème, on sait combien on met d'objets sur chaque plateau, on recherche le nombre de plateaux, on dit qu'on cherche le nombre de parts ;

– dans le deuxième problème, on sait combien on a de sacs, on recherche le nombre de billes contenues dans chaque sac, on dit qu'on cherche la valeur d'une part.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

● **Exercice 1**

Le procédé d'Alice consiste à trouver le résultat par des multiplications successives. Le choix des nombres 425 et 21 doit permettre d'aboutir assez rapidement avec cette méthode à l'écriture en ligne de la division.

Réponse : 425 = (21 × 20) + 5

● **Exercice 2**

Le procédé de Leïla consiste à approcher le dividende (612) en additionnant des multiples du diviseur (18). Par exemple : 10 fois 18 = 180 ; 180 + 180 + 180 = 540 ; 2 fois 18 = 36 ; 540 + 36 + 36 = 612 pour approcher le plus près possible de 750 on additionne 34 fois 18.

Réponse : 612 = (18 × 34) + 0

● **Exercice 3**

Le procédé de Qwang consiste à soustraire au dividende (1 200) des multiples du diviseur (54), et pour rendre le calcul plus facile 10 fois le diviseur. Il s'agit ensuite d'affiner pour arriver au but : le plus près possible de 0. Par exemple : 1 200 – (10 × 54) = 660 ; 660 – (10 × 54) = 120 ; 120 – (2 × 54) = 12 ; finalement on ôte 22 fois 54 et il reste 12.

Réponse : 1 200 = (54 × 22) + 12

● **Exercices 4 et 5**

Problèmes similaires à celui de la découverte : recherche de la valeur d'une part. Dans l'**exercice 4**, tous les bonbons seront partagés, il n'y aura pas de reste. Dans l'**exercice 5**, il restera 2 billes.

Réponses : 20 bonbons et 22 billes.

● **Exercice 6**

Problème mettant en jeu deux grandeurs différentes : une quantité et une longueur.

Réponse : 14 cm.

● **Exercice 7**

Comme dans toutes les étapes où nous travaillons de manière spécifique certains types de problèmes, nous proposons aux élèves des problèmes d'autres types – ici un problème de multiplication – afin de ne pas générer des automatismes qui occulteraient le sens des problèmes à résoudre.

Réponse : 228 cannelés.

● **Exercice 8**

Il s'agit de s'intéresser au reste.

Réponse : 230 = (17 × 13) + 9

Il pourra manger 9 dragées.

● **Exercice 9**

Recherche du nombre de parts, ici le nombre de rangées de plants de tomates.

Réponse : 250 = (15 × 16) + 10

Il y a 16 rangées complètes.

● **Exercice 10**

Recherche de la valeur d'une part, ici le nombre de salades dans une rangée.

Réponse : 280 = (13 × 21) + 7.
Il y a 21 plants par rangée.

Après ces deux exercices, faire relire la bulle du furet de la page 94. Faire comparer les deux exercices.

Les ressemblances : il s'agit d'une répartition équitable d'un nombre connu d'objets.

Les différences :
– dans l'**exercice 9**, on sait combien on a de plants dans chaque rangée, on recherche le nombre de rangées ;
– dans l'**exercice 10**, on sait combien on a de rangées, on recherche le nombre de plants dans chaque rangée.

● **Exercice 11**

Réponse : 400 tonnes.

● **Exercice 12** **(accompagné par l'enseignant)**

Il permet d'engager un débat entre les élèves à propos des informations qu'on peut tirer d'une écriture en ligne du type 800 = (26 × 30) + 20.

Réponses

a. Vrai : si on a 26 sachets, on peut mettre 30 bonbons par sachet, il reste 20 bonbons. Avec ces 20 bonbons, on ne peut par mettre 1 bonbon de plus dans chacun des 26 sachets.
b. Faux : si on a 30 sachets et si on met 20 bonbons par sachet, on aura réparti 30 × 20 = 600, c'est-à-dire 600 bonbons, il reste 200 bonbons qu'on peut continuer à répartir.
c. Vrai : si on a 30 sachets, on peut mettre 26 bonbons par sachet, il reste 20 bonbons. Avec ces 20 bonbons, on ne peut pas mettre un bonbon de plus dans chacun des 30 sachets.

À l'issue de cet exercice, le professeur pourra rappeler la propriété du reste vue à l'étape précédente : dans une division le reste doit être inférieur au diviseur.

● **Remue-méninges**

Réponse : avec 55 caramels, il a suffisamment de caramels pour 9 boîtes. 55 = (6 × 9) + 1
Avec 25 berlingots, il a suffisamment de berlingots pour 8 boîtes. 25 = (3 × 8) + 1
Kévin peut remplir 8 boîtes contenant chacune 6 caramels et 3 berlingots.

ÉTAPE 36

Division : soustraire des multiples du diviseur

Manuel p. 96-97

Objectif

Systématiser le procédé de calcul par des soustractions successives de multiples bien choisis du diviseur.

Pourquoi cette étape ?

• Dans les trois étapes précédentes, les élèves ont progressivement redécouvert que des problèmes variés engageaient la même démarche de calcul. À l'étape 35, le furet conclut : « Chercher le nombre de parts ou la valeur d'une part c'est toujours un problème de division. » La division est donc reconnue comme opération intervenant dans ces deux types de problème.

• Suite au travail engagé au CE2 et développé dans les étapes précédentes, il s'agit maintenant de **privilégier une méthode de calcul**. Dans nos pratiques quotidiennes, c'est le procédé « par soustractions successives » qui sous-tend l'algorithme définitif. C'est donc celui-ci que nous allons reconstruire, sans abandonner celui d'Alice à l'étape 35, « je fais des essais », qui sera un excellent moyen de s'assurer de la justesse des calculs.

2 séances • **Séance 1** activité préparatoire, découverte et exercice 1 • **Séance 2** exercices 2 à 6
Matériel • Par groupe : un jeu de 8 étiquettes de l'activité préparatoire.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit 4 nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres obtenus en multipliant par 10, par 100 ou par 1 000 les nombres cachés.

Cette activité renforce les connaissances des élèves utilisées dans les étapes de calcul de la division.

Activité préparatoire

■ **Travail à deux ou trois**

Rappeler le procédé utilisé par Qwang pour effectuer une division et sur lequel les élèves ont travaillé dans les deux dernières étapes : il consiste, dans une division, à soustraire au dividende des multiples du diviseur pour approcher le plus près possible de 0.

Consigne : nous allons effectuer la division de 6 326 par 18 en utilisant tous la méthode de Qwang. Pour vous aider, j'ai préparé des étiquettes sur lesquelles des multiples du diviseur 18 sont déjà calculés ; les voici : 18 × 2 = 36 ; 18 × 100 = 1 800 ; 18 × 300 = 5 400 ; 18 × 5 = 90 ; 18 × 50 = 900 ; 18 × 1 = 18 ; 18 × 200 = 3 600 ; 18 × 1 000 = 18 000.

Vous pouvez utiliser les étiquettes plusieurs fois.

Laisser le temps nécessaire.

Mise en commun

Elle ne devrait pas porter sur la recherche du résultat juste ; cette question aura été résolue dans chaque groupe. Un bilan collectif servira plutôt à mettre en scène la présentation et, le cas échéant, à faire quelques remarques relatives aux procédures plus ou moins rapides (le nombre de soustractions effectuées) sans trop insister puisque cela sera repris dans la découverte.

Découverte

Question 1

Travail individuel. Cette phase a pour but de voir si ce qui a été travaillé dans l'activité préparatoire de découverte est réinvesti par chaque élève. Certains élèves utiliseront peut-être leur méthode des étapes précédentes. L'abandon d'une méthode personnelle au profit d'une méthode vue collectivement est un moment délicat et des explications individualisées seront peut-être nécessaires. C'est la deuxième année que cette opération est travaillée, il est possible que les enfants aient vu l'algorithme traditionnel. Il peut y avoir à ce moment conflit entre les méthodes revisitées précédemment et qui reposent toutes sur le sens de l'opération et cet algorithme. Nous proposons bien évidemment de ne pas le rejeter mais de demander aux élèves de contrôler leur résultat en appliquant la méthode proposée au cours de l'activité préparatoire.

Si quelques élèves ne parviennent pas encore au résultat mais si leur procédé est bien engagé, le but recherché est atteint. La correction sera proposée à l'issue du travail sur la question 2.

Question 2

Elle peut être précédée d'une explication du choix de ce procédé : « Pour faire une division dans la vie de tous les jours, on se sert du procédé des soustractions successives. Nous allons donc maintenant travailler avec ce procédé. »

Le professeur reproduit les étiquettes sur le tableau.

Après un temps de lecture silencieuse de l'ensemble, faire reformuler les deux premières questions : le travail de Théo à compléter en utilisant uniquement les trois étiquettes et le défi d'Alice à relever. Les étiquettes qu'elle dit utiliser sont parmi celles qui sont écrites dans le livre et sur le tableau. Passer en revue les différentes étiquettes. Le professeur laisse planer le doute sur le résultat du pari d'Alice.

Le travail peut ensuite s'effectuer par petits groupes.

Mise en commun

a. La procédure de Théo permet aux élèves d'effectuer une division pas à pas en contrôlant le sens et sans être gênés par des questions de calcul. Le professeur veille à ce que tous les élèves se l'approprient.

b. La procédure d'Alice consiste à trouver progressivement le nombre minimal d'étiquettes nécessaires et permet un travail réflexif sur la méthode de Théo : au lieu d'enlever pas à pas 100 fois 12, puis encore 100 fois 12, etc., n'aurait-on pas pu trouver rapidement ce nombre de centaines en utilisant les étiquettes ?

c. L'écriture en ligne permet de vérifier la logique de la résolution en explicitant ce que représentent les différents nombres et les liens qu'ils ont entre eux. Une vérification à la calculatrice peut également être effectuée. À l'issue de ce travail, revenir à la question sur les procédures et les résultats proposés par les élèves à la question 1.

Faire écrire la division en ligne : 2 901 = (12 × 241) + 9.

Faire lire le commentaire du furet et faire identifier le quotient dans l'écriture en ligne de la division.

Question 3

Entraînement au travail vu dans les questions précédentes.

Conclure avec les élèves

Le procédé utilisé dans la vie de tous les jours pour effectuer une division est celui des soustractions successives des multiples du diviseur en faisant le moins de soustractions possibles.

12 × 200 = 2 400
12 × 40 = 480
12 × 1 = 12

$$\begin{array}{rcccc l}
 & 2 & 9 & 0 & 1 & \\
- & 2 & 4 & 0 & 0 & \longrightarrow \text{200 fois 12} \\
\hline
 & & 5 & 0 & 1 & \\
- & & 4 & 8 & 0 & \longrightarrow \text{40 fois 12} \\
\hline
 & & & 2 & 1 & \\
- & & & 1 & 2 & \longrightarrow \text{1 fois 12} \\
\hline
 & & & & 9 &
\end{array}$$

200 + 40 + 1 = 241

2 901 = (12 × 241) + 9

241 est le quotient de la division de 2 901 par 12.

2 901 est le dividende et 12 le diviseur.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54)

- **Exercice 1**

Il permet aux élèves de faire le lien entre numération et division.

Réponses : 12 et 45 (le nombre de dizaines).

- **Exercice 2**

Reprise des étiquettes vues en activité préparatoire et en découverte. La deuxième question relève du calcul réfléchi.

Réponses : 14 et 10.

- **Exercice 3**

Cette division peut s'effectuer en utilisant seulement les 2 étiquettes (17 × 20 et 17 × 5). Certains élèves se seront peut-être servis deux fois de l'étiquette 17 × 10.

Réponse : 432 = (17 × 25) + 7

- **Exercice 4**

L'étiquette 26 × 3 permet de prévoir l'étiquette 26 × 30. C'est le début d'un travail sur les répertoires qui sera abordé plus tard.

Réponse : 835 = (26 × 32) + 3

- **Exercice 5**

Travail réflexif sur ce que l'on a coutume d'appeler une division « facile » ou « difficile ».

Des divisions avec de grands nombres (16 016) comme dividendes peuvent s'avérer très simples dès lors que l'on reste proche du sens de l'écriture des nombres : 16 016 = (16 × 1 000) + 16.

Donc 16 016 = 16 × 1 001.

En fait, les trois divisions proposées peuvent s'effectuer avec deux soustractions. Mais seules les deux premières peuvent se faire « presque » de tête.

Réponses : 101 ; 201 ; 41.

- **Exercice 6**

Il permet de s'entraîner et de voir des liens entre certaines divisions à effectuer. Le résultat de la division relative aux poires (2 448 divisé par 12) est déductible de la première division effectuée. De même, le résultat de la division relative aux abricots (2 455 divisé par 12) ne nécessite pas de refaire le calcul. Il suffit d'ajuster le reste.

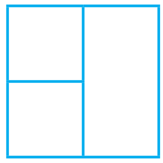
Réponse

Fruit	Nombre de bouteilles	Nombre de caisses	Nombre de bouteilles restantes
Pêche	1 224	102	0
Poire	2 448	204	0
Abricot	2 455	204	7
Pomme	3 664	305	4
Groseille	876	73	0

- **Remue-méninges**

La réalisation du schéma est à la charge des élèves. Le schéma ci-dessous (ou tout autre déduit de celui-ci par rotation) permet d'évaluer la longueur globale de la clôture en fonction de la dimension des côtés des petits carrés.

Réponse : pour la clôture totale, on a l'équivalent de 11 petits côtés correspondant à 330 m. Ce qui donne 30 m pour un petit côté. Le côté du grand carré mesure donc 60 m.



PÉRIODE 3

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Décrire des figures

Manuel p. 98-99

Objectifs

- Analyser des figures pour identifier les figures simples qui les composent et décrire leurs positions relatives.
- Stabiliser le vocabulaire géométrique nécessaire.

Pourquoi cette étape ?

- Depuis plusieurs années, les élèves ont développé des compétences géométriques et linguistiques pour décrire des figures. En CM1, nous proposons au professeur de reprendre ce travail soit avec la classe entière, soit simplement avec certains, pour permettre à tous de maîtriser les méthodes d'analyse des figures et le vocabulaire géométrique.

- Les figures à décrire sont composées de figures simples (sous-figures) bien connues des élèves ; ce sont les positions relatives des « sous-figures » qui doivent être décrites avec précision pour que l'on puisse identifier sans ambiguïté la figure choisie. Le mesurage des côtés des carrés ou des rectangles n'est pas le but ici.

Nous n'avons pas introduit de lettres pour désigner les points des figures afin d'inciter les élèves à nommer les différents éléments de ces figures : sommet, centre, diamètre, rayon, etc. Il s'agit de conduire les élèves à **repérer les propriétés géométriques** des figures, en particulier **leurs positions relatives**, et à les énoncer avec un vocabulaire adapté.

- Rappelons que la différence essentielle entre une description et un message de construction est que, dans une description, il n'y a pas à hiérarchiser les informations que l'on donne. Par ailleurs, comme on dispose de la famille des figures, la description peut ne pas être exhaustive, il suffit qu'elle soit discriminante.

2 séances • **Séance 1** exercice dirigé et exercice 1 • **Séance 2** exercices 2 à 6

Matériel • Pour chaque élève : feuilles de papier quadrillé et de papier uni ; le matériel personnel de géométrie.
• Pour la classe : la figure E agrandie (cercle de rayon 3 cm) pour la question 3 de l'exercice dirigé et la figure de l'exercice 6, construites sur des transparents pour la vérification.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur dit quatre nombres inférieurs à 100. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres obtenus en multipliant par 10, par 100 ou par 1 000 les nombres entendus.

Cette activité renforce les connaissances des élèves utilisées dans les étapes de calcul de la division tout en développant la mémoire auditive.

Exercice dirigé

Faire lire et observer l'ensemble de la découverte et demander aux élèves de commenter le travail à effectuer.

■ Question 1

Travail individuel et correction collective.

Constater qu'il est possible de trouver les figures décrites par Alice (figure C) et par Qwang (figure F), sans informations sur les mesures des côtés du carré ou du rectangle.

■ Question 2

Elle permet aux élèves de prendre conscience de la nécessité de décrire les positions relatives du cercle et du carré puisque les deux figures sont composées des mêmes figures simples.

Nous suggérons un travail par groupes de deux de façon à ce que les élèves puissent échanger sur les manières de dire ce qu'ils voient. Demander aux élèves de ne pas donner d'indication sur les mesures des côtés des carrés, comme Alice et Qwang dans leurs descriptions.

Mise en commun des différentes propositions, vérification et correction, si nécessaire, des textes produits. Plusieurs textes peuvent être conservés pour chaque figure.

■ Question 3

Les descriptions validées à la question 2 permettent aux élèves de construire la figure E en l'agrandissant puisque ces descriptions ne font pas intervenir la mesure du côté du carré. La donnée de la mesure du côté permet une vérification avec le transparent préparé.

Conclure avec les élèves

Pour décrire une figure, une façon de faire est de rechercher les figures simples qui la composent et de décrire comment elles sont situées les unes par rapport aux autres, en utilisant le vocabulaire géométrique approprié : sommet, côté, milieu, angle droit, cercle, centre, diamètre, rayon, etc.

Pour illustrer cette conclusion, les élèves peuvent reproduire une des figures de l'exercice dirigé et noter sa description.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54) avec un échange deux à deux pour comparer les propositions de réponses et une mise au point collective après chaque exercice.

• Exercices 1 et 2

Applications directes des deux premières questions de l'exercice dirigé. Les questions posées portent toujours sur les figures de l'exercice dirigé.

Réponse exercice 1 : figure B.

Réponse exercice 2 : La figure D est composée d'un cercle et d'un rectangle. La longueur du rectangle est un diamètre du cercle, la largeur a pour mesure le rayon du cercle.

• Exercices 3 et 4

Les compétences exercées dans l'exercice dirigé et les exercices 1 et 2 sont convoquées pour travailler sur de nouvelles figures.

Dans l'**exercice 3**, une figure est donnée, il faut trouver parmi trois descriptions celle qui correspond à la figure. Dans l'**exercice 4**, c'est le contraire : une description est donnée ; il faut trouver parmi trois figures celle qui correspond à la description.

Réponse exercice 3 : texte b.

Réponse exercice 4 : figure S.

• Exercice 5

Il s'agit d'entraîner les élèves à utiliser à bon escient le vocabulaire géométrique.

Réponse : La figure est composée d'un carré et d'un demi-cercle situé à l'intérieur du carré. Le diamètre du demi-cercle est un côté du carré.

• Exercice 6 (accompagné par l'enseignant)

Nous proposons ici un travail à main levée sur quadrillage de manière à ce que les élèves portent leur attention sur les informations données : sur quadrillage, un carré est rapidement tracé à main levée, de même le centre du carré peut être facilement déterminé. Ce schéma réalisé à main levée permet de construire ensuite la figure sur du papier uni avec les instruments.

L'aide de l'enseignant est nécessaire pour que les élèves comprennent ce que signifie « dessine à main levée », puis pour aider les élèves à contrôler leur dessin à main levée.

Pour la construction sur papier uni avec les instruments, la dimension de la figure à construire est imposée par la mesure du côté du carré (5 cm) pour faciliter la vérification (avec un transparent).

ÉTAPE 37

Reproduire des figures

MANUEL P. 100-101

Objectifs

- Analyser une figure pour comprendre comment la construire.
- Apprendre à contrôler ses prévisions avec des instruments et à argumenter ses réponses.

Pourquoi cette étape ?

• L'observation est finalisée par la nécessité de reproduire les figures. Pour effectuer la construction, les élèves doivent :
– faire des hypothèses sur les propriétés de certains éléments (longueur de segments, angles, alignements, parallélismes) ;
– utiliser des instruments pour les vérifier ;
– élaborer des raisonnements pour confirmer ou infirmer des affirmations.
L'utilisation de lettres pour nommer certains points permet de communiquer plus facilement.

• Nous avons choisi délibérément de faire **reproduire de nombreuses figures en les agrandissant** pour que **l'analyse du modèle soit indispensable** (voir partie 1, p. 45). Nous souhaitons que les élèves restent ici dans le domaine de la géométrie et n'utilisent pas la transformation des mesures de longueur par proportionnalité.

• Pour toutes les constructions que les élèves ont à effectuer, une **validation avec un calque ou un transparent** préparé par l'enseignant est souhaitable. Ce procédé permet aux élèves de prendre en charge eux-mêmes la vérification de leur travail et de décider, le cas échéant, de recommencer. Toutefois, il est nécessaire de leur apprendre à distinguer les erreurs liées à la précision dans la manipulation des instruments (erreurs de 1 ou 2 mm) des erreurs liées à une analyse insuffisante, au choix d'un instrument inadapté ou à une méconnaissance des instruments. Les premières sont rectifiables par une attention soutenue et un soin particulier, les secondes doivent être retravaillées avec les élèves concernés lors de moments spécifiques.

• Un premier travail de lecture accompagné par l'enseignant de schémas codés est proposé dans les exercices 4 et 5 (voir partie 1, p. 45).

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1, 2 ET 3 • **SÉANCE 2** EXERCICES 4, 5 ET 6

MATÉRIEL • Par élève :
– fiche photocopiable (p. 256) pour la mise en route ;
– instruments personnels de géométrie, papier uni.
• Pour l'enseignant : les constructions, reproduites sur calque ou transparent, afin d'effectuer une vérification rapide des tracés. Faire ces calques à la photocopieuse est un bon moyen. Toutefois, les lettres seront agrandies et il ne faut pas que les lettres soient perçues comme des éléments de la figure ! Un conseil : avant d'agrandir la figure à l'aide de la photocopieuse, effacez les lettres.

Mise en route

Jeux du portrait sur les polygones (voir l'activité préparatoire de l'étape 27).
Distribuer un référentiel de figures planes (matériel photocopiable p. 256). Le professeur choisit une figure dont il fait la description. Les élèves doivent dire de laquelle il s'agit.
Pour entraîner les élèves à étudier les figures d'un point de vue géométrique, le professeur propose des descriptions sans indication de mesures.

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte.
Reprendre ensuite les questions une à une. L'explication des méthodes de vérification est faite individuellement et par écrit : le passage à l'écrit conduit les élèves à une prise de conscience des propriétés des figures et à une bonne maîtrise du langage géométrique et du vocabulaire pour argumenter la réponse.
Une mise en commun des propositions des élèves à l'issue du travail sur les quatre premières questions permet de corriger, si nécessaire, les explications maladroites ou erronées, et de constater que plusieurs « manières de dire » sont correctes.

■ Question 1

Elle permet de revoir les propriétés du rectangle (bien entendu, l'objectif n'est pas de chercher les propriétés caractéristiques). Par exemple : « ABCE est un rectangle parce qu'il a quatre côtés et quatre angles droits ; j'ai vérifié avec l'équerre. » ou bien « ABCE est un rectangle parce que ses côtés opposés sont de même longueur (par mesurage ou comparaison au compas ou avec une bande de papier) et qu'il a quatre (ou trois, ou deux ou un) angles droits (vérification avec l'équerre). »

■ Question 2

Elle permet de revoir les deux propriétés du milieu d'un segment : « F est le milieu de [AB] parce que F est sur le segment et que les longueurs AF et FB sont les mêmes. »

■ Question 3

Elle a pour but d'apprendre aux élèves à argumenter : « Leïla n'a pas raison parce que le quadrilatère EGCD a bien ses 4 côtés de même longueur mais il n'a pas d'angle droit ; c'est un losange. »

■ Question 4

Elle permet aux élèves de revoir les conditions pour qu'un quadrilatère soit un carré.

■ Question 5

Les questions précédentes ont conduit les élèves à faire une analyse précise des différents éléments de la figure et de leurs propriétés, ce qui leur permet maintenant de la construire en l'agrandissant.

Conclure avec les élèves

Pour reproduire une figure, il faut trouver les sous-figures qui la composent et leurs positions relatives. Pour cela, il faut repérer si des segments sont de même longueur, si des angles sont droits, si des points sont alignés… et vérifier avec les instruments les hypothèses que l'on a faites.

Exercices

Le déroulement peut être le suivant : lecture des consignes, reformulation étayée par l'enseignant.

Les exercices 1, 4, 5 nécessitent la présence de l'enseignant car ils introduisent des connaissances nouvelles.

Travail individuel et modes différents de correction pour les autres exercices.

• Exercice 1 (accompagné par l'enseignant)

Le but est d'affiner la notion de figures semblables (agrandissement ou réduction). La longueur du rectangle R est le double de sa largeur, c'est un « double carré » ou encore un « domino » (son coefficient de forme L/l est égal à 2). Les élèves doivent chercher parmi les trois autres rectangles celui qui est aussi un « double carré ».

Première approche d'identification de la proportionnalité dans le domaine géométrique : dans un agrandissement ou une réduction un rectangle reste un rectangle et si la longueur est le double de la largeur, cette propriété est conservée dans l'agrandissement ou la réduction.

Pour s'assurer que les élèves ont bien compris que tous les doubles carrés ont bien la même forme même s'ils n'ont pas la même taille, le professeur peut demander à chaque élève d'en construire un.


Faire lire la bulle du furet.

• Exercice 2

Pour reproduire la figure, les élèves doivent respecter le coefficient de forme du rectangle (c'est un double carré) et la position du cercle. À l'issue d'un temps de recherche individuel, les propriétés de la figure sont identifiées et mises en mots (la longueur du rectangle est le double de sa largeur, le centre du cercle est situé au centre du rectangle, son rayon est la moitié de la largeur de celui-ci), éventuellement en nommant certains points par des lettres.

Travail individuel pour la reproduction.

> <u>Procédures possibles pour déterminer le centre du cercle</u>
> – Reconnaître une partie de la configuration de la découverte et construire une médiane du rectangle et son milieu.
> – Chercher le centre du rectangle en construisant les deux diagonales.

La correction se fera avec un transparent préparé par le professeur.

• Exercice 3

Exercice d'entraînement de construction d'un carré, et d'explicitation de la méthode utilisée. Ici, l'échelle de reproduction est fixée par la donnée d'un segment déjà tracé correspondant au côté du carré à construire. Ceci permet la vérification de la construction à l'aide d'un transparent préparé par le professeur. Correction individuelle des écrits produits.

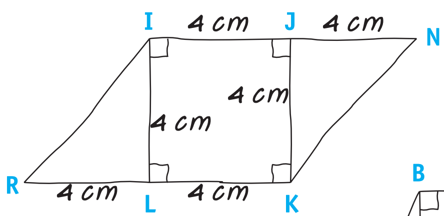
• Exercice 4 (accompagné par l'enseignant)

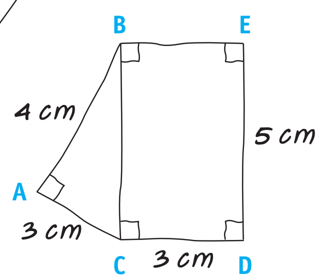
Nous suggérons que le professeur conduise une lecture dirigée collective du schéma et des informations : c'est la première fois en CM1 que les élèves rencontrent une présentation d'informations géométriques sous cette forme. Il sera intéressant d'analyser les différences entre le dessin à reproduire de l'exercice 2 (les informations sont données par ce que l'on voit) et la manière dont les informations sont données dans cet exercice (elles sont explicitées avec des mots).

Travail individuel et vérification avec un transparent.

• Exercice 5 (accompagné par l'enseignant)

Les schémas sont cette fois-ci « codés », c'est-à-dire que certains symboles donnent des informations précises sur les figures représentées. Le professeur conduit une lecture dirigée collective des schémas. Il pourra proposer aux élèves de nommer les points par des lettres pour faciliter la communication.





Pour la deuxième figure, la disposition incite à commencer par la construction du rectangle, mais alors la construction du triangle rectangle nécessite de réinvestir ce qui a été travaillé à l'étape 13 : comment placer un point A à 4 cm du point B et à 3 cm du point C ? Si l'on commence par construire le triangle rectangle, la construction est plus simple.
Travail individuel et vérification avec un transparent.

● **Exercice 6**

Il s'agit d'entraîner les élèves à utiliser correctement le vocabulaire géométrique pour expliciter ce qu'ils ont « vu » et « vérifié » avec les instruments.
Lecture de l'ensemble de l'exercice, reformulation des consignes.
Travail individuel, correction collective pour la question **a**, individuelle pour la question **b**, avec un transparent pour la question **c**.

ÉTAPE 38

Multiplication et division : problèmes (grandeurs)

MANUEL P. 102-103

Objectif

Résoudre des problèmes de multiplication et de division dans un contexte ordinal et/ou de grandeurs.

Pourquoi cette étape ?

Afin d'enrichir les représentations et les connaissances des élèves, nous reprenons dans cette étape un éventail de problèmes dans le champ de la multiplication et de la division dans des contextes différents de ceux travaillés au cours des étapes précédentes. Il s'agit, dans la découverte, d'un contexte de nombres au sens ordinal et de contextes de mesure de grandeurs dans les exercices. Ces contextes de mesure de grandeurs amèneront à étendre la conception du reste que les élèves ont commencé à se forger.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Par élève :
– fiche photocopiable (p. 256) pour la mise en route ;
– cartes du jeu du Rétro Saut (à préparer en fonction des compétences des élèves).

PÉRIODE 3

Mise en route

Jeux du portrait sur les polygones.
Voir étape 37.

Activité préparatoire

■ Préparation de l'activité

Après la constitution de groupes (deux, trois ou quatre), distribuer une carte-départ et une carte-saut par enfant.
Le professeur pourra préparer à l'avance ces cartes en fonction des compétences des élèves.
Faire lire la règle du jeu dans le manuel. Procéder aux reformulations habituelles.
Demander aux élèves de noter leur carte-départ et leur carte-saut, et de prévoir la position d'arrivée. Leur préciser qu'ils doivent expliquer aux autres élèves du groupe comment ils ont fait pour la trouver et comment ils peuvent justifier que cette position est juste.
S'assurer que les élèves ont compris quand on gagne une partie : pour chaque tirage, celui qui gagne est celui qui arrive le plus près de zéro. Une partie se joue en cinq tirages.

■ Travail en groupes

Le professeur aide les élèves à comprendre la règle du jeu et le but à atteindre.

■ Mise en commun

Pour répondre aux questions, les élèves doivent procéder en deux étapes : chercher le nombre de sauts pour trouver le reste puis comparer les restes.
À la fin d'une partie, demander à quelques groupes de présenter leurs résultats et leurs méthodes.

Procédures fréquentes
– Des soustractions successives de la longueur du saut.
– Des soustractions de multiples de la longueur du saut.
– Des additions successives, avec calcul de l'écart au nombre de la carte-départ.
– La division.

Demander comment on peut s'y prendre pour vérifier si les propositions sont correctes.

Trois vérifications possibles
– Recommencer la même procédure en changeant les soustractions ou les additions proposées.
– Changer de procédure.
– Donner l'écriture en ligne qui retrace la démarche.

■ Travail en groupes et mise en commun

Faire jouer d'autres parties.

Pour chacune d'elles, on demandera aux élèves de donner l'écriture en ligne correspondante.

Par exemple :

« En partant de la case 61 et en faisant des sauts de 7, on arrive à la case 5 » peut s'écrire : 61 = (7 × 8) + 5.
« En partant de la case 69 et en faisant des sauts de 6, on arrive à la case 3 » peut s'écrire : 69 = (6 × 11) + 3.

3 est plus petit que 5,

donc c'est avec les cartes (69 ; 6) que l'on gagne.

Découverte

Faire lire silencieusement l'ensemble de la découverte.

Temps de travail individuel ou à deux. Mise en commun.

■ Questions 1 et 2

Elles reproduisent des situations de jeu. Relever les réponses des élèves et les méthodes de calcul utilisées.

Demander l'écriture qui permet de retracer la démarche et de vérifier le résultat.

Question 1
Leïla : 51 = (11 × 4) + 7 ; Théo : 60 = (9 × 6) + 6.
Théo arrive plus près de zéro que Leïla.
Question 2
Qwang : 43 = (8 × 5) + 3 ; Alice : 52 = (8 × 6) + 4.
Qwang arrive plus près de zéro qu'Alice.

■ Question 3

Relever les propositions des élèves. Faire le lien avec les multiples de 7.

■ Question 4

Démarches possibles
– Faire des essais, en fixant un nombre de départ par exemple 231 puis en appliquant une méthode par soustractions successives de multiples de 10 ou par additions successives de multiples de 10 afin d'approcher 231. Regarder le reste obtenu (1), puis choisir un nouveau nombre de départ en faisant le lien entre le reste obtenu (ici 1) et le reste cherché (4) ou en continuant, sans inférence, à faire des essais.
– Faire l'inverse : considérer qu'on est arrivé à 4, et chercher le ou les nombres d'où on a pu partir. Autrement dit, chercher un nombre compris entre 230 et 240, somme d'un multiple de 10 et de 4.
4 + (10 × 23) = 234

■ Question 5

Cette question permet de vérifier si les élèves sont capables de traduire cette situation par les opérations appropriées : (17 × 9) + 5 = 158.

À l'issue de cette découverte, il sera intéressant de faire le point avec les élèves sur les différentes procédures mises en œuvre pour trouver la position d'arrivée dans le jeu du Retro Saut. On pourra ensuite rechercher la procédure la plus efficace. Faire le lien avec le procédé de calcul de la division étudié à l'étape 36, puis conclure.

Conclure avec les élèves

Dans cette situation du Retro Saut, pour trouver le nombre où on arrive après avoir fait des sauts identiques de longueur donnée, on fait la division du nombre de départ par la longueur du saut. Pour traduire cette division on peut donner une écriture en ligne.

Par exemple, si l'on part de la case 52 en faisant des sauts de 8, on fait une division pour trouver la position d'arrivée.

L'écriture qui traduit cette situation est :

52 = (8 × 6) + 4, on arrive ainsi à la case 4 après avoir fait 6 sauts de 8.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54) avec une correction collective pour les exercices 4, 7 et 11.

● Exercice 1

Problème identique à celui de la découverte.

Réponses
a. Il doit faire 34 pas, 242 = (7 × 34) + 4.
b. Il lui restera 4 lieues à parcourir sans les bottes.

● Exercice 2

Recherche du nombre de parts dans un contexte de mesure de longueur.

Réponse : On peut découper 11 morceaux de ficelle, 400 = (35 × 11) + 15.

● Exercice 3

Multiplication et addition dans un contexte de mesure de longueur.

Réponse : Sur le rouleau il y avait 1 200 cm de tissu, (27 × 43) + 39 = 1 200.

● Exercice 4 (accompagné par l'enseignant)

Recherche de la valeur d'une part dans un contexte de mesure de longueur.

Nous proposons ici une correction collective : c'est la première fois que nous abordons la question de la possibilité de partage du reste. Le professeur relèvera les réponses des élèves et partira de leurs propositions en relançant la question du partage du reste si les élèves s'en tiennent à la réponse 27 cm. Cette question sera reprise à l'étape 82.

Réponse : 440 = (16 × 27) + 8
Chaque morceau fera donc 27 cm, et il restera alors 8 cm. Mais 8 cm, c'est 80 mm que l'on peut répartir pour que chacun des 16 morceaux soit plus long : 80 = 5 × 16. La longueur maximum de chaque morceau est 27 cm 5 mm.

● Exercice 5

Recherche du nombre de parts dans un contexte de mesure de masses.

Réponse : 530 = (40 × 13) + 10, on peut remplir 13 flacons.

• **Exercice 6**
Recherche de la valeur d'une part dans un contexte de mesure de masses.
Réponse : 900 = 25 × 36, il y aura 36 g de coriandre dans chaque flacon.

• **Exercice 7** **(accompagné par l'enseignant)**
Recherche de la valeur de la part dans un contexte de capacités. Nous proposons une correction collective. Il est possible de chercher à répartir le thé qui reste dans les tasses, mais comme la question demande une réponse approchée et que les élèves ont peu travaillé sur les mesures de contenance, on peut se contenter de la réponse 13 cL.
Réponse : 200 = (15 × 13) + 5, dans chaque tasse il y a environ 13 cL de thé.

• **Exercice 8**
Recherche du nombre de parts dans un contexte de capacités.
Réponse : 80 = 5 × 16, on peut remplir 16 tasses de café.

• **Exercice 9**
Recherche de la valeur d'une part dans un contexte de distances.
Réponse : 675 = 45 × 15, la longueur d'un saut est de 15 m.

• **Exercice 10**
Recherche du nombre de parts dans un contexte de capacités.
Réponse : 3 000 = 75 × 40, il doit remplir sa bouteille 40 fois.

• **Exercice 11** **(accompagné par l'enseignant)**
Recherche de la valeur d'une part dans un contexte de mesure de masses. Nous proposons ici une correction collective. Il est possible de « partager » le reste.
Réponse : 232 = (16 × 14) + 8
Dans chaque flacon il y aura 14 g, et il restera alors 8 g. Mais 8 g, c'est 80 cg que l'on peut répartir dans chaque flacon : 80 = 16 × 5, la masse maximum dans chaque flacon est 14 g 5 cg.

• **Remue-méninges**

42	Diviser par 6	7
Moins 8		Plus 3
50	Multiplier par 5	10

ÉTAPE 39

Division : l'écriture en ligne

Manuel p. 104-105

Objectifs

• Maîtriser le vocabulaire et l'écriture de la division euclidienne.
• Résoudre des problèmes de recherche de quotient par excès ou par défaut.

Pourquoi cette étape ?

• Il s'agit de travailler sur les caractéristiques d'une écriture du type (a × b) + c pour qu'elle soit l'expression d'une division.
On sait en effet que des trois écritures suivantes :
41 = (5 × 7) + 6 41 = (5 × 8) + 1 41 = (7 × 4) + 13
la première reflète la division euclidienne de 41 par 7, mais pas par 5 ; la seconde la division de 41 par 8 mais aussi par 5 ; la troisième nécessite des modifications pour représenter une division euclidienne. La caractéristique abordée plus particulièrement est donc celle du **reste**.

• Pour permettre aux élèves de bien comprendre le sens des liens qui unissent les différents termes de **l'écriture en ligne d'une division**, nous leur proposons :
– d'associer des écritures en ligne et des problèmes ;
– de résoudre des problèmes de division en s'appuyant sur des multiples consécutifs du diviseur.

2 séances • **Séance 1** découverte et exercices 1 et 2 • **Séance 2** exercices 3 à 8

Calcul mental

Petits problèmes oraux multiplicatifs.

Les problèmes proposées visent à renforcer les divers sens de la multiplication et de la division : produit de mesure, proportionnalité, comparaison multiplicative.

Le problème est dit lentement par le professeur, il est répété une fois. Les enfants réfléchissent silencieusement sans noter l'énoncé, puis écrivent leur réponse sur leur ardoise ou leur cahier. Le professeur demande à quelques enfants d'expliciter leur procédure.

Exemples :

– Justine a 7 pochettes qui contiennent chacune 8 autocollants. Combien d'autocollants a-t-elle ?

– Hugo a planté 8 rangées de 7 salades. Combien de salades a-t-il repiquées ?

– Un quadrillage est constitué de 9 lignes et 8 colonnes. Quel est le nombre de carreaux ?

– Une tablette de chocolat contient 24 carrés, il y a 4 carrés par rangées. Quel est le nombre de rangées ?

– Manon a acheté 4 livres, chaque livre coûte 7 euros. Combien Manon a-t-elle payé ?

– Jamila a 20 billes. Sofiane en a le triple. Combien de billes Sofiane a-t-elle ?

Découverte

Faire lire silencieusement l'ensemble de la découverte.

Temps de travail individuel ou à deux. Mise en commun.

■ Question 1

Relever les propositions des élèves et les arguments développés.

Les arguments peuvent reposer soit sur le résultat de la division effective soit sur l'interprétation de l'écriture en ligne : dans 1 218 il y a 32 fois 37 et il reste 34.

Pour réfuter la proposition d'Alice qui affirme que c'est l'écriture en ligne de la division de 1 218 par 32, certains élèves développeront l'argument que dans 34 il y a encore 1 fois 32.

■ Question 2

Elle permet de stabiliser les arguments développés dans la question précédente.

2 103 = (49 × 42) + 45 est l'écriture en ligne de la division de 2 103 par 49 car le reste 45 est inférieur au diviseur 49. La division de 2 103 par 42 a pour quotient 50 et pour reste 3 car, dans 45, il y a encore une fois 42 : 2 103 = (50 × 42) + 3.

■ Question 3

Elle permet d'associer la division à la recherche d'un encadrement du diviseur par des multiples consécutifs : comme 317 est compris entre 25 × 12 et 25 × 13, le quotient de 317 par 25 est 12.

25 × 12 = 300 donc 317 = (25 × 12) + 17.

La seconde partie de la question permet de recontextualiser l'écriture 317 = (25 × 12) + 17.

Avec 317 pièces de 1 €, on peut faire 12 rouleaux de 25 pièces et il manque 25 – 17 soit 8 pièces de 1 € pour faire un rouleau de plus.

Demander aux élèves de commenter ce que dit le furet en prenant des exemples dans les calculs qui viennent d'être faits.

Conclure avec les élèves

1 218 = (32 × 37) + 34 est l'écriture en ligne de la division de 1 218 par 37, car le reste 34 est bien inférieur au diviseur 37.

1 218 est le dividende, 32 est le quotient.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54) avec une mise au point collective.

● Exercices 1 et 2

Ils permettent de mettre en évidence la particularité du reste d'être plus petit que le diviseur, et de distinguer les cas où la réponse à donner est le quotient trouvé (appelé parfois quotient par défaut) et ceux où la réponse à donner est le quotient par excès (obtenu en ajoutant 1 au quotient trouvé).

C'est la raison pour laquelle la question **b** peut nécessiter l'aide du professeur.

Réponses exercice 1

a. Tous les skieurs doivent être véhiculés ; une cabine montera sans être complètement remplie : 9 voyages.

b. L'écriture en ligne nous indique que l'on peut remplir 45 boîtes de chocolat, mais 15 étant supérieur à 8, on peut remplir une boîte de chocolat en plus. Il y aura donc 46 boîtes de chocolat remplies et il restera 7 chocolats.

Réponses exercice 2

a. Les 6 enfants auront 12 billes et il restera 5 billes.

b. Il faudra 7 cageots. 6 contiendront 12 melons le 7^{e} ne sera pas plein.

● Exercice 3

Encadrement d'un nombre par deux multiples consécutifs de 100. C'est un travail de préparation à la mise en place de la technique proposée à l'étape 45.

● Exercice 4

Recherche des écritures du type (a × b) + c qui peuvent exprimer une division.

Réponses

a. Cette écriture peut exprimer deux divisions : par 9 ou 40.

b. Une seule division : 437 divisé par 100.

c. Aucune, car 12 est supérieur à 8 et à 7.

d. 875 = 35 × 25 correspond à la division de 875 par 35, le quotient est 25 et le reste est nul ; elle correspond aussi à la division de 875 par 25, le quotient est alors 35 et le reste est nul.

● Exercice 5

Recherche du reste à partir de l'encadrement d'un dividende par deux multiples consécutifs du diviseur.

Réponses

a. 358 = (24 × 14) + 22 **b.** 536 = (40 × 13) + 16

c. 428 = (18 × 23) + 14

● Exercice 6

Il s'agit d'entraîner les élèves à interpréter un encadrement pour résoudre un problème de division, comme dans la question 3 de la découverte.

Réponse : 16 (un présentoir sera incomplet).

• **Exercice 7**
Réponses : 2 480 ; 2 520 ; 40 × 62 < 2 500 < 40 × 63 ; 62 paquets complets.

• **Exercice 8**
Recherche du dividende connaissant son ordre de grandeur (entre 50 et 60), le diviseur 8 et le reste 5. La démarche la plus efficace consiste à rechercher des multiples de 8 compris entre 45 et 55, mais les élèves peuvent aussi trouver le dividende par essais successifs.

• **Remue-méninges**
Pour répondre à cette interrogation, il faut pouvoir faire des comparaisons qui aient du sens. La solution est de trouver le prix d'une même quantité de feutres dans les deux conditionnements.

Méthodes possibles
– Par essais successifs, en cherchant combien il faudrait de boites et de sachets pour avoir le même nombre de feutres : 3 boîtes de 25 feutres c'est 75 feutres, 5 sachets de 15 feutres c'est aussi 75 feutres, les 3 boîtes coûtent 120 €, les 5 sachets coûtent 105 €.
– Chercher le prix d'un feutre dans chaque cas en convertissant les euros en centimes : 1 € 40 pour les feutres en sachets ; 1 € 60 pour les feutres en boîtes.
– L'étude des nombres permet de remarquer qu'on peut aisément calculer le prix de 5 feutres : avec des sachets de 15 feutres, 5 feutres valent 7 € ; avec des boîtes de 25 feutres, 5 feutres valent 8 €.

Réponse :
C'est Qwang qui a raison.

ÉTAPE 40

Utiliser la calculatrice (1)

Manuel p. 106-107

Objectifs

• S'entraîner aux différentes fonctions de la calculatrice.
• Les utiliser pour réaliser les différentes opérations arithmétiques.

Pourquoi cette étape ?

• Au cycle 3, la calculatrice peut être utilisée comme outil de calcul, comme support à la résolution de problèmes, ou comme source de problèmes et d'exercices de calcul réfléchi instrumenté. Les élèves vont rencontrer ici ces différents usages.

Dans la découverte, **ils font le point sur certaines fonctionnalités de la calculatrice** (marche/arrêt, touche de remise à zéro, touche « correction », touche « = », etc.) pour effectuer des calculs simples de type addition, soustraction, multiplication. La **division** fait ensuite l'objet d'un travail spécifique (voir partie 1, p. 32) en raison de la nécessité d'interpréter ce qui s'affiche lorsqu'on utilise la touche « ÷ » et de l'existence sur certaines calculatrices de la touche « division euclidienne », symbolisée par « ⊦ », qui donne deux résultats simultanément : le quotient et le reste.

• Ils sont également amenés à exercer un **contrôle sur leur travail avec la calculatrice** : planifier la suite des calculs à effectuer, noter au fur et à mesure les calculs et les résultats, les contrôler.

2 séances • **Séance 1** découverte et exercices 1 et 2 • **Séance 2** exercices 3 à 7
Matériel • Par élève : une calculatrice.
Parmi les calculatrices proposées, disposer, autant que faire se peut, de calculatrices comportant une touche « division euclidienne ».

Calcul mental

Petits problèmes oraux multiplicatifs.
Les problèmes proposées visent à renforcer les divers sens de la multiplication et de la division : produit de mesure, proportionnalité, comparaison multiplicative.
Le problème est dit lentement par le professeur, il est répété une fois. Les enfants réfléchissent silencieusement sans noter l'énoncé, puis écrivent leur réponse sur leur ardoise ou leur cahier. Le professeur demande à quelques enfants d'expliciter leur procédure.

Exemples :
– Un quadrillage est composé de 45 carreaux, il a 5 lignes. Combien de colonnes a-t-il ?
– Sur chaque page d'un album de photos, il y a 3 rangées de 2 photos. Combien y a-t-il de photos sur chaque pages ? L'album a 20 pages, combien de photos y a-t-il dans l'album ?
– Jeff a 12 pochettes de 10 autocollants chacune. Combien d'autocollants a-t-il ?
– Jeanne pesait 3 kg à sa naissance. Aujourd'hui, elle a 2 ans et son poids a quadruplé. Combien pèse-t-elle ?

– Léa a deux ans. Elle pèse 15 kg. Son poids a triplé depuis sa naissance. Combien pesait-elle quand elle est née ?

Découverte

Travail individuel, suivi d'une correction collective pour chaque question.

■ Question 1

Cette phase a pour but de faire le point sur les fonctionnalités courantes d'une calculatrice : mise en marche, affichage des chiffres, touches +, –, ×, =, touche correction et la touche ├ lorsque la calculatrice la possède.
L'utilisation de la calculatrice oblige les élèves à transformer une addition à trou en soustraction.

■ Question 2

Distinction entre la touche ÷ et la touche ├.
Nous avons fait le choix de donner 8 chiffres dans les réponses mais il conviendra de réajuster en fonction des capacités des calculatrices.

Réponse
2 083 ÷ 54 = 38,574074
2 083 ├ 54 Q 38 R 31

■ Question 3

Elle vise à repérer le quotient d'une division effectuée à l'aide de la touche ÷. Le contrôle par un calcul écrit permet de vérifier l'hypothèse faite.

Lors de la correction, le professeur pourra s'appuyer sur la lecture du texte du furet pour introduire le terme de « nombre à virgule » et informer les élèves du travail ultérieur sur ces nombres.

Réponse
24 = (7 × 3) + 3
24 ÷ 7 = 3,4285714

■ Question 4

Il s'agit de retrouver le reste d'une division effectuée avec la touche ÷. Pour cela, l'élève doit anticiper la suite de calculs à effectuer – multiplier 23 par 13, soustraire 299 de 309 – afin de planifier ses calculs à la calculatrice.

Conclure avec les élèves

Les touches +, –, × d'une calculatrice permettent de trouver directement le résultat d'une addition, d'une soustraction, d'une multiplication, Mais pour trouver le quotient et le reste d'une division avec la calculatrice qui n'a pas la touche ├, on doit effectuer trois calculs.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54) avec une mise au point collective à l'issue de chaque exercice.

● Exercice 1

Il permet aux élèves de reprendre le travail de la question 3 de la découverte.

Réponses
35 = (6 × 5) + 5 35 ÷ 6 = 5,8333333
Le quotient de 35 divisé par 6 est le 5 avant le point.

● Exercice 2

Résoudre une addition à trou : 325 678 = 85 739 + ?
Avec une calculatrice, la procédure efficace est de la transformer en soustraction : 325 678 – 85 739 = ?
Cet exercice permet de revisiter l'équivalence addition à trou et soustraction.
Réponse : 239 939

● Exercice 3

Résoudre une multiplication à trou : 965 264 = 5 246 × ?
Avec une calculatrice, la procédure efficace est de la transformer en division : 965 264 divisé par 5 246.
Cet exercice permet de revisiter le lien entre multiplication à trou et division.
Réponse : 184

● Exercice 4

Problème mettant en relation la numération avec l'addition et la soustraction.
Réponses : il faut ajouter 300.

Nombre affiché	Nombre ciblé	Opération
13 642	14 652	**+ 1 010**
17 328	10 328	**– 7 000**
4 825	2 425	**– 2 400**
8 746	10 749	**+ 2 003**

Nombre affiché	Nombre ciblé	Opération(s)
25 340	15 530	**– 10 000 + 190**
12 096	8 100	**– 4 000 + 4**
8 642	10 750	**+ 2 108**
65 738	165 748	**+ 100 010**

● Exercice 5

Déterminer le quotient et le reste d'une division en utilisant la calculatrice.
Réponses : quotient 48, reste 24.

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
2 322	27	**86**	**0**
200	7	**28**	**4**
586	48	**12**	**10**
6 784	96	**70**	**64**
12 809	320	**40**	**9**

● Exercice 6

Les élèves réinvestissent l'ensemble des compétences travaillées jusqu'ici pour résoudre un problème faisant intervenir toutes les opérations. À l'aide de la calculatrice, ils ont à déterminer un produit, des quotients, une somme et une différence.

Réponse

Désignation	Prix unitaire	Quantité	Prix total
CD	16	28	**448**
Graveur de CD	**79**	6	474
DVD	19	**15**	**285**
Lecteur de DVD	**52**	21	1 092
Logiciels de jeux	34	**23**	782
		total	3 081

- **Exercice 7**

Il permet de revisiter l'écriture en ligne de la division sous différentes formes.

Réponse

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
688	36	19	4
3 117	**46**	67	35
2 950	27	109	**7**

- **Remue-méninges**

Indiquer aux élèves qu'ils peuvent utiliser leur calculatrice pour effectuer leur recherche.

La solution est unique : 347 × 896 = 310 912.

Le chiffre qui remplace le « cœur » dans « 34♥ » peut être 2 ou 7.

En effectuant la simulation, l'hypothèse « 2 » est facile à écarter car le résultat final se terminerait par ...932 et non par ...912.

Le chiffre qui remplace le « carreau » dans « ♦ 9 6 » ne peut être que 8.

En effet, pour avoir 9 dans 3 1 ♣ 9 1 2, le produit de la dernière ligne doit se terminer par 6 et 8 × 7 = 56.

			3	4	**7**
	×		♦	9	6
		2	0	8	2
	3	1	2	3	0
•	•	•	•	0	0
3	1	♣	9	**1**	**2**

			3	4	7
	×		♦	9	6
		2	0	8	2
	3	1	2	3	0
•	•	•	**6**	0	0
3	1	♣	**9**	**1**	**2**

			3	4	7
	×		**8**	9	6
		2	0	8	2
	3	1	2	3	0
2	7	7	6	0	0
3	1	**0**	9	1	2

ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

Calcul automatisé, calcul réfléchi : les quatre opérations (1)

Manuel p 109

Objectif

S'entraîner à choisir une méthode de calcul en fonction des nombres en jeu et à automatiser certains calculs.

Pourquoi cette étape ?

Il s'agit d'automatiser les connaissances des élèves sur les répertoires additifs et multiplicatifs : entraînement au calcul mental et à la recherche des doubles, moitiés, triples, tiers, quadruples, quarts de nombres « pivots ».

1 SÉANCE

Matériel • Par élève : la fiche autocorrective, p. 245.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit au tableau quatre nombres inférieurs à 100, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves les écrivent dans l'ordre croissant (ou décroissant).

Exercices

Déroulement, voir p. 55.

ÉTAPE 41

Calculs de durées

MANUEL P 110-111

Objectif

Apprendre à calculer des durées et des instants.

Pourquoi cette étape ?

• Au CE2, les élèves ont appris à distinguer les notions d'instant et de durée et à les exprimer dans diverses unités (siècle, année, mois, semaine, jour, heure, minute, seconde). Ils ont résolu des problèmes additifs visant à les déterminer et se sont familiarisés avec la notion de chronologie.

• Cette étape est consacrée à la résolution de problèmes additifs et soustractifs faisant intervenir les nombres **sexagésimaux**. Le but est d'amener les élèves à déterminer une durée comme écart entre deux instants ou à déterminer un instant connaissant la durée et le deuxième instant. Pour cela, ils ont à réinvestir des procédures de résolution et de calcul déjà explorées précédemment, en particulier la technique par sauts.

• Ils sont amenés, par la force des choses, à utiliser les **équivalences usuelles** (1 jour = 24 heures, 1 heure = 60 minutes) pour calculer ou comparer des instants et des durées.

• Rappelons que l'abréviation de minute est min et non mn, comme on le voit encore souvent.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 ET 2 • **SÉANCE 2** EXERCICES 3 À 6

Calcul mental

Recherche de compléments au multiple de 10 ou au multiple de 100 le plus proche (ex. : de 52 pour aller à 60, de 185 pour aller à 200).

Cette compétence est très utile dans les calculs additifs ou soustractifs par sauts.

Découverte

■ Lecture et commentaires

Faire lire l'ensemble de la découverte : le texte informatif sur les pigeons voyageurs, les informations données dans le tableau, les questions.

Une première phase d'échanges avec les élèves permet d'approfondir le texte informatif qui fait référence à un contexte sans doute peu habituel pour eux. Dire aux élèves qu'il existe de nombreux clubs de colombophiles aussi bien en France qu'à l'étranger et que, dans ces clubs, on pratique des concours de lâchers de pigeons. Les mots nouveaux sont définis dans le texte mais il peut être nécessaire de revenir collectivement sur ces définitions pour que les élèves se les approprient.

Expliciter la notation 12 h 49 pour 12 h 49 min. S'assurer que les élèves ont compris les liens entre les différentes informations numériques données dans texte et dans le tableau.

■ Travail individuel

Question a

Elle permet aux élèves de mettre en œuvre leurs procédures personnelles de calcul d'une durée.

Différer la correction après la question **b**.

Réponse : Premier pigeon : 5 h 19 min.

Question b

À l'issue de ce travail, revenir à la question **a**. Demander aux élèves d'identifier la procédure qu'ils ont utilisée et de la comparer à celle présentée à la question **b**. Il peut être intéressant de relever les écarts pris en compte par les élèves pour effectuer les sauts de 7 h 30 à 12 h 49, et pour déterminer la durée du vol. En effet, des sauts d'un nombre entier d'heures à partir de 7 h 30 ne nécessitent pas de convertir des minutes en heures – exemple : 7 h 30 → 10 h 30 → 12 h 30 → 12 h 49 – et sont moins source d'erreur. Ceci peut être l'occasion de montrer des équivalences entre plusieurs écritures :

3 h + 2 h + 19 min = 5 h 19 min ;

4 h + 79 min = 4 h + 1 h + 19 min = 5 h 19 min.

Réponses question c

Deuxième pigeon : 5 h 40 min.
Troisième pigeon : 7 h 59 min.
Quatrième pigeon : 8 h 01 min.

Réponses question d : 2 h 42 min.

■ Mise en commun

Elle porte sur les procédures, de calcul de durées.

Conclure avec les élèves

Après la correction collective, le professeur pourra rappeler aux élèves :

– qu'une durée traduit un espace de temps entre deux instants ou deux événements ;

– qu'un instant et une durée s'expriment avec les mêmes unités de temps : siècle, année, mois, semaine, jour, heure, minute, seconde.

Faire lire et commenter le paragraphe « Mesure de durées » de l'Aide-mémoire page 22.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54). La correction peut aussi être collective.

• Exercices 1, 4 et 5

Problème de recherche d'un instant (ou d'un moment), connaissant une durée et un deuxième instant, ou d'une durée connaissant deux instants.

Réponses

Exercice 1 : **a.** 7 h 20 ; **b.** 4 h 36.

Exercice 4 : **a.** 7 h ; **b.** 19 h ; **c.** 7 h 30.

Exercice 5 : printemps : 12 h 10 min ; été : 16 h 11 min ; automne : 12 h 12 min ; hiver : 8 h 15 min.

• Exercice 2

Il s'agit d'entraîner les élèves à convertir des durées.

Réponses

a. 1 jour = 24 heures ;
b. 7 jours = 168 h ;
c. 48 h = 2 j ;
d. 30 h = 1 j 6 h ;
e. 1 heure = 60 minutes ;
f. 1 demi-heure = 30 min ;
g. 1 quart d'heure = 15 min ;
h. 2 h trois-quarts = 165 min ;
i. 3 h 15 min = 195 min ;
j. 5 h 26 = 326 min ;
k. 135 min = 2 h 15 min ;
l. 270 min = 4 h 30min.

• Exercice 3

Il a pour but de comparer des durées en réinvestissant les connaissances sur les équivalences usuelles entre diverses unités de temps.

Réponses

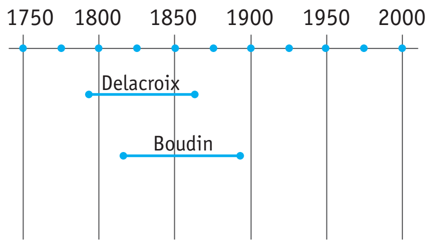
a. Faux ; **b.** Vrai ; **c.** Faux ; **d.** Vrai ; **e.** Vrai ; **f.** Faux.

• Exercice 6

Réponses

a. : Eugène Delacroix : 65 ans ;
Eugène Boudin : 74 ans ;
Paul Cézanne : 67 ans ;
Paul Gauguin : 55 ans ;
Berthe Morisot : 54 ans ;
Camille Pissarro : 73 ans ;
Degas : 83 ans.

b. Proposer un graphique à compléter comme le modèle ci-dessous avec un ou deux exemples (ici Delacroix et Boudin) ou encore une feuille de papier millimétré comportant une droite numérique utilisée comme échelle du temps et comportant un début de graduation (1750, 1800) ; laisser les élèves compléter les graduations.



Réponses

Ils étaient tous vivants de 1848 à 1863.

• Remue-méninges

Le 14 juillet 2014 sera un lundi.

En effet, janvier, mars, mai ont 31 jours, février 28, avril et juin 30. Le 14 juillet est donc le 195^{e} jour de l'année 2014.

Chaque semaine comporte 7 jours, 195 = (27 × 7) + 6. Les 27 × 7 jours correspondent à 27 semaines complètes commençant un mercredi et finissant un mardi soir puisque le 1er janvier 2014 est un mercredi. Le 14 juillet sera le 6^{e} jour suivant, c'est-à-dire un lundi.

ÉTAPE 42

Figures : analyse et reproduction

MANUEL P. 112-113

Objectif

Analyser une figure pour comprendre comment la reproduire.

Pourquoi cette étape ?

• Elle permet aux élèves de s'entraîner à **analyser de manière précise les propriétés de certains éléments d'une figure** (milieux, alignement, parallélisme, orthogonalité, centre de cercles, de demi-cercles…) et à vérifier avec des instruments les hypothèses qu'ils ont faites. Elle développe en même temps chez eux le plaisir du tracé et du dessin géométrique.

• Dans tous les cas, pour reproduire les figures proposées, ils devront restaurer des éléments nécessaires pour la construction mais qui n'apparaissent pas explicitement sur les figures.

• Suivant les figures, nous proposons une reproduction à même échelle ou en agrandissant. Dans les deux cas, la reproduction peut être faite une première fois sur papier quadrillé pour faciliter la construction, puis sur papier uni pour apprendre à maîtriser les instruments.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 ET 2 • **SÉANCE 2** EXERCICES 3 À 5

MATÉRIEL • Par élève :
– des feuilles de papier quadrillé et de papier blanc, du papier de couleur, une feuille de papier calque ;
– le matériel personnel de géométrie.
• Pour l'enseignant : les constructions que les élèves ont à effectuer reproduites sur calque ou transparent afin d'effectuer une vérification rapide des tracés.

Calcul mental

Calcul de durées. Ex. : Quelle est la durée entre 9 h 1/4 et 10 h, entre 16 h 28 et 17 h, entre 10 h 30 et 11 h 10 ?

Il est intéressant de demander aux élèves d'expliciter à chaque fois leurs procédures (plusieurs procédures peuvent être envisagées pour chaque calcul). Nous souhaitons entraîner les élèves à utiliser le calcul par sauts pour effectuer les additions ou soustractions dans le cas des durées.

Découverte

■ Remarques et analyses préalables

• Le travail proposé dans cette découverte peut faire l'objet d'un **projet consistant à réaliser une mosaïque** pour décorer la classe : chaque élève peut reproduire un ou plusieurs carrés que l'on assemblera ensuite (une fois coloriés) pour former la mosaïque.

• Le professeur peut faire différents choix en fonction des élèves afin d'adapter le travail proposé à leurs compétences. Il peut faire faire la reproduction à l'identique sur papier quadrillé dans un premier temps, puis sur papier uni, ou bien il peut opter directement pour une reproduction en plus grand en fixant à 12 cm la mesure du côté des carrés, sur papier quadrillé, puis sur papier uni.

Le choix du papier est une variable importante : le papier quadrillé permet aux élèves de réaliser sans trop de difficulté la reproduction dès lors qu'ils ont bien analysé le modèle, le papier uni demande en outre des compétences en tracé et utilisation des instruments. Une solution intermédiaire consiste à donner aux élèves le carré de 12 cm de côté déjà dessiné sur du papier uni.

• Dans chacune des figures à reproduire, **les diagonales du carré, les milieux des côtés, les médianes jouent un rôle déterminant**.

• **Pour réaliser la tâche proposée**, les élèves doivent repérer un certain nombre de propriétés et les vérifier avec leurs instruments, par exemple en plaçant un papier calque sur le modèle afin de pouvoir joindre des points, prolonger des segments, etc. Ils utilisent ensuite ces propriétés pour effectuer la reproduction.

Si la reproduction se fait sur papier quadrillé à même échelle (carré de côté 4 cm) ou en plus grand (carré de côté 12 cm), la construction du carré, la recherche des milieux des côtés… ne nécessitent que le comptage de carreaux et l'équerre n'est pas nécessaire puisque les angles droits sont portés par les lignes du quadrillage.

Si la reproduction se fait sur papier uni (à même échelle ou en plus grand), les élèves doivent utiliser leurs instruments : équerre pour tracer les angles droits, règle graduée pour tracer les côtés du carré, règle graduée ou bande de papier pour déterminer les milieux, etc.

■ Activité

• Lecture de l'ensemble de la découverte. Laisser un temps d'observation du dessin.

• Après un premier temps de travail individuel, prévoir une mise en commun des propriétés repérées nécessaires pour pouvoir reproduire.

Il y a quatre figures différentes parmi lesquelles les élèves ont fait leur choix de reproduction. La mise en commun des propriétés doit conduire à :
– repérer que l'on a besoin de tracer les médianes, les diagonales du carré pour déterminer les points fondamentaux des figures ;
– repérer les points à relier pour la reproduction.

• Laisser à nouveau un temps aux élèves pour terminer la reproduction.

• Quand les élèves ont réalisé une première reproduction, leur proposer d'en réaliser une nouvelle en changeant de support, ou en faisant un agrandissement, ou en reproduisant un nouveau modèle.

Conclure avec les élèves

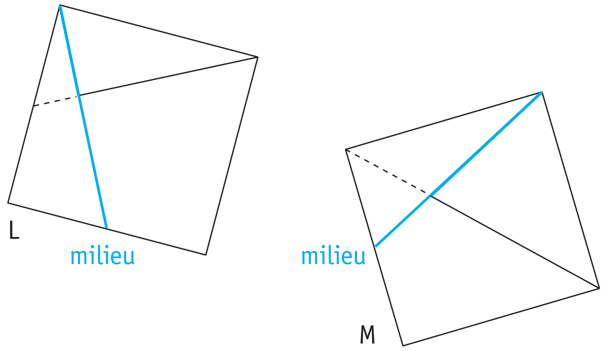
À côté d'une reproduction collée, on peut faire écrire les phrases suivantes.

> Pour reproduire une figure géométrique, il faut tout d'abord repérer comment elle est construite en cherchant ses propriétés. Pour cela, on peut avoir à prolonger des segments, à joindre des points. On utilise ces propriétés pour effectuer la reproduction.

Exercices

• **Exercices 1, 2 (accompagné par l'enseignant) et 5**
Ils font travailler de manière spécifique le repérage de propriétés des figures en entraînant les élèves à « intervenir » sur la figure, notamment en prolongeant des traits ou en joignant des points.

L'**exercice 2** nécessite une mise en commun des propriétés repérées : si l'on prolonge les segments tracés à l'intérieur du carré, on constate que la droite ainsi tracée passe par le milieu d'un côté.



• **Exercice 3**
Nous proposons de conduire la mise en œuvre de cet exercice comme pour la découverte. Le professeur peut ensuite faire reproduire les figures en superposant des rectangles et/ou des losanges construits sur des papiers colorés et découpés. Cela permettra à certains élèves de voir mieux les sous-figures de chacune des figures, et notamment d'envisager le carré comme un losange particulier.

• **Exercice 4 (accompagné par l'enseignant)**
Il nécessite une mise en commun avant de passer à la reproduction :
– pour les figures S et T, le carré effacé est relativement facile à restaurer ;
– pour la figure U, comme on sait qu'elle est construite à partir du même carré que les deux autres, on peut décalquer ce carré et chercher à le positionner sur la figure pour « voir » comment la construire : les quatre sommets du carré sont les centres des quatre arcs de cercle.

• **Remue-méninges**
Il a pour but de rendre fonctionnelle l'image mentale que les élèves se sont construite du carré.
Réponse : On trouve 13 carrés en tout, avec les 2 déjà tracés.

Formes et aires

MANUEL P. 114-115

Objectifs

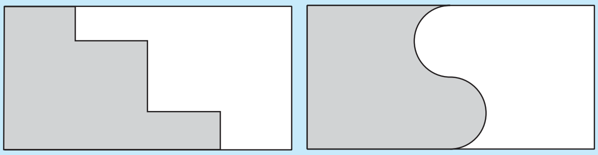
- Se familiariser avec la notion d'aire d'une surface plane.
- Comprendre que des surfaces de formes différentes peuvent avoir la même aire.

Pourquoi cette étape ?

- Nous définissons la notion d'aire d'une figure plane dans une **situation de partage d'un rectangle en deux parties exactement superposables**. Le terme « aire » n'est pas défini directement ; c'est la relation « avoir la même aire » qui est définie.

Nous distinguons deux cas (figures ci-contre) :
– deux figures planes sont dites avoir la même aire si elles sont superposables ;
– deux figures planes sont dites avoir la même aire si, avec deux exemplaires de chacune d'elles, on peut reconstituer une même surface, sans trou ni chevauchement.
Les deux parties grises ont la même aire.

La construction de différentes surfaces à partir de deux surfaces de même aire mais de formes différentes renforce la distinction fondamentale entre forme et aire.



Théo Leïla

- Nous insistons sur cette approche de l'aire qui permet de ne pas lier immédiatement l'aire d'une surface et le nombre qui la mesure. Il est en effet très important de laisser les élèves faire de nombreuses expériences de partages, de pavages, de découpages et de recollements pour leur permettre de construire de manière précise et efficace le concept d'aire.
- Un second point de vue sur l'aire est abordé dans l'exercice 3 : **deux surfaces ont même aire si on peut les paver avec les mêmes surfaces**.

3 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE • **SÉANCE 2** DÉCOUVERTE ET EXERCICE 1 • **SÉANCE 3** EXERCICES 2 À 5

MATÉRIEL • Par élève : une paire de ciseaux ; le matériel personnel de géométrie ; une feuille de papier calque.
• Pour la classe :
– de nombreuses feuilles de format A4 mises à la disposition des élèves ;
– de grandes feuilles (type affiche) pour coller les surfaces obtenues.
On peut utiliser des feuilles de récupération (par exemple, des feuilles d'annuaires téléphoniques), l'important est que toutes les feuilles pour l'activité soient exactement superposables et assez grandes (approchant le format 21 × 29,7).

Calcul mental

À la recherche du quotient. Le professeur donne le dividende et le diviseur d'une division, les élèves doivent trouver mentalement le quotient. Ex. : le dividende est 46, le diviseur 7. Quel est le quotient ?

Il s'agit de permettre aux élèves de bien identifier le rôle de chacun des nombres dans une division euclidienne. C'est la raison pour laquelle nous proposons des nombres dans un champ numérique familier de manière à ne pas entraver la réflexion par des difficultés de calcul.

Activité préparatoire

Nous suggérons un travail par groupes de 2 ou de 4 pour favoriser des échanges.

■ Présentation de l'activité

La consigne peut être formulée de la façon suivante : « Vous avez à votre disposition des feuilles de même format, toutes superposables. Chacun d'entre vous prend une feuille et doit la partager en deux parties exactement superposables, sans faire de collage ni perdre du papier ; c'est-à-dire qu'avec les deux morceaux vous devez pouvoir reconstituer la feuille entière. »

Pour bien expliciter les contraintes, le professeur peut joindre le geste à la parole en montrant un exemple de partage en deux suivant une médiane du rectangle. Il insiste sur le fait que le partage ne doit pas aboutir forcément à deux rectangles mais qu'on peut obtenir toute sorte de formes, la seule contrainte étant que les deux parties soient exactement superposables.

■ Première phase

Après un premier temps de recherche, les élèves trouvent les partages en deux rectangles (figures A et D, page suivante), dont l'un est l'exemple du professeur, et parfois le partage suivant une diagonale.

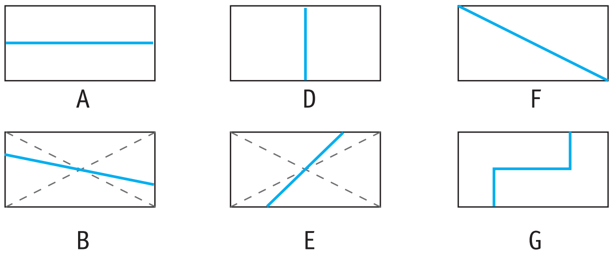
Le professeur montre les premiers partages réalisés, vérifie la superposition des deux parties et la possibilité de reconstituer la feuille initiale, puis il propose aux élèves de trouver le plus de partages possibles qui répondent à la consigne.

Rappelons pour le professeur qu'il existe une infinité de *solutions obtenues par une ligne de partage symétrique par rapport au centre du rectangle. Bien sûr, cette généralisation ne sera pas évoquée avec les élèves.*

■ Deuxième phase

Prévoir un temps de recherche assez long (environ une demi-heure). Rappeler éventuellement que tous les instruments sont autorisés dans la mesure où la consigne est respectée.

Les partages par une droite (qui passe par le centre du rectangle, exemples figures B et E ci-dessous) sont trouvés relativement vite parce qu'ils correspondent à un seul pliage de la feuille.



La ligne brisée (ex. figure G) n'apparaît que plus tardivement, souvent à la suite de pliages réguliers en 8, puis en 16, ou par construction de segments de même longueur partant de deux sommets diagonalement opposés, ou encore par constat du rôle particulier que peuvent jouer les diagonales et les médianes.

De nombreux essais n'aboutissent pas mais permettent à leurs auteurs d'affiner leurs hypothèses sur les propriétés de la ligne de partage.

Il est important que certains partages apparaissent dans la classe. Il faut donc laisser aux élèves un temps de recherche important. Si toutefois aucun élève ne propose de solutions autres que le partage suivant une médiane ou une diagonale, le professeur peut en montrer un, tel que le partage G, pour que les élèves, comprenant que d'autres partages sont possibles, se remettent à chercher.

■ Synthèse

Quand le professeur considère que le nombre de formes de surfaces différentes est conséquent (ou que le temps de recherche a dépassé une demi-heure), il organise la synthèse en recueillant des surfaces (chacune des deux parties) dans chaque groupe et les affiche au tableau.

Les élèves ont un temps d'observation ; ils peuvent demander une vérification de visu que le groupe responsable vient faire au tableau en montrant la superposition des deux parties et en reconstituant la feuille de format A4.

La mise en commun porte sur les méthodes que les élèves ont trouvées pour réussir le découpage et sur celles qui n'ont pas abouti.

La synthèse permet d'introduire des termes mathématiques de référence : deux partages différents qui répondent à la consigne donnent des parties de feuilles, toutes ces parties de feuilles obtenues sont des **surfaces**, qui ne sont pas toutes superposables mais qui ont toutes la même **étendue**, qui contiennent aussi la même « quantité » de papier ; elles correspondent toutes à la moitié d'une feuille. En mathématiques, on dit que **ces surfaces ont « la même aire ».**

Coller sur une affiche plusieurs surfaces de même aire et demander aux élèves de conserver les surfaces qu'ils ont obtenues au cours de leur recherche.

Découverte

Il s'agit, pour les élèves, de se réapproprier individuellement le travail mené en groupe lors de l'activité préparatoire.

La lecture de l'ensemble de la découverte et du texte du premier furet permet de faire le lien avec l'activité préparatoire.

Travail individuel, correction individuelle pour les deux premières questions, mise en commun pour la troisième.

■ Question 1

Les élèves prévoient si les partages réalisés par les enfants du livre répondent bien à la consigne, puis vérifient leur prévision à l'aide d'un calque.

■ Question 2

Les élèves peuvent reproduire autant de petits rectangles de 2 cm sur 4 cm qu'ils veulent pour tracer les lignes de partage. La vérification peut se faire par découpage ou au moyen d'un calque.

■ Question 3

Elle est très importante : il s'agit pour les élèves de comprendre qu'avec deux des parties obtenues à la question précédente, ils peuvent construire une surface qui a même aire que le rectangle bleu sans en avoir la forme.

Il peut être nécessaire pour certains élèves de dupliquer la surface construite et d'essayer de retrouver par découpage et recollement le rectangle bleu avec l'un des deux exemplaires.

Conclure avec les élèves

S'inspirer de ce que dit le deuxième furet pour conclure.

Commenter le paragraphe « Mesure d'aires » de l'Aide-mémoire, page 21.

Proposer aux élèves de coller dans leur cahier plusieurs surfaces de même aire obtenues à la question 2 en précisant qu'elles ont toutes la même aire qui est la moitié de l'aire du rectangle bleu, ainsi que plusieurs surfaces obtenues à la question 3 ayant même aire que le rectangle bleu.

Exercices

Nous proposons, ici, le déroulement suivant :

– Lecture des consignes et reformulation étayée par l'enseignant.

– Travail individuel et mise en commun des propositions : les élèves interrogés explicitent la manière dont ils ont procédé.

– Vérification individuelle des réponses des élèves par le professeur pour qu'il puisse apporter une aide appropriée.

• **Exercice 1**

Il permet de renforcer la notion d'indépendance de l'aire par rapport à la forme des surfaces. Les réalisations obtenues peuvent être collées dans le cahier de mathématiques.

• **Exercice 2**

Entraînement à se représenter mentalement le découpage d'une partie et son déplacement pour combler un « trou ».

• **Exercice 3**

Il peut être traité de deux manières différentes :
– par découpage mental de certaines parties et déplacement pour tenter de reconstituer par exemple le carré C avec les autres figures ;
– par pavage de chaque figure avec des petits triangles rectangles isocèles (demi-carré de côté 1 cm).

Réponses

A a l'aire la plus grande (qui correspond à 9 petits triangles).
B, C, E ont la même aire (qui correspond à 8 petits triangles).
D a une aire correspondant à 7 petits triangles.
F a une aire plus petite (correspondant à 4 petits triangles).

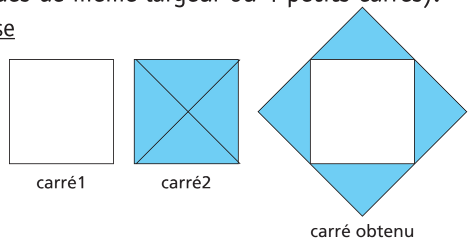
• **Exercice 4**

Il permet de renforcer la notion d'aire. Tous les partages qui conviennent fournissent des surfaces de même aire (correspondant au quart de l'aire du carré) alors que leur forme et leur périmètre sont différents.

• **Exercice 5 (accompagné par l'enseignant)**

L'enseignant relance la recherche lorsque les élèves proposent des solutions erronées (partage du carré en 4 bandes de même largeur ou 4 petits carrés).

Réponse



• **Remue-méninges**

Il permet de développer une réflexion sur les figures géométriques et notamment sur les angles. Les élèves peuvent découper les pièces mais on peut aussi les inciter à chercher mentalement les déplacements des pièces (il s'agit de translations).

ÉTAPE 44

Mesure des aires

Manuel p. 116-117

Objectif

Mesurer l'aire de différentes surfaces par report ou partage d'une surface dont l'aire est choisie pour unité.

Pourquoi cette étape ?

• L'étape précédente a permis aux élèves de concevoir ce que l'on appelle l'aire d'une surface plane.
Nous introduisons maintenant la notion de mesure de l'aire d'une surface à l'aide de deux procédés :
– tout d'abord le **fractionnement d'une surface dont l'aire est choisie pour unité**, ce qui permet de donner simultanément du sens à la mesure de l'aire et aux premières fractions rencontrées dans le manuel ;
– ensuite le **pavage d'une surface par une surface étalon dont l'aire est choisie pour unité**, ce qui permet d'affecter à une surface un nombre évoquant son étendue.

Remarque : en toute rigueur, il faudrait dire « avec l'unité choisie, la mesure de l'aire de la surface est… » ; nous simplifierons souvent cette formulation.

• Les élèves vont avoir deux types de tâches principales à effectuer :
– construire des surfaces d'aires données ;
– évaluer l'aire de différentes surfaces en cherchant à les comparer avec une surface d'aire 1 unité, ce qui conduira soit à un nombre soit à un encadrement.

2 Séances • **Séance 1** activité préparatoire et découverte • **Séance 2** exercices

Matériel
• Par élève : des ciseaux ; du scotch ; de la colle ; du papier calque ; le matériel personnel de géométrie.
• Par groupe :
– des feuilles de format A4 (21 × 29,7) ;
– les surfaces obtenues au cours de l'activité préparatoire de l'étape précédente.
• Pour la classe :
– l'affiche de l'étape précédente avec les surfaces de même aire correspondant à la consigne de partage ;
– de grandes feuilles (type affiche) pour coller les nouvelles surfaces obtenues.

Calcul mental

À la recherche du reste. Le professeur donne le dividende et le diviseur d'une division, les élèves doivent trouver mentalement le reste. Ex. : le dividende est 68, le diviseur est 9. Quel est le reste ?

Voir étape 43.

Activité préparatoire

Nous suggérons de répartir les élèves par groupes de deux ou de quatre pour leur permettre d'échanger et d'avoir beaucoup de productions à comparer.

■ Première phase

Reprendre l'affiche élaborée à l'étape précédente pour faire rappeler le travail effectué (toutes les surfaces collées ont la même aire parce qu'elles représentent toutes exactement la moitié de la feuille entière).

Choisir l'aire de la feuille rectangulaire de format A4 comme unité et demander aux élèves comment on pourrait désigner l'aire de chacune des surfaces collées sur l'affiche. Convenir de désigner la mesure de cette aire par le nombre $\frac{1}{2}$ et inscrire sur l'affiche « famille des surfaces dont l'aire mesure $\frac{1}{2}$ unité ».

■ Deuxième phase

Pour permettre à tous de revoir ce qui a été fait lors de l'étape précédente, demander aux élèves de fabriquer de nouvelles surfaces dont l'aire mesure $\frac{1}{2}$ unité, puis des surfaces dont l'aire mesure 1 unité, différentes du rectangle A4.

> <u>Méthodes attendues</u>
> – Juxtaposition de deux surfaces correspondant à une demi-feuille.
> – Découpage aléatoire d'une feuille A4 et juxtaposition des morceaux de façon différente sans chevauchement ni perte de papier.

Coller plusieurs surfaces d'aire 1 unité sur une nouvelle affiche désignée par « famille des surfaces dont l'aire mesure 1 unité ».

Vérification rapide.

■ Troisième phase

Demander aux élèves de fabriquer des surfaces d'aire 2 unités en utilisant les surfaces dont ils disposent et du scotch pour les maintenir assemblées.

Reprendre la même consigne pour des surfaces d'aire 3 unités, puis pour des surfaces d'aire 2 unités et $\frac{1}{2}$ unité.

Accrocher des affiches vierges au tableau, puis demander aux élèves de venir placer les surfaces qu'ils ont fabriquées en les classant sur les différentes affiches en fonction de leur aire.

■ Quatrième phase

Associer les groupes par deux. Proposer à chaque groupe de fabriquer une surface en choisissant son aire, par assemblage à partir de leur matériel, puis de transmettre la surface au groupe partenaire qui doit retrouver son aire.

Vérification et/ou discussion en comparant l'aire trouvée à celle que le groupe avait choisie.

Découverte

La lecture de l'ensemble de la découverte permet de faire le lien avec l'activité préparatoire : il s'agit d'un travail analogue en tout point à celui proposé précédemment, mais la surface de référence n'est pas de la même taille. Ainsi, les réalisations pourront être collées dans les cahiers et il restera une trace écrite du travail.

Travail individuel pour permettre à chacun de réinvestir le travail de groupe et au professeur d'aider et de contrôler chaque élève.

Pour la question 5, mettre du papier calque à disposition des élèves.

<u>Réponses</u>
Aire de A : 1 unité et $\frac{1}{2}$ unité ; de B : $\frac{1}{2}$ unité ; de C : 1 unité.

Conclure avec les élèves

Faire lire les textes des deux furets.

Les élèves pourront coller le rectangle unité ainsi que quelques-unes de leurs réalisations sur leur cahier et écrire les phrases dont elles sont des illustrations.

> • Lorsque l'on choisit l'aire d'une surface comme unité et que l'on partage cette surface en deux surfaces exactement superposables, chacune des deux a pour aire $\frac{1}{2}$ unité.
> • Pour mesurer l'aire d'une surface, on peut la paver avec la surface unité et, si nécessaire, continuer le pavage en fractionnant la surface unité. Le nombre de surfaces unités utilisées est la mesure de l'aire de cette surface.
> • Si l'on modifie la forme d'une surface par découpage, déplacement et recollement d'une partie sans chevauchement, on ne modifie pas son aire.

Exercices

Même déroulement qu'à l'étape 43.

Tous les exercices proposés permettent aux élèves de renforcer la notion de mesure de l'aire d'une surface par pavage ou report de la surface étalon dont l'aire est choisie pour unité.

• Exercice 1

Évaluation de l'aire d'un polygone par dénombrement des carreaux (ici, 36 carreaux).

• Exercice 2

Certaines surfaces sont constituées de fragments de carreaux dont il faudra évaluer l'aire (les élèves peuvent effectuer mentalement des découpages et déplacements).

<u>Réponses</u> : A : 7u ; B : 9u ; C : 1u ; D : 11u ; E : 7u ; F : 8u.

• **Exercice 3**

Il s'agit de renforcer la distinction entre aire et forme.

• **Exercice 4**

Il permet aux élèves de comprendre que la mesure de l'aire d'une surface est liée à l'unité choisie et de les entraîner à effectuer des décompositions mentales de diverses surfaces (l'hexagone régulier peut être décomposé en 3 losanges, en 6 triangles équilatéraux, en 2 trapèzes isocèles, etc.).

Réponses

a. Oui, l'aire de C est trois fois celle de A.

b. l'aire de E est 4 fois celle de C.

c. A : 2u ; B : 1u ; C : 6u ; D : 3u ; E : 24u.

d. A : 1u ; B : $\frac{1}{2}$u ; C : 3u ; D : 1u + $\frac{1}{2}$u ; E : 12u

• **Exercice 5**

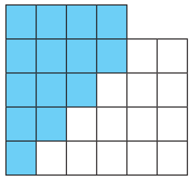
Passer du dénombrement au calcul pour comparer des aires exprimées à l'aide de plusieurs unités. Les élèves doivent comprendre que, en cas d'unités complexes, il peut être nécessaire de se ramener à la même unité.

Réponse : Si on prend B comme unité, Alice et Théo utilisent 96 u. Les deux mosaïques ont la même aire.

• **Remue-méninges**

Pour aider les élèves, le professeur peut leur demander de chercher de combien de carreaux doit être composée chaque partie ou d'observer la figure et de chercher les éléments qui pourraient être les mêmes dans les deux parties (segment horizontal de 4 carreaux et segment vertical de 4 carreaux, angle droit) de manière à construire une ligne de partage qui n'altère pas ces éléments.

Réponse



ÉTAPE 45

Division : combien de chiffres au quotient ?

Manuel p. 118-119

Objectif

Apprendre à prévoir le nombre de chiffres du quotient et à minimiser le nombre de soustractions à effectuer, en utilisant le répertoire du diviseur.

Pourquoi cette étape ?

Dans les étapes précédentes, les élèves ont progressivement découvert que la résolution des problèmes de recherche de la valeur d'une part relève des mêmes procédures de calcul que ceux de la recherche du nombre de parts.

Cette procédure a été identifiée comme étant la division. La méthode de calcul d'une division « par soustractions successives » a été étudiée. Il s'agit, dans cette étape et dans la suivante, de peaufiner cette méthode.

2 séances • **Séance 1** découverte et exercice 1 • **Séance 2** exercices 2 à 7

Calcul mental

À la recherche du dividende. Le professeur donne le diviseur, le quotient et le reste d'une division, les élèves doivent trouver mentalement le dividende. Ex. : le diviseur est 6, le quotient est 4, le reste 2. Quel est le dividende ?

Voir l'étape 43.

Découverte

■ **Question 1**

Le lien entre l'affirmation de Qwang et celle de Théo n'est pas simple pour des élèves ayant peut-être perdu de vue les activités antérieures. C'est pourquoi nous proposons de traiter collectivement le sens du texte de la première bulle et de laisser les élèves chercher individuellement la justification de ce que dit Théo avant la mise en commun. C'est, en effet, le point essentiel et nouveau par rapport à la procédure étudiée dans les étapes précédentes. Le professeur pourra conseiller aux élèves de revenir sur le travail fait à l'étape 36.

Mise en commun : relever les propositions des élèves, retenir les propositions qui présentent l'opération selon les méthodes vues dans l'étape 36, vérifier l'affirmation et conclure : « Si le quotient a trois chiffres, il faut trois soustractions pour le trouver, une pour trouver les centaines, une pour trouver les dizaines, et une dernière pour les unités » (bien sûr s'il n'y a pas de zéro intercalé dans le quotient).

Les questions 2, 3 et 4 peuvent alors être traitées individuellement.

■ Question 2

Elle permet aux élèves qui ont eu des difficultés à effectuer la division en trois soustractions de se doter d'un outil efficace pour mettre en place cette procédure de calcul.

■ Question 3

Elle permet de redéfinir une présentation standardisée en tenant compte des travaux antérieurs des élèves.

■ Question 4

Révision de l'écriture en ligne de la division et du vocabulaire.

■ Question 5

Travail individuel ou par petits groupes. En fonction du niveau de la classe (ou de la rapidité des élèves), le professeur fera effectuer une ou plusieurs divisions. Les élèves disposent du répertoire de 28 construit à la question 2. Correction collective.

Conclure avec les élèves

Pour calculer le quotient et le reste d'une division :
- on cherche combien il y a de chiffres au quotient ;
- le nombre de chiffres du quotient indique le nombre maximum de soustractions à effectuer ;
- on peut faire une seule soustraction sur chacun des ordres d'unités du quotient.

Deux exemples sur le cahier peuvent fixer cette conclusion.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

Remarque : *dans cette étape, la disposition de la division demandée est celle de la question 3. Cette disposition évoluera encore vers une forme définitive lors de l'étape suivante.*

• Exercice 1

Réinvestissement du travail des questions 1 à 4 de la découverte. Nous suggérons au professeur, selon le niveau des élèves, de donner ou non le répertoire de 32. Ce répertoire peut aussi être écrit derrière le tableau ; les élèves qui en éprouvent le besoin demandent à le voir.

Réponses : 3 chiffres ; 2 soustractions ; quotient : 203 ; reste : 3.

• Exercice 2

Reprise de la question 5 de la découverte mais, ici, les élèves ne disposent pas du répertoire des nombres. Toutefois, ces nombres sont inférieurs à 10, le répertoire multiplicatif doit donc être su.

Réponses : **a.** 648 = (7 × 92) + 4 ; **b.** 96 = 6 × 16 ; **c.** 2 075 = (9 × 230) + 5 ; **d.** 807 = 3 × 269.

• Exercices 3 et 4

Ils mettent en scène le répertoire des multiples du diviseur et montrent très explicitement l'extension possible des nombres de ce répertoire à leurs produits par 10 ou par 100.

Réponses exercice 3 : **a.** 424 = (45 × 9) + 19 ; **b.** 7 312 = (45 × 162) + 22 ; **c.** 1 617 = (45 × 35) + 42 ; **d.** 80 925 = (45 × 1 798) + 15.

Réponses exercice 4 : **a.** 738 = (86 × 8) + 50 ; **b.** 7 642 = (86 × 88) + 74 ; **c.** 12 408 = (86 × 144) + 24 ; **d.** 8 728 = (86 × 101) + 42.

• Exercice 5

C'est un problème de recherche du nombre de parts : 547 = (45 × 12) + 7 mais, étant donné le contexte, la réponse n'est pas le quotient (12) mais le quotient + 1 (13), car toutes les personnes doivent monter.

• Exercice 6

Recherche de la valeur d'une part.

1 050 = (86 × 12) + 18. Chaque enfant peut donc recevoir un cadeau de 12 €. Des élèves peuvent essayer de répartir les 18 € restants entre les 86 enfants : 18 € = 1 800 centimes

1 800 = (86 × 20) + 80, dans ce cas on obtient 12,20 € comme prix maximum d'un cadeau.

• Exercice 7

Exercice formel dans lequel les élèves ont en charge les quatre étapes d'une division :
- prévoir le nombre de chiffres du quotient ;
- réaliser le répertoire à l'aide de la calculatrice ;
- effectuer l'opération ;
- donner l'écriture en ligne de la division.

Réponses : **a.** 523 = (17 × 30) + 13 ; **b.** 8 604 = (82 × 104) + 76 ; **c.** 2 205 = 35 × 63.

3 PÉRIODE

Division : technique usuelle

MANUEL P. 120-121

Objectifs

- S'approprier la présentation définitive d'une technique de la division.
- Comprendre qu'il est important de maintenir dans la présentation la prévision du nombre de chiffres du quotient et les soustractions successives.

Pourquoi cette étape ?

Elle est l'aboutissement du travail de reconstruction de la technique usuelle de la division.

- Nous pensons qu'il est utile de continuer à demander aux élèves d'expliciter les différentes étapes, le but étant de les aider à **contrôler efficacement l'algorithme** :
– prévision du nombre de chiffres du quotient ;
– construction du répertoire du diviseur ;
– réalisation de l'opération.
- Nous avons choisi de proposer un dividende conduisant à un quotient avec un zéro intermédiaire. Le nombre de soustractions à effectuer n'est plus égal au nombre de chiffres du quotient. Cet aspect permet de **renforcer la nécessité de déterminer le nombre de chiffres du quotient** pour éviter aux élèves d'oublier d'écrire les zéros intermédiaires.
- Le professeur pourra demander l'écriture en ligne de la division et, à partir de celle-ci, la vérification de la validité des calculs.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICE 1 • **SÉANCE 2** EXERCICES 2 À 6

Calcul mental

Encadrement d'un nombre par des multiples de 10, de 100, ou de 1 000.
Le professeur écrit un nombre au tableau, les élèves écrivent les deux multiples de 10, de 100 ou de 1 000 qui l'encadrent.
Exemple : encadrer 363 par deux multiples de 100 consécutifs ; encadrer 97 par deux multiples de 10 consécutifs.

Découverte

■ Question 1

C'est l'occasion pour le professeur d'observer les procédures personnelles des élèves avant d'institutionnaliser l'algorithme à la question 2.
La construction du répertoire est laissée à l'initiative de chaque élève, certains élèves auront remarqué la présence de ce répertoire à la question 2.
Différer la correction après la question 2. Cela permettra aux élèves de contrôler eux-mêmes leurs calculs après analyse de la méthode de Qwang.

■ Question 2

C'est un « guide » précis pour la conduite de l'opération « division ». Le professeur pourra s'y référer dès qu'une difficulté surviendra dans les activités numériques ultérieures.
Attirer l'attention des élèves sur le nombre de chiffres du quotient et sur le nombre de soustractions : certains élèves risquent de proposer le quotient 27 ou encore 270. Les inviter à contrôler leur résultat à l'aide de l'écriture en ligne.

Demander aux élèves de commenter ce que dit le furet. Cela permet de pointer ce qui est nouveau dans la présentation de la technique par rapport à l'étape précédente.

■ Question 3

Entraînement à mettre en œuvre l'algorithme de la division.

Conclure avec les élèves

La conclusion est la rédaction de Qwang que le professeur peut faire recopier à partir d'un autre exemple adapté à sa classe et qui servira de référence.

> Pour effectuer une division, il faut :
> – trouver le nombre de chiffres du quotient ;
> – poser la division en mettant des points pour le nombre de chiffres du quotient ;
> – construire le répertoire du diviseur ;
> – faire les calculs ;
> – écrire l'égalité finale qui traduit le résultat de la division.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54) avec une mise au point collective pour chaque exercice.
***Remarque :** dans cette étape, la disposition de la division demandée est cette fois la disposition définitive de l'école primaire.*

• Exercice 1

Il vise à rappeler l'intérêt de la détermination du nombre de chiffres du quotient. Préciser aux élèves que l'un des trois quotients proposés est le bon.

> Procédure attendue
> Contrôler l'ordre de grandeur par encadrement.
> Ex. : 12 345 divisé par 23.
> 23 × 100 < 12 345 < 23 × 1 000.
> Le quotient est donc un nombre de 3 chiffres. C'est donc 536.

Réponses : 25 ; 536 ; 347

• Exercice 2

Séparer le moment de la prévision du nombre de chiffres de l'exécution de l'opération.

La calculatrice est un moyen d'autocorrection. On renverra éventuellement les élèves à l'étape 40 sur les spécificités des touches de la division.

Réponses
Nombre de chiffres du quotient : 2 ; 3 ; 3 ; 3.
a. 245 = (9 × 27) + 2 ; **b.** 2 574 = 13 × 198 ;
c. 7 854 = (27 × 290) + 24 ; **d.** 4 545 = 45 × 101.

• Exercice 3

Entraînement à l'algorithme de la division. Laisser cette fois-ci aux élèves l'initiative de poser l'opération ou non. Une vérification en utilisant l'écriture en ligne est recommandée.

Réponses : **a.** 578 = (18 × 32) + 2 ; **b.** 570 = 57 × 10 ; **c.** 905 = (46 × 19) + 31 ; **d.** 606 = 101 × 6

• Exercice 4 (accompagné par l'enseignant)

Ce problème peut poser des difficultés de représentation aux élèves qui n'ont jamais vu de pellicule de film. L'idéal est de leur présenter un bout de pellicule, même si ce n'est pas du 70 mm.

Une fois qu'ils ont bien compris ce qu'on appelle une « image » et la manière dont les images sont juxtaposées sur la pellicule, le travail consiste à résoudre des problèmes de division. La question **a** est relative à des longueurs qui ne sont pas exprimées dans la même unité. La vérification peut être faite à la calculatrice. La question **b** est relative à des durées. Là encore un changement d'unité pour exprimer le résultat de manière compréhensible est nécessaire.

Réponse : **a.** Il y a approximativement 173 913 images. **b.** Environ 7 246 secondes, soit environ 120 minutes, soit deux heures.

• Exercice 5

Recherche d'un nombre de parts.

Réponse : 17 colliers ; il restera 55 perles.

• Exercice 6

Cet exercice formel permet au professeur de montrer que, selon les nombres que l'on choisit, les écritures en ligne obtenues ne renvoient pas obligatoirement à la division.

Le professeur peut, à l'issue de ce travail, relever les propositions des élèves puis leur demander pour chaque écriture proposée d'en vérifier la validité et de distinguer celles qui renvoient à l'écriture en ligne d'une division.

Ex. : 397 = (56 × 7) + 5 est l'écriture en ligne de la division de 397 par 56 ou par 7.

397 = (10 × 7) + 327 est une égalité correcte mais n'est pas l'écriture en ligne d'une division.

• Remue-méninges

Réponse
a. 1 528 = (37 × 41) + 11 ; **b.** 6 561 = 27 × 243 ;
c. 9 545 = 83 × 115.

ÉTAPE 47

Figures : programmes de construction

MANUEL P. 122-123

Objectifs

- Apprendre à identifier une figure à partir d'un programme de construction.
- Comprendre qu'un programme de construction est un ensemble ordonné d'instructions permettant de construire pas à pas une figure.

Pourquoi cette étape ?

- Il s'agit de **stabiliser le lien entre une figure complexe et les instructions permettant de la construire**. L'enjeu n'est plus de décrire une figure pour qu'un camarade la trouve parmi d'autres mais de donner des instructions lui permettant de la construire sans l'avoir vue.
- Ce nouvel enjeu complexifie la question de la formulation, puisque, pour que la réalisation soit possible, il va falloir **dire tout ce qui est nécessaire** et le dire **en hiérarchisant les instructions**, c'est-à-dire en prévoyant un ordre dans lequel les donner. Cette organisation spécifique des informations nécessite pour les élèves de se décentrer de leur place d'observateur pour se mettre à la place du récepteur du programme de construction qui, lui, n'a jamais vu la figure.
- Ce passage est difficile. Pour aider les élèves dans ce cheminement, nous procédons par étapes dans la découverte et les exercices.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Par élève : instruments personnels de géométrie.
• Pour la classe : un transparent des figures à construire de la découverte et des exercices 1 et 2 pour permettre une vérification ; la figure du remue-méninges agrandie pour être affichée au tableau.

Calcul mental

Le professeur écrit au tableau deux produits déjà effectués (ex. : 3 × 12 = 36 ; 5 × 12 = 60). Les élèves doivent trouver des produits que l'on peut obtenir facilement à partir de ces égalités sans poser l'opération (ex. : 30 × 12 ; 50 × 12 ; 8 × 12 ; 53 × 12 ; 35 × 12 ; etc.).
Autre exemple :
Produits donnés : 4 × 17 = 68 ; 5 × 17 = 85
Produits à trouver : 400 × 17 ; 17 × 50 ; 405 × 17 ; 17 × 450…
Noter au fur et à mesure les produits trouvés.

Découverte

Remarques

Associer plusieurs messages (programmes de construction) aux figures qu'ils permettent respectivement de construire (que nous avons naturellement choisies assez voisines) a pour but de faire prendre conscience aux élèves de la nécessaire précision dans le programme, sans qu'ils aient eux-mêmes à produire un texte.

Une des difficultés provient du fait que le programme contient des lettres pour désigner des points de la figure et que les figures elles n'en possèdent pas. Le travail des élèves consiste donc dans un premier temps à lire le message dans son intégralité. Ensuite, ils peuvent faire progressivement un schéma à main levée de la figure en plaçant le nom des points dont il est question. Rappeler la convention qui consiste à placer les lettres des sommets en tournant autour de la figure.

Ce schéma réalisé, une autre difficulté réside dans l'orientation de la figure : certains élèves ayant réussi la construction à main levée ne l'identifient pas comme correspondant à celle attendue. La construction sur transparent peut aider à renforcer la connaissance du fait qu'une figure reste la même quelle que soit son orientation sur la feuille. Lorsque les élèves ont associé message et figure, nous proposons, du moins pour les plus rapides, qu'ils construisent la figure avec leurs instruments.

Activité

Lecture du texte introductif et reformulation du travail à effectuer.

Travail individuel, suivi d'une mise en commun des propositions au cours de laquelle plusieurs élèves explicitent la manière dont ils ont procédé pour faire les associations demandées. Une correction individuelle des schémas à main levée et des constructions avec les instruments paraît souhaitable.

Exercices

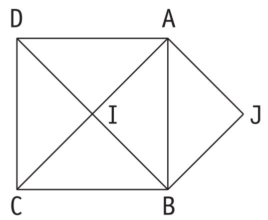
Pour le déroulement, voir l'étape 43.

Les exercices permettent de travailler les différentes compétences nécessaires à l'interprétation et à l'élaboration d'un programme de construction.

• Exercices 1 et 2

Il s'agit d'interpréter (**exercice 1**) un programme donné pour trouver parmi plusieurs figures celle qui correspond exactement à ce programme – ce qui permet de comprendre que tous les mots ont leur importance – et d'identifier (**exercice 2**) parmi plusieurs programmes de construction, celui qui permet de construire une figure que l'on a sous les yeux.

Réponse exercice 1



Réponse exercice 2 : programme 2.

• Exercice 3

Pour aider les élèves dans l'analyse de la figure, le message de construction est commencé ; la tâche consiste à organiser les informations qui ne sont pas encore données.

• Exercice 4

Il a pour but de faire prendre conscience aux élèves de la différence entre une description et un message de construction. Ici, la description et le schéma à main levée se complètent mutuellement pour que l'on puisse construire aisément la figure (si on ne voit que le schéma on ne sait pas si le quadrilatère est un carré ou un rectangle, si on ne lit que la description on ne sait pas qu'un sommet du carré est sur le cercle).

• Exercice 5

Les élèves ont à interpréter tout seuls l'ensemble d'un message de construction. Ils retrouvent un type de rectangle déjà étudié à l'étape 37 : un double carré.

Une vérification avec un transparent n'est pas envisageable puisque les mesures des côtés ne sont pas données. Nous avons fait ce choix pour renforcer chez les élèves la notion de figures semblables, indispensable à nos yeux puisque, lorsque le professeur exécute une figure au tableau, elle est nécessairement semblable mais non superposable à celle des élèves.

Une vérification individuelle par le professeur des constructions effectuées par les élèves est donc souhaitable.

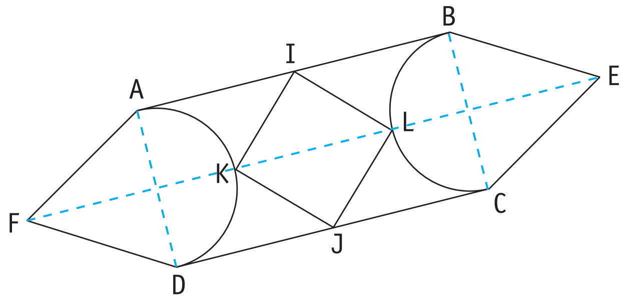
• REMUE-MÉNINGES

Activité de reproduction de figure.

Il est nécessaire de faire une analyse, en plaçant par exemple un papier calque sur le livre de manière à pouvoir intervenir sur la figure modèle pour chercher des alignements.

La figure peut être affichée au tableau en plus grand avec des lettres pour coder les différents points afin de permettre une discussion collective. Une liste des propriétés observées et vérifiées sera alors notée au tableau.

Réponse



ABCD est un rectangle double carré.
I et J sont les milieux respectifs de [AB] et de [CD].
BCE et ADF sont des triangles équilatéraux.
Les points E, L, K, F sont alignés.
IKJL est un carré.
Les deux demi-cercles ont pour diamètres respectifs [BC] et [AD].

PÉRIODE 3

ÉTAPE 48

Problèmes pour apprendre à chercher (1)

MANUEL P. 124

Objectif

S'entraîner à résoudre des problèmes en émettant des hypothèses, en faisant des essais et en vérifiant que la solution produite tient compte de toutes les contraintes.

Pourquoi cette étape ?

La résolution de problèmes a plusieurs fonctions (voir partie 1, p. 12).
Dans cette étape, nous proposons des problèmes pour lesquels les élèves auront la possibilité d'élaborer des solutions personnelles. Le but n'est pas de mettre en évidence des procédures expertes, celles-ci ne sont pas, dans la plupart des cas, au niveau des élèves de l'école élémentaire, mais d'entraîner les élèves à développer une attitude de recherche :
– faire des hypothèses et les tester ;
– prendre en compte des essais successifs ;
– élaborer une solution personnelle, s'assurer de sa validité ;
– l'argumenter.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES
MATÉRIEL • Par groupe : une grande feuille et de gros feutres.

Calcul mental

Le professeur écrit au tableau deux produits déjà effectués (ex. : 4 × 13 = 52 ; 7 × 13 = 91). Les élèves doivent trouver des produits que l'on peut obtenir facilement à partir de ces égalités sans poser l'opération (ex. : 11 × 13 ; 40 × 13 ; 70 × 13 ; 47 × 13 ; 74 × 13 ; etc.).
Autre exemple :
Produits donnés : 5 × 27 = 135 ; 8 × 27 = 216
Produits à trouver : 5 × 270 ; 80 × 27 ; 85 × 27 ; 58 × 27 ; 80 × 270…
Noter au fur et à mesure les produits trouvés.

Découverte

■ Lecture et reformulation

Réserver un temps de lecture silencieuse et de reformulation du problème. S'assurer que les élèves ont compris que, dans l'atelier, chacun des 5 élèves ayant 3 cartes, les 78 gommettes sont à répartir sur (5 × 3) cartes.

■ Travail individuel puis par groupes

Temps de recherche personnelle, puis confrontation des résultats par groupes de 2 ou 3 élèves. Avant le travail de mise en forme d'une solution commune dans les groupes, le professeur fera rappeler les contraintes du problème :
– deux types de cartes : cartes avec 4 pétales et cartes avec 7 pétales ;
– nombre total de cartes : 15 ;
– nombre de gommettes utilisées : 78.
Distribuer le matériel et de demander aux groupes de présenter leurs démarches et leurs solutions sur la grande feuille qui sera ensuite affichée.
La procédure experte algébrique est bien sûr inaccessible aux élèves : il s'agit de trouver les couples de nombres entiers positifs (x ; y) qui satisfont simultanément aux deux équations 78 = 4x + 7y et x + y = 15.
Nous savons, par contre, que les élèves du cycle 3 peuvent résoudre ce type de problèmes par un travail arithmétique très profitable.
La seule solution est (9 ; 6).

<u>Procédures observées</u>
– Des opérations entre les nombres du problème qui montrent que les élèves ont perdu le sens de la situation. Cette procédure, qui apparaît dans les productions personnelles, n'est en général pas reprise dans les travaux du groupe soit parce que les autres membres l'auront rejetée soit parce que l'enseignant aura permis aux élèves de mieux comprendre la situation en la faisant reformuler, en rappelant les contraintes.
– Des essais en partant d'un nombre de cartes avec 4 pétales puis en complétant avec des cartes à 7 pétales en oubliant la contrainte des 15 cartes.
– Des essais en cherchant à respecter l'ensemble des contraintes mais pas assez organisés pour mener la solution à terme.
– Des essais organisés en respectant la contrainte du nombre de cartes et en comptant les gommettes nécessaires dans chaque cas :
4 × 1 = 4 et 7 × 14 = 98 ; c'est trop de gommettes ;
4 × 2 = 8 et 7 × 13 = 91 ; c'est trop de gommettes ;
4 × 9 = 36 et 7 × 6 = 42 ; 36 + 42 = 78 ; on utilise les 78 gommettes.
Il y aura 9 cartes à 4 pétales et 6 cartes à 7 pétales.
– Des essais en cherchant à faire le même nombre de cartes de chaque sorte, il faut 11 pétales pour une paire de cartes de chaque sorte : 78 = (11 × 7) + 1
7 cartes à 4 pétales et 7 cartes à 7 pétales, cela fait 14 cartes au lieu de 15 et en plus il reste une gommette ; si on ajoute une carte de 4 pétales, on a bien 15 cartes mais il manque alors 3 gommettes, il faut donc enlever une carte de 7 pétales et la remplacer par une carte de 4 pétales.
– Etc.

Mise en commun, débat et validation

Cette phase peut se situer à l'issue de la recherche ou dans la séance suivante, ce qui permet à l'enseignant de prendre auparavant connaissance des travaux des élèves.

La mise en commun pourra porter sur les procédures de résolution (erronées, incomplètes, ou abouties), sur les résultats et sur la nature des erreurs, peut-être aussi sur le fait qu'il y a une seule solution.

Un rapporteur dans chaque groupe présente la solution de son groupe. Les autres élèves valident ou non les propositions.

Conclure avec les élèves

Pour résoudre ce problème, il a fallu s'organiser, n'oublier aucune contrainte, faire des essais, les tester, garder trace de ces essais, et rédiger sa réponse en expliquant les calculs qui ont permis de l'obtenir.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54)

● **Exercice 1**

Deux contraintes la somme à obtenir (10 €) et les pièces utilisées (2 €, 1 €, 50 c).

Les solutions sont nombreuses (36).

● **Exercice 2**

Questions a et b : Comment faire 50 (ou 90) en combinant des multiples de 6, de 10 et de 12.

Réponses

Pour 50, il y a 4 solutions : (5 × 10) ; (2 × 10) + (5 × 6) ; (2 × 10) + (1 × 12) + (3 × 6) ; (2 × 10) + (2 × 12) + (1 × 6).

Pour 90, il y a 18 solutions : (9 × 10) ; (6 × 10) + (5 × 6) ; (6 × 10) + (1 × 12) + (3 × 6) ; (6 × 10) + (2 × 12) + (1 × 6) ; (3 × 10) + (10 × 6) ; (3 × 10) + (1 × 12) + (8 × 6) ; etc.

Question c : Comment faire 100 en prenant le plus possible de paquets de 12 ? Cette contrainte peut être en fait une aide à la résolution puisqu'elle guide la démarche : chercher à atteindre 100 avec des multiples de 12, puis compléter avec des multiples de 10 et de 6.

Réponse : 7 paquets de 12 (84), 1 paquet de 10 et 1 paquet de 6.

Question d : Comment faire 180 en prenant le moins de paquets possible ? Ce qui renvoie à la question précédente, prendre le plus possible de paquets de 12.

Réponse : 15 paquets de 12.

● **Remue-méninges**

Pour être certain d'avoir deux billes de la même couleur, le nombre de billes que l'on doit prendre dépend uniquement du nombre de couleur présentes dans le sac et non du nombre de billes de chaque couleur.

Il faut dans chaque cas prendre une bille de plus que le nombre de couleurs.

3 PÉRIODE

ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

Calcul réfléchi : récréation (1)

Manuel p. 125

Objectif

S'entraîner à traiter simultanément plusieurs informations dans un contexte numérique.

Pourquoi cette étape ?

Dans cette étape, les exercices sont proposés sous une forme que l'on retrouve souvent dans les « jeux mathématiques » présents dans de nombreux magazines. Ils permettent aux élèves de mobiliser leurs connaissances sur les nombres et les propriétés des opérations.

1 séance

Matériel • Par élève : une fiche autocorrective (p. 246).

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit au tableau quatre nombres inférieurs à 100 puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les doubles ou les triples des nombres cachés.

Exercices

Déroulement, voir p. 55.

● **Exercice 1**

La première pyramide se complète par additions en montant les étages de briques.

La deuxième pyramide nécessite de monter d'abord puis de redescendre ensuite. Elle se complète donc par additions et soustractions.

Pour la troisième pyramide, il faudra alterner des montées et des descentes, donc des additions et des soustractions.

● **Exercice 2**

Il donne l'occasion aux élèves d'entretenir leurs connaissances des répertoires additifs et soustractifs et de revoir les techniques de l'addition et de la soustraction.

● **Exercice 3**

L'élève doit repérer pour chaque cas dans quel ordre il doit traiter les informations.

Pour permettre une visualisation rapide, nous utilisons le signe « : », alors que, jusqu'à présent, nous avions écrit « divisé par ».

● **Exercice 4**

Chacune des questions, sauf la question **e**, peut être résolue en se posant une question plus simple.

a. 30 + 50 + 70 = 150, donc pour répondre à cette question il faut chercher un nombre ★ tel que 3 × ★ = 18 ; ★ = 6.

b. 3 + 4 + 5 = 12, donc pour répondre à la question posée il nous faut chercher un nombre ♣ tel que ♣0 + ♣0 + ♣0 = 270, c'est-à-dire tel que 3 × ♣0 = 270, soit 30 × ♣ = 270 ; donc ♣ = 9 ; 93 + 94 + 95 = 282.

c. 400 + 600 + 300 = 1 300, donc ♦1 + ♦8 + ♦5 = 224, or 1 + 8 + 5 = 14, il convient donc de chercher l'entier ♦ tel que 30 × ♦ = 210, donc ♦ = 7.

d. Pour répondre à cette question, il faut chercher un nombre ♥ tel que le chiffre des unités du produit ♥ × ♥ × ♥ est 7.
1 × 1 × 1 = 1 ; 2 × 2 × 2 = 8 ; 3 × 3 × 3 = 27 ;
4 × 4 × 4 = 64 et ainsi de suite jusqu'à 9 × 9 × 9 = 729.
Le seul nombre qui convient est 3.
13 × 43 × 23 = 12 857

e. Pour résoudre cette question, il faut faire des essais :
14 × 11 × 11 = 1 694 ; 24 × 21 × 21 = 10 584

f. Pour répondre à cette question, il faut chercher un nombre ✱ tel que le chiffre des unités du produit 2 × ✱ est 2 ; il y a deux possibilités 2 × 1 = 2 et 2 × 6 = 12, seule la réponse ✱ = 6 convient ; 62 × 86 = 5 332.

Mesurer des durées

MANUEL P. 126-127

Objectifs

- Découvrir la notion de décalage horaire.
- Résoudre des problèmes additifs et soustractifs dans le contexte des heures.

Pourquoi cette étape ?

- Il s'agit d'amener les élèves à réinvestir le travail mené sur le calcul des instants et des durées (étape 41) dans un cadre pluridisciplinaire (géographie et sciences). Les éléments relatifs au **décalage horaire** dans l'Union européenne (première partie) et dans les territoires français d'Outre-mer (deuxième partie) permettent de travailler sur des écarts de durée importants (de moins 10 h à plus 12 h).
- C'est l'occasion de **distinguer l'instant** (identique sur toute la Terre) **et l'heure** (dépendant du lieu). Le professeur peut se référer au programme de sciences sur la rotation de la Terre et sur le découpage de la Terre en 24 fuseaux horaires.
- Pour résoudre les problèmes additifs et soustractifs qui leur sont proposés, les élèves ont aussi à prendre en compte la notion de **changement de date** ainsi que les équivalences usuelles : 1 j = 24 h, 1 h = 60 min.
- Nous avons choisi de leur proposer, à côté de simples exercices d'application, des problèmes de recherche relatifs à des déplacements de longue durée entre des villes situées dans des fuseaux horaires suffisamment éloignés. Ces problèmes font intervenir tout un réseau de connaissances et compétences. Les élèves ont à se poser des questions intermédiaires et à mettre en œuvre des procédures personnelles pour déterminer des heures d'arrivée. Il s'agit alors de **travailler sur deux échelles du temps différentes**, l'une relative au **décalage** (Quelle heure est-il en deux lieux au même instant ?), l'autre relative au **déplacement** (Quelle heure est-il au même lieu après tant d'heures ?) ; une **troisième échelle** peut intervenir, celle des **dates** (Entre deux instants au même lieu, a-t-on changé de date ?).

Chacun de ces problèmes pourra faire l'objet d'une gestion particulière.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** L'HEURE LÉGALE EN EUROPE • **SÉANCE 2** L'HEURE LÉGALE DANS LA FRANCE D'OUTRE-MER

MATÉRIEL • Pour la classe :
– si possible, plusieurs globes terrestres, un planisphère, une carte des fuseaux horaires de grande taille ;
– une horloge ou une montre possédant des cadrans pour deux fuseaux horaires différents peut aussi être utilisée.

Calcul mental

Jeux de portrait. Le professeur choisit un nombre entier et en fait le portrait, les élèves doivent le trouver. Ex. :
« C'est un nombre impair, compris entre 10 et 100, multiple de 5. La somme de ses chiffres est 9. »
« C'est un nombre compris entre 400 et 500, il est multiple de 80. »
« C'est un nombre multiple de 5, compris entre 900 et 1 000. Si on lui ajoute 10, il dépasse 1 000. »

L'heure légale en Europe

Travail individuel de lecture silencieuse du texte.

Après lecture, attirer l'attention des élèves sur la carte et sa légende, les amener à expliciter le code couleur, en liaison avec le texte de la bulle du furet. Rappeler aux élèves qu'ils disposent d'une carte de l'Union européenne en 4^{e} de couverture pour repérer les noms des différents pays.

■ Questions 1 et 2

Elle permettent de vérifier la bonne lecture des données, les calculs d'instants pouvant se faire mentalement (+ 1 ; + 2 ; – 1 ou – 2).

Réponses
1. Paris : 8 h ; Lisbonne 7 h ; Nicosie 9 h.
2. Londres 11 h ; Budapest 12 h ; Helsinki 13 h.

■ Question 3

Elle vise à consolider la compréhension de la notion de décalage horaire.

Réponse
C'est Théo qui a raison : le voyage a duré 2 h 39 min.

■ Mise en commun

Elle peut porter sur l'explicitation de stratégies utilisées dans la question 3.

L'heure légale dans la France d'Outre-mer

Travail individuel de lecture silencieuse du texte et du tableau. Rappeler aux élèves qu'ils disposent d'une carte (étape 8) permettant de situer les principales villes de la France d'Outre-mer. Attirer leur attention sur le fait que l'heure de référence est toujours l'heure T.U. et que les données issues de la première partie continuent à être utiles dans cette deuxième partie.

■ Question 1

Elle peut être résolue d'abord individuellement et suivie d'une confrontation à deux des résultats. Elle a pour but de s'assurer de cette prise en compte de l'heure de référence pour déterminer l'heure au même instant en plusieurs lieux. L'élève doit prendre en compte à la fois les notions d'instant et de durée, travailler sur deux échelles du temps : d'une part, l'axe des décalages horaires, et d'autre part, l'axe des dates. Par exemple, pour déterminer l'heure à Nouméa quand il est 15 h à Paris, l'élève doit d'abord trouver l'heure T.U. (Londres, 14 h), ajouter 11 h à 14 h et trouver 25 h, transformer 25 h en un jour et 1 h, changer de date et indiquer qu'il est 1 h le lendemain.

Réponse
Riga : 16 h 00 le 31 décembre 2010.
Nouméa : 1 h 00 le 1er janvier 2011.
Basse-Terre : 10 h 00 le 31 décembre 2010.
Lisbonne : 14 h 00 le 31 décembre 2010.

La mise en commun permet :
– de s'assurer que les élèves prennent en compte le temps universel. Certains, par exemple, risquent d'avoir ajouté 11 h à l'heure de Paris pour obtenir l'heure de Nouméa ;
– d'identifier des procédures de résolution. Cela peut être l'occasion de proposer l'utilisation d'un schéma, par exemple une droite graduée avec le repère 0 centré ;
– de rappeler qu'une journée vaut 24 h et qu'après minuit, on change de date.

■ Questions 2 et 3

Déroulement identique : recherche individuelle, suivie d'une confrontation à deux. La mise en commun portera sur les procédures qui peuvent être variées.

Question 2

> Procédures possibles
> – Chercher l'heure qu'il est à Papeete quand il est 11 h 30 à Londres, puis ajouter la durée du vol (22 h 15) à cette heure.
> – Chercher l'heure qu'il est à Londres après une durée de 22 h 15 à partir de 11 h 30, puis calculer l'heure correspondante à Papeete au même instant.
> Dans les deux cas, passer à l'échelle des dates.

Réponse
Arrivée le 8 novembre, le soir à 23 h 45 heure de Papeete.

Question 3

Les mêmes procédures peuvent être utilisées. Ces procédures peuvent prendre appui sur un schéma.

Réponse
Arrivée le 30 novembre 2009 à 7 h 25 ; le touriste prend son petit-déjeuner.

■ Question 4

C'est un problème à résoudre par test d'hypothèses. Il peut être résolu individuellement.

Réponse
Londres : 09 h 30 ; Mamoudzou : 12 h 30 ; Mata-Utu : 21 h 30.

Conclure avec les élèves

- L'heure n'est pas identique partout sur Terre. Par exemple, quand il est 12 h à Paris, il est 11 h à Londres et 7 h à Fort-de-France. On dit qu'il y a un décalage horaire entre ces villes.
- L'heure de Greenwich (Londres) a été prise comme référence, c'est une convention.
- Le découpage de la Terre se fait en 24 fuseaux horaires parce qu'il y a 24 heures dans un jour.
- Connaissant le décalage horaire entre deux lieux, on peut effectuer des prévisions. Pour cela, il faut effectuer des additions ou des soustractions sur des durées.

Faire lire le paragraphe « Mesure de durées » de l'Aide-mémoire, page 22.

Le pendule et la mesure du temps

MANUEL P. 130

Des informations complémentaires

Un jour de l'année 1583, un jeune homme de 19 ans nommé Galileo Galilei assistait à la prière dans la cathédrale de Pise lorsque, dit la tradition, son attention fut soudain attirée par le balancement d'une lampe. Quelle que fût l'ampleur de l'oscillation, il semblait que la lampe mettait toujours le même temps pour effectuer un déplacement complet. Bien sûr, Galilée n'avait pas de montre, mais il mesura la durée des balancements d'après son pouls. Il avait découvert, ce jour-là ce que les physiciens appelleront « l'isochronisme » du pendule : le fait que la durée de son oscillation est fonction, non pas de l'amplitude de celle-ci, mais de la longueur même du pendule.

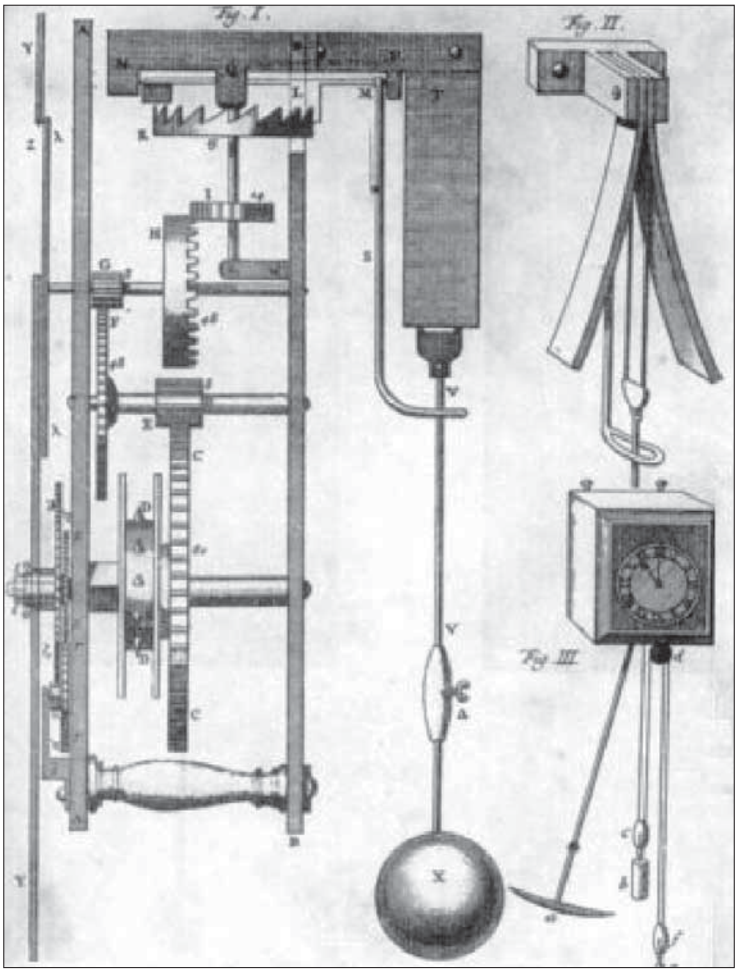
Cette découverte, que Galilée n'exploita jamais entièrement lui-même, ouvrait une ère nouvelle en horlogerie.

Quelques décennies plus tard, le hollandais Huyghens s'attelle à la question de la précision des horloges dans le but d'améliorer le repérage en mer qui se faisait à cette époque à l'aide d'une horloge (pour mesurer la longitude). À 27 ans, il invente un système (l'échappement de Huyghens) qui permet à un pendule de recevoir une impulsion régulière et donc de battre le temps. Son invention est décisive : nous pouvons voir ce système dans le mécanisme des « pendules comtoises ». Mais allez donc faire fonctionner une horloge comtoise sur un bateau… En 1675, Huygens remplace son premier mécanisme par un ressort à spirale. Les montres vont bientôt naître…

Activités avec les élèves

Les activités que nous proposons permettent de faire revivre l'expérience de l'isochronisme du pendule.

Après une lecture du texte informatif, commenté et enrichi par le professeur, former des groupes de 2 ou 3 pour réaliser le travail demandé. Nous suggérons aussi de retrouver un vieux mécanisme d'horloge comtoise afin de faire comprendre, au-delà du pendule lui-même, la façon dont Huygens avait résolu la question du maintien du balancement et donc les progrès qui en découlèrent.



Le pendule et « l'échappement » de Huygens (extrait de *Horlogium Oscillatorium*, 1673)

Multiplication et division : la proportionnalité au quotidien

MANUEL P. 132-133

Objectifs

- S'entraîner à trouver des procédures personnelles pour résoudre des problèmes.
- Reconnaître ceux pour lesquels on ne peut pas prévoir les réponses.

Pourquoi cette étape ?

- Dans les problèmes proposés ici, il est question de **deux ensembles de grandeurs** et d'**une relation qui associe chaque grandeur de l'un à une grandeur de l'autre**. Pour certains problèmes, on peut anticiper par le calcul la valeur d'une grandeur connaissant la valeur de la grandeur associée, et pour d'autres, on ne peut pas le faire. Pour les élèves, cela revient à repérer les situations pour lesquelles on peut trouver une relation arithmétique entre les grandeurs (recette, prix) et celles pour lesquelles l'identification de la relation n'est pas possible (temps de course, distance de freinage).
- Nous ne restreignons pas les relations arithmétiques à la proportionnalité, c'est-à-dire aux fonctions numériques de type $f(x) = ax$ ou $x \rightarrow ax$, nous l'étendons aux fonctions numériques de type $f(x) = ax + b$ ou $x \rightarrow ax + b$.

- Dans le cas des relations de proportionnalité, les procédures mises en œuvre par les élèves pour effectuer les calculs vont dépendre des nombres donnés et de leurs connaissances personnelles (voir partie 1, p. 29). Ils utilisent souvent les propriétés de linéarité.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE ET EXERCICE 1 • **SÉANCE 2** EXERCICES 2 À 7

Calcul mental

Jeu de portrait sur les nombres. Le professeur choisit un nombre. À tour de rôle, les élèves posent des questions pour trouver de quel nombre il s'agit.

Lors de l'étape 49, c'est le professeur qui faisait le portrait du nombre choisi. Cette fois, les élèves vont devoir apprendre à formuler des questions pour découvrir les propriétés du nombre qui permettront de le trouver. Le professeur peut refuser les questions du type « Est-ce que c'est 564 ? » et proposer des « gages » lorsqu'une question a déjà été posée ou est redondante avec une question précédente !

Découverte

Faire lire silencieusement l'ensemble de la découverte. Temps de travail individuel ou à deux. Mise en commun.

■ Question 1

Le choix des nombres « bloque » l'identification du rapport entre les deux ensembles (le coefficient de proportionnalité $\frac{2}{3}$ est inutilisable à ce moment de la scolarité). Les élèves vont, de ce fait, chercher la relation entre 3 personnes et 9 personnes (× 3 qui est un rapport scalaire) et l'appliquer à la quantité d'œufs.

■ Question 2

Procédures envisageables

– Résolution en cherchant le rapport entre le nombre de personnes et la quantité de chocolat (× 50).

– Application du rapport scalaire : la quantité pour 3 personnes est 3 fois plus importante que la quantité pour 1 personne, etc.

■ Question 3

Elle a pour but d'attirer l'attention des élèves sur le fait qu'il ne faut pas confondre la forme – présentation de données numériques sous la forme d'un tableau – et le fond : ce n'est pas pour cela qu'il y a nécessairement une relation arithmétique entre ces grandeurs.

On peut estimer « à la louche » le temps de préparation de la mousse au chocolat pour 20 personnes mais il n'y a pas de modèle arithmétique qui nous permette de le calculer.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

• Exercice 1

Problème analogue à la question 1 de la découverte.

Réponses

Ingrédients	4 pers.	8 pers.	12 pers.	20 pers.
Aubergines	2	4	6	10
Courgettes	3	6	9	15
Tomates	4	8	12	20
Oignon	1	2	3	5
Olives noires	10	20	30	50
Gousses d'ail	3	6	9	15
Cuillères à soupe d'huile d'olive	6	12	18	30

• **Exercice 2**

La relation entre les deux ensembles relève à la fois de la multiplication et de l'addition car il faut tenir compte des frais de déplacement qui ne dépendent pas du nombre de pizzas livrées.

• **Exercice 3**

Problème du même type que celui de la question 2 de la découverte ; la valeur correspondant à l'unité (une baguette) est donnée (80 c).

Nous proposons les deux écritures, en centimes d'euro et en euros, afin que les élèves puissent faire les calculs sur les nombres entiers (centimes d'euro) puis repasser ensuite à l'écriture décimale en euros en s'appuyant sur leurs connaissances personnelles de ces équivalences.

Le travail sur les nombres décimaux se fera un peu plus tard dans l'année.

• **Exercice 4**

Problème du même type que celui de la question 1 de la découverte.

• **Exercices 5 et 6**

Problèmes pour lesquels on ne peut pas identifier la relation arithmétique entre les grandeurs.

Pour information : en 2009, le record du monde masculin du 800 m est de 1 min 41 s 11.

La distance de freinage sur route sèche à une vitesse de 130 km/h est de 152 m. Il existe une fonction mathématique qui permet de calculer approximativement cette distance mais ce n'est pas une fonction linéaire.

Conclure pour ces deux exercices

Le temps mis par un athlète au cours d'une course à pied n'est pas proportionnel à la distance.

La distance de freinage n'est pas proportionnelle à la vitesse de la voiture.

• **Exercice 7**

Les procédures de calcul des prix vont dépendre des relations entre les nombres qui sont donnés.

– Les pots de confiture : on connaît le prix d'un pot, il faut calculer le prix de 2 pots, c'est un problème de multiplication simple.

– La recherche du prix des boîtes de mini-cakes et des paquets de tuiles aux amandes amène les élèves à rechercher des relations scalaires. Par exemple, passer par le prix de 2 boîtes pour les mini-cakes et considérer que 3 paquets de tuiles c'est la moitié de 6 paquets.

– La recherche du prix de 5 paquets de 8 yaourts connaissant le prix de 3 paquets va obliger les élèves à rechercher le prix d'un paquet de 8 yaourts. Les autres procédures sont moins efficaces ici.

Conclure avec les élèves

Dans certaines situations, on peut faire des prévisions par le calcul ; dans d'autres situations, ce n'est pas possible.

• **Remue-méninges**

Réponse : Trois potiers réalisent 4 vases en 3 heures, donc 12 vases en 9 heures.

ÉTAPE 51

Proportionnalité : graduations et échelles

Manuel p. 134

Objectifs

- Apprendre à graduer une droite avec une unité.
- Se familiariser avec la notion d'échelle sur un plan.

Pourquoi cette étape ?

Nous étudions deux catégories de problèmes qui relèvent de la proportionnalité et viennent compléter les situations étudiées à l'étape précédente :

– la construction de **graduations de droites**, ce qui est très utile, notamment pour la construction de graphiques cartésiens ;

– la notion d'**échelle**. Cette notion conjugue deux points de vue : celui de la représentation plane de l'espace et celui de la réduction de figures.

1 séance

Matériel • Par élève : des bandes de papier ; le matériel personnel de géométrie.

Calcul mental

Le compte est bon. Avec un seul tirage (ex. : 6, 8, 2, 3) et différents nombres-cibles donnés successivement (ex. : 19, 53, 99, 44, 36, 13) ; pour chaque nombre-cible, faire écrire les calculs avec les parenthèses.

Il s'agit d'une activité s'inspirant du jeu télévisé de même nom avec quelques différences :

– le nombre-cible et les nombres donnés pour l'atteindre ne sont pas tirés au hasard ;

– les élèves doivent produire une égalité entre le nombre-cible et l'écriture décomposée qui a permis d'atteindre ce nombre.

Le professeur écrit au tableau le nombre-cible que les élèves doivent obtenir ou approcher au plus près, puis il inscrit au-dessous les nombres que les enfants peuvent utiliser pour obtenir le nombre-cible. Chaque nombre peut être utilisé une fois au plus.

Les élèves cherchent individuellement à obtenir ou approcher au plus près le nombre-cible. Le professeur recense ensuite les solutions, les élèves viennent écrire l'égalité qu'ils proposent. Les différentes solutions sont ensuite validées ou corrigées collectivement.

Exemples de solutions :

19 = 6 + 8 + 2 + 3	53 = (6 × 8) + 2 + 3
99 = (6 × 8 × 2) + 3	44 = (2 × 3 × 6) + 8
36 = (3 × 8) + (2 × 6)	13 = 8 + 6 + 2 – 3

Découverte

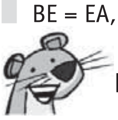
Faire lire silencieusement l'ensemble de la découverte.
Temps de travail individuel ou à deux. Mise en commun.

■ Question 1

Les activités de recherche des nombres associés à des points ou de placement de points associés à des nombres sur des droites partiellement graduées sont l'occasion d'utiliser des raisonnements liés à la proportionnalité.

Il est important d'expliciter cette propriété et de la faire fonctionner car les élèves ont bien souvent des difficultés à penser que l'unité choisie peut ne pas être le centimètre ou le carreau.

<u>Procédure envisageable</u>
A est le milieu de [ZE] (vérification avec le compas), le nombre qui lui correspond est la moitié de 4.
BE = EA, donc le nombre associé à B est 6, etc.



Faire lire et commenter la bulle du furet.

■ Question 2

<u>Procédures envisageables</u>
– Les élèves peuvent rechercher la distance correspondant à 2 unités, c'est la moitié de FH (reproduction de FH sur une bande de papier et pliage en deux) et placer les nombres demandés à partir de cette longueur (report avec le compas).
– Ils peuvent aussi rechercher la longueur associée à l'unité (pliage en deux puis en deux de la bande reproduisant FH) et reporter cette unité avec le compas.

■ Question 3

Cette question est une transition qui va permettre de passer à la notion d'échelle sur un plan. Il s'agit de chercher la correspondance entre l'unité utilisée pour graduer la droite sur la feuille de papier, le cm, et l'unité d'un espace géographique que cette droite représente, le km.

<u>Procédure envisageable</u>
La distance entre A et B (120 km) est représentée par 3 cm sur la droite. Ce qui permet d'en déduire que 1 cm représente 40 km, et alors de placer les autres points.

Conclure avec les élèves

• On a gradué une droite lorsque l'on a choisi un point origine et une longueur unité. Cela nous permet de placer sur cette droite des nombres qui sont alors associés à des points. Nous avons ainsi une représentation géométrique de l'ensemble des nombres.

• Ce système nous permet de représenter en particulier des espaces géographiques : la droite sur la feuille est graduée en cm mais ces nombres représentent alors des distances dans l'espace réel. Dans ce cas, il nous faut indiquer la relation entre 1 cm sur la feuille de papier et la distance dans l'espace réel à vol d'oiseau. Cette relation s'appelle l'échelle de la représentation.

Exercice

Déroulement habituel (voir p. 54).

C'est une situation de proportionnalité. La tâche de l'élève consiste à mesurer la distance de Saint-Nazaire à Nantes, puis entre Angers et Saint-Nazaire, et transformer ces longueurs, exprimées en cm, en utilisant l'échelle donnée.

<u>Réponses</u>
a. 2 cm sur le plan soit 52 km à vol d'oiseau.
b. 5 cm sur le plan soit 130 km à vol d'oiseau.

ÉTAPE 52

Problèmes numériques : aide méthodologique à la résolution (2)

MANUEL P. 135

Objectifs

- S'entraîner à résoudre des problèmes.
- Apprendre à s'aider, quand c'est nécessaire, en les résolvant dans un champ numérique plus petit.

Pourquoi cette étape ?

C'est la deuxième étape (après l'étape 24) dans laquelle nous proposons aux élèves de s'appuyer sur cette méthode pour résoudre des problèmes qui leur paraissent complexes.

1 SÉANCE

Calcul mental

Le compte est bon. Avec un seul tirage (ex. : 5 ; 75 ; 20 ; 100) et différents nombres-cibles donnés successivement (ex. : 7 400 ; 65 ; 2 070 ; 475 ; 10 000) ; pour chaque nombre-cible, faire écrire les calculs avec les parenthèses.

Voir étape 51.

Découverte

Le travail des élèves porte d'abord sur la recherche du problème le plus complexe. S'ils n'arrivent pas à trouver une procédure de résolution pour ce problème, ils cherchent à résoudre le second. Il leur reste alors à transposer la procédure choisie pour résoudre le premier.

■ Lecture individuelle et analyse collective

Après le travail de lecture individuelle de l'ensemble de la découverte, il est nécessaire de revenir sur la consigne de travail. Il est également intéressant de procéder à une analyse collective des similitudes et des différences entre les deux énoncés de problème.

Ces problèmes présentent deux contraintes. La première est facile à comprendre : la somme des deux nombres est donnée. Il faudra s'assurer de la compréhension de l'autre contrainte : ces deux nombres sont deux nombres pairs consécutifs.

Le furet donne des exemples qui aideront les élèves à comprendre cette expression.

■ Travail individuel

Laisser un temps suffisant aux élèves pour qu'ils passent d'un problème à l'autre.

■ Mise en commun

Elle peut se dérouler en deux temps. Le professeur commence par questionner les élèves sur leur cheminement : résolution du problème 1 directement ou aller-retour entre le problème 1 et le problème 2. Puis, il procède à la mise en commun habituelle : relevé des réponses, explicitation des démarches, choix collectif d'une démarche experte.

> Procédures possibles
> 1. Des essais avec réajustement.
> 2. Partage en deux de la somme, les élèves procèdent ensuite par ajustements successifs.

Conclure avec les élèves

Le professeur pourra faire écrire à nouveau à ses élèves la conclusion donnée à l'étape 24.

> Quand un problème semble difficile à résoudre, on peut remplacer les nombres de l'énoncé par des nombres plus petits. Cela peut aider à comprendre le problème initial.

Exercices

Déroulement habituel (voir page 54).

• Exercices 1 et 2

Ces problèmes sont proches des problèmes de la découverte.

> Procédures possibles
> 1. Des essais avec réajustement.
> 2. Pour l'exercice 1, partage en deux du nombre pair immédiatement inférieur ou supérieur à la somme donnée. Les élèves procéderont ensuite par ajustements successifs.

• Exercice 3

Ce problème est un problème d'égalisation de collections.

> Procédures possibles
> 1. Par essais en commençant par prendre des timbres dans la collection la plus importante pour augmenter la collection la moins importante, puis en réajustant au fur et à mesure.
> 2. Par un calcul de l'ensemble des timbres et un partage équitable en trois de cet ensemble, suivi de calculs additifs et soustractifs pour réajuster.

Fractions au quotidien

Manuel p. 136-137

Objectifs

- Évoquer des situations quotidiennes dans lesquelles les fractions sont utilisées.
- Recenser le vocabulaire connu : quart, tiers, moitié.

Pourquoi cette étape ?

Les fractions sont utilisées dans des activités de la vie de tous les jours. Elles fonctionnent comme des indicateurs de partage équitable.

Cette étape a pour but de faire le point sur les savoirs que les élèves ont construits le plus souvent implicitement et en dehors de l'école et que l'on désigne en didactique par l'expression « savoirs déjà là ».

1 Séance

Matériel • Par élève : des photocopies avec 5 ou 6 schémas de plaques de chocolat dans un format agrandi par rapport à celui du manuel pour qu'on puisse directement les afficher.

Calcul mental

Le compte est bon. Avec un seul tirage (ex. : 7, 9, 5, 4) et différents nombres-cibles donnés successivement (ex. : 36, 56, 73, 38, 149); pour chaque nombre-cible, faire écrire les calculs avec les parenthèses.

Voir étape 51.

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte.

■ Question 1

Cette question a pour but de s'assurer que les élèves comprennent ce qu'est un partage équitable.

Travail individuel. Distribuer aux élèves des feuilles photocopiées sur lesquelles figurent plusieurs schémas de la plaque de chocolat.

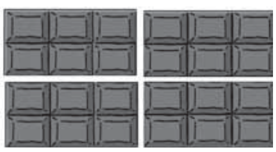
Leur demander de prévoir un partage de la plaque de chocolat et de le représenter sur un des schémas, puis un nouveau partage à représenter sur le schéma suivant, etc.

Aide possible : les élèves peuvent faire les découpages effectifs des parts (voir ci-dessous).

Correction collective : des élèves dessinent leurs partages. Les laisser affichés sur le tableau.

Certains associent partage équitable et partage en surfaces superposables. D'autres peuvent déjà penser le morceau donné à chacun non comme un tout, mais comme un ensemble de « carrés » de chocolat (le mot est utilisé dans la vie courante bien que cela soit rarement des carrés).

<u>Exemples de découpage</u>



■ Question 2

Travail collectif.

<u>Procédures observées</u>

– Certains élèves dénombrent, dans chaque partage qu'ils ont effectué, les « carrés » de chocolat.

– Un plus grand nombre d'élèves dépassent le support géométrique de la plaque pour l'envisager comme un ensemble de « carrés » ; ils disent qu'il y a 24 « carrés » de chocolat visibles sur la plaque, donc chaque enfant recevra 6 « carrés ».

Cette question permet donc de s'assurer collectivement que, pour tous les partages équitables, le nombre de « carrés » de chocolat est le même.

■ Question 3

C'est une reprise du travail des deux premières questions avec un nouveau partage.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

• Exercices 1, 2 et 3

Ils permettent de réactiver les connaissances des élèves relatives à la lecture de l'heure sur un cadran à aiguilles. La représentation qui est demandée s'appuie sur un découpage fractionnaire de nature géométrique du cercle.

<u>Réponse à la question 3b</u> : 105 min.

• Exercices 4, 5, 6, 7, 8

Ils traitent de l'usage des termes relatifs aux fractions dans des situations familières : une situation géométrique pour l'exercice 4 et des situations numériques pour les exercices 5, 6, 7 et 8.

- **Exercice 9**

Les « deux quarts » n'est pas une expression courante. Elle prend du sens en s'assurant qu'un quart de 80, c'est 20 ; donc deux quarts de 80, c'est 40 ; « deux quarts », c'est la moitié.

- **Exercice 10**

Procédures possibles
– Certains élèves vont mesurer (12 cm) et partager 12 en 6 pour trouver les 6 morceaux de 2 cm.
– D'autres penseront au pliage de la bande en deux puis en trois (en accordéon).

Dans un bilan collectif, le professeur pourra faire part de cette seconde procédure à la classe. Cette phase prépare l'étape 54.

Conclure avec les élèves

Lorsque l'on partage équitablement une quantité, on utilise des fractions pour dire comment on a partagé.

On pourra faire écrire ce que dit le furet dans les bulles : « un quart » est une fraction que l'on écrit $\frac{1}{4}$; « un tiers » est une fraction que l'on écrit $\frac{1}{3}$; « trois quarts » est une fraction que l'on écrit $\frac{3}{4}$; on pourra ajouter $\frac{1}{2}$ dont il est question dans l'exercice 2.

- **Remue-méninges**

Il annonce des activités que l'on retrouvera à l'étape 61 et peut faire l'objet d'une activité collective de fin de séance.

ÉTAPE 54

Fractions et partages de longueurs

Manuel p. 138-139

Objectifs

- S'approprier le codage fractionnaire lors du partage d'une unité de longueur par pliage.
- Utiliser ce codage pour résoudre un problème de mesurage.

Pourquoi cette étape ?

Dans certaines situations de mesurage, **les nombres entiers ne suffisent plus** et le fractionnement de l'unité devient nécessaire. Il s'agit donc de proposer aux élèves une situation permettant :
– la prise de conscience de l'insuffisance des nombres entiers dans certaines situations ;
– l'appropriation du codage fractionnaire lors de partages équitables d'une unité de longueur par pliage ;
– l'utilisation de ces codages pour décrire la longueur de divers segments et pour construire des segments de longueur donnée.

2 séances • **Séance 1** activité préparatoire et découverte • **Séance 2** exercices

Matériel **Pour le calcul mental**

• Pour la classe : préparer des « dominos », rectangles de papier séparés en deux, avec d'un côté un nombre sous sa forme usuelle, de l'autre côté une opération à effectuer. Exemple de domino : | 45 | 8 x 4 |

45 | 8 × 4	32 | 25 + 15	40 | 9 × 6	54 | 120 – 30	90 | 8 × 2
16 | 7 × 5	35 | 50 – 25	25 | 4 × 7	28 | 37 + 9	46 | 105 + 30
135 | 8 × 6	48 | 67 + 11	78 | 4 × 9	36 | 75 – 9	66 | 6 × 5
30 | 100 – 25	75 | 140 – 11	129 | 7 × 6	42 | 6 × 4	24 | 60 + 35
95 | 99 + 98	197 | 9 × 3	27 | 4 × 5	20 | 15 × 3	

Pour l'activité préparatoire

• Pour la classe : 30 à 40 petites bandes de papier cartonné léger d'environ 7 cm de longueur, ayant exactement la même longueur mais de largeurs variées (entre 5 mm et 1 cm) à distribuer aux élèves.
• Par élève : 2 feuilles blanches unies ; du papier calque ; le matériel personnel de géométrie ; un stylo à bille noir et un rouge.

Calcul mental

Jeux de dominos oraux : calculs additifs, soustractifs et multiplicatifs. Distribuer un ou deux dominos par élève (voir « Matériel »). Un élève lit l'opération, celui qui a le domino contenant la réponse la donne et propose son opération, et ainsi de suite.

Pour que le jeu fonctionne bien, il suffit que la dernière carte construite porte une opération dont le résultat est sur la première de la chaîne (ici 15 × 3 et 45).

Activité préparatoire

Elle permet aux élèves de découvrir que l'on peut informer un autre élève de la longueur d'un segment en s'aidant d'une bande unité pliable. Pour cela, prévoir une répartition des élèves de la classe par paires d'enfants non voisins ; s'il y a un nombre impair d'élèves, participer soi-même à la situation avec un élève. Distribuer à chaque élève deux feuilles blanches et une bande unité.

■ Consigne 1

« Tracez au stylo à bille, sur une feuille unie, un segment [AB] en marquant précisément les extrémités. » Les enfants tracent chacun un segment de la longueur de leur choix n'importe où sur la feuille blanche. Distribuer alors à chaque enfant une bande unité et leur demander de repasser en rouge une longueur de la bande (voir dessin de la découverte). Désigner par u cette longueur unité. Préciser que les bandes unités ont toutes la même longueur mais n'ont pas toutes la même largeur.

■ Consigne 2

« Vous allez écrire un message pour qu'un de vos camarades, qui n'est pas votre voisin, construise un segment exactement de la même longueur que le vôtre. Pour cela, vous allez lui envoyer des informations, mais vous ne devez en aucun cas utiliser votre règle graduée, ou faire un dessin. Vous ne devez utiliser que la bande de papier que vous avez reçue et qui va nous servir d'unité de longueur. Bien sûr, puisque vous avez tous des bandes unités de même longueur, vous n'enverrez pas votre bande avec votre message. »

Laisser les enfants chercher, répéter éventuellement les différentes contraintes à respecter sans suggérer de solutions (10 min environ).

■ Consigne 3

« Échangez vos messages deux à deux et construisez un segment qui correspond au message que vous avez reçu. » Lorsque les enfants ont construit les segments, ils se réunissent par paires afin de comparer les segments construits avec les segments préalablement dessinés.

■ Mise en commun

Elle va consister à :

– mettre en évidence les procédures de comparaison utilisées : superposition par transparence, report d'un segment sur l'autre, utilisation de papier calque, d'une bande de papier auxiliaire, du compas ;

– contrôler les résultats : les segments construits sont-ils superposables aux segments dessinés ? Sinon, pourquoi ? Dans la majorité des cas, il n'y a pas superposition ;

– examiner les messages émis. Il est rare que les segments dessinés aient une mesure de longueur qui s'exprime par un nombre entier en unité u, ce qui conduit à des messages du type : « Mon segment mesure un peu plus de deux unités. », « J'ai dessiné un segment, il fait entre 3 et 4 unités. », « Dessine un segment, tu reportes 2 fois la bande, puis tu plies la bande en 2 et tu reportes encore une moitié et encore un peu plus. », etc.

Le but de cette activité n'est pas tant d'aboutir à des messages efficaces, que de faire prendre conscience qu'avec les seuls nombres entiers, on ne peut généralement pas décrire la longueur d'un segment.

On examinera donc les messages dans cet esprit en faisant émerger les expressions « un demi », « un quart » et en les associant aux manipulations de pliage qui leur correspondent. On introduira les écritures fractionnaires $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$ mais aussi $3 + \frac{1}{2}$ pour exprimer la longueur de divers segments et l'on considérera que l'objectif visé dans cette activité est atteint dès lors que les élèves ont pris conscience qu'il y avait d'autres nombres à découvrir pour réussir la tâche.

Remarque : nous dirons indifféremment « unité » ou « étalon » bien que ces deux termes ne soient pas exactement synonymes, « étalon » renvoyant à l'objet bande de papier servant à effectuer les mesures, « unité » renvoyant à la longueur de l'étalon.

Découverte

■ Lecture de l'introduction

Lecture silencieuse des premières lignes et de la bulle du furet. Faire le rapprochement avec les activités préparatoires et s'assurer que tous les enfants ont bien repéré où se trouve le segment choisi pour unité.

■ Question 1

Expliquer au préalable ce que signifie « reproduire la bande unité » (par superposition). Insister sur la contrainte consistant à ne pas utiliser la règle graduée.

Travail individuel, puis mise en commun des procédures utilisées et des associations proposées.

> Procédures envisageables
> – Pliage de la bande unité.
> – Utilisation de papier calque.
> – Utilisation du compas pour effectuer des reports
> – Estimation à l'œil.

■ Question 2

Travail individuel dans la continuité de ce qui précède.

■ Question 3

C'est la première rencontre avec une fraction dont on dira plus tard qu'elle est plus grande que 1. Il est important que, très vite, les élèves rencontrent des fractions qui codent des longueurs supérieures à celles de la bande unité. Cette question mérite une mise au point collective.

Conclure avec les élèves

Le professeur décidera ce qui doit rester comme trace écrite. Voici quelques suggestions.

> • Si l'on partage le segment choisi pour unité en 2 parties exactement superposables, en pliant la bande unité, chaque partie a pour longueur un demi de u, que l'on note $\frac{1}{2}$ u.

• De même, si l'on partage le segment unité en 4 parties exactement superposables, chaque partie mesure un quart de u que l'on note $\frac{1}{4}$ u.

• On peut aussi mesurer précisément des segments plus grands que le segment unité : le segment [GH] mesure 1 u + $\frac{1}{4}$ u. Ce nombre s'écrit aussi $\frac{5}{4}$ u.

• Ces nouveaux nombres, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{4}$, etc., s'appellent des fractions.

Le professeur pourra faire coller la bande unité et tracer le segment [GH].

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

• Exercices 1 et 2

Ils contribuent à donner aux premières fractions un statut de nombre en les additionnant et en multipliant par un entier. Certains élèves peuvent avoir besoin de matériel pour simuler les opérations.

• Exercice 3

Il permet l'exploration de fractions au-delà de 1.

Réponse : [QR]et [UV] ont même mesure.

Prévisible car 4 u + $\frac{1}{2}$ u = $\frac{8}{2}$ u + $\frac{1}{2}$ u = $\frac{9}{2}$ u.

• Exercice 4

Il fait le lien entre perception visuelle et mesures à l'aide de fractions afin de commencer des rangements de fractions simples.

Réponses : IJ $(\frac{1}{3})$; AB $(\frac{1}{2})$; EF $(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ ou $\frac{4}{6})$; GH $(\frac{3}{4})$; KL $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ ou $\frac{10}{6})$; CD (3).

• Exercice 5

Le professeur commentera la bulle du furet. Nous acceptons cet abus de langage qui consiste à désigner de la même manière la longueur et sa mesure.

L'exercice permet de comprendre comment plusieurs écritures fractionnaires peuvent désigner la même longueur.

Réponses : [CD] : $\frac{6}{3}$; [EF] : $\frac{7}{4}$; [GH] : $\frac{8}{3}$

ÉTAPE 55

Fractions : la machine à partager les segments

MANUEL P. 140-141

Objectifs

• Découvrir et utiliser un dispositif simple permettant le partage équitable d'un segment.

• Se familiariser avec les dixièmes.

Pourquoi cette étape ?

• Ce dispositif de réseau de droites parallèles et équidistantes va permettre de **construire un ensemble de fractions plus riche** que l'ensemble obtenu dans les étapes précédentes.

• Pour que **les fractions prennent statut de nombre**, il va falloir montrer qu'une même fraction peut avoir plusieurs écritures, comparer des fractions aux nombres entiers, comparer des fractions entre elles.

• Rapidement, nous allons **familiariser les élèves avec les dixièmes** (fractions exprimant un partage en 10 segments de même longueur) afin de préparer l'introduction des nombres décimaux.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL **POUR LE CALCUL MENTAL**

• Pour la classe : préparer des « dominos », rectangles de papier séparés en deux, avec d'un côté un nombre sous sa forme usuelle, de l'autre côté une opération à effectuer. Exemple de domino : $\boxed{60 \mid 8 \times 7}$

60	8 × 7	56	52 – 12	40	9 × 6	54	180 – 95	85	18 × 2
36	7 × 7	49	100 – 25	75	4 × 8	32	39 + 13	52	205 + 85
290	8 × 8	64	106 – 11	95	8 × 9	72	35 + 25	60	6 × 8
48	100 – 75	25	140 + 65	205	7 × 9	63	6 × 4	24	60 + 90
150	1 099 + 1	1 100	9 × 9	81	6 × 7	42	15 × 4		

POUR LA DÉCOUVERTE

• Par élève :
– une photocopie d'une « machine à partager » identique à celle du manuel (voir fiche photocopiable p. 000) ;
– une ou deux petites bandes de papier dont la longueur est celle de l'unité donnée dans le manuel (6 cm) ;
– du papier calque, si possible, ou un papier de faible grammage, sur lequel les élèves traceront leurs segments ;
– papier, ciseaux, stylo noir et stylo rouge, matériel personnel de géométrie.

• À afficher au tableau : la machine à partager et une bande unité agrandis dans le même rapport.

Calcul mental

Jeu des dominos oraux : calculs additifs, soustractifs, multiplicatifs.

Voir étape 54.

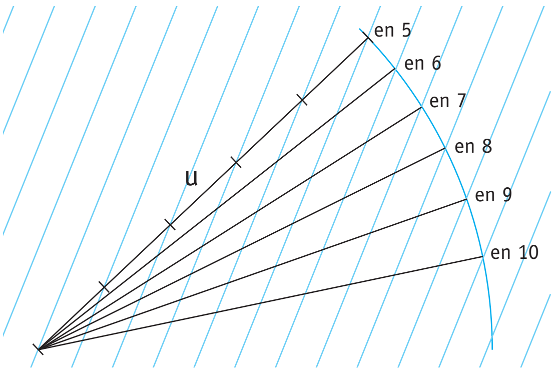
Découverte

■ Présentation

Distribuer la bande unité ou la faire construire par les élèves (attention toutefois au temps). Faire repasser en rouge une longueur de la bande, ce qui matérialise le segment unité.

Une fois cette question matérielle résolue, distribuer alors à chaque élève une « machine à partager ». Faire lire la bulle du furet. Présenter la « machine à partager » comme un outil qui permet d'avoir plus de possibilités de partages que le pliage, par exemple lorsque l'on veut partager l'unité en 5 ou en 10. La décrire : « Ce sont des droites parallèles entre elles ; les écartements successifs sont identiques (parallèles équidistantes). »

Le professeur montre, en utilisant l'affiche de la machine à partager agrandie et la bande unité agrandie dans le même rapport, comment la faire fonctionner : en faisant pivoter le segment autour d'une de ses extrémités fixées sur une ligne de la machine à partager, il est aisé de voir le segment successivement partagé en cinq, six, etc. parts égales.



■ Question 1

Le professeur a montré en collectif comment fonctionne la machine à partager. Il s'agit donc maintenant d'un travail individuel et d'une correction individuelle adaptée.

Chaque élève utilise la machine pour partager la bande unité en 5, ce qui sera matérialisé par 4 petites marques.

■ Question 2

Travail individuel et correction collective.

> <u>Procédure attendue</u>
> Les élèves tracent une droite et reportent sur cette droite une longueur correspondant à une graduation sur le segment unité u. Ils notent les extrémités de ce segment A et B.
> Idem avec une longueur correspondant à 3 graduations du segment unité u. Ils notent ce segment [CD].

■ Question 3

Travail individuel et correction collective.

> <u>Procédures possibles</u>
> – Certains élèves reporteront 5 graduations puis 3 graduations de la bande unité u sans avoir conscience que $\frac{5}{5}$ u c'est 1 u.
> – D'autres décomposeront peut-être $\frac{8}{5}$ u = 1 u + $\frac{3}{5}$ u.
> Au cours de la correction, le professeur mettra en évidence cette égalité.

■ Question 4

Elle permet de rassurer les élèves qui douteraient des partages obtenus avec la machine à partager.

Conclure avec les élèves

> La machine à partager permet d'effectuer facilement des partages d'un segment.
> Le partage équitable du segment unité permet d'obtenir des segments dont la mesure est une fraction.

On pourra faire dessiner le segment u partagé en 5 et les segments $\frac{1}{5}$ u, $\frac{3}{5}$ u et $\frac{8}{5}$ u.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

Les exercices qui suivent mettent l'accent sur les fractions de dénominateur 10 afin que les élèves acquièrent rapidement des habitudes de partage en dix.

• Exercice 1

Le but est de faire partager l'unité en dix, puis de tracer des segments de mesure donnée en dixièmes et enfin d'introduire le vocabulaire associé (annoncé par le furet).

• Exercice 2

Il vise à se rendre compte, comme le dit le furet, que plusieurs fractions peuvent donner la mesure en unité u d'une même longueur.

<u>Réponse</u> : [KL] même mesure que [CD] ; [MN] même mesure que [EF].

• Exercice 3

Entraînement à mesurer des longueurs de segments à partir d'une unité graduée en dixièmes.

• Exercice 4

Il permet de comprendre qu'il y a d'autres machines à partager et que le partage obtenu ne dépend pas de la machine. C'est l'occasion de découvrir que plus les lignes sont proches, plus le nombre de parts pour un segment donné peut être élevé.

• Exercice 5

Entraînement à savoir « lire » et « dire » une fraction.

ÉTAPE 56

Fractions et graduations (1)

Manuel p. 142-143

Objectifs

- Faire le lien entre la position d'un point sur une droite graduée et sa distance à l'origine.
- Utiliser les fractions pour coder des longueurs et des positions de points.

Pourquoi cette étape ?

Jusqu'à présent, on a utilisé les fractions pour désigner des longueurs de segments. Sur la droite numérique, les fractions permettent de **coder la position de différents points de la droite**, position connue par la distance de l'origine de la droite au point considéré. Les étapes 56 et 57 préparent les élèves à ce nouveau rôle des fractions.

2 séances • **Séance 1** découverte et exercices 1 et 2 • **Séance 2** exercices 3 à 5

Matériel • Par élève : une photocopie d'une « machine à partager » identique à celle du manuel (voir fiche photocopiable p. 257) ; du papier calque ; le matériel personnel de géométrie.

Calcul mental

Le professeur donne des nombres sous différentes formes (ex. : 51 centaines, 4 unités et 18 dizaines), les élèves affichent les nombres sur leur calculatrice ou les écrivent sur leur cahier.

Si le travail se fait avec la calculatrice, on peut demander aux élèves d'écrire ce qu'ils tapent au fur et à mesure. Par exemple : 5 100 (ce qui revient à expliciter 51 centaines), puis 4, puis 180.

Autres exemples : 37 milliers et 42 dizaines ; 6 unités, 98 dizaines et 2 centaines, etc.

Découverte

■ Lecture et vérification de la compréhension

Activité de lecture : le message comporte des informations de nature géométrique (alignements, position) et de nature numérique qui doivent être traitées. Sur cette carte, les fractions codent la position de points (ici des lieux) par la mesure de leur distance à l'origine (ici l'île de Base).

Faire lire silencieusement l'ensemble de la découverte, puis, collectivement, travailler sur la structuration de l'ensemble des informations sans rentrer dans la résolution.

Faire reproduire le segment u sur une bande de papier. Une fois la tâche comprise, un travail individuel ou à deux peut être lancé.

Faire en sorte que les élèves prennent beaucoup de soin à la copie de la carte par décalquage, puis au placement des îles. Ces activités de traçage sont importantes et bénéfiques pour l'activité mathématique.

■ Placement des îles

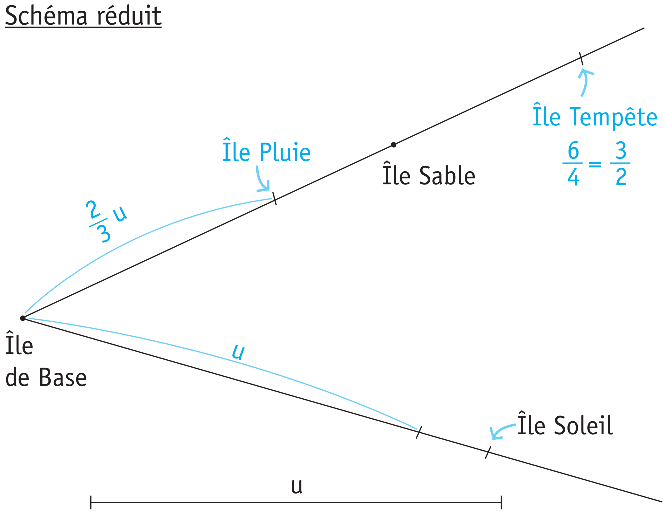
Avec la machine à partager, les élèves doivent graduer la bande unité u en 3 pour placer l'île Pluie (à $\frac{2}{3}$ u de l'île de Base). Par pliage ou avec la machine, ils déterminent $\frac{1}{2}$ u pour placer l'île Tempête (à $\frac{1}{2}$ u de l'île Sable). Pour placer l'île Soleil à $\frac{7}{6}$ u de l'île de Base, ils doivent d'abord graduer le segment unité u en 6, puis :

– soit reporter la longueur $\frac{1}{6}$ u, sept fois ;

– soit transformer $\frac{7}{6}$ u en 1 u + $\frac{1}{6}$ u et reporter successivement ces deux longueurs 1 u et $\frac{1}{6}$ u.

Lorsque les élèves pensent avoir placé les îles, une première activité consiste à superposer le travail avec son voisin ou son groupe voisin afin de voir si les traçages conduisent au même placement.

Schéma réduit



■ Recherche de l'île au trésor

Pour rechercher la position de l'île contenant le trésor, deux démarches sont envisageables :

– graduer la bande unité u en 4, chercher quelle est l'île située à $\frac{6}{4}$ u de l'île de Base.

– transformer $\frac{6}{4}$ en $\frac{3}{2}$ u ; $\frac{3}{2}$ u = 1 u + $\frac{1}{2}$ u et chercher l'île située à cette distance.

Le trésor est donc sur l'île Tempête.

Conclure avec les élèves

Une conclusion écrite peut être la suivante.

> Les fractions permettent de placer précisément des points sur une droite. Exemple : l'information « l'île Soleil est à $\frac{7}{6}$ u de l'île de Base sur la droite » permet de placer l'île Soleil.

Le professeur pourra faire dessiner sur le cahier la demi-droite portant ces deux points.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

Remarque : dans les exercices qui suivent, pour faire simple, nous parlerons de droite alors qu'en toute rigueur il serait judicieux de parler de demi-droite, mais cette distinction se fera au collège.

- **Exercices 1 et 2**

Il s'agit de confirmer le fait que des fractions permettent de placer des points.

- **Exercice 3 (accompagné par l'enseignant)**

Il permet un retour aux dixièmes et a pour but d'illustrer qu'un point peut être repéré à l'aide de deux écritures différentes d'une même fraction.

Si certains élèves ont des difficultés à le comprendre, ne pas hésiter à faire vérifier les propositions d'Alice et de Leïla en faisant réaliser les partages d'une bande de papier de longueur AB avec la machine à partager.

Le professeur pourra se servir du contenu de la bulle du furet pour compléter la trace écrite de cette étape.

- **Exercice 4 (accompagné par l'enseignant)**

C'est un exercice de synthèse qui fait travailler sur plusieurs graduations simultanément. Il permet de continuer à prendre conscience qu'il y a plusieurs manières de graduer une droite. La position d'un point peut alors s'exprimer par des fractions égales mais dont l'écriture est différente.

Réponse exercice **4b** : les points confondus sont A et C ; B et F.

- **Exercice 5**

Entraînement à comprendre qu'une fraction peut désigner à la fois un point de la droite et la distance de ce point à l'origine.

ÉTAPE 57

Fractions et graduations (2)

MANUEL P. 144

Objectifs

- Utiliser les fractions pour coder des longueurs et des positions de points.
- Donner du sens à l'addition de fractions.

Pourquoi cette étape ?

Nous revenons sur un aspect évoqué dans les exercices de l'étape 54 : les fractions sont des nombres. Il est donc possible de les additionner.

L'addition des fractions est introduite dans une **situation de prévision**. Pour cela, sur une droite graduée, les élèves vont chercher la longueur d'un segment, réunion de deux segments consécutifs dont les longueurs sont données par des fractions.

1 SÉANCE

Calcul mental

Le professeur dit oralement une fraction, les élèves l'écrivent en chiffres. Le professeur écrit une fraction en chiffres sur le tableau, les élèves la lisent.

Ex. : trois quarts ; sept cinquièmes ; vingt tiers ;
cinq demis ; un tiers ; onze dixièmes ; dix-sept demis ;
vingt-trois dixièmes ; etc.

Ce calcul mental est dans la continuité de l'exercice 5 de l'étape 55.

Découverte

■ **Lecture de la découverte**

En travail individuel, lecture silencieuse des premières lignes. Après la reformulation par les élèves de cette introduction, chaque question sera travaillée d'abord individuellement, puis à deux, avant la correction collective.

■ **Question 1**

Ce travail préparatoire vise à reconstruire la longueur unité à partir de la position des points 0 et 1.

4 PÉRIODE

■ **Question 2**

Après avoir effectué leur prévision, les élèves la vérifient en plaçant les positions sur la droite graduée. La droite est graduée en quarts, les longueurs des sauts sont exprimées par des fractions de dénominateur 2 et 4. De ce fait, la représentation de la longueur de chaque saut sur la droite n'est pas trop difficile. Ce qui est nouveau par rapport aux activités déjà menées est qu'une fois le positionnement du point d'arrivée du premier saut effectué, il faudra repartir de ce point pour représenter le second saut.

■ **Question 3**

Leïla est arrivée au point qui est à $\frac{10}{2}$ de Z c'est-à-dire en 5. Sur la droite, il est possible de placer le premier saut d'Alice et donc, en suivant, de compter les graduations sur la droite pour voir de combien Alice doit sauter la deuxième fois. Là encore, il ne s'agit pas de travailler directement avec les fractions (comme une addition à trou), sauf si le professeur juge que sa classe en est capable. Dans ce cas, il demandera de prévoir par le calcul la longueur du saut d'Alice avant de la vérifier directement sur la droite graduée.

■ **Question 4**

Théo est arrivé au point qui est à $\frac{18}{4}$ u de Z.

Il est possible de placer le premier saut de Qwang ($\frac{11}{4}$ u) sur la droite et donc de compter les graduations ou de prévoir par le calcul (comme dans la question 3) la longueur de son second saut.

Conclure avec les élèves

- Sur la droite numérique, un nombre désigne à la fois un point de la demi-droite et sa distance à l'origine.
- L'addition de fractions permet de mesurer la longueur de deux segments mis bout à bout.

Le professeur pourra faire dessiner sur le cahier la droite graduée, les sauts de Leïla et de Théo, et la longueur des deux sauts de chaque enfant :

$\frac{7}{2} + \frac{3}{2} = \frac{10}{2} = 5$

$\frac{13}{4} + \frac{5}{4} = \frac{18}{4} = 4 + \frac{2}{4} = 4 + \frac{1}{2}$

Exercice

L'exercice permet la construction et l'étude d'une graduation au dixième.

ÉTAPE 58

Mesure des contenances

MANUEL P. 145

Objectif

- Connaître les unités légales de contenance du système métrique.

Pourquoi cette étape

Jusqu'ici, les élèves ont étudié la mesure des longueurs, des aires et des durées. Dans cette étape, nous leur proposons d'approfondir l'étude, abordée en CE2, de la grandeur « contenance », désignée aussi par les termes « capacité » ou « volume intérieur », et de sa mesure. Les élèves vont pouvoir consolider la signification des préfixes milli-, centi-, déci-, etc., les plus usités, accolés à l'unité de référence, le litre.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Pour la classe : un tableau de conversion des unités de contenance affiché au tableau.

Calcul mental

Le professeur dit une fraction, les élèves l'écrivent en chiffres. Le professeur écrit une fraction en chiffres sur le tableau, les élèves la lisent.

Voir étape 57.

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte.

■ **Question 1**

Résolution collective. Le professeur pourra à cette occasion indiquer les différents termes corrects pour désigner la contenance d'un flacon ou d'un récipient et préciser la lecture de l'abréviation mL.

■ **Question 2**

Travail individuel.

a. Correction individuelle ou collective.

Réponse : 750 mL.

b. Mise en commun des procédures et des résultats.

3 solutions : A + F + G + H ; C + E + F + H ; B + D + G + H.

Reporter la conclusion après la résolution des exercices.

Exercices

- **Exercice 1**

Il a pour but de familiariser les élèves avec les différentes unités de contenance et de les entraîner aux conversions usuelles.

Lecture et commentaire des informations et du tableau de conversion. Faire repérer le lien avec les unités de longueur et de masse. Interroger les élèves sur la manière d'utiliser le tableau de conversion pour obtenir les équivalences annoncées par le furet. Demander le nom de l'unité de capacité 10 fois plus grande que l'hectolitre (le kilolitre, colonne à gauche de la colonne hectolitre). Observer que ce tableau peut-être prolongé à gauche et à droite.

Travail individuel

Correction collective, apporter d'éventuelles explications complémentaires sur l'utilisation du tableau.

Réponses : **a.** 4 L = 400 cL ; **b.** 654 L = 6 hL 54 L ; **c.** 450 cL = 4 L 50 cL ; **d.** 223 L = 2 hL 23 L

- **Exercice 2**

Il s'agit d'estimer les contenances de divers récipients.

Conclure avec les élèves

- L'unité légale du système métrique de mesure des contenances est le litre (L).
- La contenance d'un récipient s'exprime en utilisant le litre, ses multiples (daL, hL) ou ses sous-multiples (dL, cL, mL). Le tableau de conversion permet de bien voir les liens entre ces différentes unités.

Faire recopier le tableau de conversion

Les élèves pourront noter sur leur cahier le texte de la pancarte du furet.

Lire le paragraphe sur la mesure des contenances de l'Aide-mémoire, page 22.

ÉTAPE 59

Symétrie par rapport à un axe

Manuel p. 146-147

Objectifs

- Anticiper l'effet d'un découpage sur du papier plié.
- Identifier les axes de symétrie de figures planes.

Pourquoi cette étape ?

- Pour réactiver les connaissances des élèves sur la notion de **symétrie** axiale, nous proposons une situation analogue à celle du CE2 : reproduire un « napperon de pâtissier » avec du papier, par pliage et découpage. Naturellement, le napperon est différent de celui du CE2 et permet aux élèves de rencontrer de nouvelles questions. Il s'agit, pour eux, de prendre en compte le nombre de découpes, leurs formes, leurs positions relatives et leur orientation. Les formes des découpes sont choisies de manière à ce que les élèves fassent fonctionner des « théorèmes en acte » relatifs à l'existence d'axe(s) de symétrie dans certaines figures pour obtenir le résultat souhaité. Par exemple, pour obtenir une découpe en forme de triangle isocèle, les élèves coupent perpendiculairement au pli, ce qui revient en fait à appliquer implicitement la propriété : « dans un triangle isocèle, l'axe de symétrie est également hauteur ».
- Cette situation met en avant le **rôle de l'anticipation** : il est nécessaire de faire des hypothèses, d'anticiper l'action avant de l'exécuter. La manipulation est là pour valider ou invalider les décisions prises.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Pour la classe :
– les napperons des questions 1 et 2 de la découverte en grand format ;
– quelques exemplaires d'un napperon à proposer aux élèves rapides (fiche photocopiable p. 255) qui auraient résolu correctement la question 2 de la découverte longtemps avant les autres ;
– des carrés de papier en grand nombre.
• Par élève : une paire de ciseaux ; les instruments personnels de géométrie.

Calcul mental

Conversion d'unités de contenance.

Il s'agit d'aider les élèves à maîtriser les liens entre les unités de contenance.

Le professeur prendra soin de faire travailler sur les unités les plus courantes. Par exemple :
– convertir en centilitres : 1 L ; 3 L ; 2 L 50 cL ; 300 mL ; 5 dL ; etc. ;

– convertir en litres : 400 cL ; 250 cL ; 1 200 cL ; 2 hL ; 5 hL 60 L ; etc.

Le professeur pourra aussi proposer de petits problèmes arithmétiques concernant les contenances. Par exemple : On a versé 750 cL d'eau dans une bouteille d'un litre. Combien faut-il encore verser d'eau pour que la bouteille soit pleine ?

Activité préparatoire

Elle doit donner aux élèves les moyens techniques nécessaires au travail proposé dans la découverte. Si nécessaire, apprendre aux élèves à obtenir un carré à partir d'une feuille rectangulaire.

■ Phase 1

Le professeur peut proposer aux élèves de chercher comment plier en 4 un carré de papier, de manière à ce que les 4 parties soient superposables. On obtient deux types de pliage :

– un pliage en bande (accordéon) qui conduit à 4 bandes rectangulaires et des plis parallèles ;

– un pliage « rosace » qui conduit soit à 4 carrés (les plis sont les médianes du carré) soit à 4 triangles rectangles isocèles (les plis sont les diagonales du carré).

Insister sur le soin à apporter au pliage, superposition des bords de la feuille, écrasement des plis, choix des sommets à superposer.

■ Phase 2

Recommencer pour un pliage en 8.

■ Phase 3

Proposer aux élèves de faire les découpages de leur choix sur les pliages rosaces en 4 ou en 8, puis comparer quelques productions, observer les régularités, identifier les axes de symétries.

Découverte

■ Question 1

Elle va permettre aux élèves d'entrer dans l'activité et de comprendre ce qui leur sera demandé à la question 2.

Lecture silencieuse. Prendre le temps de commenter les schémas de pliage, les codes utilisés (les côtés du carré sont bordés de rouge, le centre est marqué par un point bleu que l'on peut retrouver sur le modèle et sur les napperons pliés A, B et C, s'il n'a pas été découpé).

Travail individuel. Recensement des prévisions des élèves, vérification individuelle puis collective avec le matériel préparé.

<u>Réponse</u> : napperons pliés A et B.

■ Question 2

Les élèves doivent relever une sorte de défi : faire, par pliage et découpage, un napperon ressemblant le plus possible au napperon E. Les critères de ressemblance sont indiqués : le nombre de découpes, leurs formes, leurs positions relatives, leur orientation ; ils permettent aux élèves de valider eux-mêmes leur réalisations.

Laisser les élèves faire quelques essais, puis faire une première mise au point assez rapidement à partir des réalisations effectuées (généralement erronées à ce stade de la recherche) en évitant de dire comment faire. Puis laisser un nouveau temps de recherche aux élèves (une demi-heure environ).

<u>Procédures envisageables</u>

– Identification du nombre d'axes de symétrie et réalisation des pliages associés, repérage des éléments à découper.

– Pliage en deux sans tenir compte du nombre d'axes de symétrie et reproduction des découpes sur ce pliage en deux.

– Pliage en deux ou en quatre, découpages de certaines parties, dépliage et rectification sur la feuille dépliée.

– Pliage en quatre, puis reproduction par découpage sur le papier ainsi plié de toutes les découpes du modèle complet.

■ Mise en commun

Lorsque plusieurs élèves ont obtenu un résultat satisfaisant, le professeur propose une mise en commun des différentes stratégies utilisées, qu'elles aient abouti ou non, et des productions correspondantes (il prend soin de choisir des productions erronées qui relèvent de types différents).

Plusieurs réalisations sont affichées et présentées par leurs auteurs et étudiées par l'ensemble des élèves : Le napperon est-il ressemblant ? Quelles sont les différences, d'où viennent-elles ?

Les droites suivant lesquelles on a plié sont reconnues comme axes de symétrie.

Après ce temps d'échange, il est souhaitable de laisser un nouveau temps de travail aux élèves pour que tous aient réalisé un napperon conforme au modèle. Les élèves ayant déjà réussi reçoivent un nouveau modèle (voir « Matériel »), ce qui permet un réinvestissement des stratégies déjà utilisées ou un ajustement lorsque celles-ci étaient approximatives.

■ Question 3

Elle permet à chaque élève de revenir sur les réalisations qu'il a effectuées et de chercher si elles possèdent des axes de symétrie. Travail et correction individuels.

Conclure avec les élèves

- Les axes de pliage sont les axes de symétrie du napperon.
- Quand on plie selon un axe de symétrie les deux parties se superposent exactement.

Exercices

Le déroulement peut être le suivant :

– Lecture des consignes, reformulation étayée par l'enseignant.

– Travail individuel suivi d'un recensement des prévisions au cours duquel quelques élèves explicitent la manière dont ils ont procédé.

– Vérification individuelle par découpage effectif.

Les exercices ont pour but de renforcer la conception que se font les élèves de la symétrie axiale en les entraînant à anticiper les effets d'un découpage sur des carrés de papier pliés.

• **Exercices 1 et 3**

Il s'agit de la démarche inverse de celle de la question 1 de la découverte : les élèves disposaient du napperon et devaient trouver le découpage correspondant parmi trois propositions ; ici, les élèves doivent trouver parmi des napperons ceux qui correspondent au découpage présenté après pliage d'un carré de papier en 2 (exercice 1) ou en 4 (exercice 3).

Réponse exercice 1 : napperon B.

Réponse exercice 3 : Théo : napperon I, Alice : napperon J.

• **Exercice 2**

Comme dans l'exercice 1, les élèves vont devoir faire des hypothèses sur les napperons que l'on obtiendra en faisant un pliage en 2 et les découpages F puis G dans des carrés de papier, mais cette fois ils n'ont pas de propositions à étudier. Un schéma à main levée permet de mettre rapidement par écrit l'image mentale que l'on construit en anticipant l'action de déplier. La manipulation avec un carré de papier effectivement plié en deux, puis découpé, permettra de valider ou d'invalider la prévision.

ÉTAPE 60

Axes de symétrie des figures usuelles

MANUEL P. 148-149

Objectif

Identifier les éventuels axes de symétrie d'une figure plane.

Pourquoi cette étape ?

À l'étape précédente, les élèves ont utilisé de manière implicite des modèles d'actions (ou théorèmes en actes) pour réaliser des découpes de formes imposées dans des carrés de papier plié. Cette nouvelle étape va les conduire à mettre en œuvre ces modèles d'action, mais, cette fois, de manière consciente.

Ainsi, à la fin de ce travail, pourront être institutionnalisées les propriétés du carré, du rectangle et du losange relatives à leurs axes de symétrie.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : des feuilles de papier quadrillé et de papier blanc, du papier calque ; une paire de ciseaux ; le matériel personnel de géométrie.

Calcul mental

Jeu de recto verso multiplicatif.

Voir étape 31.

Découverte

Il s'agit pour les élèves de systématiser pour les figures usuelles ce qui a été travaillé dans l'étape précédente : anticiper l'effet d'un découpage dans du papier plié, ce qui revient à envisager l'existence d'axes de symétrie.

■ **Question 1**

Lecture et reformulation.

Les élèves doivent noter leurs prévisions dans leur cahier, puis les vérifier en effectuant les découpages dans une feuille quadrillée. Mise en commun des procédures utilisées pour prévoir et des résultats.

■ **Question 2**

Même organisation. Bien préciser que le « morceau de papier » est celui obtenu à partir de la partie hachurée sur le schéma ; la partie blanche est enlevée. Cette fois, les élèves dessinent à main levée leur prévision sur leur cahier avant d'effectuer les découpages.

Mise en commun : identifier les quadrilatères obtenus et indiquer les axes de symétrie mis en évidence dans la question.

Conclure avec les élèves

Le professeur pourra faire noter aux élèves sur leur cahier les propriétés suivantes.

- Un triangle isocèle a un axe de symétrie.
- Un rectangle a deux axes de symétrie : ses médianes.
- Un losange a deux axes de symétrie : ses diagonales.
- Un carré a quatre axes de symétrie : ses médianes et ses diagonales.

Lecture de l'Aide-mémoire, page 16.

4 PÉRIODE

Exercices

Nous proposons, après lecture des consignes et reformulation, un travail individuel au cours duquel les élèves notent tout d'abord leurs prévisions sur leur cahier, puis vérifient en décalquant les figures et en effectuant les pliages qu'ils ont prévus. Correction individualisée.

Tous les exercices ont pour but d'entraîner les élèves à envisager l'existence et la position d'éventuels axes de symétrie dans des figures géométriques. Une erreur fréquente consiste à penser qu'un parallélogramme a des axes de symétrie, en fait un parallélogramme a un centre de symétrie mais n'a pas d'axes de symétrie. Nous sensibilisons les élèves à cette question dans les exercices 2 et 3.

ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

Calcul automatisé, calcul réfléchi : les quatre opérations (2)

MANUEL P. 151

Objectif

S'entraîner à automatiser certains calculs.

Pourquoi cette étape ?

Elle est destinée à entretenir les compétences sur le calcul : connaissance du répertoire multiplicatif, connaissance des techniques opératoires (addition, soustraction, multiplication, et division).

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : une fiche autocorrective (voir p. 247).

Calcul mental

Jeu de recto verso multiplicatif.

Voir étape 31.

Exercices

Déroulement, voir p. 55.

ÉTAPE 61

Fractions et partage d'aires (1)

MANUEL P. 152-153

Objectif

Mesurer l'aire de différentes surfaces à l'aide de fractions, par report ou partage d'une surface dont l'aire est choisie pour unité.

Pourquoi cette étape ?

Jusqu'à présent, nous avons abordé les fractions dans un cadre essentiellement lié à la mesure des longueurs. Dans les étapes 61 et 62, nous élargissons l'utilisation des fractions au domaine de la mesure des aires. L'étape 61 doit permettre aux élèves de réactiver les connaissances acquises sur les aires (étapes 43 et 44) : apprendre à mesurer l'aire d'une surface obtenue par fractionnement et report d'une surface dont l'aire est choisie pour unité.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : une feuille de papier calque.

Calcul mental

À la recherche du dividende. Le professeur donne le diviseur, le quotient et le reste d'une division, les élèves doivent trouver mentalement le dividende. Ex. : le diviseur est 9, le quotient est 6, le reste est 7. Quel est le dividende ?

Voir étape 43.

Découverte

■ Question 1

« Mise en jambes » qui sollicite une étude de différents « pavages » du rectangle unité.

■ Question 2

Lecture individuelle et explication par le professeur.

Cette question suppose deux démarches en parallèle : reconnaître un pavage possible à l'aide du rectangle unité ou d'une partie de ce rectangle (voir figures réponses) et une comptabilité utilisant les fractions.

Pour s'assurer que les élèves ont compris la démarche, le professeur pourra traiter en collectif le cas d'une des pièces (la pièce C par exemple). Le travail peut ensuite être poursuivi de manière individuelle ou à deux, les élèves disposant d'une feuille de papier calque pour faire leurs essais de pavage.

Réponses

Il y a deux intrus : $1 + \frac{1}{3}$; $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$. En effet, l'aire de A est $1 + \frac{1}{2}$, l'aire de B est $\frac{2}{3}$, celle de C est 1, celle de D est $2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$.

Voir figures ci-dessous.

■ Question 3

Il s'agit cette fois de créer une surface dont l'aire est donnée. Le professeur peut suggérer de s'inspirer des figures de la question 1.

Conclure avec les élèves

Le furet dit ce qui doit être retenu. Le professeur pourra faire écrire cette conclusion aux élèves.

Exercices

Déroulement habituel (voir page 54) avec mise au point collective.

• Exercice 1

C'est une application immédiate. On peut utilement rappeler la question 1 et les pavages qui y figurent.

Réponses : a : $\frac{1}{2}$ u ; b : $\frac{1}{4}$ u ; c : $\frac{1}{4}$ u ; d : $\frac{1}{8}$ u ; e : $\frac{1}{2}$ u ; f : $\frac{3}{8}$ u ; g : $\frac{1}{2}$ u ; h : $\frac{1}{4}$ u ; i : $\frac{1}{4}$ u.

• Exercice 2

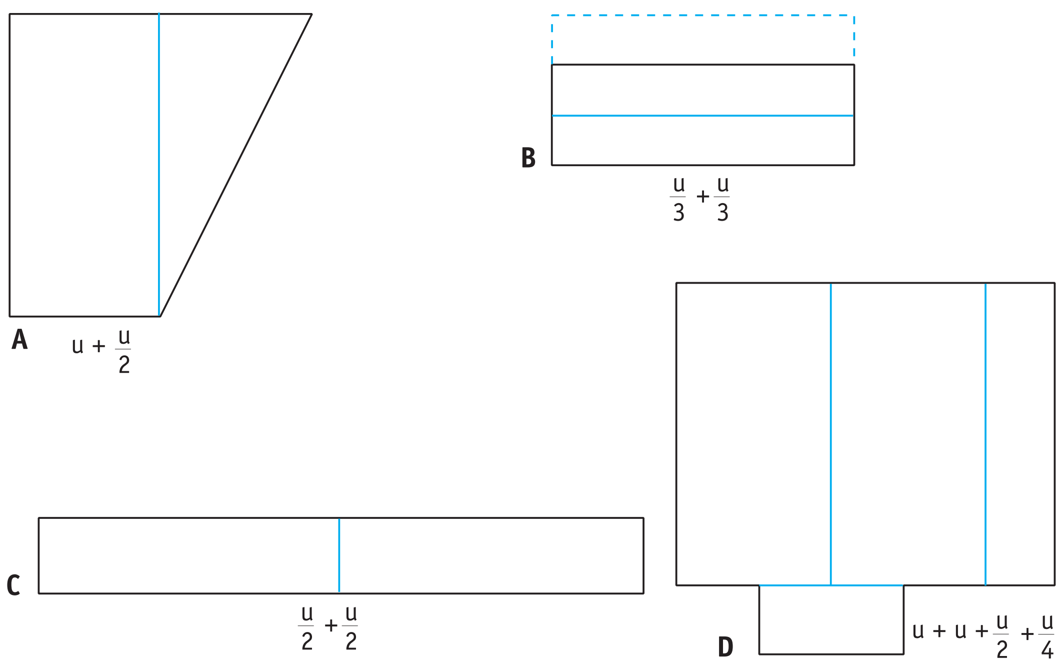
Même travail avec une aire unité issue d'un triangle, ce qui permet de ne pas prendre l'habitude d'associer à l'unité une figure telle que le rectangle.

Réponses : **a.** $\frac{1}{2}$ u ; **b.** $\frac{1}{3}$ u ; **c.** $\frac{1}{4}$ u ; **d.** $\frac{6}{4}$ ou $\frac{3}{2}$ u ; **e.** $\frac{3}{2}$ u ; **f.** 2 u ; **g.** $\frac{12}{9}$ ou $\frac{4}{3}$ u.

• Exercice 3

Même travail avec une aire unité issue d'un disque.

Réponses : **a.** $\frac{1}{3}$ u ; **b.** $\frac{5}{6}$ u ; **c.** $\frac{1}{6}$ u ; **d.** u ; **e.** $\frac{5}{4}$ u ou (u + $\frac{1}{4}$ u) ; **f.** $\frac{3}{2}$ u.



4 PÉRIODE

ÉTAPE 62

Fractions et partage d'aires (2)

MANUEL P. 154-155

Objectif

Envisager, dans des situations quotidiennes, la décomposition d'une fraction comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

Pourquoi cette étape ?

Nous élargissons le champ d'étude des fractions en proposant une situation dans laquelle une fraction supérieure à 1 peut être envisagée suivant deux points de vue : le premier lié au **partage de l'unité**, le second lié à la **division**.

Pour partager 4 objets identiques en 3 parts :

– on peut partager chaque objet en 3 ; chaque part est quatre fois ce tiers : $\frac{4}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 4$;

– on peut partager d'abord le tout, $4 = (3 \times 1) + 1$ puis fractionner le reste, ce qui est possible car les quantités sont continues : $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$, c'est le tiers de 4.

1 SÉANCE

MATÉRIEL
- Par élève : une feuille comportant des disques identiques non partagés.
- Pour la classe : des calques avec trois disques à mettre à la disposition des élèves (voir exercice 5).

Calcul mental

À la recherche du quotient. Le professeur donne le dividende, le diviseur et le reste d'une division, les élèves doivent trouver mentalement le quotient. Ex. : le dividende est 75, le diviseur est 8, le reste est 3. Quel est le quotient ?

Le but est de permettre aux élèves de mémoriser les désignations : dividende, diviseur, quotient et reste, de revoir les tables de multiplication. Donner le reste n'est pas nécessaire, mais le donner permet aux élèves de mettre en œuvre plusieurs stratégies de calcul : chercher les multiples de 8 qui encadrent 72 ou retrancher 3 au dividende et chercher par combien multiplier 8 pour obtenir 72.

Découverte

Le but est de faire comprendre aux élèves qu'un partage équitable d'une certaine quantité peut être réalisé de deux manières différentes mais équivalentes et que ces deux manières peuvent être décrites par des égalités faisant intervenir des fractions.

Démarche 1 : fractionner chaque unité « tarte » en trois et donner une part de chaque à chacun des trois enfants : $\frac{4}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 4$.

Démarche 2 : partager d'abord le tout en trois (division euclidienne) $4 = (3 \times 1) + 1$, puis fractionner le reste (1), ce qui est possible ici puisqu'il s'agit de grandeurs continues : $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$.

L'égalité $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ est retrouvée dans un contexte autre que celui de la droite numérique.

Une lecture silencieuse et un travail individuel ou à deux sont conseillés pour cette découverte.

■ **Question 1**

Les propositions feront l'objet d'une mise en commun avant de passer à la question 2.

■ **Question 2**

Les deux écritures attendues sont :

$4 \times \frac{1}{3}$ (4 fois un tiers de tarte).

$1 + \frac{1}{3}$ (une tarte et un tiers de tarte).

Exercices

Déroulement habituel (voir page 54) avec mise au point collective.

● **Exercice 1**

Réinvestissement de l'activité de découverte.

Démarche 1 : fractionner l'unité en 4 et donner 7 fois cette fraction à chacun : $7 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 7$.

Démarche 2 : partager le tout en 4 (division) puis fractionner le reste.

$7 = (4 \times 1) + 3$ donc $\frac{7}{4} = 1 + (3 \times \frac{1}{4})$. « Je donne 1 crêpe à chacun ; je partage les 3 crêpes qui restent en 4 et je donne un morceau de chaque crêpe à chacun ».

Le professeur peut décider de changer de registre : il fait placer ces fractions sur une droite numérique pour faire constater qu'elles renvoient au même point.

Conclure avec les élèves

Après cet exercice, le professeur pourra faire écrire une conclusion aux élèves :

> $\frac{7}{4}$ c'est aussi $7 \times \frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{4} \times 7$, c'est également $1 + \frac{3}{4}$
> $\frac{4}{3}$ c'est aussi $4 \times \frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{3} \times 4$, c'est également $1 + \frac{1}{3}$

Toute fraction peut se décomposer en la somme d'un nombre entier et d'une fraction plus petite que 1. Si la fraction est inférieure à 1, l'entier est 0.

- **Exercice 2**

Il permet de discuter de l'opportunité de répartir équitablement 8 feuilles, puis de partager les 2 qui restent en en prenant $\frac{1}{4}$. Chaque enfant reçoit alors $1 + \frac{1}{4}$ de feuille.

- **Exercice 3**

Il s'agit d'envisager des fractions de dénominateur 100.
Réponse : Vrai ; vrai ; faux ($\frac{30}{100}$).

- **Exercice 4**

Réponse : les deux ont raison.

- **Exercice 5**

Travail de comparaison de fractions simples en se référant à deux types de représentations possibles : aires et points sur la droite graduée.

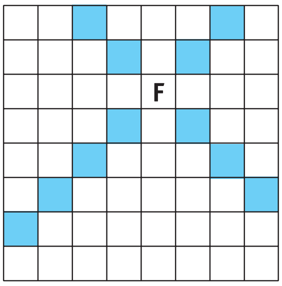
Suggestion : le professeur peut fournir aux élèves une feuille comportant des disques identiques non partagés. Il peut aussi préparer des calques avec trois disques – un non partagé, un partagé en 3, un partagé en 6 – et les mettre à disposition des élèves, de manière qu'ils soient obligés de faire un choix.

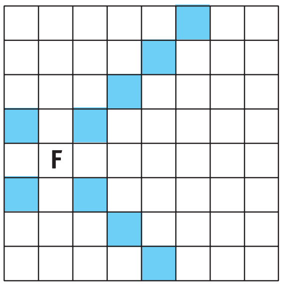
- **Remue-méninges**

Il permet, en donnant les règles de déplacement du fou sur un échiquier, de déterminer sous forme de fraction l'espace contrôlé par cette pièce en fonction de sa position.

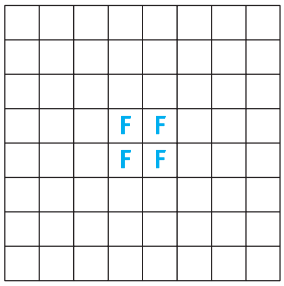
Réponses

a. $\frac{11}{64}$ $\frac{9}{64}$





b. Les 4 cases représentent les places possibles pour un fou blanc ou un fou noir afin qu'il contrôle le maximum de cases. Lorsque le fou contrôle une diagonale, ce qui se produit quand il se trouve dans une de ces 4 cases, il contrôle en tout $\frac{13}{64}$ de l'échiquier.



ÉTAPE 63

Compléter une figure par symétrie par rapport à un axe (1)

Manuel p. 156-157

Objectif

Prendre des repères pour compléter une figure par symétrie.

Pourquoi cette étape ?

- Les activités proposées dans les étapes 59 et 60 ont permis aux élèves d'enrichir leurs connaissances sur la symétrie en associant pliage et symétrie. Les élèves vont maintenant utiliser ces acquis pour **compléter des dessins en tenant compte des axes de symétrie**, sans recours aux pliages. Le procédé utilisé pour effectuer ces tracés est l'utilisation du quadrillage à partir du repérage des régularités liées à la symétrie, les axes étant horizontaux, verticaux ou obliques (diagonales des mailles du quadrillage).
- Ce procédé concourt à mettre en œuvre, de manière en partie implicite, **plusieurs propriétés fondamentales de la symétrie axiale** qui seront évoquées dans la conclusion de la découverte en tant qu'outils pour réussir les tâches proposées. Dans la démarche d'apprentissage que nous proposons, les connaissances mathématiques sont d'abord utilisées pour résoudre des problèmes ; elles sont explicitées au cours des mises en commun, font l'objet d'une conclusion à mémoriser, puis sont réinvesties ensuite dans d'autres contextes.

2 séances • **Séance 1** découverte et exercices 1 et 2 • **Séance 2** exercices 3 à 6

Matériel • Par élève : des feuilles de papier quadrillé et de papier calque ; le matériel personnel de géométrie.
• Pour la classe : les figures complétées de la découverte et des exercices reproduites sur un transparent pour vérification de l'exactitude des tracés.

Calcul mental

À la recherche du reste. Le professeur donne le dividende, le diviseur et le quotient, les élèves doivent trouver mentalement le reste. Ex. : le dividende est 47, le diviseur est 7, le quotient est 6. Quel est le reste ?

Donner le quotient n'est pas nécessaire, mais le donner permet de mettre en œuvre une procédure qui fait travailler l'écriture en ligne de la division : 6 × 7 = 42, 47 – 42 = ?

Autre exemple : dans une division, le dividende est 100, le diviseur est 8, le quotient est 12. Quel est le reste ?

Les élèves ont à effectuer mentalement le produit de 8 par 12 et le soustraire à 100. Les nombres choisis doivent permettre plusieurs procédures. Par exemple, ici, 8 × 12 peut être obtenu en calculant 2 × 12 = 24 ; 2 × 24 = 48 ; 2 × 48 = 96 ; il peut être obtenu aussi en calculant 8 × 10 = 80 ; 8 × 2 = 16 ; 80 + 16 = 96.

Découverte

Observation et lecture de l'ensemble de la découverte. On voit deux illustrations : la première est un carreau de céramique « azulejos » faisant partie d'un pavage du palais de l'Alhambra ; la seconde est également un motif décoratif de l'Alhambra, simplifié. C'est celui-ci qui est objet de l'étude. Le professeur pourra préciser ce qu'est l'Alhambra et où il se trouve.

L'Alhambra est un ensemble fortifié de bâtiments situés sur une colline de Grenade (Espagne). Parmi ces bâtiments, se trouvent notamment le palais mauresque qui fait la gloire de l'Alhambra.

Le nom vient de l'arabe, Qalat al Hamra c'est-à-dire « le château rouge ». L'origine de l'Alhambra remonte à 1238 avec l'entrée à Grenade du premier souverain nasride, Mohammed ben Nazar. Ensuite, chaque souverain reprenait le palais de son prédécesseur et en édifiait de nouvelles parties, le modifiant à sa guise.

Les Arabes, qui ne devaient pas représenter Allah, ont puisé leur inspiration dans la géométrie. Ils ont créé de merveilleux chefs d'œuvre pour décorer palais et mosquées en utilisant toutes les dispositions de pavage possibles : à l'Alhambra de Grenade, il y a des mosaïques illustrant tous les types de pavages périodiques du plan (17 types).

Les pavages du plan « périodiques » ou répétitifs sont invariants par certaines isométries : il existe toujours une isométrie qui amène un pavé sur un autre pavé quelconque, mais qui de plus conserve l'ensemble du pavage. Ces isométries peuvent être des translations dans plusieurs directions, mais aussi des rotations, des symétries axiales, des symétries glissées.

Distribuer les feuilles de papier quadrillé.

La tâche des élèves consiste à :
– reproduire les tracés qu'ils voient sur le quadrillage du manuel ;
– compléter ces tracés par symétrie par rapport aux deux axes verts ;
– vérifier leur réalisation en la comparant au motif simplifié issu de l'Alhambra (proposé en plus petit pour que les élèves reproduisent par symétrie et non en regardant le modèle), puis en utilisant le transparent préparé par le professeur.

Travail individuel.

Mise en commun des procédés pour compléter les tracés.

L'attention des élèves sera portée sur les propriétés qu'ils auront utilisées pour réussir la tâche demandée :
– un point et son symétrique sont à la même distance de l'axe de symétrie et sont situés sur une droite perpendiculaire à cet axe ;
– les images de deux segments parallèles sont deux segments parallèles ;
– les images de deux segments perpendiculaires sont deux segments perpendiculaires ;
– un segment perpendiculaire à l'axe et son symétrique sont sur la même droite ;
– deux segments symétriques non parallèles à l'axe se coupent sur l'axe de symétrie.

Conclure avec les élèves

> Deux points qui sont symétriques l'un de l'autre sont situés sur une droite perpendiculaire à l'axe de symétrie et sont à la même distance de cet axe.

Les élèves pourront noter cette conclusion sur leur cahier et l'illustrer par un dessin.

Exercices

Nous proposons, après lecture des consignes et reformulation, un travail individuel suivi d'une vérification avec le transparent préparé par le professeur.

● **Exercices 1, 2, 3**

Entraînement à utiliser le quadrillage pour compléter une figure par symétrie par rapport à un axe vertical ou horizontal. Dans le cas de l'exercice 3, les éléments à compléter sont situés de part et d'autre de l'axe de symétrie.

● **Exercice 4**

Cette fois l'axe de symétrie est oblique. Il est intéressant de demander tout d'abord aux élèves de compléter à main levée la figure proposée par symétrie par rapport à l'axe vert. Cela leur permet de réfléchir à la position des points symétriques, sans se précipiter dans un dénombrement de carreaux qui souvent conduit à des erreurs. Une mise en commun après vérification avec le transparent est essentielle pour que les élèves puissent exposer leur manière de faire.

Conclure : lorsque l'axe est oblique, les lignes du quadrillage ne sont pas perpendiculaires à l'axe. Il faut donc trouver d'autres procédures pour compléter la figure par symétrie en remarquant que les diagonales des carreaux du quadrillage sont perpendiculaires ou parallèles à l'axe.

• **Exercice 5**

Entraînement à utiliser le quadrillage pour compléter une figure par symétrie par rapport à deux axes perpendiculaires.

• **Exercice 6**

Les élèves peuvent utiliser soit la symétrie soit la translation pour compléter cette frise.

Travail individuel et vérification individuelle avec le transparent préparé.

ÉTAPE 64

Placer une fraction sur la droite numérique

MANUEL P. 158-159

Objectifs

• Encadrer une fraction par deux entiers consécutifs, constater que c'est très facile pour les fractions dont le dénominateur est 10 ou 100.

• Écrire les fractions comme somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.

Pourquoi cette étape ?

• Nous avons introduit les fractions comme fractions de l'unité dans un contexte de mesure de longueurs et d'aires. Faire le lien entre la position d'un point sur une droite graduée et sa distance à l'origine, a permis de travailler sur les graduations de droite. Enfin, aborder la fraction dans des situations de partage a permis d'écrire des fractions supérieures à 1 comme somme d'un entier et d'un rompu (fraction inférieure à 1). Ces contextes d'utilisation des fractions et ces sens différents ont permis aux élèves d'enrichir la représentation qu'ils ont de ces nouveaux nombres.

• Nous allons maintenant **travailler sur les fractions en dehors de tout contexte** ; le but est de distinguer les **fractions décimales** pour leur facilité d'utilisation quand il s'agit de les comparer aux nombres entiers ou de les placer sur la droite numérique.

1 SÉANCE

Calcul mental

Petits problèmes oraux de division. Ex. : On dispose équitablement 45 pommes dans 6 corbeilles. Combien y aura-t-il de pommes dans chaque corbeille ?

Autres exemples :

– Pour confectionner un bracelet, Emma utilise 10 perles. Elle dispose de 75 perles. Combien de bracelets Emma peut-elle confectionner ?

– Victor dit les nombres en reculant, en sautant de 7 en 7 jusqu'à s'approcher le plus possible de 0. Il part du nombre 55. À quel nombre arrive-t-il ?

– 5 souris sont devant un tas de 75 grains de blé. Que doit manger chaque souris pour que le partage soit équitable ?

– Etc.

Activité préparatoire

Ce travail peut être mené de manière collective. Une droite graduée est affichée sur le tableau. Le professeur donne une fraction, les élèves doivent proposer l'endroit où la placer sur la droite graduée et justifier leur choix.

Exemple : $\frac{3}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{12}{5}$; $2 + \frac{3}{5}$; $\frac{12}{8}$; $\frac{38}{6}$; $\frac{8}{10}$; $\frac{42}{10}$; $\frac{15}{10}$; $5 + \frac{6}{10}$; $\frac{124}{10}$; $\frac{325}{100}$.

Ce travail préparatoire doit permettre aux élèves de comprendre le but à atteindre et de se familiariser avec les décompositions de fractions en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à l'unité (le rompu).

Découverte

La partie entière d'une fraction est beaucoup plus facile à trouver si la fraction est une fraction décimale (de dénominateur 10, 100, 1 000, etc.). C'est ce constat que nous souhaitons faire découvrir aux élèves.

Après une lecture individuelle, le professeur pourra préciser le but : choisir laquelle des deux boîtes permet un placement simple des fractions sur la droite numérique et justifier son choix.

Travail individuel ou par deux. Correction collective.

Relever le choix des élèves : boîte jaune ou boîte bleue, et les justifications proposées.

Faire lire le discours du furet. Demander aux élèves de justifier l'écriture $\frac{23}{5} = 4 + \frac{3}{5}$ et l'encadrement de $\frac{23}{5}$ entre 4 et 5.

Conclure avec les élèves

Il est facile de trouver les deux entiers qui encadrent les fractions dont le dénominateur est 10 ou 100.

Exemple : $\frac{115}{10}$ se place entre 11 et 12.

Exercices

Déroulement habituel (voir page 54) avec mise au point collective.

● **Exercice 1**

Systématisation de la recherche de l'écriture sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction plus petite que 1. Le professeur peut demander de placer ces fractions sur la droite numérique pour confirmer la réponse obtenue.

Réponses :

$\frac{35}{10} = 3 + \frac{5}{10}$; $\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$; $\frac{25}{6} = 4 + \frac{1}{6}$; $\frac{6}{10}$; $\frac{7}{2} = 3 + \frac{1}{2}$;

$\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{21}{5} = 4 + \frac{1}{5}$; $\frac{125}{100} = 1 + \frac{25}{100}$

Remarque : $3 + \frac{5}{10}$ peut aussi s'écrire $3 + \frac{1}{2}$; $1 + \frac{25}{100}$ peut aussi s'écrire $1 + \frac{1}{4}$.

Fractions égales : $\frac{35}{10}$ et $\frac{7}{2}$

● **Exercice 2**

Il institutionnalise la découverte et permet aux élèves de produire eux-mêmes des exemples avec des fractions de dénominateurs 10 et 100.

● **Exercices 3, 4 et 5**

Ils permettent, sous des formes différentes, de travailler fractions et nombres entiers. Lors de la correction, le professeur demandera aux élèves d'argumenter leurs réponses et pourra proposer d'écrire collectivement les justifications.

Réponses

Exercice 3 : **a.** faux ; **b.** faux ; **c.** vrai ; **d.** faux ; **e.** vrai ; **f.** vrai.

Exercice 4 : $\frac{6}{3} = 2$; $\frac{16}{4} = 4$; $\frac{33}{3} = 11$; $\frac{70}{10} = 7$; $\frac{400}{100} = 4$; $\frac{30}{5} = 6$.

Exercice 5 : $\frac{42}{10}$.

● **Exercice 6**

Il permet de familiariser les élèves avec le langage lié aux fractions décimales qui, pour certains, est source de difficultés importantes (confusion entre dixièmes et dizaines, par exemple).

● **Remue-méninges**

Réponse : 1 boîte par enfant d'abord puis ouverture des deux boîtes restantes : 56 bonbons à répartir en 7, soit 8 bonbons chacun. Si l'unité est la boîte, chaque enfant reçoit $1 + \frac{2}{7}$. Cela fait (28 + 8) bonbons, soit 36 bonbons chacun.

ÉTAPE 65

Fractions décimales (1)

Manuel p. 160-161

Objectifs

- Comprendre que l'unité peut être partagée successivement en 10, 100, 1 000…
- Travailler les propriétés spécifiques des fractions décimales.

Pourquoi cette étape ?

- Au cours des étapes précédentes, les élèves se sont petit à petit familiarisés avec les fractions simples et leur ont donné un autre statut que celui de simple descripteur (comme à l'étape 53) : ils ont appris que les fractions sont des nombres permettant de résoudre des problèmes de mesurage que les nombres entiers ne permettaient pas de résoudre. Parmi ces fractions, certaines se sont avérées plus simples à utiliser : celles dont les dénominateurs sont 10, 100, 1 000…
- Il s'agit maintenant d'institutionnaliser cette découverte et de **nommer ces nouveaux objets : les fractions décimales**.
- Il restera à passer, à l'étape 67, au changement d'écriture (écriture à virgule) en s'appuyant sur ce qui vient d'être construit. Il est donc important de s'assurer que les élèves ont bien compris cette suite d'étapes.

2 séances • **Séance 1** découverte • **Séance 2** exercices

Matériel • Par élève : un morceau de feuille de papier millimétré.

Calcul mental

Le professeur énonce une fraction simple ou décimale (ex. : $\frac{7}{4}$ ou $\frac{37}{10}$). Les élèves écrivent les deux nombres entiers qui l'encadrent. Un élève place ensuite la fraction sur la droite graduée.

Le choix des fractions doit permettre aux élèves de mettre en œuvre des stratégies de calcul mental. Par exemple pour $\frac{39}{5}$, les élèves peuvent encadrer 39 par deux multiples consécutifs de 5, $35 = 7 \times 5$ et $40 = 8 \times 5$, et donc obtenir l'encadrement $7 < \frac{39}{5} < 8$; ils peuvent également chercher le quotient de 39 par 5.

Pour les fractions décimales, les élèves vont prendre rapidement conscience qu'il est très facile de les encadrer par des entiers consécutifs, même si elles sont composées de grands nombres ; ex. : $\frac{345}{100}$ est comprise entre 3 et 4 ; $\frac{12\,678}{1\,000}$ est comprise entre 12 et 13 !
Faire placer les fractions sur la droite graduée renforce leur statut de nombre.

Découverte

Par un jeu de loupe sur la droite graduée, en agrandissant les intervalles entre deux entiers consécutifs, puis entre deux dixièmes, etc., les élèves découvrent les liens entre unités, dixièmes, centièmes.

À l'issue de cette activité, le furet institutionnalise le terme « fraction décimale ».

Le travail est conduit individuellement ou par groupes de deux. À la fin de chaque question, le professeur fait un bilan collectif.

■ Question 1

Elle vise à s'assurer que les élèves ont compris la relation entre $\frac{1}{10}$ et 1.

■ Questions 2 et 3

Cette fois, la droite matérielle ne suffit pas ; il faut se représenter la graduation, même si elle paraît « trop fine ». La loupe est une approche qui permet cette représentation.
Ce saut peut surprendre les élèves et attiser leur curiosité. C'est souvent un moment de questionnement sur ce qu'il est possible de faire « à l'infini ».

■ Question 4

Reprise des exercices déjà rencontrés à l'étape 64, cette fois en systématisant l'étude des fractions décimales.

Le professeur insistera sur l'égalité des fractions $\frac{850}{100}$ et $\frac{85}{10}$ et pourra inciter les élèves à proposer plusieurs égalités de même type.

Exercices

Déroulement habituel (voir page 54) avec mise au point collective.

• Exercices 1 et 2

Ils permettent de s'assurer de la compréhension des notions de dixièmes et de centièmes, de l'acquisition du vocabulaire et des écritures correspondantes.

• Exercices 3 et 4

Ils visent à trouver des écritures simples de certaines fractions.

• Exercices 5 et 6

Ils résument ce que nous attendons des élèves à la fin de cette période : savoir que $\frac{247}{100}$ c'est $2 + \frac{47}{100}$, mais aussi $2 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100}$.

• Exercice 7 (accompagné par l'enseignant)

Il permet de revoir que plusieurs fractions désignent le même nombre.

> Justifications attendues
> – S'appuyer sur les représentations de fractions sur les aires (voir étape 62, exercices 3 et 4).
> – Reprendre la méthode utilisée dans la découverte (droite graduée).

Conclure avec les élèves

> Une fraction décimale est une fraction qui s'écrit avec 10, 100, 1 000, etc. au dénominateur.
> Elles sont faciles à encadrer par deux entiers consécutifs.

Le professeur pourra donner plusieurs exemples de fractions décimales et plusieurs écritures de ces fractions :

- $\frac{46}{10}$ est une fraction décimale, $\frac{46}{10}$ s'écrit aussi $4 + \frac{6}{10}$.
- La fraction $\frac{247}{100}$ est une fraction décimale, $\frac{247}{100}$ s'écrit aussi $2 + \frac{47}{100}$ ou $2 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100}$.
- $\frac{350}{100}$ est une fraction décimale, $\frac{350}{100}$ s'écrit aussi $\frac{35}{10}$ ou $3 + \frac{5}{10}$.

• Remue-méninges

Il montre que, pour le partage des secondes, on utilise la numération décimale (dixièmes, centièmes, millièmes de seconde).
Pour réussir, les élèves doivent transformer certaines données fractionnaires pour comparer les durées.

Réponses : 2 centièmes de seconde ($\frac{2}{100}$ sec) ;
32 centièmes de seconde ($\frac{32}{100}$), $\frac{32}{100} = \frac{3}{10} + \frac{2}{100}$
soit un peu plus que $\frac{3}{10}$ de seconde.

ÉTAPE 66

Fractions décimales (2)

Manuel p. 162

Objectif

Se familiariser avec l'addition de fractions décimales.

Pourquoi cette étape ?

Les élèves ont commencé à se familiariser avec des additions de fractions simples en s'appuyant sur le support de la droite numérique (étape 57). Ils ont ensuite découvert les fractions décimales (étapes 64 et 65). Cette nouvelle étape va leur permettre de résoudre des problèmes d'addition de fractions décimales ayant même dénominateur. Il est indispensable que les élèves construisent cette addition **en lui donnant du sens** ce qui permettra une bonne compréhension de l'écriture à virgule (étape suivante).

1 séance

Matériel • **Pour l'activité préparatoire**

– Des cartes sur lesquelles sont écrites une fraction ou une somme d'un entier et d'une fraction de dénominateur 10, par exemple :
Premier tas : $\frac{5}{10}$; $\frac{6}{10}$; $4 + \frac{2}{10}$; $2 + \frac{3}{10}$; $5 + \frac{7}{10}$; $3 + \frac{8}{10}$. Second tas : $\frac{8}{10}$; 5 ; $1 + \frac{2}{10}$; $\frac{4}{10}$; $7 + \frac{5}{10}$; $\frac{5}{10}$.
– Une droite graduée de 0 à 10 avec les dixièmes et les centièmes, grand format pour le tableau.

Calcul mental

Le professeur énonce une fraction simple ou décimale (ex. : $\frac{2}{4}$ ou $\frac{16}{10}$), les élèves doivent à tour de rôle proposer une fraction égale.

Ici il s'agit d'aider les élèves à comprendre que plusieurs fractions désignent le même nombre. Généralement les élèves parviennent à trouver rapidement des procédures pour obtenir des fractions égales :
– diviser par 2 ou doubler numérateur et dénominateur : $\frac{2}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{4}{8}$; $\frac{8}{16}$; $\frac{16}{32}$; *etc. ;*
– multiplier par 10 numérateur et dénominateur : $\frac{16}{10}$; $\frac{160}{100}$; $\frac{320}{1\,000}$, *etc.*
Finalement ils utilisent en acte le théorème : une fraction est inchangée quand on multiplie ou que l'on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre.

Activité préparatoire

Ce type d'activité a déjà été vu à l'étape 57 mais, cette fois, il s'agit de travailler avec des fractions décimales. Dans l'activité préparatoire de découverte, nous suggérons de n'utiliser que des cartes comportant des dixièmes (nous réservons les centièmes pour la découverte). Veiller à ce que la somme ne dépasse pas 10 afin que la droite graduée affichée sur le tableau soit toujours utilisable.

■ Lancement de l'activité

Le professeur a préparé deux tas de cartes.

Consigne : « Sur chaque carte est écrit un nombre qui indique la longueur du saut d'une puce savante sur la droite numérique. Nous allons tirer deux cartes : une dans chaque tas. Vous devez prévoir par le calcul là où arrivera la puce savante après avoir effectué les deux sauts demandés. Nous examinerons les prévisions que vous faites, puis nous ferons les deux sauts sur la droite pour vérifier vos prévisions. »

Le professeur tire donc deux cartes, il écrit les nombres au tableau et demande aux élèves de prévoir la position d'arrivée de la puce savante. Les élèves formulent leur prévision. L'un d'eux vient alors au tableau pour simuler les deux sauts sur la droite graduée.

La démarche pour prévoir par le calcul est presque la même que celle pour vérifier, mais le calcul se fait à partir de la manipulation des écritures symboliques sans l'aide de la droite numérique alors que la vérification se fait par simulation sur celle-ci.

On pourra être amené, selon les cartes tirées, à traiter la transformation d'une somme de fractions, par exemple $3 + \frac{5}{10}$ et $5 + \frac{7}{10}$ qui implique la transformation de $\frac{12}{10}$ en $1 + \frac{2}{10}$ afin d'obtenir $9 + \frac{2}{10}$. Ce travail sera repris par la suite (voir exercice 1d).

<u>Procédures envisageables</u>

Premier exemple : $\frac{6}{10} + \frac{8}{10}$. En se rappelant que $\frac{10}{10}$, c'est 1, on aboutit à $\frac{14}{10}$ donc à $1 + \frac{4}{10}$.

Second exemple : $2 + \frac{3}{10}$ et $1 + \frac{2}{10}$. On place le premier point situé à $2 + \frac{3}{10}$ à partir de 0. Pour le deuxième point, on ajoute 1. On atteint $3 + \frac{3}{10}$, puis on ajoute $\frac{2}{10}$ pour atteindre $3 + \frac{5}{10}$.

La difficulté lors de la simulation sur la droite est de repartir du point où l'on vient d'arriver pour effectuer le deuxième saut.

■ Suite de l'activité

Le jeu peut alors se poursuivre collectivement : deux élèves tirent chacun une carte, affichent les résultats du tirage au tableau. Pendant que les autres élèves font les prévisions par le calcul, ces deux élèves simulent les sauts sur la droite. Ce sont eux qui contrôleront la validité des prévisions des autres élèves.

■ Remarques

• Les élèves ne savent pas encore additionner des fractions décimales. Ils savent, par contre, ce que veut dire un saut puis un autre saut et peuvent simuler mentalement ces sauts sur la droite numérique. Il est donc important que le professeur définisse bien le défi : prévoir par un calcul une position non encore visible sur une droite numérique munie d'une origine et de graduations au dixième.

• Il est bien évident qu'il s'agit d'une situation d'apprentissage et que l'on ne peut pas espérer une réussite immédiate de tous. Une mise en chantier de l'addition des décimaux mérite bien quelques tentatives infructueuses. La confrontation avec la vérification expérimentale va, petit à petit, permettre l'installation de l'addition des fractions décimales. Le professeur va donc prévoir plusieurs tirages de cartes et, au moment de la vérification, amènera progressivement les élèves à faire des déclarations sur la façon dont ils ont construit leurs prévisions.

• Les variables qui influent directement sur cette situation sont nombreuses et il appartient à chaque professeur en fonction de ses habitudes et de sa classe de les ajuster au mieux :
– le choix, par exemple, des nombres sur les cartes (nous avons proposé de ne pas mettre de cartes où figurent les centièmes, mais c'est au professeur de décider s'il peut ou non le faire) ;
– préparer des cartes qui ont toutes les chances, ou non, de mettre en présence deux écritures qui obligent à travailler ce qui sera plus tard les retenues : il y a bien sûr une grande différence sur la nature de l'activité entre celle induite par le couple $3 + \frac{1}{10}$ et $2 + \frac{2}{10}$ et le couple $3 + \frac{4}{10}$ et $2 + \frac{7}{10}$.
Nous suggérons donc de construire un jeu de cartes qui permette une activité raisonnable du point de vue de la difficulté. Le professeur peut « alimenter » les tas au cours de la partie.

Découverte

■ Question 1

Travail individuel ou par groupes de deux. Il s'agit d'une évocation de l'activité préparatoire (une puce savante), avec un travail sur les stratégies de prévisions à l'aide du calcul, cette fois avec des centièmes.
Si des élèves ont des difficultés, le recours à la droite graduée (au moins en dixièmes) est possible, mais il faut bien insister sur le fait que, petit à petit, il faudra se passer de ce matériel.

■ Question 2

Alice joue ici le rôle de prévisionniste avisée. Cette question, traitée collectivement, permet une institutionnalisation précise.

■ Remarque

Si le professeur n'a pas donné une place suffisante à l'activité préparatoire, le gain de temps ne sera qu'apparent : l'élaboration progressive de l'addition de deux fractions décimales est une étape indispensable pour qu'ensuite le professeur et les élèves puissent faire référence à cette expérience commune s'il venait à y avoir des difficultés lors du passage à l'écriture à virgule.

Exercices

Déroulement habituel (voir page 54).

• Exercice 1

C'est un exercice de vérification immédiate.
Pour **d**, le travail est plus complexe :

$\frac{37}{10} + \frac{25}{10} = 3 + \frac{7}{10} + 2 + \frac{5}{10} = 5 + \frac{12}{10}$

$= 5 + 1 + \frac{2}{10} = 6 + \frac{2}{10}$

Certains enfants peuvent proposer :

$\frac{37}{10} + \frac{25}{10} = \frac{62}{10} = 6 + \frac{2}{10}$

<u>Réponses</u> : **a.** $\frac{6}{10}$; **b.** $13 + \frac{2}{10} + \frac{9}{100}$; **c.** $2 + \frac{7}{10} + \frac{6}{100}$; **d.** $6 + \frac{2}{10}$

• Exercices 2 et 3

Ils utilisent un énoncé simple pour rappeler, dans le contexte de la monnaie, les règles d'échange entre centimes, pièces de dix centimes, et unités d'euro.
<u>Réponse exercice 2</u> : 1 700.
<u>Réponse exercice 3</u> : 230.

Conclure avec les élèves

> Pour additionner des fractions décimales, on additionne les unités entre elles, les dixièmes entre eux, les centièmes entre eux, puis on fait des échanges si nécessaire.

Le professeur pourra faire noter en exemple sur le cahier les différents modes de calcul de $\frac{37}{10} + \frac{25}{10}$.

Fractions décimales et nombres décimaux

MANUEL P. 163

Objectif

Se familiariser avec la convention d'écriture des nombres décimaux.

Pourquoi cette étape ?

Il est temps, après une préparation importante sur les fractions décimales, de prendre connaissance de la convention de l'écriture à virgule de ces fractions. Cette étape fait référence à Stevin qui proposa une écriture à virgule (en réalité une écriture très proche de celle-ci) afin de permettre des calculs simples.

1 SÉANCE

Calcul mental

Le professeur énonce une fraction simple ou décimale. Les élèves donnent sa partie entière et son rompu. Un élève vient ensuite placer la fraction sur la droite graduée.

Choisir des fractions de dénominateurs simples (nombres à un chiffre) et des fractions décimales.

Les élèves vont continuer à se rendre compte qu'il est très facile de donner la partie entière et le rompu lorsqu'il s'agit de fractions décimales, par exemple :

$\frac{678}{10} = 67 + \frac{8}{10}$; $\frac{785}{100} = 7 + \frac{85}{100}$.

Découverte

■ Présentation historique

L'écriture actuelle des nombres décimaux – avec une virgule en France, avec un point dans de nombreux pays – est relativement récente. Elle est le fruit d'une convention. On ne cherchera donc pas à faire « construire » cette convention, mais on s'attachera à faire comprendre son intérêt.

Le professeur pourra montrer comment les mathématiques s'inscrivent dans l'histoire. *Les fractions étaient connues déjà dans l'Antiquité, par exemple par les Égyptiens ; elles furent couramment utilisées par les mathématiciens en Europe au cours des siècles. Les nombres décimaux, en revanche, n'ont vu le jour que relativement récemment : en Europe, il faut attendre le* XVI*e siècle pour rencontrer des propositions d'écritures décimales. En 1585, un banquier et ingénieur hollandais, Stevin, définit les nombres décimaux et propose de les utiliser dans la vie économique, mais il faut attendre le discours de Laplace à la Convention (1794), et surtout les lois Jules Ferry instaurant l'école laïque obligatoire pour tous, pour que l'usage des nombres décimaux se répande.*

Faire lire le texte individuellement, puis faire reformuler collectivement la convention d'écriture proposée par Stevin.

Conclure en faisant lire et commenter la bulle du furet.

■ Question 1

Travail individuel pour au moins deux fractions, les trois autres peuvent être travaillées collectivement. Le travail en calcul mental aura permis de rendre plus simple le découpage de $\frac{34}{10}$ en $3 + \frac{4}{10}$ afin d'aboutir à 3,4.

■ Question 2

Faire lire la bulle de Leïla et en faire une analyse collective pour l'expliquer.

> <u>Exemples d'analyse</u>
> - $\frac{1}{2}$ c'est la moitié de 1 ; 1 c'est $\frac{10}{10}$, donc $\frac{1}{2}$ c'est $\frac{5}{10}$; $\frac{5}{10}$ est entre 0 et 1 : sa partie entière est donc 0 et le rompu est $\frac{5}{10}$. L'écriture à virgule est donc 0,5.
> - $\frac{1}{4}$ c'est le quart de 1 ; 1 c'est $\frac{100}{100}$, donc $\frac{1}{4}$ c'est $\frac{25}{100}$.

Proposer alors de trouver individuellement l'écriture décimale de $\frac{1}{5}$.

> <u>Explications attendues</u>
> Elles peuvent porter sur les équivalences entre fractions (étape 65, en particulier l'exercice 7), suivies du passage de la fraction décimale à l'écriture à virgule.

■ Remarque

Nous suggérons que, pendant la période d'apprentissage, les nombres décimaux soient lus en indiquant le nom de chaque rang, ainsi 4,78 sera lu « 4 virgule 7 dixièmes 8 centièmes » ou « 4 virgule 78 centièmes » et non « 4 virgule soixante-dix-huit ». Cette dernière lecture laisse croire, en effet, que le nombre décimal est construit à partir de deux nombres entiers, ce qui ne correspond pas à la genèse du nombre décimal et est en opposition avec ce que les élèves ont construit jusqu'ici. Plus tard, on acceptera cette lecture.

Conclure avec les élèves

La conclusion pourra revêtir la forme d'un exemple détaillé.

> Convention d'écriture :
> $3{,}47 = 3 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100}$
> $3{,}47 = 3 + \frac{47}{100}$

Exercices

Déroulement habituel (voir page 54).

● **Exercice 1**

Entraînement aux équivalences entre écriture fractionnaire et écriture à virgule.

Réponse

	centaines 100	dizaines 10	unités 1	dixièmes $\frac{1}{10}$	centièmes $\frac{1}{100}$
35,4		**3**	**5**	**4**	
40,23		4	0	2	3
12,05		**1**	**2**	**0**	**5**
102,03	1	0	2	0	3

● **Exercice 2**

Il vise la reconnaissance d'un nombre décimal derrière une écriture fractionnaire. Les élèves doivent utiliser le travail de la découverte pour trouver les fractions décimales demandées. Le recours à la droite numérique peut être utile.

Réponses : $\frac{3}{2} = \frac{15}{10} = 1{,}5$; $\frac{9}{2} = \frac{45}{10} = 4{,}5$; $\frac{25}{2} = \frac{125}{10} = 12{,}5$; $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0{,}6$; $\frac{21}{5} = \frac{42}{10} = 4{,}2$; $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0{,}75$; $\frac{7}{4} = \frac{175}{100} = 1{,}75$

ÉTAPE 68

Représentation de données : graphiques

MANUEL P. 164

Objectif

Apprendre à lire et interpréter des graphiques.

Pourquoi cette étape ?

À l'étape 31, les élèves ont découvert qu'un graphique est, entre autres, une représentation visuelle d'une relation entre deux variables numériques. Le graphique étudié était une courbe. Dans cette étape, nous leur proposons de rencontrer un autre type de graphique, le graphique à barres (horizontal ou vertical), se différenciant par le mode de présentation mais aussi par la nature des variables et le type de phénomènes qu'il permet de décrire.

1 SÉANCE

Calcul mental

Le professeur énonce une fraction décimale, les élèves donnent son écriture décimale.

Il s'agit de familiariser les élèves à la convention d'écriture des fractions décimales sous forme de nombres à virgule. Les activités proposées dans les séances précédentes ont largement préparé ce travail.

Découverte

Ce graphique à barres empilées est utilisé pour montrer les segments d'un tout. Il est en effet facile d'analyser les données présentées puisqu'il y a seulement deux éléments par barre. L'élève lit en un coup d'œil le pourcentage du pain dans les revenus et doit calculer le pourcentage des revenus consacrés aux autres besoins par soustraction.

■ **Lecture silencieuse du document**

Attirer l'attention des élèves sur les variables qui sont mises en relation : part des revenus et catégorie de Français. Leur préciser que les barres orange (pourcentage des revenus consacrés au pain) et les barres bleues (pourcentage des revenus consacrés aux autres besoins) représentent des parts d'un tout, le revenu total (barre verte).

■ **Travail individuel suivi d'une correction collective**

Les **questions 1 et 2** permettent de vérifier que les élèves ont compris comment sont représentées les données. Dans la **question 3**, les élèves ont à résoudre un problème additif : trouver une partie connaissant le tout et l'autre partie.

Exercice

Il présente un graphique à barres verticales (c'est la hauteur des barres qui est proportionnelle à la vitesse de vol des insectes). Il vise à réinvestir le travail sur la proportionnalité dans des cas simples où le coefficient de proportionnalité, la vitesse moyenne, est un nombre entier donné.

a. Reformulation de cette notion de vitesse.

b. Calcul des distances parcourues par multiplication par 3 ou par addition itérée.

c. Problème en deux étapes non explicites : l'élève doit d'abord déterminer la distance parcourue par le taon en deux heures (multiplication), puis déterminer le temps mis par une abeille pour parcourir la même distance (division).

Lecture silencieuse. Commentaire collectif du document, puis travail individuel suivi d'une première mise en commun, par deux, des procédures et des résultats.

Correction collective de l'ensemble des questions.

Conclure avec les élèves

Un graphique permet de visualiser des informations et des relations entre des données, par exemple… (le professeur choisira l'exemple qui lui semble le plus adapté pour ses élèves).

Lecture du paragraphe « Représentation de données numériques » de l'Aide-mémoire, page 13.

ÉTAPE DE CONSOLIDATION

Numération

MANUEL P. 165

Objectif

Revoir la manière de dire et d'écrire les nombres en chiffres et en lettres.

Pourquoi cette étape ?

- Il s'agit dans cette étape de permettre aux élèves qui en ont besoin de consolider les connaissances acquises sur la numération tout en développant leur curiosité sur des propriétés particulières de certains nombres. Les nombres palindromes sont **des nombres à symétrie bilatérale** : ils présentent la même succession de chiffres qu'on les lise de la gauche vers la droite ou de la droite vers la gauche.
- Le travail proposé nécessite une analyse de l'écriture des nombres, la recherche de régularités, la prise en compte de contraintes imposées, l'élaboration d'un raisonnement pour dénombrer. Il permet de réinvestir les connaissances relatives aux désignations orales et écrites des nombres, aux décompositions canoniques et à **la distinction entre *chiffre* et *nombre* de dizaines de mille**.

1 SÉANCE

Calcul mental

Dictée de nombres.

Dans cette étape de consolidation, il s'agit de renforcer la maîtrise du passage des nombres dits aux nombres écrits en chiffres et réciproquement.

Pour augmenter l'enjeu, le professeur peut faire cette activité sous forme de jeu de mémoire : il dit 2 ou 3 nombres ; après une dizaine de secondes, les élèves les écrivent en chiffres. Puis il écrit 2 ou 3 nombres en chiffres au tableau, les cache et demande aux élèves de les écrire en lettres. Le nombre de nombres à retenir ne peut excéder 2 ou 3 car le professeur va proposer des « grands nombres » avec plusieurs groupements manquants, par exemple : trois cent cinq mille vingt-huit ; quarante mille trois cent sept ; mille quatre.

Exercice dirigé

Nous proposons l'organisation suivante : lecture du texte informatif, reformulation pour préciser la définition des nombres palindromes à partir des exemples donnés (faire l'analogie avec les mots ou les phrases palindromes). Travail individuel, puis par deux pour comparer et discuter les propositions.

■ Question 1

Elle a pour but de vérifier que les élèves ont compris ce qu'est un nombre palindrome. Le professeur peut procéder à une vérification individuelle.

■ Question 2

Le professeur pourra relever les propositions des élèves et leur demander de les justifier.

Procédure envisageable
Les élèves commencent par faire des essais de fabrication de nombres palindromes commençant par 1 avant de prendre conscience, au moins pour certains d'entre eux, que les chiffres des dizaines et des centaines doivent être identiques et qu'il y a donc 10 nombres palindromes de quatre chiffres commençant par 1.

■ Question 3

Elle permet d'entraîner plus d'élèves dans la généralisation que certains ont commencé à opérer à la question précédente. Il sera intéressant, au cours de la discussion, de faire prendre conscience aux élèves qu'il n'est pas nécessaire de lister tous les nombres palindromes de 4 chiffres, mais qu'on peut les décrire en s'appuyant sur les régularités liées à la symétrie : si un nombre palindrome de 4 chiffres commence par 2, il se termine par 2, et au milieu les deux chiffres sont les mêmes.

■ Question 4

Les questions 2 et 3 ont permis de trouver qu'il y a 10 nombres palindromes commençant par 1 et 10 nombres palindromes commençant par 2. On peut continuer ainsi jusqu'à 9 ; il y a donc 90 nombres palindromes de 4 chiffres.

■ Question 5

Elle conduit les élèves à revisiter la liste des nombres palindromes de 4 chiffres.

Réponse : 1991 et 2002. La prochaine année palindrome sera 2112.

Exercices

Nous suggérons une lecture silencieuse et un travail individuel (aide personnalisée si nécessaire), suivis d'une correction individuelle adaptée aux erreurs éventuelles.

Ces exercices permettent de réinvestir diverses compétences sur la numération dans des situations variées : passage de la désignation littérale à la désignation chiffrée des nombres et inversement et mise en ordre.

ÉTAPE 69

Utiliser la proportionnalité

MANUEL P. 166-167

Objectifs

- Découvrir les monnaies européennes hors de la zone Euro.
- Résoudre des problèmes arithmétiques dans le contexte de la monnaie.

Pourquoi cette étape ?

Dans le cadre pluridisciplinaire, en relation avec la géographie, l'éducation civique et l'histoire, voici des situations qui mettent en scène différentes monnaies de l'Union européenne.
Les connaissances en jeu sont relatives à la proportionnalité. Les élèves réinvestissent ainsi dans de nouveaux problèmes les connaissances et compétences déjà travaillées dans les étapes 50 et 51. En s'appuyant sur le sens donné aux situations traitées, ils seront amenés à mettre en œuvre implicitement différents aspects de la proportionnalité. Ces raisonnements seront explicités mais pas nécessairement formalisés. Dans cette optique, la reconnaissance d'une situation de proportionnalité n'est pas préalable à sa résolution : elle intervient au cours même de son traitement. Les problèmes correspondants sont résolus en référence au sens.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** LES TROIS PAYS QUI N'ONT PAS ADOPTÉ L'EURO EN 2002 • **SÉANCE 2** L'EURO DANS LE MONDE

Calcul mental

Le professeur énonce une fraction simple ou décimale. Les élèves donnent sa partie entière et son rompu. Un élève vient ensuite placer la fraction sur la droite graduée.
Consolidation du travail effectué à l'étape 64.

Les trois pays qui n'ont pas adopté l'euro en 2002

Travail individuel de lecture silencieuse du paragraphe d'introduction.
S'assurer que les élèves comprennent l'idée de valeur qui est décrite dans les relations entre 10 euros et les autres monnaies.

■ Partie A

Dans cette première situation, il s'agit de relations entre des grandeurs de même nature (monnaie) exprimées dans des unités différentes.

Tableau 1	
euros	livres sterling
10	8
20	
	640

Tableau 2	
euros	couronnes suédoises
10	97
20	
	1 940

Tableau 3	
euros	couronnes danoises
10	75
20	
	750

Pour chacune de ces relations, le coefficient de proportionnalité (0,8 dans le tableau 1 ; 9,7 dans le tableau 2 ; et 7,5 dans le tableau 3) n'est pas simple et ce n'est pas le but du travail que de le trouver. On souhaite que les élèves utilisent des procédures reposant sur les propriétés de linéarité.

Procédures envisageables

– Privilégier des relations de type additif : « 10 euros c'est 8 livres sterling, 10 euros c'est encore 8 livres sterling, donc 20 euros, c'est 16 livres sterling » (question 1).

– Privilégier des relations de type multiplicatif appuyés sur des raisonnements de type « 640 livres sterling, c'est 8 fois plus que 80 livres sterling » (question 2).

Dans la **question 3**, les grandeurs en jeu sont exprimées en livres sterling, en couronnes suédoises et en couronnes danoises. On n'attend pas une procédure utilisant les coefficients de proportionnalité permettant de passer de la première monnaie aux autres (ils sont fractionnaires). Les procédures attendues s'appuient soit sur le passage par la monnaie « euro » soit sur les propriétés de linéarité.

Procédures envisageables

– Le passage par la monnaie « euro » : chercher la valeur en euros de 240 livres (300 euros), puis convertir ces 300 euros en couronnes danoises et suédoises avant de conclure.

– L'utilisation des propriétés de linéarité :

Tableau 4	
livres sterling	couronnes suédoises
8	97
240 = 30 × 8	30 × 97 = 2 910

Tableau 5	
livres sterling	couronnes danoises
8	75
240 = 30 × 8	30 × 75 = 2 250

Ainsi les élèves sont amenés à réinvestir leurs connaissances sur la multiplication et la division pour trouver les relations arithmétiques entre les nombres en jeu et effectuer les conversions demandées.

La mise en commun pourra porter sur les procédures mises en œuvre dans ces questions.

Réponses

Question 1 : 16 livres sterling, 194 couronnes suédoises, 150 couronnes danoises.

Question 2 : 800 euros ; 200 euros ; 100 euros.

Question 3 : 2 910 couronnes suédoises, 2 250 couronnes danoises.

■ Partie B

Elle permet aux élèves d'appliquer les procédures déjà explorées dans un contexte d'achat.

Réponses

Question 1 : la montre à 100 euros.

Question 2 : oui, le parapluie coûte 20 livres sterling.

Question 3 : 300 couronnes danoises. Le touriste danois a acheté une télévision.

Question 4 : le touriste suédois a acheté l'appareil photo.

L'Euro dans le monde

Les élèves ont à comparer des valeurs exprimées dans différentes monnaies, connaissant leur valeur pour 100 euros.

Travail individuel de lecture silencieuse du schéma et du texte descriptif. Amener les élèves à identifier les rapports entre les divers éléments et leur pertinence par rapport à l'information précise qu'on cherche.

• **La question 1** permet de vérifier la compréhension du schéma fourni.

Procédure possible

Utiliser des raisonnements de type « 100 euros, c'est 15 290 yens ; 1 000 yens, c'est donc beaucoup moins que 100 euros » ; « 100 euros, c'est 6 328 roupies, donc 1 000 roupies, c'est moins que 100 euros » ; « 100 euros, c'est 150 dollars canadiens, 1 000 dollars canadiens c'est donc plus que 100 euros.

• **La question 2** permet de reprendre les procédures déjà utilisées dans la première partie.

Procédure attendue

Trouver que « 10, c'est 10 fois moins que 100 », puis calculer le prix dans chacune des monnaies en effectuant la division par 10.

Réponses : 14,1 dollars, 96,7 yuans, 632,8 roupies.

• **La question 3** vise à développer des compétences en argumentation : les élèves peuvent prendre pour référence 100 euros, considérer que 100 réals c'est moins que 100 euros, que 100 roupies c'est beaucoup moins que 100 euros, et 100 yens c'est encore beaucoup moins que 100 euros. Ils peuvent également effectuer les conversions avec une calculatrice : 100 réals correspondent à environ 40,65 euros, 100 roupies correspondent environ à 1,58 euros et 100 yens correspondent environ à 0,65 euros. C'est Leïla qui a donc raison.

Les Égyptiens, les fractions et l'œil d'Horus

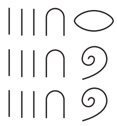
MANUEL P. 170

Des informations complémentaires

L'origine de l'écriture hiéroglyphique des nombres nous est inconnue. Elle est présente sur les premiers documents qui nous sont parvenus et changera peu durant les trois millénaires qu'a duré la civilisation de l'Ancienne Égypte. Le système de numération employé est semblable à celui utilisé par la plupart des peuples lorsqu'ils ont voulu mieux appréhender le « beaucoup » : c'est un système additif de base 10. Nous l'avons étudié à l'étape 2. En dehors des nombres entiers, les anciens Égyptiens utilisaient d'autres nombres. Ainsi, ils avaient des signes particuliers pour désigner $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{2}$.

$\frac{2}{3}$  $\frac{1}{2}$ 

Pour les inverses des autres nombres entiers, les Égyptiens de l'antiquité se servaient du signe de la bouche, survivance, sans doute, des partages alimentaires.

 $= \frac{1}{3}$  $= \frac{1}{239}$

Mais ils n'avaient pas d'autres notations et toute « fraction » était ainsi représentée sous la forme d'une somme finie de nombres entiers ou de fractions unitaires.

Ainsi, $\frac{3}{4}$ pouvait être représenté par $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ et $\frac{4}{5}$ par $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$.

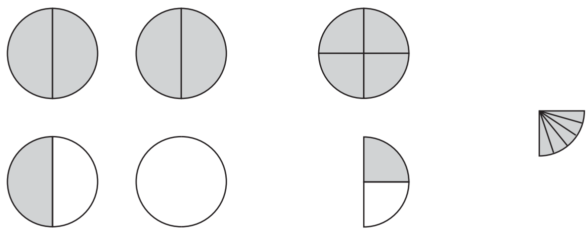
Nous ne savons pas très bien comment les Égyptiens parvenaient à réduire les fractions en fractions unitaires mais nous savons qu'ils utilisaient des tables dans lesquelles ces décompositions étaient consignées.

Ce mode de décomposition présentait des avantages.

• Prenons le problème de partage de la page 154 du manuel : nous devions partager 4 tartes entre 3 personnes. Deux solutions s'offraient : partager chaque tarte en 3 et donner 4 fois $\frac{1}{3}$ de tarte ou bien donner une tarte à chacun et partager la quatrième en trois. Nous disions que cela faisait moins de miettes ! Et cela nous avait permis de rapprocher les écritures $4 \times \frac{1}{3}$ et $1 + \frac{1}{3}$.

Modifions un peu le problème : nous devons partager 4 tartes entre 5 personnes ; nous pouvons partager chaque tarte en 5 et donner 4 parts. Mais le fait de savoir que $\frac{4}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$ permet de donner à chacun tout d'abord une demi-tarte, partage laissant intactes une tarte et une demie tarte, que l'on peut partager en six quarts dont cinq seront distribués. Le quart restant est alors divisé en 5 parts égales pour les vingtièmes (voir Étape 62).

Cela permet ainsi, dans un cas plus général, une répartition avec moins de miettes !



Étape 1 Étape 2 Étape 3

• D'un point de vue mathématique, les décompositions égyptiennes rendent souvent plus simples les comparaisons de fractions :

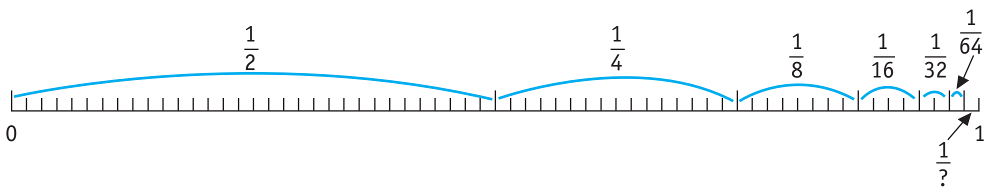
pour comparer $\frac{3}{4}$ et $\frac{4}{5}$, si on utilise les décompositions $\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ et $\frac{4}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$, la réponse est immédiate.

Activités avec les élèves

1. $\frac{5}{8} = \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$

2. Cette activité va permettre, à partir de la légende d'Horus, d'effectuer une mise bout à bout de segments de mesures fractionnaires sur la droite numérique afin de vérifier si la somme des parts égale 1.

La graduation du manuel divise l'unité en 64 parties. Les élèves sont donc amenés à procéder au travail suivant :



3. Il manque un morceau ! Il manque $\frac{1}{64}$.

PÉRIODE 4

ÉTAPE 70

Comparer des nombres décimaux

MANUEL P. 172-173

Objectif

Mettre en place des procédures personnelles de comparaison des nombres décimaux.

Pourquoi cette étape ?

Le rangement de nombres décimaux n'obéit pas, pour la partie décimale, aux mêmes règles que le rangement des nombres entiers (partie 1, p. 36). Or c'est souvent l'erreur que commettent les élèves qui voient dans l'écriture à virgule un couple de nombres entiers ; il est donc nécessaire qu'ils découvrent les règles de comparaison des décimaux. Les recours aux écritures fractionnaires et à la droite numérique leur permettront de comprendre ces règles et d'éviter des erreurs.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE, DÉCOUVERTE ET EXERCICES 1 À 3 • **SÉANCE 2** EXERCICES 4 À 8

MATÉRIEL • Pour le calcul mental : jeu de recto verso sur les écritures fractionnaires (voir fiches photocopiables p. 269 à 272). Chaque jeu est composé de 10 cartes au moins. Chaque carte porte au recto une écriture additive ou une fraction décimale au verso l'écriture décimale de ce nombre.
Exemples : recto $4 + \frac{5}{10}$, verso 4,5 ; recto $\frac{307}{100}$, verso 3,07.

Calcul mental

Jeu de recto verso des écritures fractionnaires. Les cartes portent au recto une fraction décimale ou une écriture additive et au verso son écriture décimale.

Règle du jeu : les élèves jouent par groupe de deux. Le jeu de cartes est posé entre les deux, la face visible porte les écritures fractionnaires, l'autre face porte l'écriture décimale. Le premier joueur lit la première carte du paquet et doit produire l'écriture décimale. Il retourne ensuite la carte pour vérifier. S'il a donné l'écriture décimale correcte, il gagne la carte. Sinon, il la place au-dessous du tas et c'est au second joueur de lire la nouvelle carte située au-dessus du paquet et ainsi de suite. À l'issue du temps imparti par le professeur, le gagnant est celui qui a remporté le plus de cartes.

Il s'agit ici de travailler sur les écritures additives des fractions décimales qui sont les expressions des décompositions canoniques des nombres décimaux dans l'ordre ou le désordre, mais non sur des sommes de dixièmes ou de centièmes.

Ex. : $4 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100}$; $\frac{1}{10} + \frac{3}{100}$; $\frac{6}{10} + \frac{4}{100} + 7$.

Activité préparatoire

• Il s'agit d'un jeu de découverte d'un nombre caché. Ce jeu peut être organisé de différentes façons dans la classe. Nous proposons un jeu qui « oppose » plusieurs équipes.

Deux élèves (et le professeur) choisissent un nombre décimal dont on aura auparavant fixé le nombre maximum de chiffres significatifs après la virgule. Ils écrivent ce nombre derrière un tableau. Chaque équipe, à tour de rôle, pose une question de type « Est-il plus grand que… ? », « Est-il plus petit que… ? ». Aucune question qui traiterait séparément partie entière et partie décimale n'est admise.

Cette contrainte a pour but d'éviter que les élèves considèrent un nombre décimal comme un couple d'entiers ce qui, comme on l'a déjà dit, fait obstacle à la compréhension de la structure même de l'écriture à virgule du nombre décimal.

• Lors de l'explicitation de la règle, le professeur devra fixer le sens qu'il veut donner à l'expression « est plus petit que » : dans cette activité, il peut l'entendre comme « est strictement plus petit que » ou comme « est inférieur ou égal à ». Ce problème se pose lorsqu'un élève se réfère dans sa question au nombre choisi. Pour ce jeu, il est plus simple de comprendre « est plus petit que » au sens strict, c'est-à-dire équivalent à « est strictement inférieur à ».

• Cette activité mérite d'être appuyée par une représentation au tableau de la droite numérique afin que les questions posées se traduisent par une exploration de celle-ci. Le professeur pourra alors ombrer les zones où l'on est sûr que le nombre cherché ne peut pas être. On aura ainsi la mémoire de l'exploration de la droite. Ce sera aussi l'occasion de voir des incompréhensions qui ne seraient pas détectées à l'oreille : par exemple, des élèves qui ne situent pas 4,5 et 4,50 au même point de la droite.

• Le jeu peut être répété avec plusieurs nombres (3 nombres pour une séance semblent être un choix raisonnable).

• Pendant cette activité, toute difficulté pourra être résolue en revenant sur l'écriture du nombre décimal comme somme de fractions décimales.

• Le professeur aura intérêt à ne pas faire comparer 3,45 et 3,6 en s'appuyant sur 3,45 et 3,60, ce qui constitue un raccourci a priori facilitateur, mais qui peut être générateur d'obstacles à terme. En effet, ce procédé, certes correct, peut inciter à penser que l'ordre dans les nombres décimaux fonctionne comme l'ordre dans les nombres entiers. Or cela n'est pas le cas.

Découverte

■ Question 1

Reprise de l'activité préparatoire avec un dialogue entre Théo et Leïla. Cette activité ne prend tout son sens que si elle a été pleinement vécue à plusieurs reprises dans l'activité préparatoire.

Réponse : 3,7.

■ Question 2

Elle permet un travail d'analyse des questions posées. Le recours à la droite numérique peut, là aussi, s'avérer utile.

Réponse : 5,24.

Conclure avec les élèves

Le professeur choisira, selon sa classe, de conclure après la découverte ou après les exercices.

> Pour comparer deux nombres décimaux, on peut revenir à l'écriture fractionnaire.

Faire écrire quelques exemples significatifs avec l'appui de l'écriture fractionnaire.

Le professeur pourra ensuite faire lire et commenter le paragraphe « Comparer des nombres décimaux » de l'Aide-mémoire, page 7.

Exercices

Déroulement habituel (voir page 54).

• Exercice 1

Exercice d'application immédiate.

• Exercice 2

Il permet de situer les nombres décimaux parmi les nombres entiers.

• Exercice 3

Comparaison de décimaux dans le contexte de la monnaie.

Réponse

8,99 < 9 < 16,25 < 16,30 < 16,50 < 25,50 < 25,90 < 27.

• Exercice 4

Il vise l'utilisation des signes conventionnels <, >, et = et permet de débusquer des erreurs qui persistent, par exemple : 7,14 > 7,8 car 14 > 8, ou encore parce qu'un nombre a plus de chiffres après la virgule que l'autre (2,07 et 2,1).

• Exercice 5

Comparaison simultanée de 3 nombres décimaux.

Réponse : **a.** 5,123 7,12 7,02 ; **b.** 8,5 8,05 8,43 ; **c.** 4,432 4,44 4,8 ; **d.** 6,4 6,04 6,404

• Exercices 6 et 7

Ils traitent de l'intercalation d'un nombre décimal entre deux nombres. Ces exercices fondamentaux permettent aux élèves de comprendre qu'entre deux nombres décimaux on peut toujours en trouver d'autres, ce qui rend impropres les notions de prédécesseur ou de successeur d'un nombre décimal.

L'extension aux millièmes, nécessaire en 6c, 6f, 7e et 7f peut être éventuellement guidée par l'enseignant.

• Exercice 8

Cet exercice est l'occasion, lors de la comparaison des listes obtenues par les élèves, de revoir les conventions d'écriture : par exemple 7,40 et 7,4 sont deux écritures correctes du même nombre. En revanche, rappeler que l'écriture « 04,7 » n'est généralement pas utilisée.

Faire lire et commenter le texte du furet.

Nombres décimaux et mesure des longueurs

MANUEL P. 174-175

Objectif

Utiliser les nombres décimaux pour exprimer des mesures de longueurs.

Pourquoi cette étape ?

La nécessité de mesurer précisément des longueurs avec une unité fixée arbitrairement a permis d'introduire de nouveaux nombres : les fractions (étape 54). Parmi celles-ci, les fractions décimales, plus simples à comparer et à additionner, ont revêtu leur « écriture à virgule » (étape 67). Dans cette étape, il s'agit de retrouver ces nouveaux nombres pour exprimer des mesures de longueurs avec une seule unité et comprendre la signification des chiffres après la virgule en liaison avec les sous-multiples de cette unité.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Pour le calcul mental : jeu de recto verso sur les écritures fractionnaires (fiches photocopiables p. 269 à 272).

Calcul mental

Jeu de recto verso sur les écritures fractionnaires. Les cartes portent au recto une fraction décimale (ou une écriture additive) et au verso son écriture décimale.

Règle du jeu : voir étape précédente.

Découverte

La lecture d'un panneau d'affichage dans une compétition sportive est une activité connue de la plupart des élèves.

Le but de cette activité est de s'assurer que les élèves peuvent, à partir d'une information chiffrée dans un contexte donné, faire de bonnes déductions.

Le furet en profite pour rappeler les liens entre les unités légales de mesure de longueurs, en les formulant en terme de fractions décimales et de nombres décimaux : les élèves savaient que 100 cm = 1 m, maintenant cette relation peut se formuler 1 cm = $\frac{1}{100}$ m = 0,01 m.

■ Question 1

L'unité choisie est bien sûr le mètre. Au saut en longueur, les athlètes sautent aux alentours de 6-7 mètres. Nous avons conservé la notation à l'aide d'un point que l'on voit sur les panneaux d'affichage en athlétisme (6.45 pour 6,45). En parler avec les élèves et faire le rapprochement avec la notation des nombres décimaux sur les calculatrices.

■ Question 2

Il s'agit de trouver les trois plus grands nombres et de les ranger.

Remarque : L'affichage « 6.4 » peut être compris par certains élèves comme 6 m 4 cm. Dans ce cas, il sera nécessaire d'insister sur la position du chiffre 4 qui correspond aux dixièmes.

Réponses

a. 7,23 ; 6,64 ; 6,61.

b. Singh est arrivé en 7^e^ position.

c. Le 9^e^ est Faatamala.

Rangement complet.

1	7,23	7 m 23 cm
2	6,64	6 m 64 cm
3	6,61	6 m 61 cm
4	6,48	6 m 48 cm
5	6,45	6 m 45 cm
6	6,42	6 m 42 cm
7	6,4	6 m 40 cm
8	6,05	6 m 5 cm
9	5,28	5 m 28 cm

Conclure avec les élèves

Après avoir fait lire et commenter la bulle du furet, le professeur pourra proposer aux élèves d'écrire les deux premières phrases sur leur cahier.

Exercices

Déroulement habituel (voir page 54).

• Exercice 1

C'est un exercice de tracé à partir de mesures données en cm et en dm. La mesure 8,35 cm donne l'opportunité de travailler sur le demi-millimètre. Toutefois, la précision du demi-millimètre ne sera pas vraiment visible sur le segment tracé.

• Exercice 2

Entraînement au mesurage. Il n'est pas nécessaire de mesurer tous les segments si l'on a une idée de l'ordre de grandeur de 1,25 dm, notamment en le transformant en 12,5 cm.

Réponse : c mesure 12,5 cm ; a, e et c mesurent entre 1,2 et 1,35 dm.

- **Exercice 3**

Il permet de revoir comment utiliser le tableau de conversion pour effectuer des changements d'unités.

Faire lire et commenter ce que dit le furet.

- **Exercice 4**

Réduction d'écritures à l'aide d'une seule unité.

- **Exercice 5**

Problème de division consistant à chercher la valeur d'une part dans le cadre d'une grandeur continue ; il est donc possible de partager le reste. Cette question a déjà pu être évoquée avec les élèves dans l'exercice 4 de l'étape 38.

> Procédures envisageables
> – Le champ numérique permet de trouver en calcul mental que chaque morceau fera un peu plus de 7 m car 37 = (5 × 7) + 2. Le reste (2 m) peut être converti en dm ou en cm pour être partagé en 5.
> – Convertir directement 37 m en dm ou en cm.

Réponse : 7 m 40 cm ou 7,4 m.

- **Remue-méninges**

Il est sans difficulté. Il suffit de bien respecter la consigne et de savoir mesurer.

Le mot secret est « GENIAL », bien sûr !

ÉTAPE 72

Addition et soustraction des nombres décimaux : vers la technique

Manuel p. 176-177

Objectifs

- Étendre l'addition de deux nombres entiers à celle de deux nombres décimaux en s'appuyant sur l'approche faite avec les fractions décimales.
- Mettre en œuvre des méthodes de calcul réfléchi pour résoudre des problèmes soustractifs.

Pourquoi cette étape ?

Les écritures décimales permettent d'étendre les algorithmes de calcul utilisés sur les entiers. Les élèves savent, depuis l'étape 66, effectuer l'addition de deux nombres décimaux à partir des écritures fractionnaires. Cette fois, dans un contexte de mesurage, nous revenons à l'addition de deux décimaux, puis nous abordons l'addition et la soustraction posées en colonne.

2 séances • Séance 1 découverte • Séance 2 exercices

Matériel
- Pour l'activité préparatoire de découverte : deux bandes de carton, l'une de 1,7 m, l'autre de 0,85 m.
- Pour la question 3 de la découverte : éventuellement, deux autres bandes, l'une de 1,6 m et l'autre de 2,34 m.

Calcul mental

Le professeur dit ou écrit deux nombres décimaux, les élèves écrivent le plus grand des deux.

Exemples : 2,6 et 2,14 ; 0,07 et 0,1 ; 24,5 et 25,4 ; 4,376 et 4,53 ; 8,6 et 8,543 ; 9,003 et 9,03 ; 5,40 et 5,6 ; etc.

Il est utile de faire travailler la comparaison des décimaux en donnant les nombres à comparer par écrit lors de la première séance, puis en les donnant oralement lors de la seconde séance et en variant la manière de les dire. Par exemple le nombre 3,15 peut être lu « trois unités quinze centièmes », « trois virgule un dixième cinq centièmes », « trois cent quinze centièmes ».

Activité préparatoire

Dans la première partie de ce livre, nous effectuons une analyse détaillée de plusieurs scénarios de classe. L'activité préparatoire de découverte est construite selon le scénario 4. Afin de ne pas l'alourdir, le contexte est simplifié et les valeurs numériques sont différentes. C'est dans la découverte que l'on retrouve l'énoncé contextualisé et illustré dont il est question dans la partie 1.

■ Activité

• Le professeur présente aux élèves deux bandes (confectionnées avec du carton) qui mesurent respectivement 1,7 m et 0,85 m. Il demande à quelques élèves de mesurer chacune de ces bandes. Il fait écrire au tableau la mesure de chacune de ces deux bandes.

• Il prend alors ces deux bandes et, tout en disant la consigne, il les met bout à bout.

Consigne : « *Vous devez prévoir, par des calculs, la longueur obtenue lorsque l'on met ces deux bandes bout à bout. Une fois vos prévisions effectuées, nous vérifierons en mesurant, puis nous étudierons comment vous avez procédé pour faire votre prévision*. »

• Les élèves identifient facilement un problème de nature additive, ce qui les engage dans l'addition de 1,7 et 0,85 qu'ils ne connaissent pas. Plusieurs propositions vont être probablement celles issues d'une compréhension erronée des décimaux : 1,7 + 0,85 serait 1,155 ou bien 1,02 ou 102, etc.

En effet, comme nous l'avons déjà souligné, le principal problème rencontré dans l'addition des nombres décimaux provient du fait que certains enfants « inventent » des règles de calcul erronées sur ces nombres. L'erreur la plus fréquente consiste à additionner ensemble les parties entières et ensemble les parties décimales, comme si le nombre décimal était considéré comme un couple d'entiers. La progression suivie dans le manuel a pris en compte cet obstacle en faisant longuement travailler sur les fractions décimales mais il restera cependant encore des enfants qui feront cette erreur.

• Lorsque chacun a fait sa prévision, le professeur organise le mesurage effectif de la bande par un ou deux élèves, sous le contrôle des autres. Les résultats de la mesure seront 2,55 m (ou « aux alentours » de 2,55 m). Ce résultat expérimental permet d'écarter bon nombre de propositions et donc de remettre en cause les modèles erronés qui en sont à l'origine.

La classe est ainsi amenée à s'interroger non pas sur « Est-ce que c'est juste ou faux ? », cette question étant réglée par la confrontation à l'expérience, mais sur « Pourquoi est-ce faux ? » et « Comment allons-nous améliorer notre modèle de l'addition de deux décimaux ? ».

• Le professeur fait alors examiner les calculs afin que la cause des erreurs soit identifiée. Pour cela, il peut, par exemple, rappeler l'origine de l'écriture à virgule et proposer de revenir aux fractions décimales.

•Il peut ensuite faire recommencer l'activité en préparant une autre paire de bandes afin de ne pas reprendre les mêmes nombres. Les élèves s'appuieront ainsi sur le lien entre écriture à virgule et écriture fractionnaire pour construire une prévision mieux étayée et avancer un début de preuve.

Découverte

■ Remarque

Il s'agit d'une reprise de l'activité préparatoire de découverte, mais cette fois sans le support matériel.

■ Question 1

Tous les calculs doivent faire l'objet d'un travail d'estimation afin de contrôler la pertinence du résultat : 1,45 m + 2,7 m cela doit faire approximativement 4 m.

Le calcul précis pourra s'effectuer directement si les élèves ont bien intégré ce résultat dans l'activité de découverte, sinon, le professeur demandera une fois de plus de passer à l'écriture fractionnaire pour redéfinir l'addition.

$$1 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100} + 2 + \frac{7}{10} = 3 + \frac{11}{10} + \frac{5}{100}$$
$$= 3 + 1 + \frac{1}{10} + \frac{5}{100} = 4 + \frac{1}{10} + \frac{5}{100} = 4{,}15$$

■ Question 2

Il est possible que les prévisions par le calcul de certains élèves de la classe se retrouvent encore dans celles de Qwang, Théo, Alice et Leïla.

Le professeur passe donc collectivement en revue les moyens de vérification des prévisions proposés dans cette question, puis demande aux élèves, par groupes de deux, de mettre en œuvre une des méthodes : soit la méthode à partir de l'addition des écritures fractionnaires, soit la technique de l'addition posée en colonne.

Si nécessaire, un groupe de deux élèves effectue la vérification par mesurage des deux segments dessinés au préalable par le professeur.

Après un temps de travail, le professeur engage la correction des différents moyens de vérification proposés :

– relever les calculs effectués à partir de la somme des écritures fractionnaires, faire repérer et corriger les erreurs éventuelles ;

– faire le lien avec l'addition en colonne qui sera justifié par un retour indispensable à la signification des dixièmes : un dixième, c'est ce que l'on obtient quand on partage l'unité en 10 parties égales ; donc 10 dixièmes, c'est l'unité ; donc 11 dixièmes, c'est une unité et un dixième, etc.

■ Question 3

Activité analogue qui conduit, cette fois, à la soustraction de deux nombres décimaux.

La propriété utilisée dans l'opération posée consiste, comme pour les entiers, à ajouter le même nombre aux deux termes de la soustraction.

Le furet rappelle que si on ajoute 10 dixièmes au premier terme, on doit ajouter 1 unité au second.

■ Question 4

Activité de synthèse à partir de deux calculs formels.

Réponse : 20,14 ; 5,06.

Conclure avec les élèves

Le professeur choisira, selon sa classe, de conclure après la découverte ou après les exercices.

Il s'agit de mettre en évidence le lien entre l'addition et la soustraction des fractions décimales et la disposition en colonne de l'addition et de la soustraction de deux décimaux.

Exercices

Déroulement habituel (voir page 54).

● **Exercice 1**
Entraînement aux techniques de l'addition et de la soustraction en colonne.
Réponses : 12,1 ; 3,79 ; 10,45 ; 6,8 ; 9,46 ; 41,09.

● **Exercice 2**
Retour aux écritures fractionnaires nécessaire pour certains élèves afin de rester proche du sens.

> Exemple de réponse attendue
> $\frac{6}{10}+\frac{2}{10}+\frac{7}{10}=\frac{15}{10}=1+\frac{5}{10}=1{,}5.$

Réponses : **a.** 1,5 ; **b.** 9,45 ; **c.** 0,15 ; **d.** 1,34 ; **e.** 0,013 ; **f.** 16,14.

● **Exercice 3**
Il permet de maintenir le contrôle par un calcul réfléchi.

● **Exercice 4**
Cette fois, les élèves posent eux-mêmes additions et soustractions et doivent donc mettre en colonne les unités de même rang.
Réponses : **a.** 19,96 ; **b.** 277,96 ; **c.** 2,47 ; **d.** 1 868 ; **e.** 13,39 ; **f.** 39,5.

● **Exercice 5**
Ce problème nécessite de mettre en œuvre l'addition de trois nombres décimaux.
Réponse : 13,75 m.

● **Exercice 6**
Il s'agit d'entraîner les élèves à étudier la pertinence d'un calcul avant de se lancer dans des opérations.
Réponses : **a.** oui, il reste 0,35 m de ruban ; **b.** impossible.

● **Exercices 7 et 8**
Les énoncés mettent en scène la recherche du terme manquant d'une addition puis d'une soustraction de nombres décimaux. Une mise en commun des procédures utilisées par les élèves est souhaitable.
Réponse exercice 7 : 45,1.
Réponse exercice 8 : 27,9.

● **Remue-méninges**
Travail sur l'addition et l'addition à trou.

0,8	0,3	**0,4**
0,1	0,5	**0,9**
0,6	**0,7**	0,2

2	**2,5**	1,8
1,9	2,1	**2,3**
2,4	**1,7**	**2,2**

2,6	**1,3**	1,2	**2,3**
1,5	2	**2,1**	1,8
1,9	**1,6**	1,7	2,2
1,4	2,5	**2,4**	**1,1**

ÉTAPE 73

Lecture de plans et de cartes : échelles

Manuel p. 178-179

Objectifs

- Utiliser le repérage cartésien pour situer des lieux.
- Se familiariser avec les échelles, les utiliser pour trouver l'ordre de grandeur d'une distance.

Pourquoi cette étape ?

Au cours de l'étape 16, avec l'étude de l'Union européenne d'un point de vue géographique, civique et historique, les élèves ont lu une carte en utilisant le repérage sur quadrillage. À l'étape 49, ils ont travaillé sur la notion de décalage horaire et donc sur les notions relatives au découpage de la terre en méridiens et en 24 fuseaux horaires. Nous travaillons dans cette étape sur la notion d'échelle.

1 séance
Matériel • Pour la classe : un planisphère, une carte de France découpée en régions.

Calcul mental

Jeu du furet avec des nombres décimaux. Compter en croissant, puis en décroissant de 0,1 en 0,1 à partir d'un nombre donné. Recommencer en comptant de 0,2 en 0,2.
Il s'agit ici de travailler systématiquement les passages aux entiers. Par exemple : après 3,8, c'est 3,9 ; après 3,9, c'est 4 et non 3,10 comme certains élèves peuvent le proposer.

Découverte

Rappeler le travail mené à l'étape 49 sur le décalage horaire et la définition d'un méridien sur un planisphère. Préciser à cette occasion que, pendant longtemps, le méridien origine fut le méridien de Paris. En 1884, une convention internationale décida que le méridien de Greenwich, ville proche de Londres en Angleterre, serait définitivement pris comme méridien origine. Le méridien de Paris, même s'il n'est plus considéré comme l'origine, « existe » toujours. Il passe par le centre de l'Observatoire de Paris et traverse la France du nord au sud. Il a servi à établir l'unité universelle de mesure de longueur « le mètre ».

Pour information

En 1790, l'Assemblée Nationale française décide d'établir un système de mesure unique. Le projet est confié à des savants de renom (Borda, Condorcet, Lagrange, Laplace, Lavoisier et Monge) qui proposent de définir le « mètre » comme le dix millionième du quart du méridien terrestre.

*La tâche est donnée à deux astronomes : Jean-Baptiste Joseph Delambre et Pierre Méchain qui vont mesurer un arc suffisamment long de ce quart de méridien avec l'unité de l'époque, la toise (12 pieds, soit environ 4 mètres). Cet arc, appelé **la Méridienne**, s'étend sur plus de 700 km (à vol d'oiseau) entre Dunkerque et Prats-de-Mollo. Le résultat des mesures de Delambre et Méchain est 551 584,7 toises. Par proportionnalité, et avec un travail sur les angles, ils ont alors calculé la longueur du quart de méridien de façon précise (5 130 740 toises). La longueur du mètre est alors choisie de telle sorte qu'il faut 40 000 000 mètres pour égaler la longueur du méridien terrestre. Le mètre est donc 1/40 000 000 de la circonférence de la Terre.*

Les élèves doivent situer les éléments d'une carte à l'aide du quadrillage et localiser des lieux les uns par rapport aux autres. Ils ont aussi à exploiter la notion d'échelle et à distinguer la distance linéaire à vol d'oiseau, exprimée en km, de la distance réelle par les voies de communication (en km) pour calculer ou comparer des distances.

■ Exploration individuelle puis collective

Après la lecture silencieuse de la carte et du texte, le professeur peut resituer le contexte de cette méridienne verte.

Pour les cérémonies de l'an 2000, l'architecte Paul Chemetov a imaginé un projet : « la méridienne verte ». C'est une sorte de monument végétal, qui traverse la France du nord au sud, depuis Dunkerque dans le Pas-de-Calais jusqu'à Prats-de-Mollo à la frontière espagnole, sur le passage même du méridien de Paris. Pour matérialiser ce méridien, des arbres à vie millénaire ont donc été plantés : chênes dans le Nord, oliviers dans le Sud. C'est une manière de laisser une trace, à la fois dans le temps et dans l'espace puisque, par définition, le méridien est une référence pour le temps (chaque méridien correspond à un fuseau horaire) et pour l'espace (ils permettent de se repérer sur le globe).

Le professeur peut ensuite attirer l'attention des élèves sur le découpage de la France métropolitaine en 22 régions, en posant des questions pour situer les régions, les préfectures de régions, distinguer les villes qui sont des préfectures de régions de celles qui n'en sont pas.

Les questions du manuel sont ensuite traitées individuellement. La correction peut être collective pour les questions 1 et 3. Pour la question 2, nous suggérons une mise en commun des procédures de résolution.

■ Question 1

Réponses

• Nord-Pas-de-Calais, Picardie, Ile-de-France, Centre, Limousin, Auvergne, Midi-Pyrénées, Languedoc-Roussillon.

• Dunkerque (G1), Amiens(G2), Paris (G3), Bourges (G6), Carcassonne (G11), Prats-de-Mollo-la-Preste (G12).

Toutes ces villes sont situées dans la même colonne du quadrillage, la colonne G.

■ Question 2

Elle vise à familiariser les élèves avec la notion d'échelle. Pour répondre, ils ont à mettre en acte des procédures utilisant les propriétés de linéarité de la proportionnalité. En effet, le coefficient de proportionnalité (200/1,7) est complexe et rend impossible le passage à l'unité.

La mise en commun portera sur les procédures utilisées.

> Procédures envisageables
>
> – Constater que la méridienne traverse la France du nord au sud, savoir que la longueur de la France est de l'ordre de 1 000 km.
>
> – Constater visuellement que la longueur de la méridienne est plus grande que celle du segment représentant l'échelle, en conclure que la longueur de la méridienne verte est plus grande que 200 km. Ce qui permet de rejeter les solutions 10 km et 100 km. Constater que 1 000, c'est 5 fois plus que 200 et vérifier expérimentalement que l'on peut reporter 5 fois la longueur du segment unité (1,7 cm) sur la méridienne (8,5 cm).
>
> – Reporter la longueur du segment 5 fois sur celle de la méridienne, multiplier 200 par 5, trouver 1 000 et conclure.

■ Question 3

Les élèves réinvestissent les procédures de la question précédente pour comparer des distances à vol d'oiseau et des distances réelles par les voies de communication.

Réponses

Rennes se trouve en C4.

Sur la carte, avec la règle graduée : Rennes → Amiens : 3,2 cm ; Rennes → Bourges : 2,8 cm ;

à vol d'oiseau, Bourges est plus près de Rennes qu'Amiens.

Distances réelles :

Rennes → Bourges : 449 km ; Rennes → Amiens : 436 km.

Fabrice va donc choisir Amiens.

Exercices

Déroulement habituel *(voir page 54)*.

• Exercice 1

Réponses

a. Lyon (I 7) ; Montpellier (I 10) ; Bordeaux (D9) ; Rouen (F3).

b. en H1 Lille ; en F7 Limoges ; en F10 Toulouse ; en L12 Ajaccio.

c. Toulouse à Paris : un peu plus de 600 km (5,2 cm) ; Toulouse à Lille : environ 850 km (7,2 cm) ; Toulouse à Montpellier : 200 km (1,7 cm) ; Toulouse à Bourges : environ 400 km (3,4 cm) ; Toulouse à Dijon environ 500 km (4,3 cm).

• Exercice 2

Il peut être précédé d'un travail sur l'organisation des instances de décision de l'Union européenne. Le **Conseil de l'Europe** est l'organisation internationale de la

« Grande Europe » (47 États membres, contre 27 pour l'Union européenne en 2009) dont le but est de promouvoir la démocratie, les droits de l'homme, l'identité culturelle européenne et la recherche de solutions aux problèmes de société en Europe. Son siège est à Strasbourg. Il a été fondé le 5 mai 1949.

Le **Bureau du Parlement européen** est l'organisme responsable du budget du Parlement et des sujets administratifs. Il comprend le **Président**, quatorze **Vice-Présidents**, et cinq **Questeurs** qui sont responsables des sujets administratifs. Tous les membres du Bureau sont élus pour une période de 30 mois.

Réponses

a. Strasbourg se trouve en Alsace.
b. C3.
c. Le Palais des Droits de l'Homme.
d. Environ 300 m ; environ 1 km 200.
e. Environ 800 m.

Conclure avec les élèves

• Le quadrillage est un moyen commode utilisé par les géographes pour découper et représenter l'espace sur un plan. C'est une aide pour localiser différents éléments de cet espace et les décrire plus facilement.

• L'échelle d'une carte permet de calculer des distances.

Par exemple : sur la carte, le segment représentant la méridienne verte a une longueur environ 5 fois plus grande que le segment représentant 200 km. La méridienne verte mesure donc environ 5 fois 200 km, soit 1 000 km.

ÉTAPE 74

Nombres décimaux au quotidien

MANUEL P. 180

Objectif

Résoudre des problèmes de multiplication et de division de nombres décimaux par 10 et par 100, en s'appuyant sur des connaissances issues de la vie quotidienne.

Pourquoi cette étape ?

L'utilisation des nombres décimaux dans le contexte de la monnaie relève d'une connaissance pragmatique acquise par les élèves depuis le CE2. Dans cette étape, il s'agit de revisiter ces nombres en leur donnant leur **signification mathématique** : la valeur de chaque chiffre suivant sa position est mise en lien avec sa désignation **dans le contexte de la monnaie**. Ce contexte permet d'approcher la question de la multiplication et de la division de nombres décimaux par dix ou cent.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Pour la classe : quelques pièces de un, deux, cinq, dix et vingt centimes d'euros. Les élèves ne sont pas tous familiarisés avec ces pièces.

Calcul mental

Jeu du furet avec des nombres décimaux. Compter en croissant puis en décroissant de 0,1 en 0,1 à partir d'un nombre donné. Recommencer en comptant de 0,5 en 0,5.

Découverte

■ Question 1

Lecture collective de la bulle du furet et de celle d'Alice, répondre collectivement à la question d'Alice, puis travail individuel.

Réponses possibles

1 dixième d'euro c'est :
– une pièce de 10 centimes d'euros ;
– une pièce de 5 centimes d'euros, deux pièces de 2 centimes d'euros et une pièce de 1 centime ;
– deux pièces de 5 centimes d'euros ;
– etc.

Remarque : Les élèves confondent souvent dixième et dizaine. Par ailleurs, une dizaine de centimes d'euros, c'est un dixième d'euro.

■ Question 2

Travail individuel et mise en commun des procédures.
La réponse (12,5 €) peut être obtenue par additions successives.

Faire constater que la multiplication par 10 a conduit à décaler la virgule d'un rang vers la droite.

■ Question 3

Travail individuel puis mise en commun des procédures.
La réponse (0,85 €) peut être obtenue par multiplication à trou ou par ajustement.
Faire constater que la division par 10 a conduit à décaler la virgule d'un rang vers la gauche.

Conclure avec les élèves

- Dans notre monnaie, il y a des pièces de 1 et 2 euros et des pièces de 1 centime, 2 centimes, 5 centimes, 10 centimes, 20 centimes, 50 centimes d'euros.
Un euro correspond à :
– 10 pièces de 10 centimes d'euros ;
– 5 pièces de 20 centimes d'euros ;
– 2 pièces de 50 centimes d'euros.
- Vocabulaire : ne pas confondre « dizaine » et « dixième ».

Exercices

Déroulement habituel (voir page 54).

● Exercices 1 et 3

Reprise de la question 2 de la découverte : la multiplication par 10 d'un nombre décimal. C'est aussi l'occasion de revenir sur le sens de l'expression « 3,20 € l'une ».

● Exercice 2

Dans la question 3 de la découverte, on abordait la division de nombres décimaux par 10. Dans cet exercice, on élargit l'étude à la division des nombres décimaux par 100.

● Exercices 4 et 5

Ils reprennent, dans le contexte de la mesure des longueurs, des problèmes de division par 10 et de multiplication par 100.

● Exercices 6 et 7

Ils permettent de faire le lien entre additions ou soustractions successives et multiplication de 0,1 par 10.
Exemple pour l'exercice 6 : 16,4 + 0,1 + 0,1 + etc. ; mais aussi : 0,1 × 10 = 1 ; donc résultat : 17,4.

ÉTAPE 75

Utiliser la calculatrice (2)

MANUEL P. 181

Objectif

Se servir à bon escient de la calculatrice pour résoudre des problèmes, pour calculer, pour vérifier.

Pourquoi cette étape ?

À l'étape 40, les élèves ont utilisé la calculatrice pour effectuer des calculs simples sur les nombres entiers de type addition, soustraction, multiplication. Ils ont également découvert que, pour la division, l'affichage de la calculatrice donnait souvent un nombre à virgule qui permettait cependant de trouver le quotient et le reste. Dans cette étape, la calculatrice va être utilisée pour **renforcer la signification des chiffres composant un nombre décimal** à travers la résolution de problèmes additifs ou soustractifs.

1 SÉANCE
MATÉRIEL • Par élève : une calculatrice.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit au tableau 3 nombres décimaux, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves les écrivent dans l'ordre croissant.

Les nombres choisis ne doivent pas comporter plus de 2 ou 3 chiffres significatifs.

Découverte

Elle vise à faire travailler de manière systématique la numération écrite des nombres à virgule. Par exemple, pour passer de 37.165 à 37.175 sans effacer l'écran, il faut remarquer que tous les chiffres sont identiques sauf le 6 et que le chiffre 6 correspond aux centièmes en raison de sa position et donc qu'il faudra ajouter un centième soit 0.01 pour le transformer en 7.


Lecture de la consigne et de la bulle du furet.

Demander aux élèves de noter au fur et à mesure les calculs réalisés et les résultats obtenus.
Travail individuel.
Nous suggérons une mise en commun des procédures utilisées pour la question **a** et une correction indivi-

5 PÉRIODE

duelle pour la question **b** de manière à analyser les erreurs (de frappe, de choix de calcul…).

Exercices

Nous suggérons un travail individuel et une correction individuelle pour l'exercice 1 et une mise en commun pour les autres exercices.

● **Exercice 1**
Reprise de la découverte.

● **Exercice 2**
Certains élèves repèrent la répétition des nombres et remplacent des additions réitérées par une multiplication, c'est la raison pour laquelle une mise en commun des procédures est intéressante. Par ailleurs, certains résultats trouvés par les élèves, bien que relevant de raisonnements corrects, peuvent être erronés en raison des calculatrices dont ils disposent. En effet, suivant les calculatrices et en l'absence de parenthésage, la séquence tapée : « 6 × 2.25 + 6.83 + 3 × 3.75 » peut donner le résultat correct « 31.58 », si la calculatrice dispose de la priorité intégrée ou un résultat erroné « 87.4875 », si la calculatrice effectue les calculs au fur et à mesure qu'ils lui sont donnés :
87.4875 = (6 × 2.25 + 6.83 + 3) × 3.75.

● **Exercices 3 et 4**
Laisser aux élèves la charge de trouver une suite d'opérations permettant d'obtenir un nombre décimal donné.
Travail individuel. Mise en commun et vérification de quelques propositions.

● **Exercice 5**
Problème de soustraction du type recherche d'une partie en connaissant le tout et les autres parties. La calculatrice sert ici à vérifier les calculs.
Mise en commun des procédures et des résultats.
Réponse : 6,15 km.

ÉTAPE 76

Solides : de l'espace au plan

MANUEL P. 182-183

Objectifs

- Décrire divers solides.
- Les associer à leur représentation en perspective cavalière.
- Identifier les polyèdres.

Pourquoi cette étape ?

• Nous attirons l'attention des enseignants sur la nécessité **d'avoir à disposition des élèves des solides géométriques** en carton ou en bois (voir rubrique « Matériel » ci-dessous) pour que les élèves puissent :
– les observer à loisir et construire des images mentales nombreuses, dynamiques et articulées de chacun d'eux ;
– vérifier les hypothèses qu'ils font en travaillant sur les représentations planes.

• Nous proposons de réactiver les connaissances des élèves sur les solides et les polyèdres en particulier par des jeux de portrait (ou de « Qui est-ce ? ») qui ne peuvent se dérouler sans avoir recours au langage. Comme pour les jeux de portrait sur les figures planes, deux usages de la langue s'affrontent et peuvent se « contredire » : contrairement au langage usuel, **le langage mathématique ne suit pas le principe de l'information maximum**. Pour éviter les difficultés, le professeur entraînera ses élèves à utiliser des formulations avec les expressions « au moins », « au plus », « exactement ».

• Comme dans le cas des figures planes, nous ne proposons plus en CM de classement de solides suivant un critère donné mais la démarche inverse, ou « problème retourné » : des solides différents sont regroupés et c'est aux élèves de **trouver le critère commun à tous ces solides**.

• La question de la représentation plane des objets de l'espace se pose de manière importante dans un manuel. En effet, le solide de l'espace et ses représentations planes ne se ressemblent guère. Il est donc nécessaire d'apprendre aux élèves à **« lire » les représentations planes des solides** puisque celles-ci font perdre de nombreuses informations à leur sujet. Ainsi, par exemple, sur la représentation en perspective cavalière d'un cube on ne peut pas « voir » que toutes les faces sont des carrés puisque quatre d'entre elles sont représentées par des parallélogrammes.

• Cette étape est exclusivement consacrée à des activités de description, par le biais de jeux de portrait, et d'identification à partir de représentations en perspective cavalière. L'étude de patrons se fera au cours des étapes suivantes.

• **Remarque** : le nom des solides n'est pas une connaissance exigible en dehors de ceux du cube, du parallélépipède rectangle (pavé droit), prisme et cylindre. Le professeur peut cependant appeler les solides par leur nom, mais il ne doit pas oublier que plusieurs noms sont possibles pour un même solide, ainsi un cube est un prisme à base carrée, c'est aussi un hexaèdre régulier…

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Par groupe de 4 ou 5 élèves : un jeu de solides variés (en bois ou en carton) pour le travail collectif.
Les patrons des solides de la découverte se trouvent sur les fiches photocopiables (p. 258 à 262).
• Par élève : matériel personnel de géométrie.

Calcul mental

Le professeur énonce un nombre décimal (ex. : 3 unités, 5 centièmes), les élèves l'affichent sur leur calculatrice.
Il s'agit ici de travailler sur la position des chiffres dans l'écriture d'un nombre décimal en fonction de leur valeur. On variera les manières de dire les nombres décimaux.

Activité préparatoire

Le professeur dispose les solides sur son bureau face aux élèves et désigne chacun d'eux par une lettre comme dans la découverte. Les élèves sont regroupés par 4 ou 5 et disposent du même jeu de solides que le professeur. Nous proposons trois phases de jeu.

■ Première phase

Le professeur fait le portrait d'un solide de son choix, il peut inscrire les propriétés au fur et à mesure au tableau. Les élèves doivent trouver de quel solide il s'agit. Au signal, ils écrivent la lettre correspondant au solide sur leur ardoise. La vérification se fait collectivement avec le solide.
Les propriétés choisies par le professeur peuvent concerner les faces (nombre, forme), les sommets (nombre, nombre de faces auquel le sommet appartient), le nombre d'arêtes. Les élèves disposant du référentiel de solides, la description peut ne pas être exhaustive.
Exemples de portraits :
« Le solide que j'ai choisi est un polyèdre car toutes ses faces sont planes. Il a 5 faces, 3 sont des rectangles, 2 sont des triangles. » (prisme à base triangulaire B).
« Le solide n'est pas un polyèdre, il a un sommet et une seule face plane qui est un disque. » (cône D).
Reprendre plusieurs portraits.

■ Deuxième phase

Jeu du « Qui est-ce ? » : le professeur choisit un solide mais ne dit pas lequel. À tour de rôle, les élèves posent une question à laquelle le professeur répond seulement par « oui » ou par « non ». Lorsqu'un élève pense avoir trouvé le solide choisi par le professeur, il lève le doigt et donne sa réponse. Si elle correspond au solide choisi, l'élève explique sa démarche, sinon le jeu continue.
Reprendre plusieurs fois.

■ Troisième phase

Les élèves travaillent par groupes de 4 ou 5. Le professeur propose une situation « retournée » ou inverse par rapport à l'activité traditionnelle de classement de solides : plusieurs solides du référentiel sont mis ensemble parce qu'ils ont une propriété que les autres n'ont pas, les élèves doivent trouver cette propriété.
Par exemple, le professeur propose de regrouper les solides J et H, les élèves doivent trouver ce qu'ils ont en commun (ce sont des polyèdres qui ont 5 sommets).
Autres exemples de regroupements :
B, F, H, J, K (solides possédant des faces triangulaires) ;
B, H (5 faces) ; B, F (6 sommets) ;
A, C (6 faces rectangulaires) ; B, J (9 arêtes).
Mise en commun : recenser les propriétés trouvées par les élèves. Pour chacune d'elles, faire une vérification collective pour la garder ou la rejeter.

Découverte

■ Lecture de l'ensemble de la découverte

Le premier travail collectif consiste à identifier les solides représentés en perspective dans le manuel et les solides en trois dimensions avec lesquels les élèves ont travaillé pendant les activités préparatoires.
Pour chaque représentation, le professeur pourra questionner les élèves pour leur demander ce qui est « conservé » du solide dans la représentation et ce qui est « perdu ». Par exemple, pour le solide B on ne voit pas sur la représentation que trois faces sont des rectangles, etc.

■ Questions 1 et 2

Lecture de la pancarte du furet qui rappelle ce qu'est un polyèdre et le vocabulaire qui lui est attaché.
La première question a pour but de vérifier que les élèves savent identifier les polyèdres et les solides qui n'en sont pas. La seconde est une reprise individuelle de l'activité préparatoire.
Travail individuel, correction collective.
<u>Réponses question 1</u>
D est un cône, G est un cylindre, I une sphère.
<u>Réponses question 2</u>
a. Pyramide à base carrée H.
b. Prisme à base triangulaire B.

■ Question 3

Lecture silencieuse.
Il s'agit ici d'entraîner les élèves à faire eux-mêmes le portrait d'un solide et de l'écrire.

Travail individuel, puis confrontation à deux : les deux élèves doivent s'entendre pour faire un portrait commun et le rédiger. Plusieurs portraits peuvent ensuite être lus pour être étudiés collectivement. Une correction individuelle est ensuite nécessaire.

■ Question 4

Reprise de la dernière phase des activités préparatoires. Laisser le matériel à disposition pour ceux qui le veulent.

Réponse : A, C, E, F et J ont tous 6 faces.

Conclure avec les élèves

Pour reconnaître un polyèdre parmi plusieurs, il faut repérer le nombre de ses faces, de ses sommets et de ses arêtes, il faut aussi repérer la forme de chaque face.

Exercices

L'organisation peut être la suivante :
– lecture silencieuse des consignes et reformulation ;
– travail individuel, puis échange deux à deux pour comparer les résultats ;
– mise au point collective après plusieurs exercices.

• Exercices 1 et 2

Reprises de la question 4 de la découverte.

Réponse exercice 1

Propriété commune à D et G par rapport aux autres solides de la découverte : ce ne sont pas des polyèdres et ils sont au moins une face plane qui est un disque

Réponse exercice 2

A, C et E ont 8 sommets ou A, C et E ont 6 faces dont deux au moins sont parallèles. La réponse « 6 faces » ne convient pas car F et J ont aussi 6 faces.

• Exercice 3

Entraînement à reconnaître un solide quelle que soit la manière dont il est « posé ».

• Exercice 4

Il s'agit de regrouper les propriétés d'un polyèdre sous la forme d'une « fiche d'identité » qui permet de l'identifier parmi plusieurs.

Réponses

K : polyèdre ayant 4 faces triangulaires, 6 arêtes, 4 sommets, c'est une pyramide à base triangulaire ou encore un tétraèdre.

A : polyèdre ayant 6 faces rectangulaires parallèles deux à deux, 12 arêtes, 8 sommets, c'est un pavé ou un parallélépipède rectangle.

B : polyèdre ayant 2 faces triangulaires et 3 faces rectangulaires, 9 arêtes, 6 sommets, c'est un pentaèdre à base triangulaire.

E : polyèdre ayant 2 faces carrées parallèles et 4 faces trapézoïdales , 12 arêtes, 8 sommets, c'est un tronc de pyramide.

• Exercices 5, 6 et 7

Entraînement sur les jeux de portrait.

Réponse exercice 5 : cylindre G.

Réponse exercice 6 : tronc de pyramide E.

Réponse exercice 7 : hexaèdre à faces triangulaires J.

• Exercice 8

Entraînement à décrire un solide.

• Exercice 9

Les élèves doivent eux-mêmes rédiger le portrait du parallélépipède rectangle.

Faire lire et commenter la bulle du furet. On pourra demander aux élèves de rechercher le nom d'origine grecque des polyèdres H et B (pentaèdre).

ÉTAPE 77

Parallélépipèdes rectangles et cubes

MANUEL P. 184-185

Objectifs

- Construire des patrons de cubes et de parallélépipèdes rectangles (pavés droits).
- Étudier les relations d'adjacence.

Pourquoi cette étape ?

Il s'agit de comprendre comment sont assemblées les faces d'un parallélépipède rectangle ou d'un cube.

- Les élèves, dans la première activité préparatoire, **apprennent à construire des cubes et des parallélépipèdes rectangles avec des faces prédécoupées** pour mettre en évidence la forme des faces et leur nombre. Pour réaliser ces constructions, nous proposons de mettre les élèves **en situation de prévoir** ce qui leur faut comme matériel et de le choisir dans des lots de polygones divers (carrés de diverses tailles, rectangles de diverses formes, losanges, parallélogrammes) de manière à solliciter les images mentales qu'ils se sont construites de ces solides et non de dénombrer seulement le matériel nécessaire en manipulant un solide réel.
- La deuxième activité consiste à **mettre à plat en un seul morceau un pavé ou un cube** en carton en le découpant selon les arêtes. Elle nécessite de la part des élèves **l'anticipation de l'effet du découpage**. Cette activité conduit généralement à l'obtention de plusieurs patrons différents pour le même solide.
- Dans la découverte, les élèves doivent **anticiper les segments qui vont coïncider pour former une arête et les points qui formeront un même sommet** lorsque l'on construira le solide après avoir découpé le patron. Nous proposons un patron de parallélépipède rectangle dans la mesure où les longueurs des arêtes étant différentes, le travail de repérage est facilité. Une application technique de ce travail sur les relations d'adjacence est le choix de la position des « languettes » pour la construction d'un solide en carton.
- **Remarque** : nous dirons indifféremment « parallélépipède rectangle » ou « pavé droit ».

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL **POUR L'ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE**

- Par élève : le matériel personnel de géométrie, des ciseaux, des crayons de couleur, du scotch, une feuille de papier.
- À disposition de la classe : un lot de polygones en carton (fiches photocopiables p. 263 et 264) ; un cube et un parallélépipède rectangle réalisés en carton (p. 258).

POUR LA DÉCOUVERTE

- Par élève, en plus du matériel précédent : des feuilles de papier quadrillé.

Calcul mental

Jeu de portrait sur les nombres décimaux. Le professeur fait le portrait d'un nombre décimal, les élèves doivent trouver le nombre.

Exemples :

– C'est un nombre décimal, il a un chiffre après la virgule ; il est compris entre 21 et 22, son chiffre des dixièmes est le double de celui des dizaines.
– C'est un nombre décimal, il a un chiffre après la virgule, il contient 3 dizaines et 52 dixièmes.
– C'est un nombre décimal, il a deux chiffres après la virgule, quand on lui ajoute 25 centièmes, on obtient 4.
– C'est un nombre décimal, quand on le multiplie par 10, on obtient 15.
– C'est un nombre décimal compris entre 6 et 7, qui a un chiffre après la virgule. Si on le multiplie par 2, il devient entier.

Activité préparatoire

Répartir les élèves par groupes de 2.

■ Première phase

- Présenter aux élèves un parallélépipède rectangle et un cube ainsi que le lot de polygones en carton qui sera mis à leur disposition sur plusieurs tables. Leur demander de prévoir le matériel dont ils auront besoin pour construire (successivement ou simultanément, le professeur choisira en fonction de ses élèves) un parallélépipède rectangle et un cube et d'écrire ou de dessiner leur commande sur une feuille. Puis chaque groupe à tour de rôle donnera sa commande à l'enseignant qui lui fournira les pièces (ou ira les chercher lui-même sur les tables où sont disposés les polygones).
- De retour à sa table de travail, chaque groupe construit un parallélépipède et un cube avec les pièces choisies et du scotch. Dans le cas où le matériel choisi ne le permet pas, les groupes concernés doivent analyser leur erreur

PÉRIODE 5

et faire une nouvelle commande. En cas de blocage, le professeur peut leur donner un parallélépipède.

• Mise en commun des commandes effectuées.

• Conclusion partielle : le patron d'un cube est formé de 6 carrés superposables. Le patron d'un parallélépipède rectangle est formé de 6 rectangles, dont certains peuvent être carrés, deux à deux superposables avec certaines longueurs des côtés égales pour que les rectangles puissent bien s'assembler.

■ Deuxième phase

• Chaque groupe dispose du pavé et du cube construit dans la première phase. Le professeur donne alors la consigne suivante : « Vous allez "mettre à plat" vos solides. Pour cela, vous allez découper chaque solide en suivant les arêtes, mais attention, il va falloir que vous cherchiez comment faire pour obtenir un seul morceau. »

• Laisser un temps de recherche suffisamment long. Dans le cas où un groupe obtient plusieurs morceaux, il reconstruit le solide avec du scotch et recommence. Naturellement on n'attend pas que les élèves trouvent tous les patrons du cube (11) ou du parallélépipède, mais nous proposons de relancer la recherche jusqu'à obtenir dans la classe 4 ou 5 patrons différents pour chaque solide.

• Mise en commun des manières de faire pour réussir et affichage des patrons obtenus en deux colonnes : les patrons de cubes, les patrons de parallélépipèdes.

Conclure avec les élèves

• Lorsque l'on met à plat un cube, on obtient un assemblage en un seul morceau de six carrés qui s'appelle un « patron » de cube. De même, lorsque l'on met à plat un parallélépipède rectangle, on obtient un assemblage en un seul morceau de six rectangles qui s'appelle un « patron » de parallélépipède rectangle.

• On a trouvé plusieurs patrons différents pour le cube et plusieurs patrons différents pour le parallélépipède rectangle.

Découverte

• Lecture et commentaire de l'ensemble de la découverte.

Bien expliquer aux élèves qu'il s'agit de prévoir, avant de découper le patron, ce qui va se passer lorsque l'on construira le solide, c'est-à-dire qu'il faut trouver les faces qui seront adjacentes quand le solide sera construit.

Les élèves ont plusieurs tâches à effectuer qu'il faudra bien distinguer :

– ils reproduisent le patron du manuel sur une feuille quadrillée ;

– sans découper, ils doivent repérer les segments qui coïncideront au montage pour former une arête et les colorier ou les coder de la même couleur (une couleur par arête) ; un exemple est donné sur le patron (question 1) ;

– toujours sans découper, ils doivent chercher les points qui coïncideront au montage pour former un sommet et les colorier de la même couleur (une couleur par sommet) ; un exemple est donné sur le patron (question 2).

• Travail individuel, confrontation à deux. Puis chaque élève découpe son patron et construit le solide pour vérifier.

<u>Les erreurs possibles</u>

– Utiliser la même couleur pour un nombre incorrect d'arêtes (ou de sommets).

– Colorier de la même couleur des arêtes (ou des sommets) qui ne coïncident pas.

– Oublier des arêtes ou des sommets.

Si des élèves ont beaucoup de difficulté, le professeur pourra les autoriser à découper le patron et à faire des vérifications locales de leur prévision.

Le professeur pourra faire recenser le nombre d'arêtes et le nombre de faces qui partent d'un sommet. Il pourra aussi faire constater qu'une arête est toujours commune à deux faces.

Conclure avec les élèves

Dans un parallélépipède rectangle, un sommet est commun à trois faces et, comme pour tous les polyèdres, une arête est commune à deux faces.

Exercices

L'organisation peut être la suivante :

– lecture silencieuse des consignes et reformulation ;

– travail individuel : tout d'abord travail de reproduction sur quadrillage, puis recherche de la réponse à chaque question sans découpage ;

– échange deux à deux pour comparer les propositions et les discuter ;

– vérification individuelle en construisant le solide ;

– mise au point collective après chaque exercice.

Tous les exercices ont pour but de travailler le passage de l'espace au plan et du plan à l'espace et d'affiner les images mentales que les élèves ont des solides. Ils les entraînent à anticiper ce qui se passe lors de la construction d'un solide à partir de son patron.

• Exercice 1

Reprise de la découverte en focalisant la réflexion sur les faces : les élèves doivent trouver sur le patron les faces opposées du pavé.

• Exercice 2

Après avoir constaté qu'il manquait des faces à chaque assemblage pour qu'ils soient des patrons de cubes, les élèves doivent construire les faces manquantes en les positionnant de manière à obtenir des patrons de cubes.

• Exercices 3 et 4

Il s'agit toujours de prévoir ce qui va se passer quand on essaie de construire les solides à partir des assemblages proposés et de mettre en évidence certaines propriétés d'un patron.

Réponses exercice 3

L'assemblage A a 7 rectangles, c'est un de trop.
L'assemblage C ne convient pas non plus, il a 5 rectangles.
L'assemblage B a bien 6 rectangles, mais 4 se touchent, il y aurait un sommet commun à quatre faces, ce qui n'est pas possible.

Réponses exercice 4

Tous les assemblages ont 6 carrés. A et C ne conviennent pas car deux carrés vont se superposer et le cube n'aura pas de « couvercle », B et D conviennent.

ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

Multiplication et division : problèmes et calcul

MANUEL P. 186-187

Objectifs

- S'entraîner à résoudre rapidement des problèmes relevant de la multiplication et de la division.
- Effectuer des multiplications et des divisions.

Pourquoi cette étape ?

Elle permet d'entretenir les compétences des élèves à résoudre différents types de problèmes, à effectuer des multiplications et des divisions, à revisiter les notions de quotient, diviseur et reste et la relation qui les lie. Les problèmes et les opérations sont choisis dans un domaine numérique qui doit maintenant être familier aux élèves.

En cette fin d'année scolaire, le professeur pourra, à travers l'observation du travail produit par ses élèves, faire le point sur leurs compétences dans ce domaine.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** EXERCICES 1 À 11 • **SÉANCE 2** EXERCICES 12 À 21
MATÉRIEL • Par élève : une fiche autocorrective (voir p. 248-249).

Calcul mental

Jeu de recto verso multiplicatif. Voir étape 31.

Il est important de proposer régulièrement ce jeu de façon à renforcer la maîtrise des tables de multiplication jusqu'à ce que tous les résultats soient totalement automatisés.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 55).

• Exercice 1

Recherche de la valeur d'une part (le reste est nul).

• Exercice 2

Il s'agit de faire le point sur différentes répartitions équitables d'un jeu de cartes. Dans le jeu de famille, il est fréquent de laisser une « pioche ». Ainsi, on obtient différentes répartitions dont une seule correspond à la division euclidienne, celle pour laquelle le reste est inférieur au diviseur.

Exemples de répartitions possibles

42 = (4 × 5) + 22
42 = (6 × 5) + 12
42 = (7 × 5) + 7
42 = (8 × 5) + 2

Toutefois l'énoncé de l'exercice 2 induit que la distribution se fera avec le maximum de cartes pour chaque enfant. C'est donc, dans ce cas, la répartition 42 = (8 × 5) + 2.

• Exercice 3

Recherche du nombre de parts.

• Exercices 4 et 5

Ces problèmes nécessitent deux multiplications et une addition. Il s'agit également de travailler la formulation : les élèves doivent interpréter les expressions « 3 groupes de 5 personnes », etc. et traduire chaque expression par un produit.

• Exercices 6 et 7

Ce sont des problèmes de proportionnalité. Lorsqu'il apportera une aide individualisée, le professeur choisira ou non de présenter les données en tableau. Ce mode d'organisation peut faciliter la compréhension de la relation entre les données mais il n'est pas exigible des élèves.

Dans l'**exercice 6**, les nombres sont choisis de telle manière que, pour le résoudre, les élèves doivent passer par les propriétés de linéarité : 9 gâteaux, c'est trois fois plus que 3 gâteaux.

× 3

Nombre de gâteaux	Prix des gâteaux
3	5
9	?

× 3

En effet, à ce stade, les élèves ne peuvent pas utiliser le coefficient de proportionnalité (5/3).

Dans l'**exercice 7**, on peut utiliser les deux procédures : soit trouver le coefficient de proportionnalité c'est-à-dire le prix d'une barre chocolatée (12 divisé par 6), soit les propriétés de linéarité : 3 barres chocolatées, c'est deux fois moins que 6 barres chocolatées.

× 2

divisé par 2

Nombre de barres chocolatées	Prix des barres chocolatées
6	12
3	?

divisé par 2

- **Exercices 8 et 10**

Révision des techniques de la multiplication et de la division.

Dans l'**exercice 8**, les élèves doivent, de plus, prendre en compte la commutativité de la multiplication pour disposer les nombres en colonne (dans 8 × 1 957, par exemple). De même, ils doivent comprendre qu'il n'est pas nécessaire de poser la multiplication pour calculer 10 × 458.

- **Exercice 9**

Entraînement au calcul mental de divisions simples.

- **Exercice 11**

Il permet de revisiter la relation qui lie le quotient et le reste dans une division. Pour répondre les élèves doivent traduire l'énoncé par 76 = (? × 8) + 4.

- **Exercices 12 et 13**

Entraînement au calcul de divisions pour trouver le reste. Les nombres favorisent des procédures de calcul réfléchi.

- **Exercices 14 et 15**

Ils permettent de revenir sur la propriété du reste : être plus petit que le diviseur. Chaque exercice a plusieurs solutions.

Réponse exercice 14 : 6 solutions (6 × 9) + r avec r < 6.
Réponse exercice 15 : 7 solutions (7 × 11) + r avec r < 7.

- **Exercice 16**

Révision des propriétés de l'écriture en ligne d'une division, notamment celle relative au reste.

- **Exercice 17**

Entraînement à la technique de la division et à l'écriture en ligne de cette division.

- **Exercice 18**

Plusieurs contraintes doivent être simultanément prises en compte. C'est aussi l'occasion de revoir deux formulations pour la même propriété : « être multiple d'un nombre » et « avoir pour reste 0 quand on divise par ce nombre ».

- **Exercice 19**

Il s'agit d'entraîner les élèves à interpréter un encadrement entre deux multiples consécutifs d'un nombre pour résoudre un problème.

- **Exercices 20 et 21**

La résolution de ces problèmes nécessite de mettre en œuvre la division ou le produit par 10 de nombres décimaux. Ils peuvent être également résolus par additions successives. Il sera alors intéressant de comparer les différentes procédures et les résultats.

Dans l'**exercice 20**, les élèves peuvent transformer 5,50 euros en 550 centimes pour déterminer le prix d'un timbre.

- **Remue-méninges**

47	Soustraire 2 →	45
Ajouter ↑ 7		↓ Diviser par 9
40	← Multiplier par 8	5

ÉTAPE 78

Le million et au-delà

MANUEL P. 188-189

Objectifs

- Comprendre les règles de formation des noms de nombres au-delà du million.
- Associer écritures en chiffres et écritures en lettres.
- Comparer des grands nombres.

Pourquoi cette étape ?

- On consolide ici le travail mené dans la période 2, étape 23 sur le « fonctionnement » de la numération orale, en étudiant plus spécifiquement **les règles de passage de la désignation orale des nombres** (ou de leur écriture en lettres) **à leur écriture chiffrée et réciproquement**. Il s'agit aussi de renforcer le travail mené sur la comparaison des nombres dans un champ numérique plus grand.
- Rappelons que pour les nombres supérieurs à 999, la numération orale met en jeu une « sur-base » de numération égale à mille. Le groupement correspondant à « mille mille » est désigné par le mot « million ». Pour permettre aux élèves d'étudier le fonctionnement de la numération orale, nous reprenons le jeu de cartes de l'étape 15 en introduisant une nouvelle carte : la carte « million ». Le passage à l'écriture chiffrée va montrer, une nouvelle fois, la nécessité d'écrire des zéros dans certains cas, mais aussi que le chiffre 1 se dit quand il est en première position devant « million », alors qu'il ne se dit pas quand il est en première position devant « mille ». L'utilisation d'un tableau de numération peut s'avérer une aide efficace.

1 SÉANCE

MATÉRIEL
- Par élève : une enveloppe contenant
  – seize étiquettes portant les nombres suivants écrits en chiffres : 1, 3, 5, 9, 32, 46, 56, 78, 86, 92, 172, 285, 427, 634, 708, 816 ;
  – deux étiquettes portant les mots-nombres « mille » et « million(s) ».
- Pour la classe :
  – les mêmes étiquettes de grande taille à afficher au tableau ;
  – un tableau de numération à afficher également.

Calcul mental

Jeu de portrait sur les nombres décimaux. Le professeur (ou un élève) choisit un nombre décimal. À tour de rôle, les élèves posent des questions pour trouver de quel nombre il s'agit.

Les questions du genre « Est-ce que le nombre à droite de la virgule est plus grand que… ? » ou « Est-ce que le nombre à gauche de la virgule est plus grand que… ? » ne sont pas acceptées de manière à ce que les nombres décimaux n'apparaissent pas aux yeux des élèves comme des couples de nombres entiers.

Découverte

Le professeur distribue à chaque élève l'enveloppe avec les étiquettes.

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte. Faire reformuler la règle du jeu. Rappeler aux élèves le jeu de l'étape 15 et leur dire que c'est le même jeu avec des cartes différentes et une carte en plus : la carte « million ».

■ Question 1

Après une période de travail individuel, une mise en commun est nécessaire. Elle permet de préciser la manière dont est organisé le « tableau de numération » et de rappeler que le zéro n'est pas dit, alors qu'il apparaît dans l'écriture chiffrée du nombre proposé par Leïla.

■ Question 2

Après un temps de recherche individuelle, les élèves comparent leurs propositions par deux, puis font la liste des nombres que le groupe de deux a trouvés et vérifiés.

Cette question permet de débusquer les erreurs liées aux zéros intercalaires et de les corriger. Évidemment, on n'attend pas tous les nombres possibles ; cependant, il est important de relancer la recherche dans les groupes pour qu'apparaissent au moment du passage à l'écriture chiffrée la nécessité d'ajouter des zéros. On pourra au moment de la correction pointer :

- ceux qui nécessitent d'ajouter un seul zéro
  – soit dans la classe des mille, exemple :
  3 millions 92 mille 816 s'écrit en chiffres 3 092 816 ;
  – soit dans la classe des unités, exemple :
  3 millions 816 mille 92 s'écrit en chiffres 3 816 092 ;
- ceux qui nécessitent d'ajouter deux zéros
  – soit dans la classe des mille, exemple :
  172 millions 5 mille 708 s'écrit en chiffres 172 005 708 ;
  – soit dans la classe des unités, exemple :
  172 millions 708 mille 5 s'écrit en chiffres 172 708 005 ;

– soit dans les deux classes, exemple :
172 millions 46 mille 32 s'écrit en chiffres 172 046 032 ;

• ceux qui nécessitent d'ajouter trois ou quatre zéros en combinant les cas précédents, exemple :
78 millions 5 mille 3 s'écrit en chiffres 78 005 003 ;

• ceux qui commencent par 1 ; pour ces derniers faire remarquer aux élèves que le chiffre 1 se dit quand il est en première position devant « million », alors qu'il ne se dit pas quand il est en première position devant « mille », exemples :
1 million 285 mille 816 s'écrit 1 285 816 ;
816 millions 1 mille 285 se dit huit cent-seize millions mille deux cent quatre-vingt-cinq.

■ Mise en commun

Au cours de cette mise en commun il sera intéressant de faire apparaître que :
– dès que l'on utilise le mot « million », on obtient des nombres ayant au moins 7 chiffres ;
– après « million », l'écriture chiffrée du nombre de milliers doit toujours comporter 3 chiffres ;
– après « mille », l'écriture chiffrée du nombre d'unités doit toujours comporter 3 chiffres.

Conclure avec les élèves

• Tous les nombres entre 1 000 et 999 999 999 peuvent se dire en juxtaposant au plus cinq éléments : un nombre inférieur à mille, puis le mot « million(s) », un nombre inférieur à mille, puis le mot « mille », puis un nombre inférieur à mille.

• Pour écrire ces nombres en chiffres, on juxtapose les nombres que l'on entend :
– avant le mot « million » ;
– entre le mot « million » et le mot « mille » ;
– puis après le mot « mille ».
On place des 0 pour indiquer les groupements manquants.

• Le chiffre 1 se dit quand il est en première position devant « million », alors qu'il ne se dit pas quand il est en première position devant « mille ».

Pour illustrer cette conclusion, le professeur pourra faire écrire aux élèves quelques exemples.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

• Exercice 1

Il permet de montrer qu'en juxtaposant un mot-nombre et l'étiquette « million », on peut écrire un nombre de 9 chiffres.

• Exercices 2, 3 et 4

Ils visent à montrer qu'à partir de 7 chiffres, le mot « million » doit toujours être utilisé, alors que les mots « cent » et « mille » ne sont pas toujours indispensables.
Nous suggérons de faire écrire en chiffres les nombres dits.
Conclure en faisant écrire dans le cahier des exemples complétant ceux déjà écrits. Par exemple :
« 32 millions 300 » s'écrit 32 000 300 ;
« 45 millions 6 mille » s'écrit 45 006 000.

• Exercices 5 et 6

Ils visent à débusquer les erreurs les plus courantes dans le passage de l'oral à l'écrit et réciproquement.

• Exercice 7

Entraînement au passage du système de numération orale au système de numération écrite dans un contexte de « recensement ».

ÉTAPE 79

Multiplication d'un nombre décimal par 10, par 100 ou par 1 000

MANUEL P. 191

Objectif

Comprendre les règles de multiplication d'un nombre décimal par 10, par 100 ou par 1 000.

Pourquoi cette étape ?

- Pour traiter la multiplication d'un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000, nous nous appuyons sur la signification des chiffres placés derrière la virgule en revenant aux écritures fractionnaires.
- Cette étape prépare la suivante où nous mettons en place la technique de la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier. C'est en CM2 que le produit de deux nombres décimaux sera construit.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : une calculatrice.

Calcul mental

Compléter à l'entier supérieur. Le professeur propose un nombre décimal, les élèves doivent trouver ce qu'il manque pour compléter à l'entier immédiatement supérieur.

Exemple : Combien manque-t-il à 4,64 pour aller à 5 ?

Découverte

Faire lire silencieusement l'ensemble de la découverte. Le travail peut s'organiser en deux temps : travail individuel ou à deux suivi d'une correction collective question par question.

■ Question 1

Elle permet d'établir les fondements de la « loi des zéros ».

Le professeur pourra demander aux élèves de lire, puis de commenter les bulles du furet.

Les élèves peuvent s'appuyer :

– sur l'addition des nombres décimaux travaillée à l'étape 72 : 0,1 × 10 = 0,1 + 0,1 + … + 0,1 = 1 ;

– ou sur le sens des écritures décimales : $0,1 = \frac{1}{10}$; $\frac{1}{10} \times 10 = 1$.

De même pour le produit 0,1 × 100.

■ Question 2

a. Les élèves doivent anticiper le résultat du produit par le calcul, puis effectuer une validation pragmatique : la droite permet de retrouver 0,3 × 10 par 10 reports de segments de mesure 0,3.

b. Ici, la vérification ne peut plus s'effectuer par report d'un segment sur la droite. L'utilisation de la calculatrice pour vérifier son calcul devient alors nécessaire.

■ Questions 3, 4 et 5

Il s'agit de dégager, à partir de plusieurs exemples, la règle du produit d'un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000.

Question 3

Travail individuel.

En cas d'hésitation, le professeur pourra rappeler que 0,01 c'est $\frac{1}{100}$ et qu'il faut 100 fois $\frac{1}{100}$ pour faire 1 ou bien inviter les élèves à relire ce que dit le furet.

Correction collective.

Question 4

Travail individuel. En cas d'hésitation, le professeur pourra rappeler que 0,07 c'est $\frac{7}{100}$.

Correction collective.

Question 5

Travail individuel.

> Procédures possibles
>
> – Les élèves peuvent justifier en décomposant les décimaux en entiers, dixièmes et centièmes et en utilisant la distributivité de la multiplication sur l'addition, par exemple, pour calculer 2,35 × 100 :
>
> 2,35 = 2 + 0,3 + 0,05
>
> 2,35 × 100 = (2 × 100) + (0,3 × 100) + (0,05 × 100)
>
> 2,35 × 100 = 200 + 30 + 5 = 235
>
> – Les élèves peuvent aussi s'appuyer sur le sens des écritures décimales :
>
> $2,35 = \frac{235}{100}$ $\qquad \frac{235}{100} \times 100 = 235$

Correction collective. Mettre en évidence les règles de décalage de virgule qui commencent à se dégager.

Conclure avec les élèves

- Pour multiplier un nombre décimal par 10, on décale la virgule d'un rang vers la droite, ce qui revient à transformer les centièmes en dixièmes, les dixièmes en unités, les unités en dizaines, etc.
- Pour multiplier un nombre décimal par 100, on décale la virgule de deux rangs vers la droite, ce qui revient à transformer les centièmes en unités, les dixièmes en dizaines, les unités en centaines, etc.
- Et ainsi de suite.

Le professeur pourra donner deux exemples de son choix.

Exercices

Déroulement habituel (voir page 54).

● **Exercice 1**
Entraînement sur les règles travaillées dans la découverte. Nous suggérons, après un travail individuel, de revenir collectivement sur les calculs.

● **Exercice 2**
Il s'agit de multiplications à trou. On peut faire remarquer aux élèves que, dans la suite 30 ; 3 ; 0,3 ; 0,03 on passe d'un nombre au suivant en divisant par dix.

● **Exercice 3**
C'est un problème qui met en scène la multiplication d'un décimal par 10.

<u>Deux stratégies possibles nécessitant un calcul intermédiaire</u>
S1 : 0,8 × 10 et 1,05 × 10.
S2 : 0,8 + 1,05 = 1,85 et 1,85 × 10.

Ensuite, le résultat doit être comparé à 20.

<u>Réponse</u>
Somme dépensée : 18,5 euros. Luc a assez d'argent. Il recevra 1,5 euros de monnaie.

ÉTAPE 80

Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier

MANUEL P. 192-193

Objectif

Comprendre comment multiplier un nombre décimal par un nombre entier.

Pourquoi cette étape ?

Nous nous appuyons sur l'addition réitérée d'un nombre décimal pour donner du sens à la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier. Puis nous reprenons les procédures de calcul utilisées pour la multiplication des nombres entiers :
– le plan de découpage permet de visualiser la distributivité ;
– l'utilisation de la monnaie permet de donner du sens au placement de la virgule ;
– la multiplication en colonne pas à pas aide au passage à la technique usuelle.

1 SÉANCE

Calcul mental

Compléter à l'entier supérieur. Le professeur propose un nombre décimal, les élèves doivent trouver ce qu'il manque pour compléter à l'entier immédiatement supérieur.
Exemple : Combien manque-t-il à 5,07 pour aller à 6 ?

Découverte

■ **Question 1**
Lecture et résolution individuelle de l'exercice. Différer la correction après la question 2.

■ **Question 2**
Il s'agit de comparer des façons de faire dont certaines sont déjà peut-être en partie apparues en question 1.
Lecture et travail individuel ou par deux.

a. Théo propose une addition réitérée qu'il faut calculer.

b. Qwang s'appuie sur un travail de décomposition du nombre 2,35 en $2 + \frac{3}{10} + \frac{5}{100}$. Chaque nombre est ensuite multiplié par 4.

c. Leïla propose la multiplication pas à pas. Les élèves doivent bien comprendre ce que chaque ligne signifie. Pour cela, le professeur peut leur demander de faire le lien entre les calculs intermédiaires de Qwang et ceux de Leïla.

d. Alice passe par un changement d'unités qui permet de revenir à la multiplication dans les entiers. Cela lui permet d'expliquer, dans le contexte de la monnaie, une règle qui va être généralisée lors du bilan.

■ **Bilan collectif**
– Le professeur fait comparer les façons de procéder de Théo, Qwang, Leïla et Alice ainsi que la façon dont chaque élève a résolu la question 1.
– Le résultat peut être vérifié à l'aide de la calculatrice de trois façons :
soit en tapant 2,35 × 4 ;
soit en tapant 4 × 2,35 ;
soit en tapant 2,35 + 2,35 + 2,35 + 2,35.
C'est l'occasion de mettre en évidence l'équivalence entre ces trois procédures de calcul.
– Reprise du travail d'Alice : 2,35 c'est 235 centièmes, donc quand on multiplie 235 centièmes par 4 on obtient

des centièmes que l'on peut ensuite écrire sous forme d'un nombre à virgule.

■ Question 3

Travail individuel, puis bilan collectif.
Travail sur les équivalences :
2,35 × 40 c'est aussi (2,35 × 4) × 10
et 2,35 × 400 c'est aussi (2,35 × 4) × 100.
Le recours à la calculatrice comme moyen de vérifier est recommandé.

■ Question 4

Travail individuel. Cette question permet de passer :
– du produit par un nombre à un chiffre au produit par un nombre à deux chiffres en s'appuyant sur la distributivité 2,35 × 14 c'est 2,35 × (10 + 4) ;
– du produit d'un décimal par un entier au produit d'un entier par un décimal en s'appuyant sur la commutativité 8 × 2,35 c'est 2,35 × 8.

C'est la première année d'étude de ces produits ; ce travail sera repris en CM2, puis au collège.

Conclure avec les élèves

Faire lire le paragraphe relatif à la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier dans l'Aide-mémoire, page 10, et faire écrire un ou deux exemples.

Exercices

Déroulement habituel (voir page 54).

• Exercice 1

Entraînement à la multiplication d'un nombre décimal par 10 ou 100.

• Exercices 2 et 3

Ils permettent de renforcer le lien entre addition réitérée et produit par 10 ou 100.

• Exercice 4

Si certains élèves ont des difficultés, revenir sur les écritures fractionnaires.

• Exercices 5, 6 7 et 8

Ils permettent de se centrer sur le positionnement de la virgule sans avoir à effectuer la multiplication, en jouant sur un produit assez simple.

Réponses
Exercice 5 : **a.** 8,5 ; **b.** 8,5 ; **c.** 0,85 ; **d.** 0,85.
Exercice 6 : **a.** 135 ; **b.** 40,5 ; **c.** 1 350 ; **d.** 54.
Exercice 7 : **a.** 6,9 ; 6,9 ; 6,9 ; **b.** 828 ; 82,8 ; 82,8 ; **c.** 8,28 ; 82,8 ; 82,8.
Exercice 8 : **a.** 2,4 ; 24 ; **b.** 3,5 ; 35 ; **c.** 0,08 ; 0,8 ; **d.** 0,54 ; 54.

• Exercices 9 et 10

Réponses
Exercice 9 : **a.** 22,4 ; 2 240 ; **b.** 4,48 ; 44,8 ; **c.** 19,74 ; 1 974.
Exercice 10 : **a.** 5 ; **b.** 0,04 ; **c.** 0,2 ; **d.** 2,5.

• Exercice 11

Il nécessite un gros effort de lecture des nombres écrits en lettres. Faire écrire en chiffres, sous forme d'écriture à virgule, avant d'effectuer les opérations.

Réponses **a.** et **b.** : par 10.

• Exercice 12

Ce problème met en jeu la multiplication de nombres décimaux dans le contexte de la monnaie.

Réponse : 17,7 €.

ÉTAPE 81

Compléter une figure par symétrie par rapport à un axe (2)

MANUEL P. 194

Objectif

Prendre des repères pour compléter une figure par symétrie soit sur un quadrillage soit avec le papier calque.

Pourquoi cette étape ?

• Au cours de l'étape 63, les élèves ont appris à **compléter des dessins en tenant compte des axes de symétrie**, sur un quadrillage. Dans cette étape, ils vont à la fois conforter leurs savoir-faire dans ce domaine et s'entraîner à utiliser le papier calque. Les motifs touchant l'axe de symétrie, le positionnement après retournement ne pose pas de problème.

• Ces différents procédés concourent à mettre en œuvre **plusieurs propriétés fondamentales de la symétrie axiale** qui seront rappelées dans la conclusion de la découverte en tant qu'outils pour réussir les tâches proposées.

1 SÉANCE

MATÉRIEL
• Par élève : des feuilles de papier quadrillé et de papier calque ; le matériel personnel de géométrie.
• Pour la classe : les figures complétées de la découverte et des exercices reproduites sur un transparent pour vérification de l'exactitude des tracés.

Calcul mental

Le professeur choisit un nombre décimal, les élèves doivent trouver le nombre par encadrements successifs en proposant un nombre à tour de rôle. Pour chacun le professeur dit s'il est trop grand ou trop petit.

Les élèves doivent prendre en compte les informations reçues progressivement pour trouver le nombre. Le professeur peut leur proposer d'utiliser une droite graduée pour traduire graphiquement les informations reçues. Exemple :

Nombre choisi : 3,25.

Si le premier nombre proposé est 5, le professeur répond : « trop grand » ; les élèves peuvent hachurer la demi-droite à droite de 5.

Si un élève propose 4, le professeur répond : « trop grand » ; les élèves peuvent hachurer le segment [4 ; 5].

Si le nouveau nombre proposé est 3, le professeur répond : « trop petit » ; les élèves peuvent hachurer le segment [0 ; 3].

L'intervalle restant est donc l'intervalle [3 ; 4] ; les élèves peuvent dessiner ce segment en grand pour traduire les réponses aux questions suivantes. Etc.

Découverte

■ Question 1

Elle reprend le travail effectué à l'étape 63 sur quadrillage avec un axe oblique.

Rappeler en conclusion que lorsque l'axe est oblique, les lignes du quadrillage ne sont pas perpendiculaires à l'axe. Comme l'axe de symétrie est une diagonale des carreaux du quadrillage, il faut repérer les diagonales des carreaux qui passent par le point dont on cherche le symétrique et qui sont perpendiculaires à l'axe.

Travail individuel et vérification avec le transparent préparé par le professeur.

■ Question 2

Lorsque la figure à compléter comporte des lignes courbes et qu'elle est sur papier uni, un procédé consiste à utiliser le papier calque. Il peut être nécessaire de rappeler la manière d'utiliser le papier calque (il suffit de décalquer le motif et l'axe de symétrie, puis de retourner le calque). Une mise en commun des manières de faire pour positionner ensuite le calque afin d'obtenir la figure symétrique nous semble également nécessaire.

Travail individuel et vérification avec le transparent préparé par le professeur.

Exercices

Nous proposons, après lecture des consignes et reformulation, un travail individuel suivi d'une vérification avec le transparent préparé par le professeur.

• Exercices 1 et 2

Entraînement dans le cas où la figure à compléter possède deux axes de symétrie. Travail individuel et vérification individuelle avec le transparent préparé.

ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

Problèmes à une ou plusieurs étapes

MANUEL P. 195

Objectif

S'entraîner à résoudre des problèmes et à présenter sa recherche et la solution.

Pourquoi cette étape ?

Les problèmes proposés relèvent des quatre opérations et se situent dans des contextes de grandeurs discontinues (billes, feutres, salades) et de grandeurs continues telles la mesure de longueurs, de masses, de temps et de capacités. Pour les résoudre, les élèves devront passer par une ou deux étapes intermédiaires. Les nombres sont choisis dans un domaine familier, afin que, une fois la procédure de résolution engagée, ils puissent mener sans difficulté une procédure de calcul réfléchi ou mettre en œuvre une technique de calcul.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : une fiche autocorrective (voir p. 250).

Calcul mental

Calculs en chaîne sur les nombres entiers. Le professeur écrit un nombre au tableau, puis fait faire des calculs en chaîne.

Exemple : nombre écrit : 100. Le professeur annonce : « Plus 50, moins 7, plus 30, plus 17, moins 11… » ; les élèves calculent mentalement et écrivent ou non les résultats intermédiaires.

Il s'agit d'entraîner les élèves au calcul mental dans le domaine additif et soustractif.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 55).

- **Exercice 1**

Ce problème relève de la multiplication et de la division. Les élèves doivent rechercher d'abord le nombre de billes nécessaires pour les 275 élèves de l'école (275 × 4), puis combien de paquets de 100 billes dans 1 100 billes (problème de recherche du nombre de parts).

- **Exercice 2**

Ce problème relève de la division et de la multiplication. Les élèves doivent penser une étape intermédiaire : la recherche du nombre de bacs que l'on peut acheter avec 360 €, c'est un problème de recherche du nombre de parts. Pour trouver le nombre de pots, il faudra multiplier le nombre de bacs par le nombre de pots par bac : c'est un problème de multiplication.

- **Exercice 3** **(accompagné par l'enseignant)**

L'énoncé de cet exercice est complexe. Il nécessite un véritable travail de lecture et les élèves doivent trouver deux étapes intermédiaires pour le résoudre. De plus, les nombres sont des nombres décimaux, même s'ils sont simples. Nous proposons que l'enseignant aide individuellement ou collectivement les élèves à reformuler les informations données dans le problème.

Trois étapes sont nécessaires pour résoudre ce problème.

Procédure 1
– Rechercher le nombre de litres d'eau nécessaire pour 500 personnes (½ L pour 1 personne, soit 1 L pour 2 personnes, soit 250 L pour 500 personnes).
– Rechercher le nombre de litres dans chaque pack (6 fois 1,5 L = 9 L).
– Il s'agit ensuite d'un problème de division (recherche du nombre de parts : combien de fois 9 est contenu dans 250).

Procédure 2
– Rechercher le nombre de litres d'eau par pack : (6 × 1,5 = 9 L).
– Rechercher le nombre de personnes correspondant à un pack (proportionnalité : 1 L pour 2 personnes, donc 9 L pour 18 personnes).
– Rechercher le nombre de packs pour 500 personnes en utilisant les propriétés de linéarité de la proportionnalité : 1 pack pour 18 personnes, 20 packs pour 360 personnes, etc.

Réponse : dans ce contexte c'est le quotient par excès : 28 packs.

La mise en commun peut porter sur les procédures de résolution.

- **Exercice 4**

La recherche du nombre de feutres est un problème de multiplication : (15 × 24) × 10 ou 15 × (24 × 10).

La résolution de la deuxième question nécessite deux étapes :
– chercher le nombre de pochettes reçues : 15 × 24 ;
– puis comparer le nombre de pochettes reçues (360) au nombre d'élèves (350).

- **Exercice 5**

Problème de comparaison multiplicative (fois plus). Le référé est connu : la production de salades de Monsieur Clin (260 cageots). La question porte sur le référent : la production de Monsieur Far. 260 = 4 × ? ; 260 = 4 × 65

Réponse : 65 cageots.

- **Exercice 6**

Problème de comparaison additive (de plus). Le référé est connu : la production du verger de Madame Dila (136 kg). La question porte sur le référent : la production du verger de Madame Pick.

136 = 74 + ? ; 136 = 74 + 62

Réponse : 62 kg.

- **Exercice 7**

Problème multiplicatif pour lequel il faut se rappeler qu'un jour c'est 24 heures, 1 heure c'est 60 minutes.

Dans un jour, il y a donc (24 × 60) minutes.

L'encadrement du nombre de pulsations par jour se situe entre 85 × 1 440 et 90 × 1 440, soit entre 122 400 et 129 600.

- **Exercice 8**

Problème de multiplication : un enfant qui respire 23 fois par minute, respire 23 × 1 440 fois par jour.

- **Exercice 9**

Problème de proportionnalité.

Procédures envisageables
– Recherche du prix de 3 m de tissu (10,50 €), puis recherche du prix de 9 m de tissu, 3 fois 10,50 € = 31,50 €.
– Recherche du prix d'1 m de tissu (3,50 €), puis recherche du prix de 9 m de tissu, 9 fois 3,50 €.
– Recherche du prix de 18 m de tissu (63 €), puis recherche du prix de 9 m de tissu, soit la moitié (63 € divisé par 2).

- **Remue-méninges**

Réponse
Deux explorateurs auront chacun : 2 gourdes d'eau pleines, 3 gourdes à demi pleines et 2 gourdes vides.
Le troisième explorateur aura : 3 gourdes d'eau pleines, 1 gourde à demi pleine et 3 gourdes vides.

Division décimale de deux nombres entiers : quand peut-on partager le reste ?

MANUEL P. 196

Objectif

Réfléchir à la pertinence, selon le contexte, de prolonger la division euclidienne pour obtenir un quotient décimal exact ou approché.

Pourquoi cette étape ?

• Les deux familles de problèmes (valeur d'une part, nombre de parts), bien que différentes, conduisent toutes les deux à la division euclidienne lorsque les situations font intervenir des **grandeurs discrètes non fractionnables**, mais ce n'est pas toujours le cas lorsqu'il s'agit de **grandeurs continues** ou de **quantités fractionnables**.

• Les élèves ont déjà rencontré à l'étape 38 (exercices 4, 7 et 10) des situations dans lesquelles le reste de la division euclidienne peut se partager. Cette étape va leur permettre de comprendre pourquoi, dans certains cas, cela n'est pas possible et pourquoi, dans d'autres, cela est possible ; ils seront alors conduits à prolonger la division euclidienne par des procédures personnelles.

L'affichage obtenu sur les calculatrices dans certains calculs de division a, en quelque sorte, devancé la réflexion sur les différents quotients (étape 40).

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève : une calculatrice.

Calcul mental

Jeu de mémoire. Le professeur écrit 3 nombres entiers ou décimaux au tableau, puis les cache. Après une dizaine de secondes, les élèves écrivent les nombres obtenus en multipliant par 10 (ou par 100) les nombres cachés.

Les nombres ne doivent pas avoir plus de 2 ou 3 chiffres significatifs pour pouvoir être mémorisés.

Il s'agit d'entraîner les élèves à appliquer ce qu'ils ont appris à l'étape 79

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte.

Les deux questions correspondent à deux problèmes de division, plus précisément de recherche de la valeur d'une part. Dans le premier problème, la grandeur (longueur d'un ruban) est une grandeur continue ; dans le second, la grandeur (nombre de dragées) est une grandeur discrète.

La question d'un éventuel partage du reste se pose dans le cas des grandeurs continues.

Les nombres font partie du domaine familier, les divisions peuvent se faire par du calcul réfléchi.

Travail individuel.

■ Question 1

La division euclidienne donne 17 pour quotient alors que la calculatrice affiche 17.5 ; comment interpréter ce résultat ?

140 = (8 × 17) + 4 ; les 4 cm correspondant au reste de la division euclidienne peuvent se convertir en 40 mm que l'on peut répartir pour que chaque morceau soit plus long.

40 = 8 × 5 ; la longueur maximum de chaque morceau est donc 17 cm 5 mm soit 17,5 cm.

■ Question 2

La situation commande de s'arrêter au quotient exact : 17 dragées par sac et il reste 4 dragées qui ne peuvent être partagées pour compléter les sacs.

Conclure avec les élèves

Faire lire et commenter les bulles du furet.

Le professeur pourra faire recopier les phrases de la bulle de droite en donnant un exemple pour chacun des deux cas décrits.

Remarque pour le professeur : l'expression « quotient exact » a un sens précis en mathématiques : il désigne le nombre entier, décimal ou fractionnaire qui, multiplié par le diviseur, donne exactement le dividende, c'est-à-dire que le reste est nul. Si le reste n'est pas nul, on dira « quotient approché » et non « quotient faux ».

Exercices

Déroulement habituel (voir page 54).

Ce sont des applications directes de la situation de découverte.

• **Exercice 1**
Recherche de la valeur d'une part dans un contexte de grandeur continue. Cela a du sens de poursuivre la division.
Réponse : 0,625 m.

• **Exercice 2**
Recherche du nombre de parts ; cela n'a pas de sens de poursuivre la division. Par ailleurs, il faut rapporter les données à la même unité : le cm.
Réponse : 62 rubans.

• **Exercice 3**
Recherche d'une valeur moyenne dans le cas d'une grandeur continue ; cela a donc du sens de partager le reste. La calculatrice donne 2,5, ce qui, dans le contexte du temps doit être converti en minutes et secondes.
Réponse : 2 minutes 30 secondes.

• **Exercice 4**
Recherche de la valeur d'une part dans le cas d'une valeur discrète ; on ne peut donc pas partager le reste.
Réponse : 12 objets.

• **Exercice 5**
Recherche de la valeur d'une part dans le cas de la monnaie, grandeur discrète au niveau des centimes ; on peut donc partager le reste jusqu'au centime.
Réponse : 4,25 euros ou 4 euros et 25 centimes.

ÉTAPE 83

Division décimale de deux nombres entiers : approche de la technique

MANUEL P. 197

Objectif
Mettre en place une technique de calcul pour obtenir un quotient décimal exact ou approché.

Pourquoi cette étape ?
Dans l'étape précédente, les élèves ont compris que, pour chercher la valeur d'une part dans des contextes de grandeurs continues, il est possible de partager le reste. Nous leur proposons maintenant pour résoudre ces problèmes de passer d'une procédure de calcul réfléchi à une procédure de calcul automatisé.

1 SÉANCE
MATÉRIEL • Par élève : une calculatrice.

Calcul mental

À la recherche du milieu. Le professeur donne deux nombres entiers ou décimaux, les élèves doivent trouver le nombre qui est juste au milieu.
Exemples :
– le nombre « juste au milieu » entre 5 et 9 ;
– le nombre « juste au milieu » entre 2,6 et 2,8 ;
– le nombre « juste au milieu » entre 3 et 3,1.

Découverte

■ **Question 1**
C'est la suite logique de l'étape précédente.
Travail individuel. Les élèves reconnaissent une situation de division et effectuent l'opération. Le résultat attendu est 3,2 m. Certains élèves hésiteront peut-être à continuer au-delà de la virgule. Attendre les questions suivantes avant de corriger.

■ **Question 2**
Elle permet de revenir au sens. Que représente ce reste ? C'est 1 m du ruban qui resterait si l'on donnait 3 m à chacun des 5 enfants.

■ **Question 3**
Le mètre de ruban restant peut être partagé en 5. On convertit 1 m en 10 dm et on divise 10 par 5. Le quotient 2 représente donc 2 dm, le reste est nul. C'est pourquoi Qwang a placé la virgule après le 3 dans la division. La longueur maximum des rubans est donc 3,2 m.
C'est là que le professeur reviendra sur les travaux effectués en question 1.

■ **Question 4**
Elle permet d'aborder la notion de quotient approché.
16 = (6 × 2) + 4 ; on convertit le reste 4 m en 40 dm et

on divise 40 par 6 ; le quotient est 6 et le reste est à nouveau 4. On convertit ces 4 dm en 40 cm et on divise par 6 ; le quotient est 6 et le reste est à nouveau 4. Dans cette situation, il est raisonnable de s'arrêter aux centimètres, donc à 2,66 m.

Conclure avec les élèves

Faire écrire une division posée en reprenant par exemple la présentation de la page 12 de l'Aide-mémoire.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

- **Exercice 1**

Application de la technique de calcul. On pourra demander de vérifier à la calculatrice.

Réponses : **a.** 3,6 ; **b.** 4,5 ; **c.** 2,6 ; **d.** 8,25.

- **Exercice 2**

Recherche de la valeur d'une part dans un contexte de grandeur continue ; on peut donc partager le reste ; on obtient un quotient décimal exact.

Réponse : 4,5 kg.

- **Exercice 3**

L'aide de la calculatrice est importante. Il faut que cet exercice reste un objet de curiosité. On sait qu'il s'agit d'une écriture périodique, mais en apporter la preuve ne fait pas partie des programmes de l'école élémentaire. Les élèves posent des questions souvent très intéressantes devant ce type de résultat. On peut y réserver un peu de temps.

Réponse : 3,424242…

- **Exercice 4**

Il peut être posé collectivement en calcul réfléchi. Le passage à l'algorithme de la division et à la calculatrice confirmera le travail collectif.

Réponse : 2,4.

ÉTAPE 84

Mesure des masses

MANUEL P. 198-199

Objectifs

- Continuer à se familiariser avec les pesées et les unités usuelles de mesure des masses.
- Renforcer la compréhension de la notion d'équilibre en utilisant la balance Roberval.
- Utiliser les nombres décimaux.

Pourquoi cette étape ?

- Le domaine de la mesure est un domaine privilégié pour **renforcer le sens des nombres non entiers** (fractions et décimaux) en découvrant leur utilité dans des situations concrètes dès lors que l'on souhaite donner le résultat de la mesure d'une grandeur continue en utilisant une seule unité.
- Les élèves ont travaillé jusqu'à présent sur les longueurs et les aires. Dans cette étape, il s'agit d'un travail sur les masses qui peut être mené en interdisciplinarité avec les sciences.
- En CE2, les élèves ont déjà travaillé sur la **notion d'équilibre** en comparant les masses de divers objets en utilisant la balance Roberval ou des balances analogues à deux plateaux. Si ce type de balance n'est pas connu des élèves et si l'école n'en possède pas, il est possible d'évoquer l'expérience personnelle que les élèves ont des balançoires des jardins publics ou même d'envisager la construction d'une balance primitive, de manière à leur permettre de comprendre le fonctionnement des balances à plateaux et la schématisation qui en est faite.
- Cette notion d'équilibre permet, en outre, aux élèves de **construire des stratégies de calcul** pour résoudre des problèmes liés à la double pesée ou encore à la pesée par différence qui relève a priori d'équation ou de systèmes d'équations du premier degré.
- **Remarque :** Nous utilisons indifféremment les termes « masse » et « poids » ; la distinction est laissée pour le collège.

2 SÉANCES • **SÉANCE 1** ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE ET DÉCOUVERTE • **SÉANCE 2** EXERCICES

MATÉRIEL • Pour la classe :
– un pèse-personne, une balance de ménage, une balance Roberval ou une autre balance à deux plateaux et des masses marquées et, si possible, d'autres balances (pèse-lettre, balance à fléau, etc.) ;
– des objets à peser : livres, cahiers, dictionnaires, pommes, boîtes de sucre, sacs de farine, de pâtes, boites de conserves, etc.

Calcul mental

Le défi à 100. Le professeur affiche la grille des nombres de 0 à 99 et cinq nombres (ex. : 2 ; 5 ; 9 ; 8 et 7). Les élèves trouvent le plus de nombres possible de la grille en faisant les opérations qu'ils veulent en utilisant les cinq nombres une fois seulement.

Cet exercice va se dérouler sur plusieurs jours. Lors de cette première phase du jeu, le professeur relèvera les propositions de plusieurs élèves, notera dans les cases de la grille les nombres obtenus et demandera pour plusieurs d'entre eux de produire l'écriture en ligne donnant le résultat. Par exemple : $70 = 2 \times 5 \times 7 \times (9 - 8)$.

Plusieurs solutions seront sans doute proposées pour un même nombre, les recenser et les faire vérifier.

Activité préparatoire

■ Décrire et comparer différents types de balance

Présenter aux élèves diverses balances (voir « Matériel »).

• Susciter les remarques et les observations des élèves : certaines balances ont deux plateaux, d'autres n'en ont qu'un, d'autres ne semblent pas en avoir. Certaines balances ont un cadran à aiguille, d'autres ont un cadran à affichage numérique, d'autres n'ont pas de cadran.

• Classer les balances en deux familles : celles qui permettent de comparer directement les masses de deux objets en utilisant la notion d'équilibre et donc sans recours à la mesure et celles qui donnent la mesure de la masse d'un objet.

• Attirer l'attention des élèves sur le poids maximum que chaque balance permet de peser.

• Conduire ensuite une description précise de chaque balance en précisant l'usage que l'on en fait et la manière de l'utiliser, notamment dans le cas de balance à cadran à aiguille, faire rechercher la valeur de l'écart entre deux graduations.

– Le pèse-personne : il sert à se peser, on ne voit pas de plateau, c'est le dessus qui sert de plateau, pour cela on monte dessus. Sur le cadran de certains pèse-personnes le poids s'affiche directement (en kg et en g) tandis que pour d'autres, on voit des graduations et un repère sur le cadran, il faut repérer le nombre correspondant à la graduation qui est sous le repère. Attirer l'attention des élèves sur le poids maximum que cette balance permet de peser. Les sensibiliser aussi au poids minimum qu'elle peut mesurer : un pèse-personne à aiguille, par exemple, ne permet pas de peser moins de 10 kg.

– La balance de ménage : elle sert à peser des aliments par exemple des ingrédients pour réaliser une recette de cuisine ou des fruits pour faire de la confiture. Elle est munie d'un plateau ou d'un récipient dans lequel on met ou on verse ce qu'il faut peser. Les cadrans des balances de ménage sont divers, certains sont à affichage numérique et donnent directement la masse, d'autres sont munis d'un cadran avec des graduations. Faire observer les graduations, certaines sont accompagnées d'un nombre, d'autres – plus petites – se trouvent régulièrement espacées entre les grandes. Généralement les graduations vont de 20 g en 20 g et le poids maximum est de l'ordre de 5 kg.

– La balance Roberval : elle a deux plateaux, un fléau et une aiguille qui, lorsqu'elle est verticale, indique l'équilibre. Pour comparer des masses, il suffit d'en mettre une dans chaque plateau. Mais si on veut peser un objet, il faut utiliser des masses marquées. Présenter une boîte de masses marquées aux élèves ou en faire la description. Certaines balances permettent de peser jusqu'à 50 kg.

– Etc.

• Conclure : il existe plusieurs types de balances. Chaque balance a une fonction relativement spécifique. Il faut connaître les poids maximum et minimum qu'elle permet de peser, et la précision qu'elle permet d'obtenir.

■ Comparer des masses avec diverses balances

• Travail par ateliers. Si on dispose de peu de balances, faire faire les manipulations par groupe à tour de rôle, les autres élèves étant occupés à un autre travail. Distribuer des objets pour lesquels on veut comparer la masse. Choisir les objets en fonction des balances :

– pour le pèse-personne : les élèves du groupe ;

– pour la balance de ménage : paquets de pâtes, de sucre, de farine, de café, etc. Comparer la valeur de la masse obtenue par pesée avec celle indiquée sur l'emballage. En déduire que 1 kg c'est 1 000 g ;

– pour la balance Roberval (ou autre balance à deux plateaux) : ingrédients, livres, dictionnaires, cahiers, trousses, etc.

Distribuer également une grande feuille de papier (format A3) sur laquelle les élèves devront noter le résultat de la comparaison ainsi que la manière dont ils ont réalisé cette comparaison.

• Mise en commun. Recenser les résultats des différents groupes en affichant les feuilles A3. En cas de désaccord, faire faire une vérification par un élève sous le contrôle de tous.

• Conclure : certaines balances, comme la balance Roberval ou les balances à plateaux, permettent de comparer directement la masse de deux objets en utilisant l'équilibre. Avec les autres balances, il faut peser successivement chacun des objets puis effectuer la comparaison des nombres qui expriment la mesure de leur masse.

■ Estimer la masse de divers objets

Travail collectif.

Présenter aux élèves quelques objets. Leur demander d'estimer leur poids et d'inscrire cette estimation sur l'ardoise. Recenser les propositions puis faire valider les réponses soit en faisant faire la pesée par un élève, soit en allant chercher l'information sur l'emballage, par exemple dans le cas d'un produit alimentaire. Recommencer avec d'autres objets.

Découverte

Lecture silencieuse de l'ensemble de la découverte. Description collective du premier schéma : lien avec la balance Roberval et « décodage » de l'équilibre par observation de la position horizontale du bras et de la position verticale de l'aiguille.

Lecture collective de la pancarte du furet.

Travail à deux sur chacune des questions suivi d'une mise en commun des procédures et des résultats.

■ Question 1

Elle comporte deux temps :
– le calcul de la somme des masses marquées qui nécessite des conversions ;
– la recherche de la masse d'un paquet.

■ Question 2

Indiquer aux élèves que les deux paquets sont identiques mais que leur masse peut être différente de celle des paquets de la question 1.

Deux temps sont nécessaires pour résoudre le problème :
– convertir 1/2 kg en grammes ;
– revenir au cas de la question 1 en enlevant 50 g sur chaque plateau.
On voit ici les « allers-retours » entre l'évocation de la manipulation et le calcul.

■ Question 3

La résolution experte de cette question relève de la résolution d'un système d'équations du premier degré à deux inconnues, mais la contextualisation et la schématisation proposée permettent aux élèves de construire une procédure de résolution originale s'appuyant sur la transitivité de la relation « avoir la même masse ».

En effet, si on imagine que l'on dispose de plusieurs pastèques de même masse, on peut ajouter une pastèque sur chacun des plateaux du deuxième schéma. Ainsi un ananas et une pastèque pèsent 1 kg mais ont aussi la même masse que 2 pastèques et 100 g. Donc deux pastèques pèsent 900 g. Donc une pastèque pèse 450 g et un ananas 550 g.

Conclure avec les élèves

Lorsqu'une balance Roberval est en équilibre, les objets qui sont sur les plateaux ont la même masse.

Les élèves pourront également noter sur leur cahier le texte de la pancarte du furet.

Lire le paragraphe sur la mesure des masses de l'Aide-mémoire, page 22.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

• Exercice 1

Il a pour but de revisiter les notions de fractions et de décimaux dans le contexte de la mesure des masses.

Préciser aux élèves que « la livre » est une unité utilisée, notamment sur les marchés, pour mesurer la masse de certains produits alimentaires.

• Exercice 2

Il permet de rencontrer la relation fondamentale : 1 litre d'eau pèse 1 kilogramme.

La résolution nécessite trois étapes :
– le calcul de la masse de 6 bouteilles pleines de 1,5 L (9,204 kg) ;
– la recherche de la masse de l'eau (9 kg) ;
– la recherche de la masse des 6 bouteilles vides (204 g) ;
– la recherche de la masse d'une bouteille vide (34 g).

• Exercice 3

Découverte de différentes unités de masse en les situant par rapport au gramme et au kilogramme.

Présenter le tableau comme une aide à la conversion.

Réponses : **a.** 350 g = 0,350 kg ; **b.** 0,05 kg = 50 g ; **c.** 5 675 g = 5,675 kg ; **d.** 2,350 kg = 2 350 g ; **e.** 750 g = 0,75 kg.

• Exercice 4

Trouver les unités appropriées pour donner diverses mesures de masses.

Les données sont volontairement imprécises car il ne s'agit pas de faire une estimation de la mesure de chaque masse mais simplement une estimation de leur ordre de grandeur.

Réponses : **a.** une personne : kg ; **b.** une plaque de chocolat : g ; **c.** une valise : kg ; **d.** une goutte d'eau : mg ; **e.** une pièce de monnaie : g ; **f.** un cartable : kg.

• Exercice 5

Il s'agit de déterminer la mesure d'une masse par différence. Il peut être utile de faire décrire la situation par un élève, en veillant à ne pas donner la procédure en commentant les schémas. Si plusieurs procédures de calcul sont proposées par les élèves, une mise en commun est souhaitable.

Réponse : le récipient vide pèse 800 g, le récipient plein pèse 1,450 kg, la masse du contenu est donc 650 g.

• Exercice 6

Problème dans le contexte de la mesure des masses et de la monnaie permettant aux élèves de mobiliser leurs connaissances dans le domaine de l'addition des nombres décimaux.

Lors de la correction, constater que la colonne du prix au kg n'a pas été utilisée.

Réponses : **a.** 7,501 kg ; **b.** 13,37 euros.

• Remue-méninges

Réponse

Première pesée : 2 pièces sur chaque plateau.
Si équilibre, la pièce la moins lourde est celle qui reste.
Si déséquilibre, prendre les deux pièces dont la masse globale est plus faible, les mettre chacune dans un plateau : la plus légère est alors identifiée.

ÉTAPE 85

Problèmes pour apprendre à chercher (2)

MANUEL P. 200

Objectif

S'entraîner à résoudre des problèmes nécessitant de mettre en œuvre des procédures nouvelles : émettre des hypothèses, faire des essais, vérifier que la solution produite tient compte de toutes les contraintes.

Pourquoi cette étape ?

Elle prolonge le travail fait au cours de l'étape 48. Rappelons qu'il s'agit de problèmes pour lesquels les élèves auront la possibilité d'élaborer des solutions personnelles. Le but n'est pas de mettre en évidence des procédures expertes – celles-ci ne sont pas, dans la plupart des cas, du niveau de l'école élémentaire – mais d'entraîner les élèves à développer une attitude de recherche :
– faire des hypothèses et les tester ;
– gérer des essais successifs ;
– élaborer une solution personnelle, s'assurer de sa validité ;
– argumenter.

1 SÉANCE
MATÉRIEL • Par groupe : une grande feuille et de gros feutres.

Calcul mental

Le défi à 100 (suite). Voir étape 84.
Cette fois, le professeur peut imposer la case à remplir parmi celles qui ne sont pas encore remplies.

Découverte

Après le temps de lecture silencieuse et de reformulation, s'assurer que les élèves ont pris en compte les contraintes du problème.

■ Travail individuel, puis par groupes

Temps de recherche personnelle, puis confrontation des résultats par groupes de 2 ou 3 élèves. Avant le travail de mise en forme d'une solution commune dans les groupes, le professeur fera rappeler les contraintes du problème : 50 jetons à répartir dans les deux boîtes vertes et les trois boîtes rouges. Il doit y avoir le même nombre de jetons dans les boîtes de même couleur.

Nous suggérons de demander aux groupes de présenter leurs démarches et leurs solutions sur la grande feuille qui sera ensuite affichée.

<u>Démarches envisageables</u>
– La solution 10 jetons dans chaque boîte sera sans doute proposée assez rapidement. À partir de cette solution, les élèves peuvent en trouver d'autres : sortir 2 jetons de chaque boîte rouge et les répartir dans les boîtes vertes ce qui permet d'obtenir 8 jetons dans les boîtes rouges et 13 dans les boîtes vertes.
Et une démarche plus générale peut se mettre en place : sortir un nombre pair de jetons des boîtes rouges pour les mettre dans les boîtes vertes.
– Une autre démarche consiste à faire des essais systématiques : mettre 1 jeton dans les boîtes rouges et regarder si on peut répartir les autres dans les deux boites vertes ; puis passer à 2 jetons, etc.

La procédure experte algébrique est bien sûr inaccessible aux élèves : il s'agit de trouver les couples de nombres entiers positifs (x ; y) qui satisfont à l'équation $50 = 2x + 3y$.
Il y 8 réponses :
$(x = 1, y = 16)$; $(x = 4, y = 14)$; $(x = 7, y = 12)$; $(x = 10, y = 10)$; $(x = 13, y = 8)$; $(x = 16, y = 6)$; $(x = 19, y = 4)$; $(x = 22, y = 2)$.

■ Mise en commun, débat et validation

La mise en commun pourra porter sur les procédures de résolution (erronées, incomplètes ou abouties), sur les résultats et sur la nature des erreurs, peut-être aussi sur le nombre de solutions trouvées dans chaque groupe.
Un rapporteur dans chaque groupe présente la solution de son groupe. Les autres élèves valident ou non les propositions.
Cette phase peut se situer à l'issue de la recherche ou dans la séance suivante pour permettre à l'enseignant de prendre connaissance des travaux des élèves.

Conclure avec les élèves

Pour résoudre ce problème, il a fallu s'organiser et prendre en compte toutes les contraintes sans en oublier, faire des essais, les tester, garder trace de ces essais, et rédiger sa réponse en expliquant les calculs qui ont permis de l'obtenir.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 54).

• **Exercice 1**
Deux contraintes : le total des points à obtenir (100 points) et les valeurs des zones (11 points et 7 points).

Comme dans la découverte, c'est la construction d'une stratégie de résolution qui est visée.

Démarches envisageables

– Faire des essais successifs sans chercher une réelle organisation. Par exemple : 7 flèches au centre et 3 flèches dans la couronne : 77 + 21 = 98. Ce n'est pas assez. L'élève envisage un nouvel essai.

– Chercher le maximum de flèches au centre, puis ajuster : 9 flèches au centre, cela fait 99 points, il reste un point ce n'est pas possible, chercher pour 8 flèches au centre, puis 7, etc.

– Chercher le maximum de flèches dans la couronne : 14 flèches mais il reste 2 points, ce n'est pas possible, puis diminuer le nombre de flèches dans la couronne en supprimant une flèche à chaque fois ou de manière plus aléatoire, etc.

– Essayer avec le même nombre de flèches au centre et dans la couronne : dans ce cas, une flèche dans chacune des zones, cela donne 18 points ; donc 5 flèches dans le centre et 5 dans la couronne, cela fait 90 points ; il manque 10 points ; on ajoute une flèche dans la couronne (6 flèches), il ne manque plus que 3 points ; on supprime alors une flèche du centre (4 flèches) ce qui correspond à 11 points qui, avec les 3 qui manquaient, donnent 14 points (soit deux flèches de plus dans la couronne) : $(4 \times 11) + (8 \times 7) = 100$.

– Etc.

La procédure experte algébrique, bien sûr inaccessible aux élèves, est de trouver les couples de nombres entiers positifs $(x ; y)$ qui satisfont à l'équation $100 = 11x + 7y$.

Une seule réponse : 4 flèches au centre, 8 flèches dans la couronne.

- **Exercice 2**

Démarche possible

Faire des hypothèses compatibles avec le résultat de Luc et en vérifier la validité avec le résultat de Martin. Par exemple, les élèves peuvent repérer que la valeur de la zone au centre est inférieure à 11 car $2 \times 11 = 22$.

La procédure experte algébrique est de trouver les couples de nombres entiers positifs $(x ; y)$ solutions du système de deux équations :

$$\begin{cases} 2x + y = 22 \\ x + 2y = 17 \end{cases}$$

Une seule réponse : une flèche au centre vaut 9 points, une flèche dans la couronne vaut 4 points.

- **Exercice 3**

Démarche possible

Partir d'un âge multiple de 5 compatible avec le fait d'être grand-père et vérifier si les autres contraintes sont respectées.

Si le grand-père a 50 ans, l'année dernière il avait 49 ans, ce n'est pas un multiple de 3.

Si le grand-père a 55 ans, l'année dernière il avait 54 ans, c'est un multiple de 3, l'année prochaine il aura 56 ans, c'est un multiple de 4. Le grand-père d'Hervé peut avoir 55 ans.

Pour savoir si c'est la seule solution, il faut poursuivre l'investigation.

Naturellement, certaines remarques permettent de ne pas essayer tous les multiples de 5 : ainsi il ne peut pas s'agir d'un multiple de 5 se terminant par 0 sinon l'année suivante l'âge serait un nombre impair donc non multiple de 4. Ensuite, ce ne peut être un multiple de 5 qui soit aussi multiple de 3 car le nombre précédant ne pourrait pas être multiple de 3, etc.

Il n'y a qu'une solution : 55 ans.

- **Remue-méninges**

Temps des feux : vert (15 s), orange (5 s) et rouge (30 s).

Le feu revient au vert toutes les 50 s.

Différentes procédures par essais peuvent être proposées.

Procédure possible

Rechercher combien de fois 50 est contenu dans 8 minutes ou 480 secondes. $480 = (50 \times 9) + 30$.

Au bout de 450 secondes, le feu passe au vert ; au bout de 465 secondes, il passe à l'orange ; au bout de 470 secondes, il passe au rouge et il y reste 30 secondes. À 9 h 08, le feu sera au rouge.

ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

Calcul réfléchi : récréation (2)

MANUEL P. 201

Objectif

S'entraîner à traiter simultanément plusieurs informations dans un contexte numérique.

Pourquoi cette étape ?

C'est un prolongement de la précédente étape d'entraînement récréative (page 125). Les exercices, présentés sous la forme d'énigmes, permettent aux élèves de mobiliser leurs connaissances sur les nombres et les propriétés des opérations.

1 SÉANCE

MATÉRIEL • Par élève, une fiche autocorrective (voir p. 251).

Calcul mental

Jeu de recto verso multiplicatif. Voir étape 31.

Exercices

Déroulement habituel (voir p. 55)

● **Exercice 1**

Les pyramides se complètent par additions en montant les étages de briques et par soustractions en redescendant. Le professeur pourra proposer des photocopies des pyramides pour permettre aux élèves d'effectuer leurs essais.

● **Exercices 2 et 3**

Ils donnent l'occasion aux élèves d'entretenir leurs connaissances des répertoires additifs, soustractifs et multiplicatifs et de revoir les techniques opératoires.

● **Exercice 4**

Entraînement à tester des hypothèses en tenant compte du répertoire multiplicatif.

● **Exercice 5**

Il permet de revoir la règle du calcul du produit de nombres décimaux et plus particulièrement comment placer la virgule.

ÉTAPE 86

Les grands nombres : découvrir le milliard

MANUEL P. 202-203

Objectif

Relever et traiter des informations pour mieux connaître l'Union européenne élargie en 2007.

Pourquoi cette étape ?

• À l'étape 16, les élèves ont réinvesti leurs connaissances sur le repérage sur quadrillage tout en découvrant les principaux États de l'Union européenne, leurs limites géographiques et leurs capitales. Ici, nous souhaitons leur permettre de réinvestir le travail déjà mené sur la comparaison et le rangement de nombres entiers dans un champ numérique élargi, tout en leur permettant de mieux connaître les 12 pays ayant rejoint l'Union européenne depuis 2004.

• Il s'agit également de rencontrer le milliard dans un contexte susceptible de lui donner du sens : 1 000 millions forment un nouveau groupement, « le milliard » ; le tableau de numération peut donc être prolongé sur la gauche par la classe des milliards.

1 SÉANCE

Calcul mental

Le défi à 100 (fin). Voir étape 84.

Dans cette dernière phase du défi à 100, il s'agit d'essayer d'obtenir les nombres des cases encore non remplies. Il est possible de répartir les nombres à obtenir entre les élèves en prenant soin de donner chaque nombre à plusieurs élèves pour permettre des comparaisons d'écritures.

Les pays ayant rejoint l'U.E. depuis 2004

■ Question 1

Travail individuel de lecture silencieuse de la page 202. Amener les élèves à repérer les différentes rubriques servant à présenter les pays : capitale, superficie, population et distance de Paris. Faire le lien avec la carte de l'étape 16 (p. 44).

■ Question 2

Elle vise à faire placer les nombres sur une droite numérique ; les données sont à relever dans le document de la page de gauche.

Travail individuel, correction individuelle.

■ Questions 3 et 4

Elles permettent de réinvestir les règles de comparaison des nombres entiers et les opérations (les élèves peuvent vérifier avec leur calculatrice). Résolution individuelle suivie d'une mise en commun des procédures et des résultats. Conclure en faisant lire le dernier paragraphe de l'Aide-mémoire, page 3.

Réponses question 3

a. La plus grande superficie : la Pologne, la plus petite : Malte.
b. 1 083 670 km^2.
c. La superficie totale de l'UE est un peu plus que 73 fois celle de la France.

Réponses question 4

a. Le plus grand nombre d'habitants : la Pologne, le plus petit : Malte.
b. La population de l'U.E. s'est accrue de 103 320 850 habitants.

La population mondiale

Nous suggérons de traiter ces questions en collectif de manière à expliquer au moment voulu la nouvelle classe : celle des milliards.

■ Question 1

Lecture et commentaire du texte informatif et de la question.

La population européenne est approximativement d'un demi milliard ;

2 fois la population européenne correspond environ à 1 milliard ;

5 fois c'est environ 2 milliards et demi ;

13 fois c'est environ 6 milliards et demi ; 100 fois c'est environ 50 milliards.

Réponse : environ 13 fois plus.

■ Question 2

Réponses

a. La Chine : 1 320 290 000 ; l'Inde : 1 095 352 000.
b. 4 145 558 000 habitants de la planète ne sont ni chinois ni indiens.
c. Environ 753 290 000 Chinois vivent à la campagne.

■ Question 3

Réponse : Asie, Afrique, Amérique, Europe, Océanie, Antarctique.

La longue naissance du système métrique

MANUEL P. 206-207

Des informations complémentaires

Lorsque Stevin (1548-1620], dans son ouvrage appelé « La Disme » (voir éventuellement la page « Mathématiques et patrimoine » de la période 1 du manuel de CM2), préconise le passage des écritures fractionnaires à une écriture proche de notre écriture à virgule, il recommande également, sans succès, de faire en sorte que les unités aillent de dix en dix. Il faut attendre la fin du XVIIIe siècle pour que cette idée soit reprise et que le système métrique soit imposé. C'est en France que cet événement a lieu en 1791. À la suite de la Révolution, Pierre Simon de Laplace (1749-1827), initialement professeur de mathématiques à l'École royale militaire de Paris, participa à l'organisation de l'école Normale supérieure et contribua ainsi grandement à la diffusion du système métrique en s'en faisant l'avocat auprès des futurs enseignants.

Activités avec les élèves

Lecture collective du texte. Après un bref rappel historique, faire ressortir les deux idées clés : « simplifier les calculs » et « uniformiser les poids et mesures ».

■ Simplifier les calculs

Avant de demander aux élèves de réaliser le travail du manuel, leur proposer de partager 25 euros en 4. Relever et analyser les procédures utilisées :

– calcul réfléchi 25 = (4 × 6) + 1,
1 euro c'est 4 fois 25 centimes d'euro ;
– utilisation de la division.

Conclure que lorsqu'on divise 25 en 4, le quotient exact est 6,25 car 4 × 6,25 = 25.

1. Mettre alors les élèves en situation de partage de monnaie au XVIIIe siècle :

Une rapide approche historique sur la monnaie utilisée en France à cette époque permettra de découvrir que 1 livre = 20 sols et que 1 sol = 12 deniers.

Problème : comment se partager 25 livres en 4 ?

La division donne 6,25. Mais comment utiliser cette division pour faire le partage puisque les unités de monnaies ne sont pas organisées par sous-multiples de 10 ?

Il faut alors procéder « pas à pas » : 24 livres en 4 soit 6 livres chacun. Reste 1 livre, soit 20 sols. 20 sols partagés en 4 cela fait 5 sols chacun. Chacun reçoit donc 6 livres et 5 sols.

2. Pour partager 25 heures en 4 durées identiques, le résultat 6,25 ne donne pas la réponse attendue. Il faut procéder comme avec les livres et les sols : 6 heures et il reste 1 heure que l'on convertit en 60 minutes. 60 minutes partagées en 4 donnent 15 minutes. Résultat : 6 heures 15 minutes.

Remarque : le professeur pourra attirer l'attention des élèves sur le fait qu'il est maintenant fréquent dans certains milieux professionnels d'écrire « 6,25 h » au lieu de 6 h 15 minutes, particulièrement lorsqu'il s'agit d'effectuer des calculs de coûts.

3. Cette question reprend la situation d'introduction proposée par le professeur et ponctue l'activité.

■ Uniformiser les poids et mesures

Lecture collective de ce texte. Il s'agit de comprendre l'idée principale : choisir une unité universelle (appartenant à tous et indestructible).

Comment a été défini le mètre ?

Commenter le texte et l'encadré, la présence d'un globe terrestre dans la classe permettra de mieux illustrer le propos. Voici une définition simple du méridien terrestre (déjà rencontré aux étapes 49 et 73) : un méridien est un cercle imaginaire tracé sur la Terre et passant par les pôles.

Delambre et Méchain n'ont pas mesuré un méridien complet. En fait, ils ont mesuré une portion de méridien allant du nord au sud de la France (voir étape 73). À partir de cette portion de méridien, et en acceptant l'hypothèse que la terre est ronde, à l'aide d'un travail sur les angles, ils ont abouti à la mesure de la circonférence de la Terre. Le mètre devait être une unité liée aux pratiques de mesurage du plus grand nombre, donc ni trop petite, ni trop grande ! C'est arbitrairement qu'il fut décidé qu'il serait la 40 000 000e partie de ce qui pouvait être mesuré précisément par tous (ou presque) et qui resterait indestructible (on l'espère !) : la Terre.

Le mètre aujourd'hui

Lecture collective de ce paragraphe. Faire le lien avec l'illustration. Commenter « l'exagération » de cette image de synthèse. Expliquer alors que, toujours dans ce souci de pouvoir définir la longueur du mètre de façon universelle, c'est en se référant à la lumière et à sa vitesse de propagation que le mètre est actuellement défini.

Calcul mental et dictée de nombres pour les bilans des 5 périodes

A. Calcul mental

Consigne : Ce premier exercice est un exercice de calcul mental. Il est composé de plusieurs calculs. Je vous lirai chaque calcul deux fois. Puis je vous laisserai 15 secondes pour répondre.

Période 1

a. 7 plus 9
b. 48 plus 5
c. 126 plus 30
d. 19 moins 7
e. 43 moins 5
f. 145 moins 20
g. 128 plus 200
h. 452 moins 300
i. Que dois-je ajouter à 152 pour aller à 160 ?
j. Que dois-je ajouter à 237 pour aller à 240 ?
k. Que dois-je ajouter à 340 pour aller à 400 ?
l. Que dois-je ajouter à 178 pour aller à 200 ?

Période 2

a. 8 multiplié par 7
b. 6 multiplié par 9
c. 8 multiplié par 9
d. 7 multiplié par 6
e. 3 multiplié par 10
f. 100 multiplié par 24
g. 13 multiplié par 20
h. Si l'on me multiplie par 5, on obtient 40. Qui suis-je ?
i. Si l'on me multiplie par 3 on obtient 63. Qui suis-je ?
j. Si l'on me multiplie par 10, on obtient 450. Qui suis-je ?
k. Combien de fois 15 est contenu dans 60 ?
l. Combien de fois 20 est contenu dans 100 ?

Période 3

a. Combien de fois 8 est contenu dans 48 ?
b. Combien de fois 25 est contenu dans 75 ?
c. Combien de fois 10 est contenu dans 170 ?
d. Combien de fois 50 est contenu dans 200 ?
e. Si l'on me multiplie par 9, on obtient 63. Qui suis-je ?
f. Si l'on me multiplie par 3 on obtient 330. Qui suis-je ?
g. 2 fois 30
h. 25 fois 4
i. 4 fois 15
j. 12 fois 5
k. 37 plus 99
l. 126 plus 9

Période 4

a. 15 plus 16
b. 213 plus 19
c. 136 plus 49
d. 128 moins 21
e. 175 moins 35
f. 180 moins 29
g. Quel est le quart de 20 ?
h. Quel est le quadruple de 20 ?
i. Quelle est la moitié de 18 ?
j. Quel est le double de 18 ?
k. Quel est le tiers de 90 ?
l. Quel est le triple de 90 ?

Période 5

a. 2,1 plus 3
b. 3,7 plus 1,2
c. 4 plus 0,3
d. 36,5 plus 2
e. 3,7 moins 0,1
f. 14,7 moins 0,5
g. 5 moins 0,1
h. 2 fois 0,5
i. 5 fois 0,2
j. Combien dois-je ajouter à 2,7 pour aller à 3 ?
k. Combien dois-je ajouter à 17,4 pour aller à 18 ?
l. Combien dois-je ajouter à 18,5 pour aller à 20 ?

B. Dictée de nombres

Consigne : Je vais vous dicter des nombres. Écrivez en chiffres chacun des nombres.

Période 1

a. cent quatre-vingts
b. deux cent soixante-quinze
c. deux mille cent dix-huit
d. vingt mille trois cents

Période 4

a. trois cent quatre-vingt-dix-sept
b. sept mille huit cent six
c. quatre-vingt mille cent cinquante-huit
d. deux cent quatre mille quatre cent trois

Banque d'exercices pour bilan intermédiaire de période 1

1 Calcule

a. 9 + 7	136 – 4	b. 83 + 20	178 – 40	c. 300 + 56	1 400 – 300
7 + 18	172 – 5	245 + 30	284 – 20	87 + 200	564 – 400
46 + 5	324 – 9	372 + 40	210 – 30	125 + 100	328 – 100
4 + 29	251 – 8	291 + 10	328 – 40	400 + 134	1 078 – 200
79 + 3	350 – 2	426 + 30	400 – 10	800 + 500	950 – 500

d. 57 + … = 60 74 + … = 80 … + 35 = 40 68 + … = 70 41 + … = 50

2 Range ces nombres du plus petit au plus grand :

4 056 975 4 039 973 4 109 3 987 795

3 Effectue les calculs.

4 879 $\xrightarrow{+10}$ … $\xrightarrow{+10}$ … $\xrightarrow{+1}$ … $\xrightarrow{+1}$ … $\xrightarrow{+100}$ … $\xrightarrow{+10}$ … $\xrightarrow{-1}$ … $\xrightarrow{-10}$ … $\xrightarrow{-100}$ …

4 Calcule :

a. 100 + 10 + 10 + 100 + 100 + 100 + 10 + 1 + 1

b. 100 + 100 + 1 + 100 + 1 + 10 + 1 + 100

c. 4 000 + 8 + 600 + 50

d. 600 + 80 + 9 + 4 000

e. (2 × 10) + (7 × 100) + 4 + (2 × 1 000)

f. (5 × 100) + (8 × 1 000) + (9 × 10) + 6

5 Donne la décomposition canonique de chacun des nombres :

a. 647 b. 8 475 c. 7 305 d. 4 053

6 Voici un nombre : 3 758.

Sans écrire de calculs, réponds à chacune des questions suivantes.

a. Si on remplace le chiffre 5 par le chiffre 2, de combien diminue le nombre ?

b. Si on remplace le chiffre 7 par le chiffre 9, de combien augmente le nombre ?

c. Quel chiffre faut-il modifier et comment pour que le nombre augmente de 4 000 ?

7 « Je suis un nombre de 4 chiffres.
J'ai 46 centaines.
Mon chiffre des dizaines est la moitié du chiffre des centaines.
Mon chiffre des unités est le double du chiffre des milliers.

Qui suis-je ? »

8 a. Steve mesure 154 cm, Enzo mesure 9 cm de moins que lui.

Quelle est la taille d'Enzo ?

b. Lila mesure 156 cm, elle mesure 11 cm de moins que Chloé.

Quelle est la taille de Chloé ?

Banque d'exercices pour bilan final de période 1

1 Écris les nombres en chiffres :

a. quatre cent trente-neuf
b. mille quatre cent six
c. six mille cinq cent quatre-vingt-trois
d. neuf mille soixante-dix
e. deux mille cent quatre-vingt-dix

2 Écris les nombres en lettres :

a. 642
b. 1 057
c. 3 670
d. 2 080
e. 58 709

3 a. Range ces nombres du plus petit au plus grand :

3 652 5 246 740 5 281 10 540 729 5 312 4 205

b. Parmi ces nombres entoure ceux qui sont entre 4 000 et 6 000.

4 Compare les nombres, utilise < ou >.

a. 3 245 … 3 254 b. 7 304 … 7 308 c. 5 071 … 5 069 d. 41 082 … 41 802

5 Trouve tous les nombres inférieurs à 6 440 et qui s'écrivent sous la forme 6 • 5 2.

6 Calcule :

a. 324 + 12	128 + 13	325 + 15	1 250 + 19	1 456 + 16
324 – 12	128 – 13	325 – 15	1 250 – 19	1 456 – 16
b. 130 + … = 200	250 + … = 300	310 + … = 400	780 + … = 800	
135 + … = 200	254 + … = 300	318 + … = 400	783 + … = 800	
c. 1 200 – 400	2 500 + 600	3 100 + 800	4 500 + 1 500	3 000 – 900
d. 450 + 250	275 + 125	625 + 175	175 + 275	325 + 125

7 Régis a 14 ans.
Mathias a 12 ans de plus que Régis.
Quel est l'âge de Mathias ?

8 Camille a 15 ans.
Elle a 3 ans de plus qu'Adrien.
Quel est l'âge d'Adrien ?

9 L'écart entre deux nombres est 50.
L'un des nombres est 300.
Quel est l'autre nombre ?
Y a-t-il plusieurs solutions ?

10 Avec un budget de 200 €, la directrice d'une école maternelle peut-elle acheter un vélo à 84 €, un tricycle à 65 € et une trottinette à 49 € pour compléter les jouets de plein air de l'école ?

11 Calcule :

a. $\begin{array}{r} 4\,5\,5 \\ +\,3\,7\,3\,7 \\ \hline \end{array}$ b. $\begin{array}{r} 5\,6\,4 \\ -\,2\,3\,9 \\ \hline \end{array}$ c. $\begin{array}{r} 4\,5\,0\,9 \\ +\ \ 7\,8\,5 \\ \hline \end{array}$ d. $\begin{array}{r} 2\,4\,8\,3 \\ -\ \ 9\,3\,7 \\ \hline \end{array}$

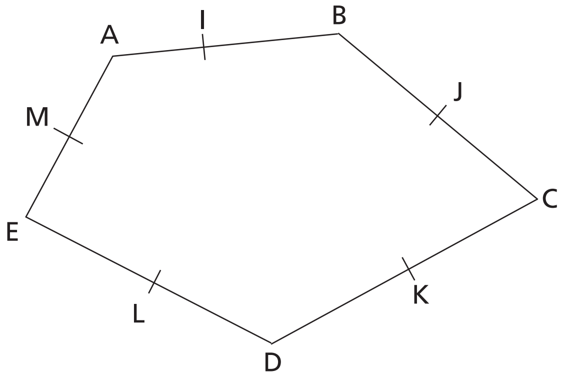
12 Calcule :

a. 187 + 2 496 + 54 b. 3 745 – 328 c. 537 – 276 d. 654 – 468

13 Pendant les vacances, Justine et ses parents partent de Toulouse, passent par Bayonne, puis rejoignent Porto. De Toulouse à Porto en passant par Bayonne il y a 1 158 km. Entre Toulouse et Bayonne il y a 297 km.

Combien de kilomètres y a-t-il entre Bayonne et Porto ?

14



Certains points sont les milieux des côtés du polygone ABCDE. À vue d'œil, lesquels ?

Vérifie avec l'instrument de ton choix.

Quel instrument as-tu utilisé ?

15 Trace un segment [CD] de longueur 8 cm.

Place le milieu J de [CD].

Trace le cercle de centre C passant par J.

16 Place un point I sur une feuille unie, puis place 14 points à 5 cm du point I.

Quel(s) instrument(s) as-tu utilisé(s) ?

17 Sur ta feuille, place deux points A et B distants de 9 cm.

a. Trace un cercle de centre A et de rayon 6 cm. Appelle C le point où il coupe le segment [AB].

Quel est la longueur du segment [BC] ?

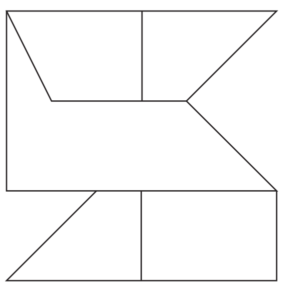
b. Trace un cercle de centre B et de rayon 6 cm. Appelle D le point où il coupe le segment [AB].

Quel est la longueur du segment [AD] ?

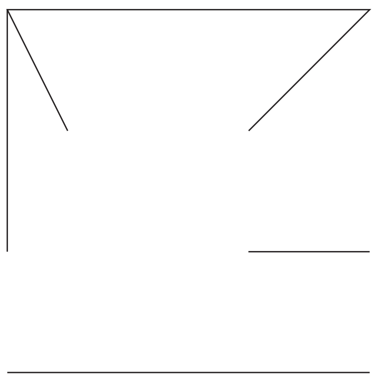
c. Appelle M et N les points communs aux deux cercles.

Quelles sont les longueurs des segments [MA], [MB], [NA], [NB] ?

18 Complète cette figure pour qu'elle soit semblable au modèle.



Modèle



Banque d'exercices pour bilan intermédiaire de période 2

1 Écris en lettres les nombres :

a. 1 386
b. 25 032
c. 302 568
d. 1 004

2 Écris en chiffres les nombres :

a. trois cent dix-huit mille quatre cent cinquante-sept
b. deux cent mille sept cent
c. trente-six mille quarante-cinq
d. dix-huit mille six cent quatre-vingt-douze

3 Range dans l'ordre décroissant les nombres :

63 508 630 508 6 895 603 509 63 082

4 Calcule :

a. $\begin{array}{r} 84 \\ \times\ 76 \\ \hline \end{array}$ b. $\begin{array}{r} 609 \\ \times\ \ 83 \\ \hline \end{array}$ c. $\begin{array}{r} 562 \\ -\ 328 \\ \hline \end{array}$ d. $\begin{array}{r} 4309 \\ +\ \ 658 \\ \hline \end{array}$

5 Calcule : a. 40 × 5 b. 8 × 90 c. 500 × 7 d. 70 × 60 e. 3 × 900 f. 50 × 800

6 Calcule : a. 428 × 33 b. 158 × 106 c. 317 × 40 d. 4 053 – 807

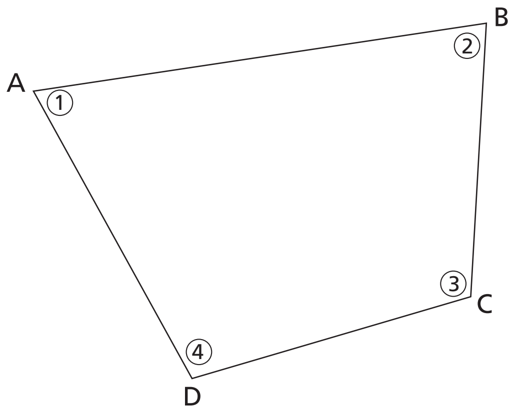
7 Trouve, parmi les nombres suivants, ceux qui correspondent à chacun des portraits :

32 25 40 33 27 12 17 15

« Je suis un multiple de 2 et de 5. Qui suis-je ? »
« Je suis un multiple de 2 et de 3. Qui suis-je ? »
« Je suis un multiple de 3 et de 5. Qui suis-je ? »

8 Dans un cinéma, il y a 3 salles. La salle A contient 236 places.
La salle B contient trois fois plus de places que la salle A.
La salle C contient deux fois moins de places que la salle A.
Quel est le nombre de places de la salle B ? de la salle C ?

9 Range les angles 1, 2, 3, 4 du quadrilatère ABCD du plus petit au plus grand, à vue d'œil.
Vérifie en utilisant un calque ou ton porte-angle.



Banque d'exercices pour bilan final de période 2

1 Calcule :

a. $(4 \times 10\ 000) + (8 \times 100) + (7 \times 10) + 2$

b. $(6 \times 100) + (5 \times 1\ 000) + 8 + (9 \times 10\ 000)$

c. $(5 \times 10) + (6 \times 1\ 000) + 7$

d. $(6 \times 10\ 000) + (3 \times 1\ 000) + 8$

2 Retrouve les nombres qui manquent.

a. $4\ 835 = (\ldots \times 1\ 000) + (\ldots \times 100) + (\ldots \times 10) + \ldots$

b. $3\ 064 = (\ldots \times 1\ 000) + (\ldots \times 10) + \ldots$

c. $45\ 612 = (4 \times \ldots) + (5 \times \ldots) + (6 \times \ldots) + (1 \times \ldots) + 2$

d. $23\ 908 = (2 \times \ldots) + (3 \times \ldots) + (9 \times \ldots) + 8$

3

a. Écris la liste des multiples de 15 plus petits que 101.

b. Écris la liste des multiples de 20 plus petits que 101.

c. Écris la liste des multiples de 25 plus petits que 101.

d. Quels sont les multiples communs de 15 et de 20 plus petits que 101 ?

e. Quels sont les multiples communs de 15 et de 25 plus petits que 101 ?

4

a. Avec 4 537 €, combien de billets de 100 € peut-on avoir au maximum ?

b. Et avec 14 537 € ?

5 Calcule : a. $39 + 2\ 732 + 607$ b. $4\ 137 - 618$ c. 83×726 d. 709×53

6 Calcule :

a. $7 \times \ldots = 560$ b. $40 \times \ldots = 360$ c. $15 \times \ldots = 600$

d. $20 \times \ldots = 1\ 000$ e. $30 \times \ldots = 1\ 200$ f. $25 \times \ldots = 1\ 000$

7 $84 \times 6 = 504$ et $84 \times 7 = 588$

Utilise ces résultats pour calculer les produits :

84×60 84×67 84×670 84×700 84×706

8 Octave a 27 billes, Allan en a le triple.
Combien de billes Allan a-t-il ?

9 Luc a 48 billes, Simon en a quatre fois moins.
Combien de billes Simon a-t-il ?

10 Eloi a économisé 64 €, c'est deux fois plus que Casimir. Combien Casimir a-t-il économisé ?

11 Gauthier fait un voyage en voiture. Au départ, le compteur de la voiture affiche 42 120 km. À son arrivée, le compteur affiche 43 760 km.

Combien de kilomètres a-t-il parcourus ?

12 Pour compléter la collection de livres de la classe, la maîtresse a acheté 15 manuels de mathématiques à 12 € l'unité et 18 albums à 9 € l'unité.

Combien a-t-elle payé ?

13 Voici les longueurs de 3 segments. Trace-les en utilisant une règle graduée.

AB = 6 cm 4 mm CD = 47 mm EF = 3 cm 5 mm

14 Vérifie avec tes instruments que la figure est un rectangle. Choisis le mot qui convient : « parallèle » ou « perpendiculaire » pour compléter les phrases suivantes que tu recopieras (attention à l'orthographe).

a. Les segments [EF] et [HG] sont … entre eux.

b. Les segments [EF] et [HG] sont … au segment [EH].

c. Le segment [EF] est … au segment [FG].

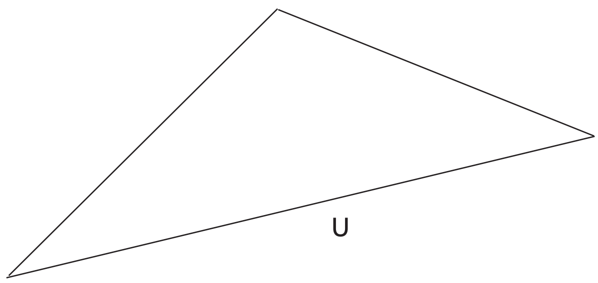
d. Les segments [EH] et [HG] sont …

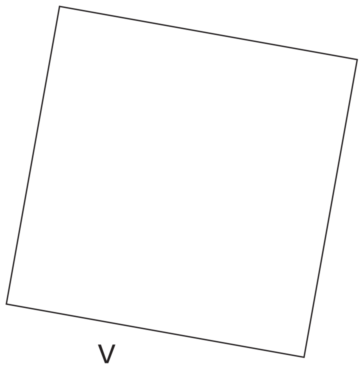
15 Sur du papier uni, construis un rectangle dont les côtés ont pour longueur 7 cm et 4 cm.

Quel est le périmètre de ce rectangle ?

16 À vue d'œil, laquelle de ces deux figures a le plus grand périmètre ?

Vérifie ton estimation en les mesurant.


U


V

17 Complète les égalités en mettant les valeurs numériques qui conviennent :

2 km 58 m = ... m 5 780 m = ... km ... m 47 cm 3 mm = ... mm 735 cm = ... m ... cm

Banque d'exercices pour bilan intermédiaire de période 3

1 Calcule, puis vérifie avec la calculatrice. :

a. 7 605 – 459 **b.** 674 + 5 689 + 2 065 **c.** 5 604 × 57 **d.** 7 093 × 60

2 **a.** Combien de fois 10 est-il contenu dans 653 ? dans 98 ?

b. Combien de fois 100 est-il contenu dans 1 347 ? dans 782 ?

3 Julien a chargé dans sa camionnette 1 800 kg de pommes de terre répartis dans 30 sacs de même poids.

Combien pèse chaque sac ?

4 Ninon a effectué 10 remboursements, chaque remboursement est de 37 €.

Combien a-t-elle remboursé en tout ?

5 Au cirque Vazatta, il y a 12 rangées de 15 fauteuils et 24 strapontins.

Combien de places y a-t-il ?

6 Avec 200 dragées, Émile remplit des « pochons ». Il met 12 dragées dans chaque pochon.

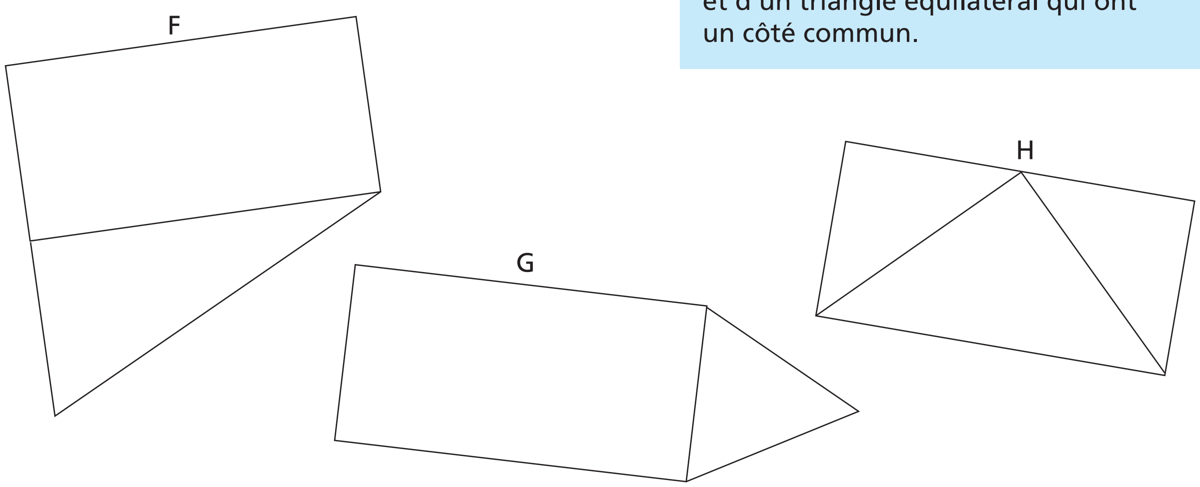
Combien manque-t-il de dragées pour que tous les pochons soient pleins ?

7 Avec 4 litres (400 cL) de lait, Paul remplit 16 bols identiques.

Quelle quantité de lait met-il dans chaque bol ?

8 Parmi les trois figures laquelle correspond à la description ci-contre ?

La figure est composée d'un rectangle et d'un triangle équilatéral qui ont un côté commun.



Banque d'exercices pour bilan final de période 3

1 Jeanne a 4 litres (400 cL) de jus de fruit. Elle doit mettre 25 cL de jus de fruit dans chaque verre.

Combien de verres peut-elle servir ?

2 Un phare émet un signal lumineux toutes les 15 secondes.

Combien de signaux émet-il en 1 minute ? en 1 heure ?

3 Une émission télévisée se termine à 17 h 50 et dure 1 h 25.

À quelle heure commence-t-elle ?

4 Au cinéma, un film commence à 19 h 40 et se termine à 21 h 15.

Quelle est sa durée ?

5 Effectue les divisions suivantes et écris les égalités qui les traduisent.

$$68 \,\big|\, \underline{5} \qquad 92 \,\big|\, \underline{14} \qquad 245 \,\big|\, \underline{7} \qquad 344 \,\big|\, \underline{13}$$

6 On sait que : $24 \times 17 < 420 < 24 \times 18$.

Utilise cet encadrement pour compléter l'égalité : $420 = (24 \times \ldots) + \ldots$

Donne le quotient et le reste de la division de 420 par 24.

7 Kevin a choisi un nombre. Il divise ce nombre par 8. Il trouve 6 comme quotient et 3 comme reste.

Quel est ce nombre ?

8 Aglaé a choisi un nombre, elle le multiplie par 7 et trouve 154.

Quel est ce nombre ?

9 À la poste, tu peux utiliser un distributeur de monnaie. Les pièces disponibles dans le distributeur sont des pièces de 1 € et de 50 c.

Quelles pièces peux-tu obtenir en échange d'un billet de 5 € ?
Trouve toutes les possibilités (il y en a 6).

10 Convertis les durées dans les unités demandées.

a. 48 h = … j	**b.** 30 h = … j … h	**c.** 2 h et demie = … min
d. 120 min = … h	**e.** 200 min = … h … min	**f.** 300 min = … h … min

11

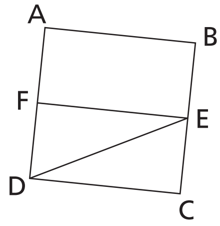
a. Écris les doubles, puis les moitiés des nombres :	80	150	400	600
b. Écris les triples, puis les tiers des nombres :	30	150	300	600
c. Écris les quadruples, puis les quarts des nombres :	40	200	400	600

12 Qwang a commencé à rédiger le programme de construction de la figure suivante.
Aide-le à le terminer :

Trace un carré ABCD.

Place le milieu E *de* ...

....



13 Construis la figure correspondant au message, d'abord à main levée, puis avec tes instruments.

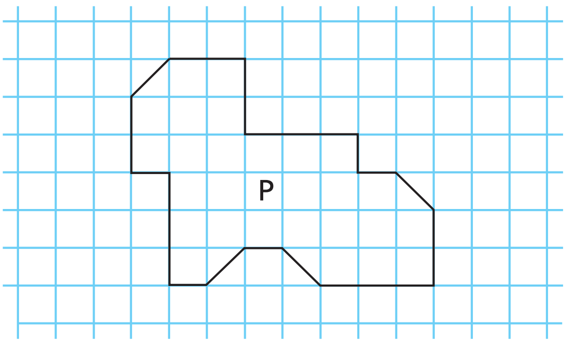
> On désigne par A, B, C, D les sommets d'un rectangle en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre.
> Le côté [AB] mesure 4 cm, le côté [BC] mesure 6 cm.
> Trace le rectangle ABCD.
> Place le milieu I de [AB], le milieu J de [BC], le milieu K de [CD], le milieu L de [DA].
> Trace les segments [LJ], [IK], [AC] et [BD].

14 Sur une feuille de papier quadrillé,

a. reproduis le polygone P ;

b. construis en vert deux polygones de formes différentes et ayant la même aire que le polygone P ;

c. construis en bleu deux autres polygones de formes différentes ayant le même périmètre que le polygone P.



15 Sur une feuille de papier quadrillé, en prenant l'aire d'un carreau pour unité u, trace :

a. un carré d'aire 64 u ;

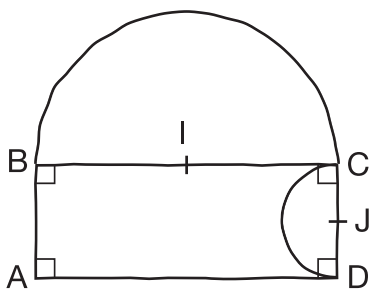
b. un rectangle d'aire 64 u dont la longueur mesure 16 carreaux ;

c. un rectangle d'aire 64 u différent du précédent.

16 Voici une figure dessinée à main levée et des informations qui précisent le dessin :

ABCD est un rectangle.
BC = 3AB ;
I est le milieu de [BC], J est le milieu de [CD] ;
un demi-cercle a pour diamètre [BC] ;
l'autre demi-cercle a pour diamètre [CD].

Construis cette figure en observant le dessin et en respectant les informations.



Banque d'exercices pour bilan intermédiaire de période 4

1

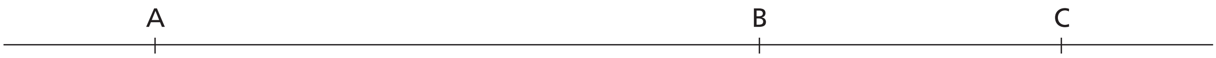
6 boîtes de petits pois coûtent 14 €. Quel est le prix de :

a. 24 boîtes ? **b.** 3 boîtes ? **c.** 60 boîtes ? **d.** 63 boîtes ?

2

Sur cette droite on a placé 3 points qui représente 3 villes.

La distance réelle entre les villes A et B est de 320 km.



a. Quelle est la distance réelle entre la ville B et la ville C ?

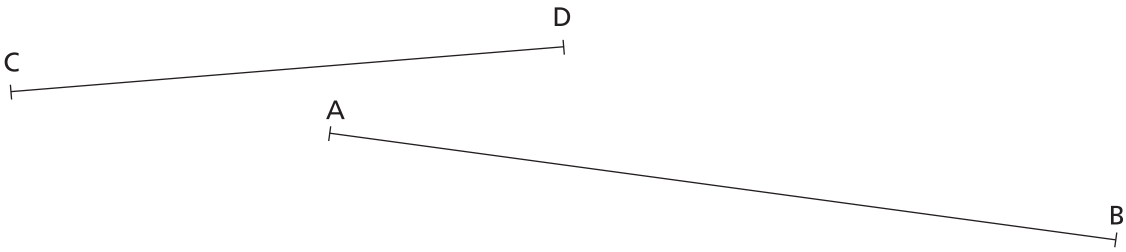
b. Reproduis la droite et place la ville D avec AD = 120 km et DB = 200 km.

c. Place le point E avec EA = 360 km et EB = 40 km.

d. Complète la phrase : « Sur cette droite, 1 cm représente … km. »

3

Utilise le segment unité u pour mesurer les segments [AB] et [CD].



4

Utilise le segment unité u de l'exercice 3 pour tracer un segment [IJ] de longueur 2 u + $\frac{1}{4}$ u, puis le segment [KL] de longueur $\frac{5}{2}$ u.

5

a. À quelle fraction d'heure correspondent 15 minutes ?

b. Combien y a-t-il de minutes dans $\frac{3}{4}$ d'heure ?

6

Complète les égalités :

a. 4 L = … cL **b.** 340 cL = … L … cL **c.** 375 L = 37 … 5 … **d.** 248 L = … daL … L

7

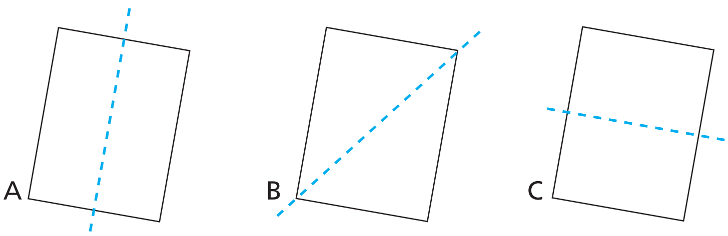
Nous sommes deux nombres consécutifs. Notre somme est égale à 147. Qui sommes-nous ?

Nous sommes deux nombres pairs consécutifs. Notre somme est égale à 642. Qui sommes-nous ?

8

Dans quels cas les droites en pointillés te semblent être des axes de symétrie ?

Décalque les figures et vérifie tes prévisions par pliage.



Banque d'exercices pour bilan final de période 4

1 Calcule : **a.** 564 × 37 **b.** 346 × 407 **c.** 6 379 – 3 584 **d.** 5 608 + 785 + 87

2 Effectue les divisions suivantes en précisant dans chaque cas le quotient et le reste :

a. 357 divisé par 24
b. 809 divisé par 17

3 À l'école élémentaire, il y a 270 élèves. C'est trois fois plus qu'à l'école maternelle.

Combien d'élèves y a-t-il à l'école maternelle ?

4 Complète :

×		7	6	3
				27
8	40			
			24	
		49		

×	8		90	40
2				
70				
				3 200
6		1 200		

5 **a.** Combien de fois 15 est-il contenu dans 60 ?

b. Combien de fois 15 est-il contenu dans 90 ?

c. Combien de fois 15 est-il contenu dans 100 ?

6 **a.** Combien de fois 25 est-il contenu dans 75 ?

b. Combien de fois 25 est-il contenu dans 150 ?

c. Combien de fois 25 est-il contenu dans 110 ?

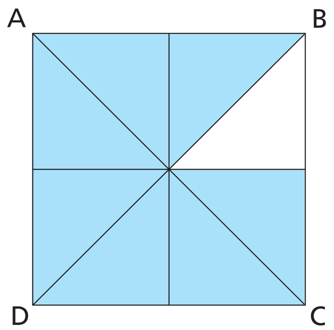
7 **a.** Écris chaque nombre du tableau en lettres.

b. Range-les dans l'ordre croissant.

	Classe des mille					
	c	d	u	c	d	u
.....	6	0	3	2	7	8
.....	6	3	0	2	7	8
.....	6	3	2	0	7	8
.....	6	3	2	7	0	8
.....	6	3	2	7	0	8

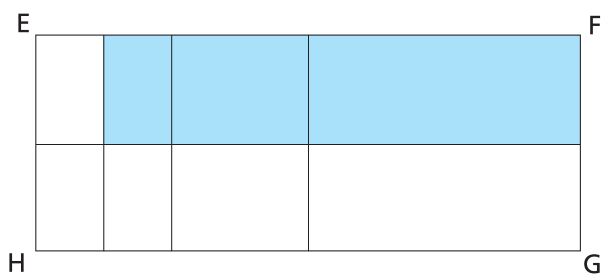
8 L'aire du carré ABCD est choisie comme unité.

Quelle est l'aire de la partie colorée ?



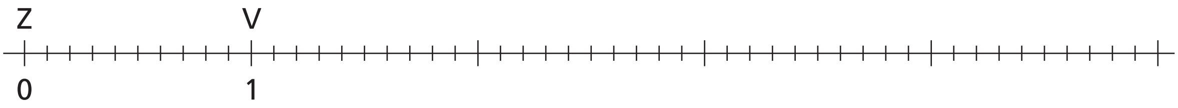
9 L'aire du rectangle EFGH est choisie comme unité.

Quelle est l'aire de la partie colorée ?



10 Reproduis sur du papier calque la droite graduée et place ensuite les points M, N, P, Q tels que :

$ZM = \frac{7}{10}$ u $\qquad ZN = 1$ u $+ \frac{3}{10}$ u $\qquad ZP = 2$ u $+ \frac{6}{10}$ u $\qquad ZQ = 4$ u $+ \frac{1}{10}$ u



11 Associe les étiquettes qui désignent le même nombre :

huit tiers | un quart | quatorze dixièmes | douze centièmes | sept demis

$\frac{7}{2}$ | $\frac{14}{10}$ | $\frac{12}{100}$ | $\frac{8}{3}$ | $\frac{1}{4}$

12 Encadre chaque fraction par deux entiers consécutifs.

a. $\frac{5}{2}$ **b.** $\frac{7}{3}$ **c.** $\frac{22}{5}$ **d.** $\frac{4}{10}$ **e.** $\frac{53}{10}$ **f.** $\frac{342}{100}$

13 Combien de dixièmes y a-t-il dans deux unités ?

Complète ... $\times \frac{1}{10} = 2$

14 Combien de centièmes y a-t-il dans deux unités ?

Complète ... $\times \frac{1}{100} = 2$

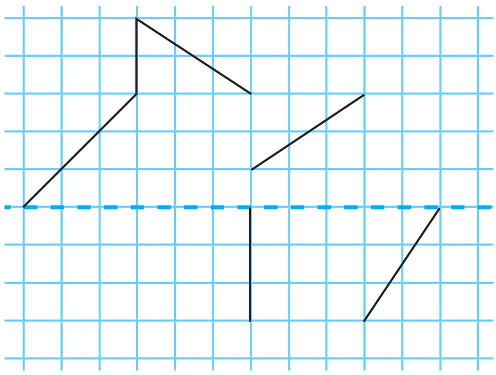
15 Complète comme dans l'exemple : $\frac{245}{100} = 2 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100}$

a. $\frac{567}{100} =$ **b.** $\frac{750}{100} =$ **c.** $\frac{75}{10} =$ **d.** $\frac{708}{10} =$

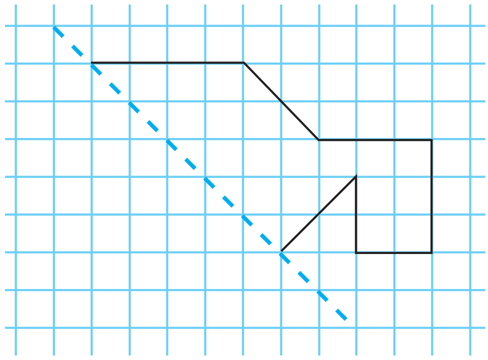
16 Donne l'écriture sous la forme de fractions décimales des nombres suivants :

a. 4,8 **b.** 5,06 **c.** 3,14 **d.** 0,17 **e.** 52,3 **f.** 10,01

17 Reproduis et complète la figure pour qu'elle admette l'axe en pointillés comme axe de symétrie.



18 Reproduis et complète la figure pour qu'elle admette l'axe en pointillés comme axe de symétrie.



Banque d'exercices pour bilan intermédiaire de période 5

1 Encadre chaque nombre par deux entiers consécutifs :

a. 0,5 **b.** 4,8 **c.** 19,6 **d.** 46,2 **e.** 14,28 **f.** 20,3 **g.** 38,94

2 Dans chaque cas recopie les deux nombres, entoure le plus petit et écris le signe qui convient (< ou > ou =) :

a. 4,6 ... 4,9 **b.** 5,6 ... 5,47 **c.** 3,8 ... 4,1 **d.** 12,3 ... 1,23

3 Trouve à chaque fois un nombre décimal situé entre les deux nombres proposés :

a. 2 et 3 **b.** 3,5 et 3,9 **c.** 2,4 et 2,43 **d.** 4,6 et 4,7

4 Effectue les opérations :

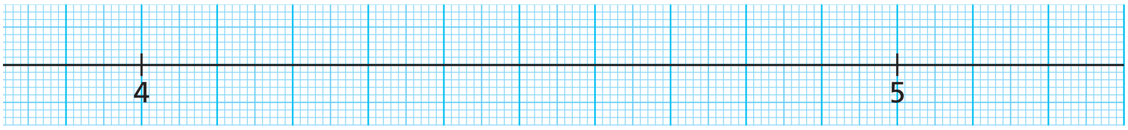
a.	b.	c.	d.	e.
13,2 5	4,7 8	8,3 0	7,3 6	23,8
+ 6,5	+ 3,6	+ 14,5 7	– 2,1 8	– 6,5 1

5 Pose et calcule :

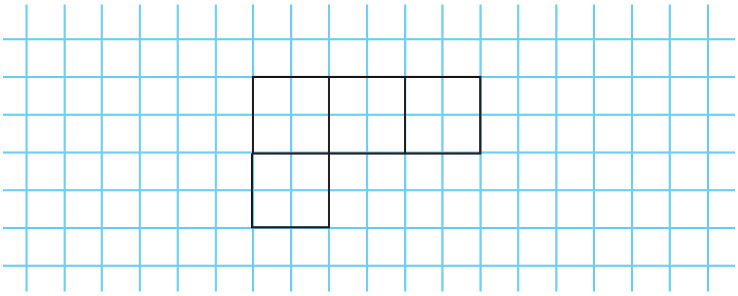
a. 6,25 + 3,76 **b.** 78,9 + 128,6 **c.** 307,76 + 78,08 **d.** 4,76 + 0,8

6 Trace sur du papier millimétré une droite graduée comme celle-ci et place les nombres suivants :

3,9 4,25 4,5 4,06 5,15 4,8



7 Reproduis l'assemblage ci-dessous sur du papier quadrillé et complète-le pour que ce soit le patron d'un cube.



Banque d'exercices pour bilan final de période 5

1 Écris en chiffres les nombres :

a. soixante-dix-sept mille quatre cent quatre-vingt-dix-neuf

b. cinq cent soixante-trois millions sept cent mille

c. huit milliards deux cent trente-six millions

2 Écris en lettres les nombres :

a. 89 684

b. 3 468 356 000

c. 777 777 777

3 Vérifie que 386 = (23 × 16) + 18.

a. Quel est le quotient de la division de 386 par 23 ? Quel est le reste ?

b. Quel est le quotient de la division de 386 par 16 ? Quel est le reste ?

c. Kevin a 386 timbres, il les place dans un album. Sur chaque page de l'album il peut mettre 16 timbres. Combien de pages au minimum sont nécessaires pour qu'il puisse placer tous ses timbres ?

4 8 objets identiques pèsent ensemble 150 g.
Quel est le poids de 24 de ces objets ?

5 Le prix de 16 tartelettes est 20 €.
Quel est le prix de 4 tartelettes ?

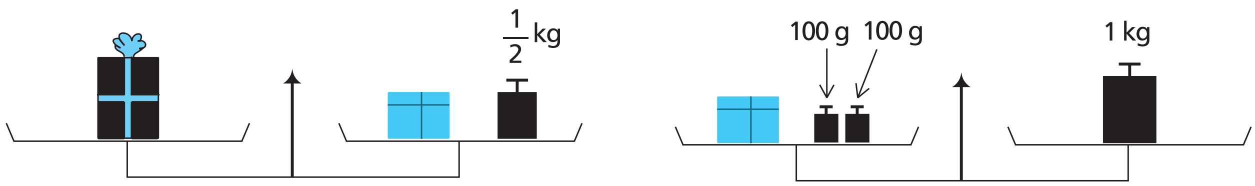
6 La cantine de l'école reçoit un carton de yaourts. Dans le carton, il y a 26 paquets de 12 yaourts. 310 élèves déjeunent à la cantine.
Pourra-t-on donner un yaourt à chaque élève ?

7 Alix achète 8 croissants et 10 chaussons aux pommes.
Un croissant coûte 0,85 € et un chausson aux pommes coûte 1,05 €.
Combien dépense-t-elle ?

8 Complète :

a. 0,7 kg = … g b. 2,3 kg = … g c. 450 g = … kg d. 6 400 g = … kg

9 Alice a réalisé les deux pesées suivantes.



Combien pèse chaque paquet ?

10 15 colis identiques pèsent ensemble 3 kg (3 000 g).
Quel est le poids d'un colis ?

11 **a.** Affiche 24,8 sur ta calculatrice.
Sans effacer l'écran ni passer par 0, que dois-tu faire pour afficher 25 ?

b. Affiche 18,7 sur ta calculatrice.
Sans effacer l'écran ni passer par 0, que dois-tu faire pour afficher 18 ?

c. Affiche 6,2 sur ta calculatrice.
Sans effacer l'écran ni passer par 0, que dois-tu faire pour afficher 7 ?

d. Affiche 56,04 sur ta calculatrice.
Sans effacer l'écran ni passer par 0, que dois-tu faire pour afficher 56,1 ?

12 Pose et effectue les opérations :
a. 36,4 – 21,21 **b.** 23,6 – 15,43 **c.** 114,45 – 8,32 **d.** 5,72 – 3,6

13 Calcule :
a. 3,4 × 10 **b.** 0,49 × 10 **c.** 28,04 × 10 **d.** 21,5 × 100 **e.** 17,38 × 100

14 Vérifie que 6 × 28 = 168 et 4 × 28 = 112.
Utilise ces résultats pour calculer :
a. 4 × 2,8 **b.** 0,4 × 28 **c.** 64 × 28 **d.** 64 × 2,8 **e.** 0,64 × 28

15 Trouve le quotient décimal exact de 97 divisé par 5.

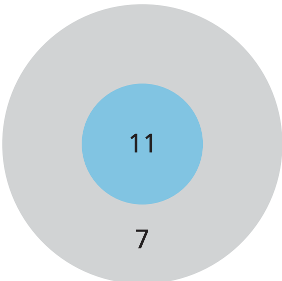
16 Quatre enfants se partagent équitablement 194 €.
Calcule la somme exacte que chacun d'eux va recevoir.

17 Trace une droite, appelle-la d.
Place un point A à 5 cm de la droite d.
Trace la droite f qui passe par A et qui est parallèle à la droite d.

18 Quand on lance des flèches dans la cible, on marque 11 points au centre et 7 points dans la couronne.
Louis a marqué 80 points.

Combien de flèches Louis a-t-il lancées dans chaque zone de la cible ?

Y a-t-il plusieurs solutions ?



► Manuel p. 9

1

Ajouter ou soustraire un nombre plus petit que 10

8 + 9 = 17	8 + 17 = 25	36 + 7 = 43	85 + 6 = 91	5 + 98 = 103
129 – 7 = 122	135 – 7 = 128	163 – 9 = 154	438 – 9 = 429	357 – 5 = 352

Ajouter ou soustraire un multiple de 10

98 + 10 = 108	125 + 20 = 145	172 + 30 = 202	293 + 20 = 313	365 + 30 = 395
270 – 10 = 260	457 – 30 = 427	404 – 20 = 384	513 – 40 = 473	328 – 10 = 318

Ajouter ou soustraire un multiple de 100

36 + 200 = 236	25 + 100 = 125	26 + 300 = 326	489 + 500 = 989	900 + 400 = 1 300
1 300 – 200= 1 100	632 – 100 = 532	1 008 – 300 = 708	2 183 – 500 = 1 683	850 – 400 = 450

Ajouter ou soustraire un nombre compris entre 10 et 20

135 + 18 = 153	163 – 11 = 152	387 + 12 = 399	251 + 17 = 268	250 – 14 = 236
219 + 13 = 232	267 – 17 = 250	126 – 15 = 111	136 + 16 = 152	242 – 13 = 229

Trouver un complément

85 + 5 = 90	71 + 9 = 80	33 + 7 = 40	3 + 67 = 70	42 + 8 = 50
150 + 50 = 200	20 + 180 = 200	260 + 40 = 300	520 + 80 = 600	526 + 74 = 600

2

a. $1\,238 \xrightarrow{-10} 1\,228 \xrightarrow{-10} 1\,218 \xrightarrow{-10} 1\,208 \xrightarrow{-10} 1\,198 \xrightarrow{-10} 1\,188 \xrightarrow{-10} 1\,178 \xrightarrow{-10} 1\,168 \xrightarrow{-10} 1\,158 \xrightarrow{-10} 1\,148 \xrightarrow{-10} 1\,138$

b. $2\,541 \xrightarrow{-100} 2\,441 \xrightarrow{-100} 2\,341 \xrightarrow{-100} 2\,241 \xrightarrow{-100} 2\,141 \xrightarrow{-100} 2\,041 \xrightarrow{-100} 1\,941 \xrightarrow{-100} 1\,841 \xrightarrow{-100} 1\,741 \xrightarrow{-100} 1\,641 \xrightarrow{-100} 1\,541$

FICHE AUTOCORRECTIVE DE L'ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

► Manuel p. 27

1

+	4	3	7	5
6	10	9	13	11
8	12	11	15	13
2	6	5	9	7
4	8	7	11	9

+	6	9	2	8
7	13	16	9	15
5	11	14	7	13
9	15	18	11	17
3	9	12	5	11

+	6	8	5	7
7	13	15	12	14
3	9	11	8	10
2	8	10	7	9
6	12	14	11	13

2

Ajouter ou soustraire un nombre inférieur à 10

186 + 5 = 191 7 + 232 = 239 4 328 + 4 = 4 332 5 149 + 3 = 5 152 7 223 + 9 = 7 232
152 – 6 = 146 437 – 8 = 429 1 221 – 5 = 1 216 2 300 – 9 = 2 291 5 874 – 7 = 5 867

Ajouter ou soustraire un multiple de 10

180 + 50 = 230 40 + 170 = 210 4 190 + 60 = 4 250 7 147 + 80 = 7 227 9 154 + 50 = 9 204
437 – 20 = 417 382 – 40 = 342 8 303 – 50 = 8 253 6 128 – 50 = 6 078 4 330 – 60 = 4 270

Ajouter ou soustraire un multiple de 100

923 + 100 = 1 023 1 235 + 200 = 1 435 870 + 200 = 970 1 453 + 300 = 1 753 1 935 + 400 = 2 335
1 125 – 100 = 1 025 1 540 – 300 = 1 240 1 136 – 400 = 736 1 405 – 500 = 905 1 072 – 200 = 872

3

Ajouter un nombre compris entre 10 et 20

224 + 12 = 236 153 + 15 = 168 3 109 + 11 = 3 120 7 147 + 14 = 7 161 6 272 + 13 = 6 285
134 + 18 = 152 227 + 17 = 244 9 139 + 15 = 9 154 4 148 + 16 = 4 164 1 583 + 19 = 1 602

Soustraire un nombre compris entre 10 et 20

249 – 12 = 237 137 – 13 = 124 5 123 – 15 = 5 108 7 326 – 14 = 7 312 8 132 – 11 = 8 121
254 – 16 = 238 328 – 17 = 311 4 142 – 18 = 4 124 3 235 – 19 = 3 216 7 105 – 14 = 7 091

4

Trouver un complément

54 + 6 = 60 65 + 5 = 70 132 + 8 = 140 241 + 9 = 250 4 287 + 3 = 4 290
40 + 60 = 100 670 + 30 = 700 420 + 80 = 500 750 + 50 = 800 3 510 + 90 = 3 600
34 + 66 = 100 428 + 72 = 500 781 + 19 = 800 347 + 53 = 400 3 879 + 121 = 4 000
57 + 43 = 100 562 + 38 = 600 807 + 93 = 900 493 + 7 = 500 5 108 + 892 = 6 000

FICHE AUTOCORRECTIVE DE L'ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

► Manuel p. 82

1

a.
$$\begin{array}{r} 4\ 3\ 6 \\ +\ \ 1\ 7\ 8 \\ +\ 1\ 3\ 2\ 7 \\ \hline 1\ 9\ 4\ 1 \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 6\ 5\ 7 \\ +\ \ 3\ 4\ 6 \\ \hline 1\ 0\ 0\ 3 \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 1\ 8\ 3\ 2 \\ -\ \ 7\ 6\ 4 \\ \hline 1\ 0\ 6\ 8 \end{array}$$

d.
$$\begin{array}{r} 7\ 3\ 5 \\ -\ 2\ 8\ 8 \\ \hline 4\ 4\ 7 \end{array}$$

2

a. 368 + 1 200 = 1 568 **b.** 1 370 + 510 = 1 880 **c.** 2 430 – 210 = 2 220 **d.** 780 – 112 = 668

3

a. 8 × 40 = 320
b. 80 × 40= 3 200
c. 70 × 20 = 1 400
d. 70 × 2 = 140
e. 500 × 8 = 4 000
f. 50 × 80 = 4 000
g. 90 × 8 = 720
h. 90 × 80 = 7 200

4

a. 4 × 70 = 280
b. 60 × 9 = 540
c. 25 × 4 = 100
d. 800 × 2 = 1 600
e. 50 × 20 = 1 000
f. 200 × 5 = 1 000
g. 9 × 300 = 2 700

5

×	4	3	7	5
6	24	18	42	30
8	32	24	56	40
2	8	6	14	10
4	16	12	28	20
9	36	27	63	45

×	60	40	70	80
7	420	280	490	560
5	300	200	350	400
9	540	360	630	720
3	180	120	210	240
8	480	320	560	640

6

a.
$$\begin{array}{r} 1\ 6\ 3 \\ \times\ \ \ \ \ 4 \\ \hline 6\ 5\ 2 \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 3\ 7\ 7 \\ \times\ \ \ 2\ 6 \\ \hline 2\ 2\ 6\ 2 \\ 7\ 5\ 4\ 0 \\ \hline 9\ 8\ 0\ 2 \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 7\ 2 \\ \times\ \ \ \ 6\ 3 \\ \hline 3\ 2\ 1\ 6 \\ 6\ 4\ 3\ 2\ 0 \\ \hline 6\ 7\ 5\ 3\ 6 \end{array}$$

d.
$$\begin{array}{r} 7\ 0\ 5 \\ \times\ \ \ \ \ 8 \\ \hline 5\ 6\ 4\ 0 \end{array}$$

7

a. 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 14 ; 16 ; 18 ; 20 ; 22 ; 24 ; 26 ; 28 ; 30 ; 32 ; 34 ; 36 ; 38 ; 40 ; 42 ; 44 ; 46 ; 48.
b. 0 ; 5 ; 10 ; 15 ; 20 ; 25 ; 30 ; 35 ; 40 ; 45.
c. 0 ; 10 ; 20 ; 30 ; 40.

8

Multiples de 15 jusqu'à 100 : 0 ; 15 ; 30 ; 45 ; 60 ; 75 ; 90.
Multiples de 2 et de 15 jusqu'à 100 : 0 ; 30 ; 60 ; 90.

FICHE AUTOCORRECTIVE DE L'ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

► Manuel p. 109

1

+	9	8	7	6
9	**18**	**17**	**16**	**15**
8	**17**	**16**	**15**	**14**
7	**16**	**15**	**14**	**13**

×	9	8	7	6
9	**81**	**72**	**63**	**54**
8	**72**	**64**	**56**	**48**
7	**63**	**56**	**49**	**42**

+	4	9	5	7
8	**12**	**17**	**13**	**15**
3	**7**	**12**	**8**	**10**
6	**10**	**15**	**11**	**13**

×	4	9	5	7
8	**32**	**72**	**40**	**56**
3	**12**	**27**	**15**	**21**
6	**24**	**54**	**30**	**42**

2

12 + 13 = **25**
316 + 19 = **335**
237 – 29 = **208**
1 000 – 250 = **750**

26 + 25 = **51**
1 452 + 39 = **1 491**
178 – 16 = **162**
100 – 75 = **25**

18 + 17 = **35**
59 + 628 = **687**
1 234 – 21 = **1 213**
2 000 – 750 = **1 250**

53 + 54 = **107**
29 + 999 = **1 028**
2 356 – 210 = **2 146**
100 – 25 = **75**

23 + 26 = **49**
9 + 9 999 = **10 008**
128 – 19 = **109**
1 000 – 750 = **250**

3

85 + **15** = 100
120 + **80** = 200
250 + **500** = 750

28 + 72 = 100
90 + 210 = 300
250 + **750** = 1 000

15 + **85** = 100
350 + **50** = 400
1 250 + **250** = 1 500

25 + **75** = 100
40 + 460 = 500
750 + 1 250 = 2 000

25 + 75 = 100
530 + **70** = 600
1 125 + **125** = 1 250

4

a. 30 ; 50 ; 60 ; 150 ; 250 ; 1 000 ; 5 000.
b. 36 ; 45 ; 75 ; 150 ; 240 ; 375 ; 450.
c. 60 ; 80 ; 100 ; 200 ; 320 ; 500 ; 600.

5

a. 12 ; 15 ; 19 ; 33 ; 42 ; 45 ; 50.
b. 10 ; 11 ; 20 ; 25 ; 30 ; 50 ; 400.
c. 6 ; 11 ; 15 ; 20 ; 25 ; 300 ; 500.

FICHE AUTOCORRECTIVE DE L'ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

► Manuel p. 125

1

a.

			290			
		157		133		
	84		73		60	
23		61		12		48

b.

			1 400			
		850		550		
	625		225		325	
510		115		110		215

c.

			1 492			
		622		870		
	342		280		590	
132		210		70		520

2

a. a = 4 b = 9

$$\begin{array}{r} 487 \\ +\ 497 \\ \hline 984 \end{array}$$

c. e = 1 f = 9 g = 2

$$\begin{array}{r} 4251 \\ +\ 1397 \\ +\ \ \ 531 \\ \hline 6179 \end{array}$$

e = 6 f = 8 g = 2

$$\begin{array}{r} 4256 \\ +\ 1387 \\ +\ \ \ 536 \\ \hline 6179 \end{array}$$

b. c = 6 d = 9

$$\begin{array}{r} 696 \\ +\ \ 696 \\ \hline 1392 \end{array}$$

d. h = 3

$$\begin{array}{r} 336 \\ -\ \ \ 43 \\ \hline 293 \end{array}$$

3

a.

250 – 160 = 90

90 – 70 = 20

b.

25 – 14 = 11

14 + 13 = 27

14 – 11 = 3

c.

7 × 6 = 42

42 : 3 = 14

14 × 7 = 98

d.

50 + 150 = 200

200 × 4 = 800

1 000 – 800 = 200

4

a. ★ = 6

36 + 56 + 76 = 168

b. ♣ = 9

93 + 94 + 95 = 282

c. ♦ = 7

471 + 678 + 375 = 1 524

d. ♥ = 3

13 × 43 × 23 = 12 857

e. ✿ = 2

24 × 21 × 21 = 10 584

f. ✱ = 6

62 × 86 = 5 332

▶ Manuel p. 151

1

×	4	6	7	9
6	24	36	42	54
9	36	54	63	81
8	32	48	56	72
5	20	30	35	45

×	60	90	5	3
70	4 200	6 300	350	210
50	3 000	4 500	250	150
3	180	270	15	9
80	4 800	7 200	400	240

×	40	9	80	60
90	3 600	810	7 200	5 400
40	1 600	360	3 200	2 400
60	2 400	540	4 800	3 600
7	280	63	560	420

2

a.
$$\begin{array}{r} 6\,0\,3\,7 \\ +\,1\,5\,7\,8\,2 \\ \hline 2\,1\,8\,1\,9 \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 7\,0\,4\,7 \\ -\quad 3\,8\,5 \\ \hline 6\,6\,6\,2 \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 2\,4\,5\,8 \\ -\,1\,0\,7\,4 \\ \hline 1\,3\,8\,4 \end{array}$$

d.
$$\begin{array}{r} 4\,3\,8 \\ \times\quad 7\,7 \\ \hline 3\,0\,6\,6 \\ 3\,0\,6\,6\,0 \\ \hline 3\,3\,7\,2\,6 \end{array}$$

3

a. 45 = (8 × 5) + 5

b. 35 = 7 × 5

c. 81 = 9 × 9

d. 100 = (9 × 11) + 1

e. 68 = (6 × 11) + 2

f. 128 = (10 × 12) + 8

4

a. 297 = (4 × 74) + 1

b. 297 = (5 × 59) + 2

c. 297 = 9 × 33

d. 297 = (13 × 22) + 11

e. 297 = (10 × 29) + 7

f. 297 = (21 × 14) + 3

5

a. 40 = (7 × 5) + 5,
7 est contenu 5 fois dans 40.

b. 72 = (7 × 10) + 2,
7 est contenu 10 fois dans 72.

c. 145 = (7 × 20) + 5,
7 est contenu 20 fois dans 145.

6

a. 100 = 20 × 5,
20 est contenu 5 fois dans 100.

b. 90 = (20 × 4) + 10,
20 est contenu 4 fois dans 90.

c. 210 = (20 × 10) + 10,
20 est contenu 10 fois dans 210.

7

a. 85 est contenu 14 fois dans 1 190.

b. (14 × 85) + 7 est l'écriture en ligne de la division de 1197 par 85
car le reste 7 est inférieur au diviseur 85.
Le quotient est 14, le reste est 7.
85 est contenu 14 fois dans 1197.

c. (14 × 85) + 100 n'est pas l'écriture en ligne de la division de 1 290 par 85
car le reste 100 est supérieur au diviseur 85.
1 290 = (15 × 85) + 15, c'est l'écriture en ligne de la division de 1 290 par 85.
85 est contenu 15 fois dans 1 290.

8

23 × 1 < 125 < 23 × 10 ;

dans la division de 125 par 23,
il y a un chiffre au quotient.

$$\begin{array}{r|l} 1\,2\,5 & 2\,3 \\ \cline{2-2} -\ 1\,1\,5 & 5 \\ \cline{1-1} 1\,0 & \end{array}$$

9

31 × 100 < 3 254 < 31 × 1 000 ;

dans la division
de 3 254 par 31,
il y a trois chiffres
au quotient.

$$\begin{array}{r|l} 3\,2\,5\,4 & 3\,1 \\ \cline{2-2} -\ 3\,1\,0\,0 & 1\,0\,4 \\ \cline{1-1} 1\,5\,4 & \\ -\ 1\,2\,4 & \\ \cline{1-1} 3\,0 & \end{array}$$

FICHE AUTOCORRECTIVE DE L'ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

► Manuel p. 186-187

1 32 = 4 × 8, chaque enfant recevra 8 cartes.

2 42 = (5 × 8) + 2,

Il y a plusieurs solutions :

– si on distribue le maximum de cartes, chaque enfant aura 8 cartes et il restera 2 cartes pour la pioche ;

– si on distribue 7 cartes à chaque enfant, il restera alors 7 cartes pour la pioche ;

– si on distribue 6 cartes à chaque enfant, il restera alors 12 cartes pour la pioche ;

– si on distribue 5 cartes à chaque enfant, il restera alors 17 cartes pour la pioche ;

– etc.

3 67 = (12 × 5) + 7, Laurine remplit 5 pages.

4 (3 × 5) + (2 × 3) = 21, il y a 21 personnes.

5 (6 × 4) + (5 × 6) = 54, il y a 54 personnes.

6 Le prix de neuf gâteaux au chocolat est de 15 €.

7 Le prix de trois barres chocolatées est de 6 €.

8

a. 876 × 7= 6 132

$$\begin{array}{r} 8\ 7\ 6 \\ \times \quad 7 \\ \hline 6\ 1\ 3\ 2 \end{array}$$

b. 8 × 1957 = 1957 × 8 = 15 656

$$\begin{array}{r} 1\ 9\ 5\ 7 \\ \times \quad 8 \\ \hline 1\ 5\ 6\ 5\ 6 \end{array}$$

c. 374 × 26 = 9 724

$$\begin{array}{r} 3\ 7\ 4 \\ \times \quad 2\ 6 \\ \hline 2\ 2\ 4\ 4 \\ 7\ 4\ 8\ 0 \\ \hline 9\ 7\ 2\ 4 \end{array}$$

d. 85 × 209 = 209 × 85 = 17 765

$$\begin{array}{r} 2\ 0\ 9 \\ \times \quad 8\ 5 \\ \hline 1\ 0\ 4\ 5 \\ 1\ 6\ 7\ 2\ 0 \\ \hline 1\ 7\ 7\ 6\ 5 \end{array}$$

e. 3 200 × 17 = 54 400

$$\begin{array}{r} 3\ 2\ 0\ 0 \\ \times \quad 1\ 7 \\ \hline 2\ 2\ 4\ 0\ 0 \\ 3\ 2\ 0\ 0\ 0 \\ \hline 5\ 4\ 4\ 0\ 0 \end{array}$$

f. 10 × 458 = 4 580

9

a. 63 = 7 × 9,
le quotient est 9, le reste est 0.

b. 65 = (7 × 9) + 2,
le quotient est 9, le reste est 2.

c. 450 = 10 × 45,
le quotient est 45, le reste est 0.

d. 454 = (10 × 45) + 4,
le quotient est 45, le reste est 4.

e. 120 = 12 × 10,
le quotient est 10, le reste est 0.

f. 130 = (12 × 10) + 10,
le quotient est 10, le reste est 10.

10

a.

$$\begin{array}{r|l} 7\ 6\ 5 & 7 \\ \cline{2-2} -\ 7\ 0\ 0 & 1\ 0\ 9 \\ \hline 6\ 5 & \\ -\ 6\ 3 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r|l} 8\ 4\ 6 & 1\ 4 \\ \cline{2-2} -\ 8\ 4\ 0 & 6\ 0 \\ \hline 6 & \end{array}$$

c.

$$\begin{array}{r|l} 2\ 1\ 0\ 6 & 9 \\ \cline{2-2} -\ 1\ 8\ 0\ 0 & 2\ 3\ 4 \\ \hline 3\ 0\ 6 & \\ -\ 2\ 7\ 0 & \\ \hline 3\ 6 & \\ -\ 3\ 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

d.

$$\begin{array}{r|l} 8\ 5\ 2 & 1\ 3 \\ \cline{2-2} -\ 7\ 8\ 0 & 6\ 5 \\ \hline 7\ 2 & \\ -\ 6\ 5 & \\ \hline 7 & \end{array}$$

e.

$$\begin{array}{r|l} 7\ 5\ 9 & 2\ 6 \\ \cline{2-2} -\ 5\ 2\ 0 & 2\ 9 \\ \hline 2\ 3\ 9 & \\ -\ 2\ 3\ 4 & \\ \hline 5 & \end{array}$$

11 **a.** 76 = (8 × 9) + 4, ce nombre est 9. **b.** 412 = (17 × 23) + 21, ce nombre est 23.

12 57 = 19 × 3, le reste est 0.

13 60 = (19 × 3) + 3, le reste est 3.

14 Ces nombres sont 54 ; 55 ; 56 ; 57 ; 58 ; 59.

54 = 6 × 9 ; 55 = (6 × 9) + 1 ; 56 = (6 × 9) + 2 ;
57 = (6 × 9) + 3 ; 58 = (6 × 9) + 4 ;
59 = (6 × 9) + 5

15 Ces nombres sont 77 ; 78 ;79 ; 80 ; 81 ; 82 ; 83.

77 = 7 × 11, 78 = (7 × 11) + 1,
79 = (7 × 11) + 2, 80 = (7 × 11) + 3,
81 = (7 × 11) + 4, 82 = (7 × 11) + 5,
83 = (7 × 11) + 6

16

a. Fausse : dans une division, le reste est inférieur au diviseur, ce ne peut donc être 53.

b. Fausse : si le quotient était 25, le reste serait 53, donc supérieur au diviseur 24, ce qui n'est pas possible.

c. Vraie : l'écriture en ligne est 653 = (24 × 27) + 5, le reste (5) est inférieur au diviseur (24), donc quand on divise 653 par 24, le quotient est 27.

d. Vraie car quand on divise 653 par 24, le reste est plus petit que le diviseur (24).

17

a. Le quotient est 11, le reste est 68 ;
1 256 = (108 × 11) + 68.

b. Le quotient est 204, le reste est 6 ;
6 330 = (31 × 204) + 6.

c. Le quotient est 15, le reste est 12 ;
207 = (13 × 15) + 12.

d. Le quotient est 133, le reste est 14 ;
2 408 = (18 × 133) + 14.

18 Je suis un multiple de 15 mais aussi de 17, et compris entre 200 et 300

Les multiples de 15 entre 200 et 300 sont :

15 × 14 = 210 ; 15 × 15 = 225 ; 15 × 16 = 240 ; 15 × 17 = 255 ; etc.

255 = 15 × 17 est le nombre qui convient.

19 25 × 12 = 300 ; 25 × 13 = 325. On a bien 25 × 12 < 317 < 25 × 13
317 = (25 × 12) + 17 ; dans la division de 317 par 25 le quotient est 12 et le reste est 17.
Avec 317 pièces de 1 euro, on peut faire 12 rouleaux de 25 pièces et il reste 17 pièces.
Il manque donc 8 pièces de 1 euro pour faire un rouleau de plus, 17 + 8 = 25.

20 Un timbre coûte 0,55 €.

10 × 0,55 = 5,50

21 La longueur obtenue est de 13 m.

1,30 × 10 = 13

Remue-méninges

47	Soustraire 2 →	45
Ajouter 7 ↑		↓ Diviser par 9
40	← Multiplier par 8	5

FICHE AUTOCORRECTIVE DE L'ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

► Manuel p. 195

1 275 × 4 = 1 100, il faut 1 100 billes.
1 100 = 100 × 11, il faut 11 sacs de 100 billes.

2 360 = 45 × 8, le fleuriste a acheté 8 bacs.
Chaque bac contient 12 pots, 12 × 8 = 96, le fleuriste a acheté 96 pots.

3 Pour les 500 personnes, il faut 250 L d'eau.
Un pack de 6 bouteilles contient 9 L d'eau car 6 × 1,5 = 9.
Dans la division de 250 par 9, le quotient est 27 et le reste est 7 car 250 = (9 × 27) + 7.
Il faut donc acheter 28 packs.

4 (15 × 24) × 10 = 3 600, l'école a reçu 3 600 feutres.
15 × 24 = 360, l'école a reçu 360 pochettes.
360 > 350, il y a assez de pochettes pour en donner une à chaque élève.

5 260 × 20 = 5 200
La production de M. Clin est de 5 200 salades.
5 200 = 4 × 1 300
La production de M. Far est de 1 300 salades.

6 136 = 74 + 62
La production de Mme Pick est de 62 kg de pêches.

7 (85 × 60) × 24 = 122 400 ; (90 × 60) × 24 = 129 600
Le nombre de pulsations de son cœur en un jour est compris entre 122 400 et 129 600.

8 (23 × 60) × 24 = 33 120
Un enfant au repos respire 33 120 fois par jour.

9 3 m de tissu coûtent la moitié de 21 €, soit 10,50 €.
9 m de tissu c'est 3 fois plus que 3 m, le prix est donc de 31,50 € ; 10,5 × 3 = 31,50

Remue-méninges

Deux explorateurs auront chacun :
2 gourdes d'eau pleines, 3 gourdes à demi pleines et 2 gourdes vides.

Le troisième explorateur aura :
3 gourdes d'eau pleines, 1 gourde à demi pleine et 3 gourdes vides.

FICHE AUTOCORRECTIVE DE L'ÉTAPE D'ENTRAÎNEMENT

Manuel p. 201

1

a.

14 000
9 500 | 4 500
6 300 | 3 200 | 1 300
3 400 | 2 900 | 300 | 1 000

b.

4,4
2,9 | 1,5
1,7 | 1,2 | 0,3
0,7 | 1 | 0,2 | 0,1

c.

0,36
0,21 | 0,15
0,14 | 0,07 | 0,08
0,08 | 0,06 | 0,01 | 0,07

2

$$\begin{array}{r} 632 \\ +\ 537 \\ +\ 438 \\ +\ 933 \\ \hline 2540 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 386 \\ \times\ \ \ 8 \\ \hline 3088 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1394 \\ -\ 478 \\ \hline 916 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 777 \\ \times\ \ 33 \\ \hline 2331 \\ 2331\ \\ \hline 25641 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 893 & 25 \\ \cline{2-2} -750 & 35 \\ \cline{1-1} 143 & \\ -125 & \\ \cline{1-1} 18 & \end{array}$$

3

$$\begin{array}{r} 134{,}70 \\ +\ \ 23{,}25 \\ +\ 244{,}61 \\ \hline 402{,}56 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 75{,}8 \\ \times\ \ \ \ 6 \\ \hline 454{,}8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 493{,}1 \\ -\ \ 93{,}2 \\ \hline 399{,}9 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 89{,}1 & 27 \\ \cline{2-2} -\ 81\ \ \ & 3{,}3 \\ \cline{1-1} 8{,}1 & \\ -\ 8{,}1 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

4

a. 4 × 12 = 48 **b.** 17 × 6 = 102 **c.** 867 = 9 × 96 + 3

5

a. 0,6 × 23 = 13,8
b. 6 × 0,23 = 1,38
c. 0,6 × 2,3 = 1,38
d. 60 × 2,3 = 138
e. 0,06 × 230 = 13,8
f. 60 × 23 = 1 380
g. 0,06 × 23 = 1,38
h. 60 × 0,23 = 13,8

Table de Pythagore

▶ Étape de consolidation, p. 52-53

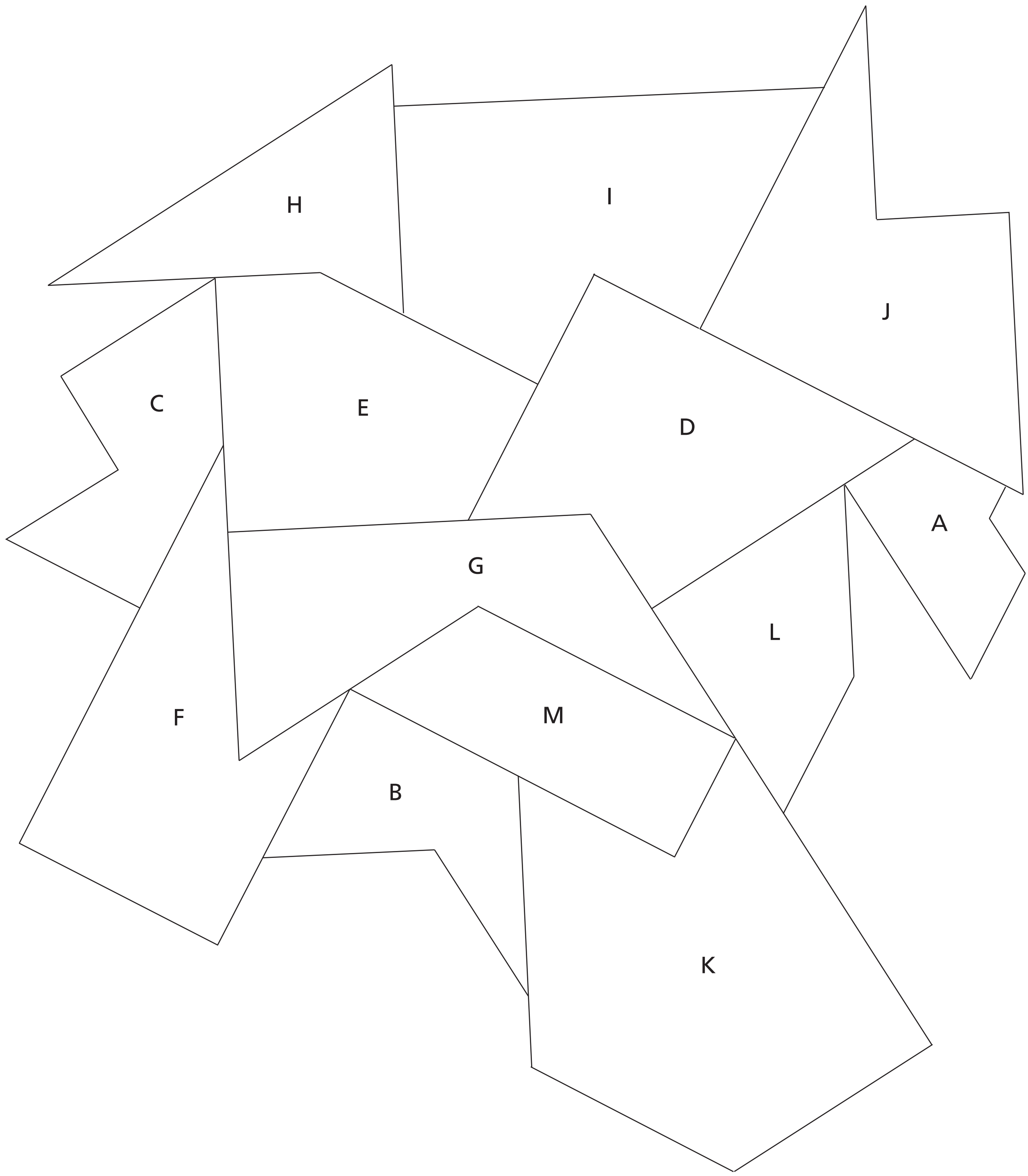
À agrandir : A4 ➞ A3

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

4	6	8	9	10	12	14	15	16	18	20	21
24	25	27	28	30	32	35	36	40	42	45	48
49	50	54	56	60	63	64	70	72	80	81	90

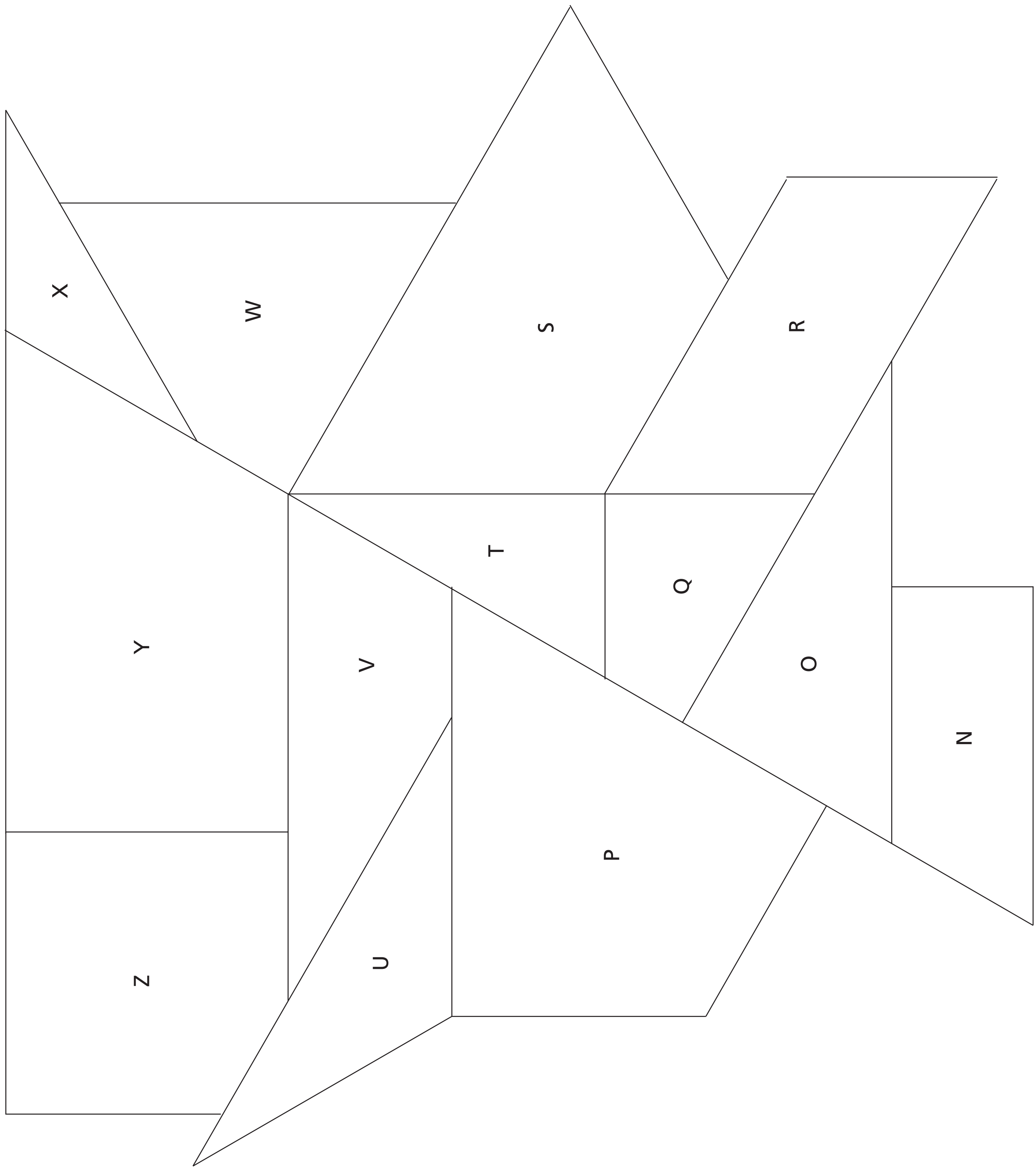
Jeu du géometriscrabble (1)

▶ Étape 18, p. 56



Jeu du géometriscrabble (2)

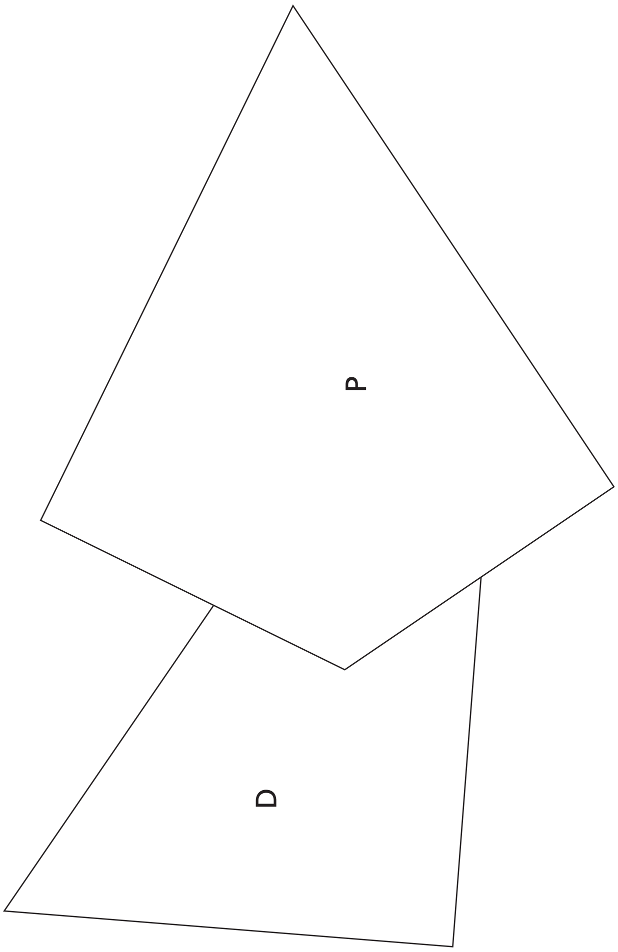
Étape 18, p. 56



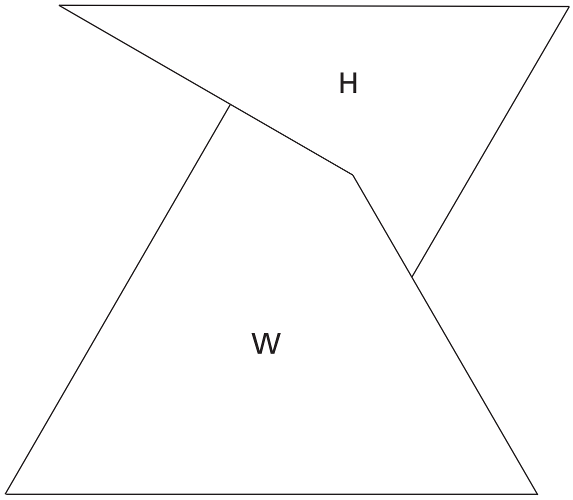
Jeu du géometriscrabble (3)

▶ Étape 18, p. 56

fiche 1

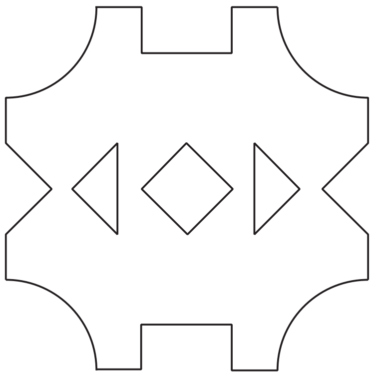


fiche 2



Napperon

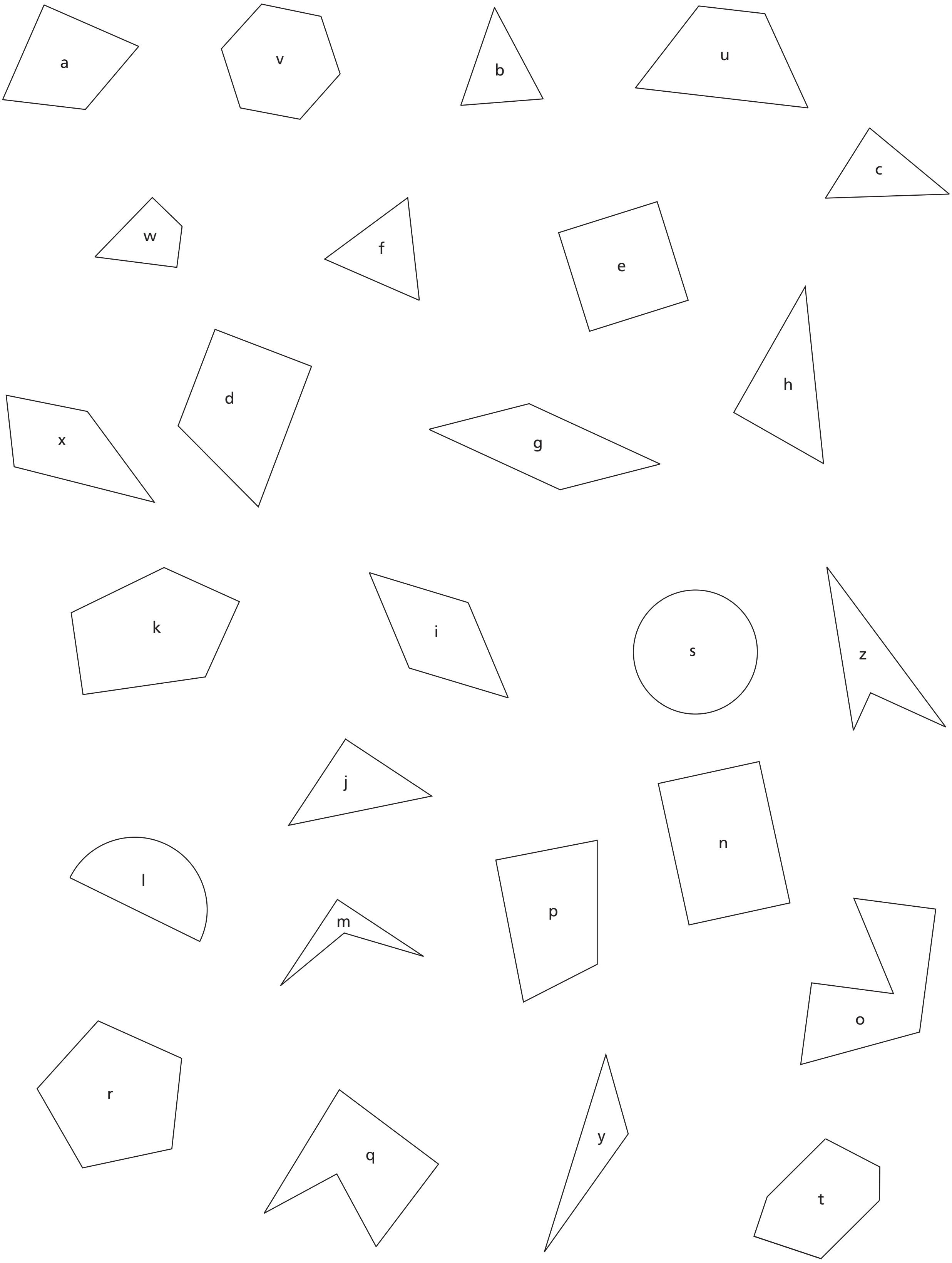
▶ Étape 59, p. 146-147



Référentiel de figures planes

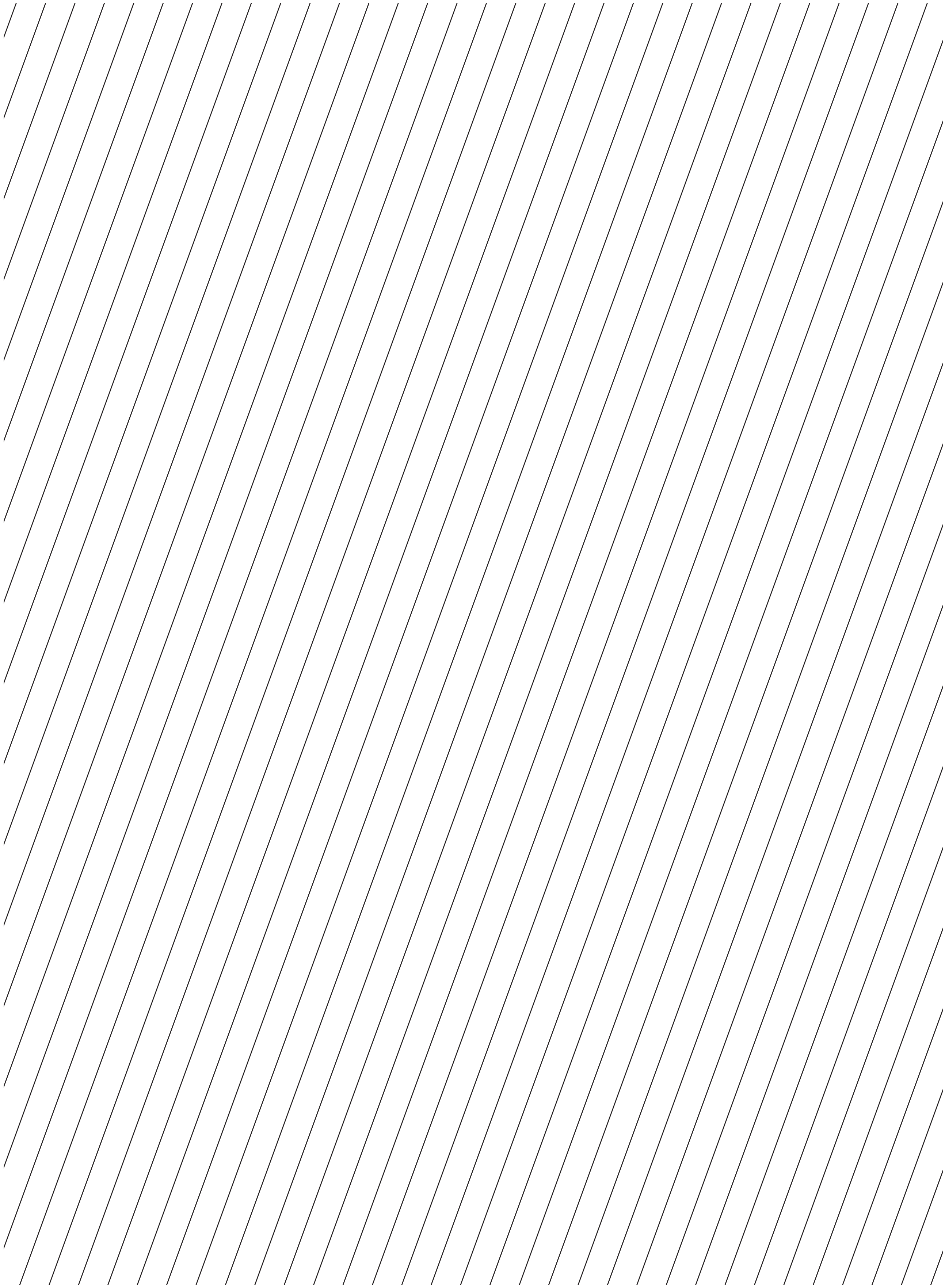
▶ Étape 27, p. 74-75
et mises en route p. 100 et 102

À plier en deux et à agrandir : A5 ➞ A4 ➞ A3



Machine à partager

▶ Étapes 55, p. 140-141 et 56, p. 142-143

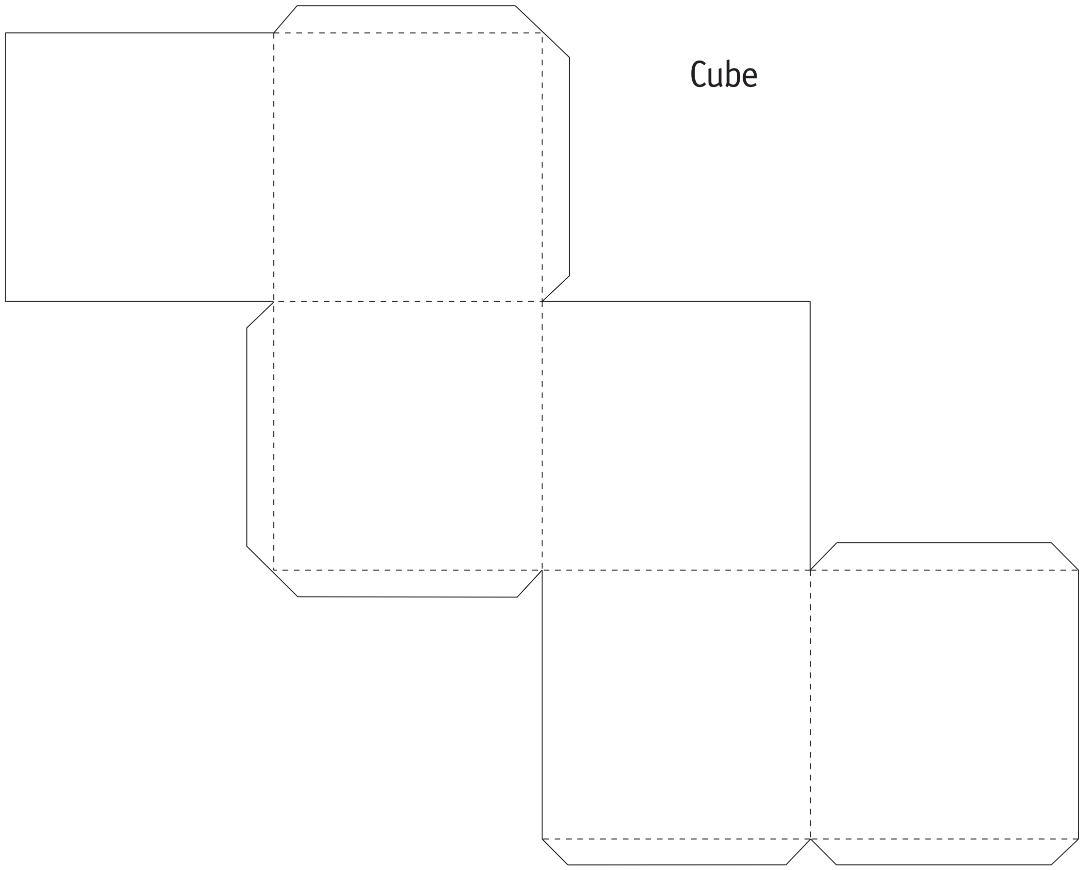


Solides (1)

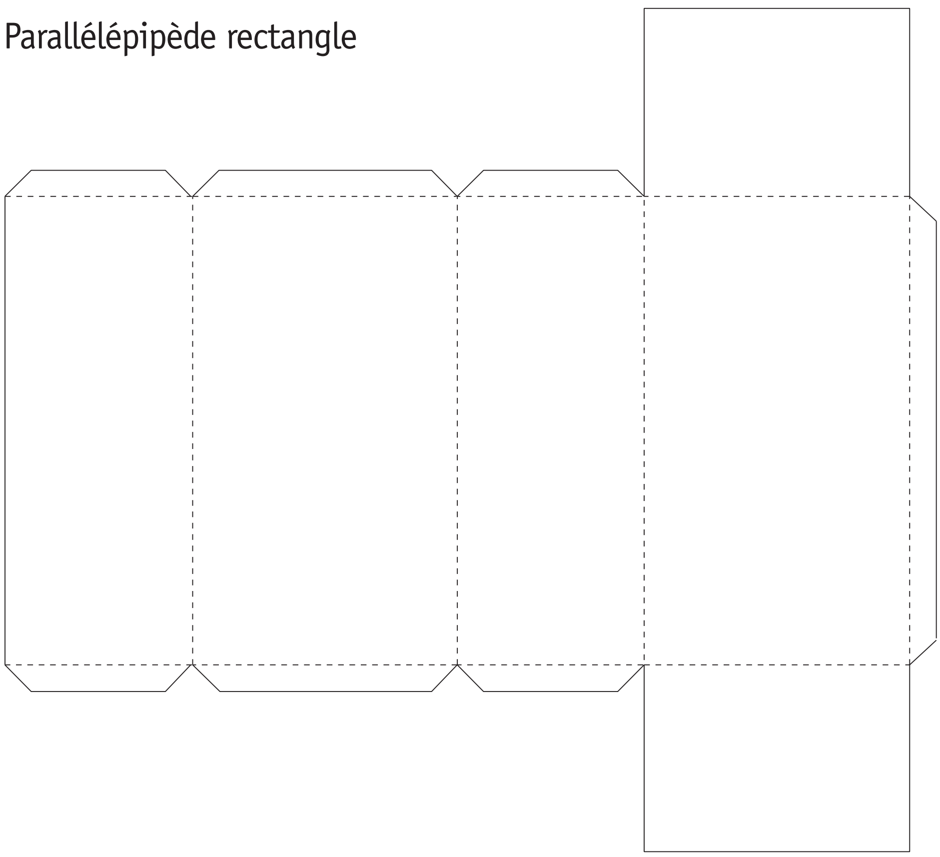
▶ Étapes 76, p. 182-183 et 77, p. 184-185

À agrandir : A4 → A3

Cube



Parallélépipède rectangle

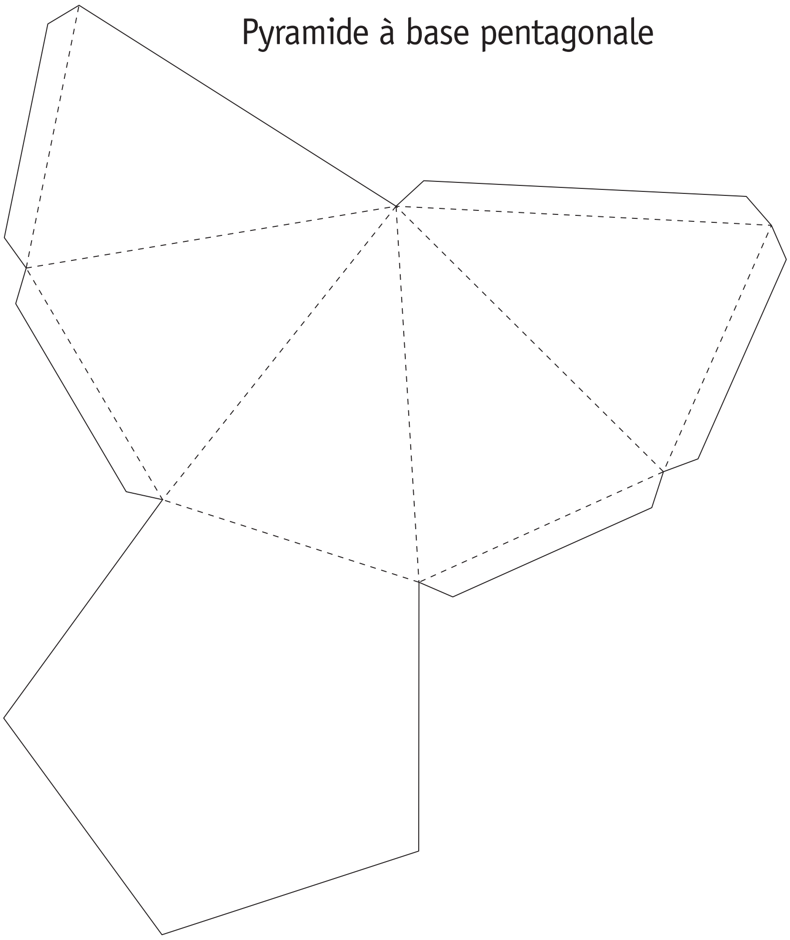


Solides (2)

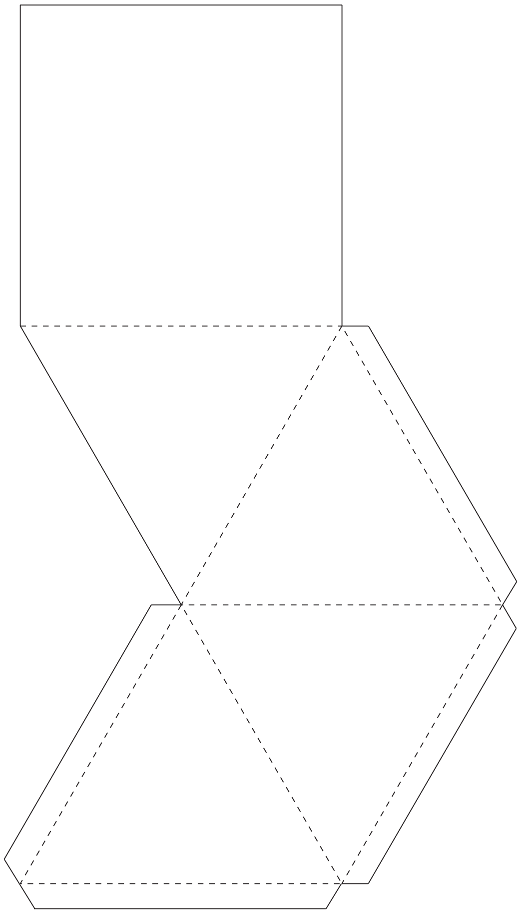
▶ Étapes 76, p. 182-183 et 77, p. 184-185

À agrandir : A4 → A3

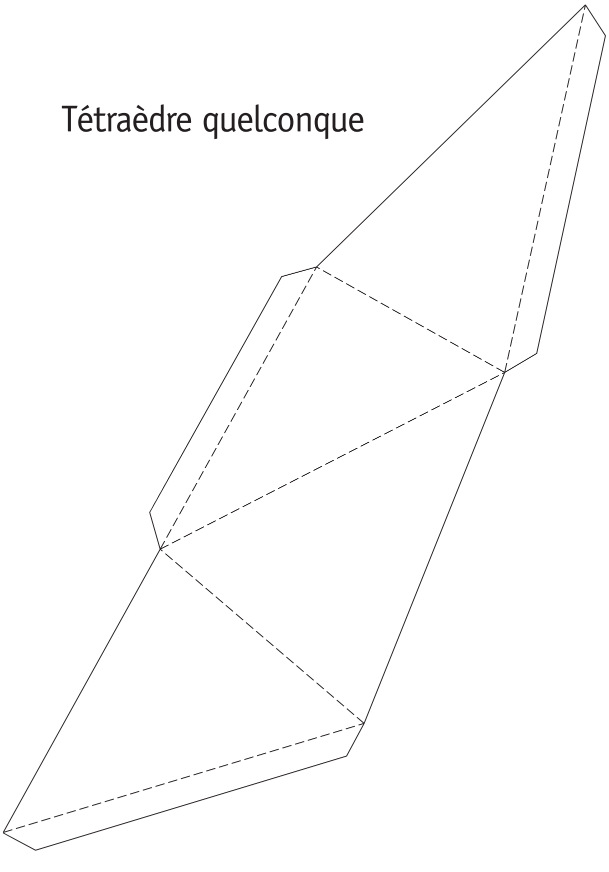
Pyramide à base pentagonale



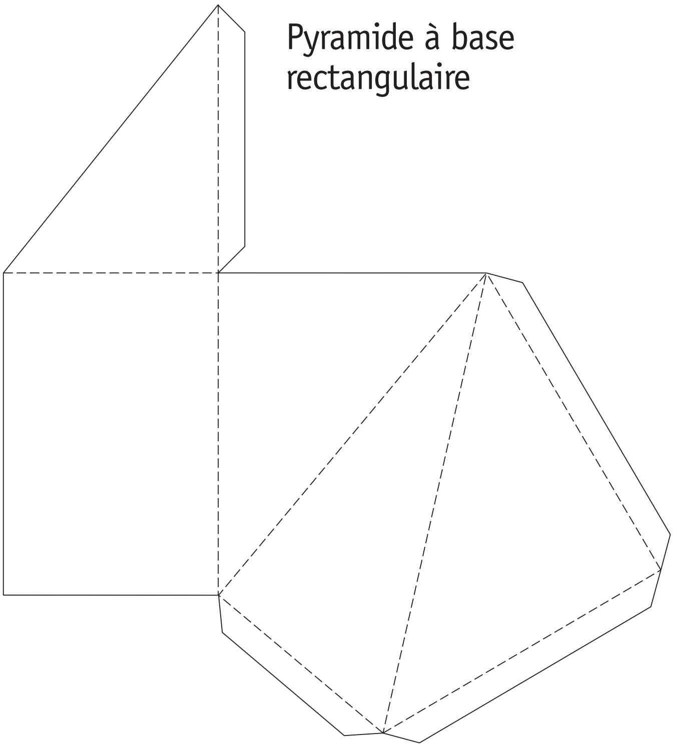
Pyramide à base carrée



Tétraèdre quelconque



Pyramide à base rectangulaire

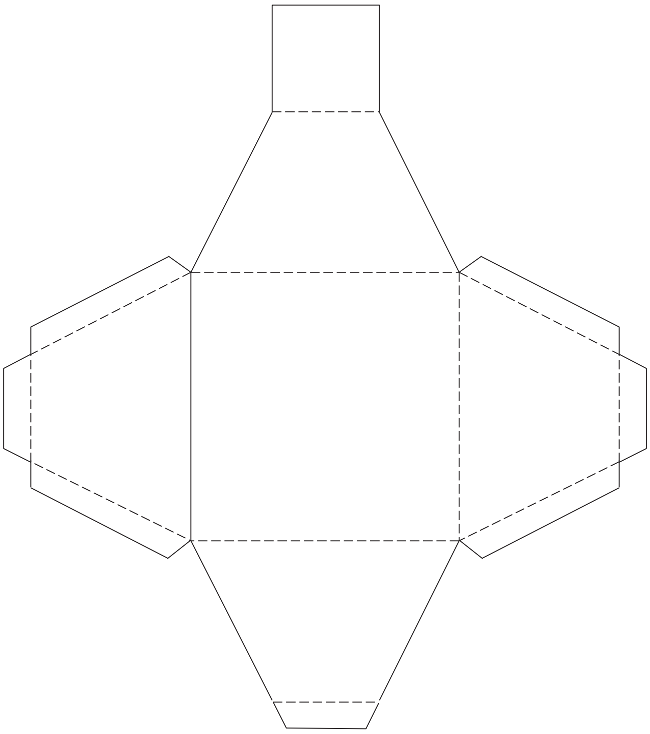


Solides (3)

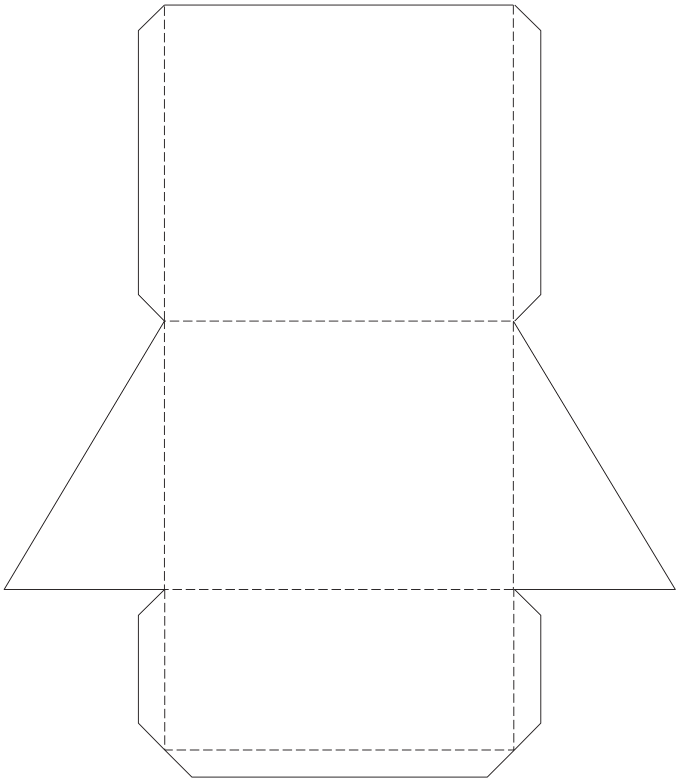
▶ Étapes 76, p. 182-183 et 77, p. 184-185

À agrandir : A4 → A3

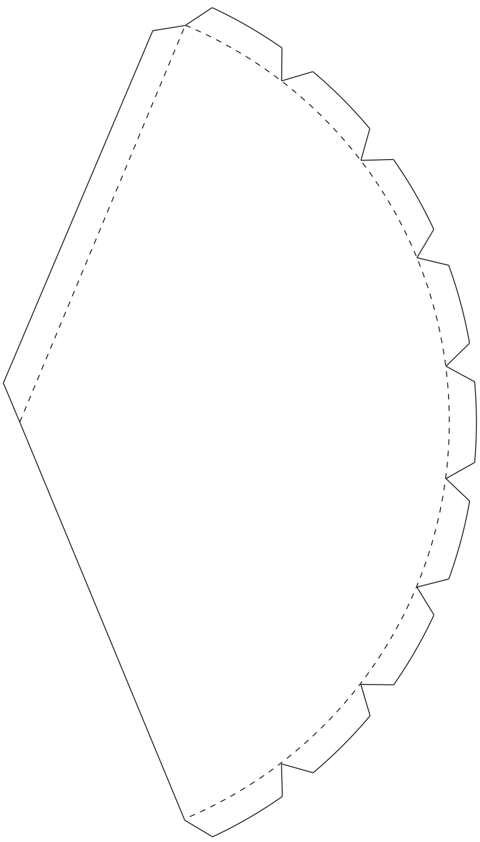
Tronc de pyramide à base carrée

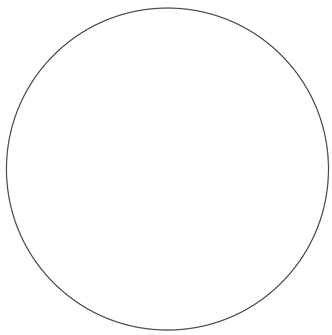


Prisme à base de triangle rectangle



Cône



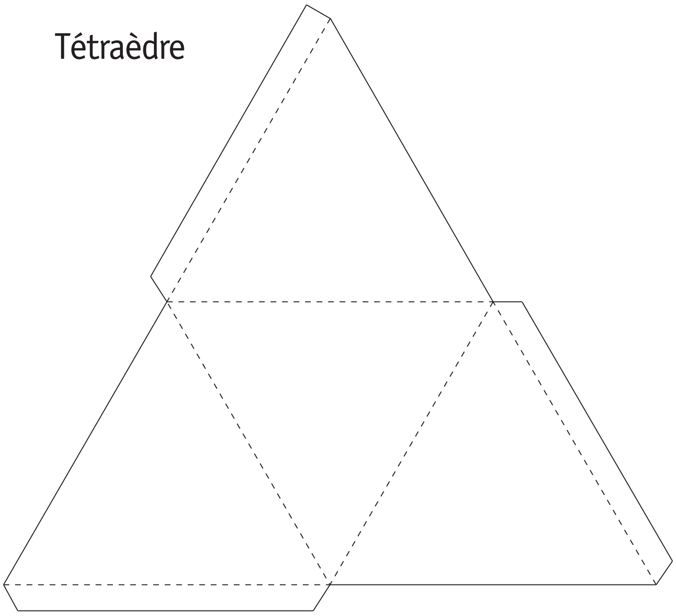


Solides (4)

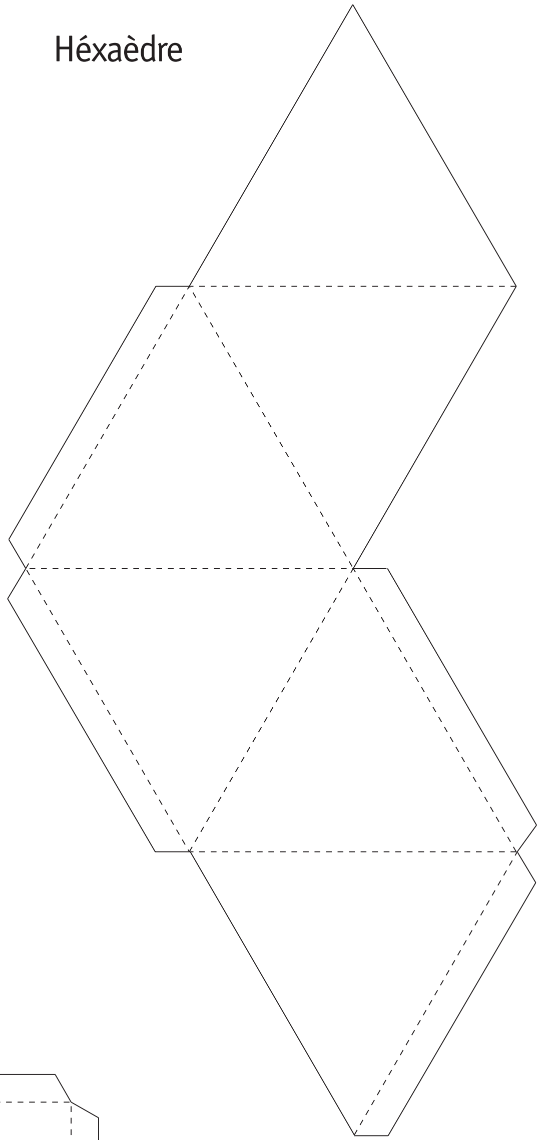
▶ Étapes 76, p. 182-183 et 77, p. 184-185

À agrandir : A4 → A3

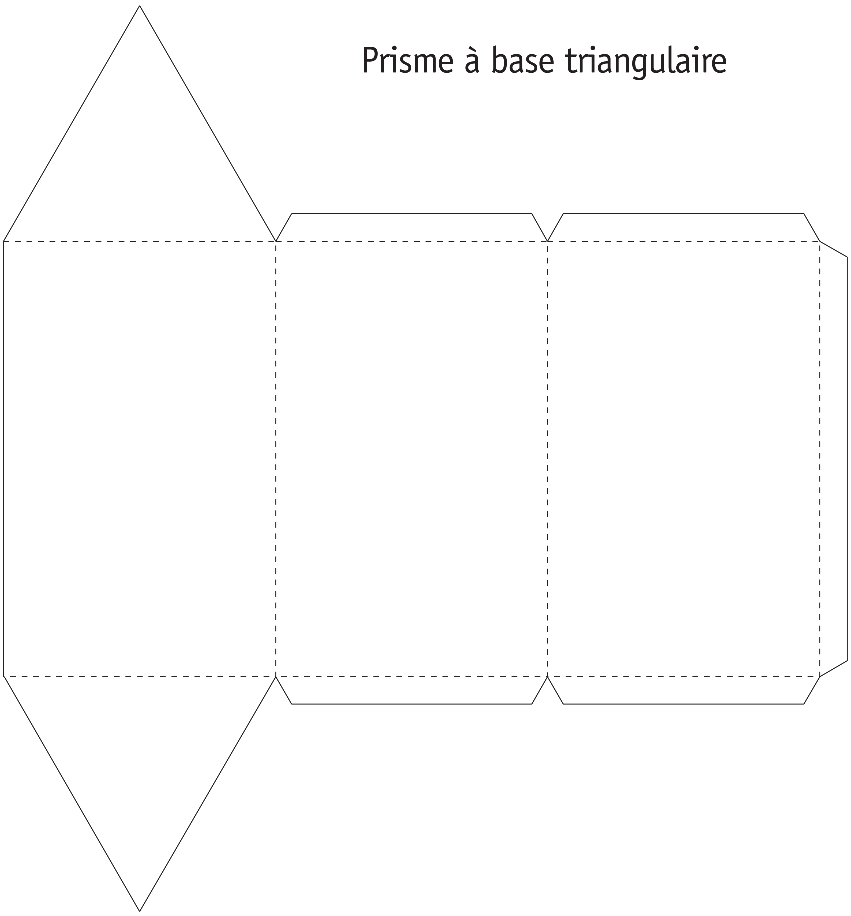
Tétraèdre



Héxaèdre



Prisme à base triangulaire

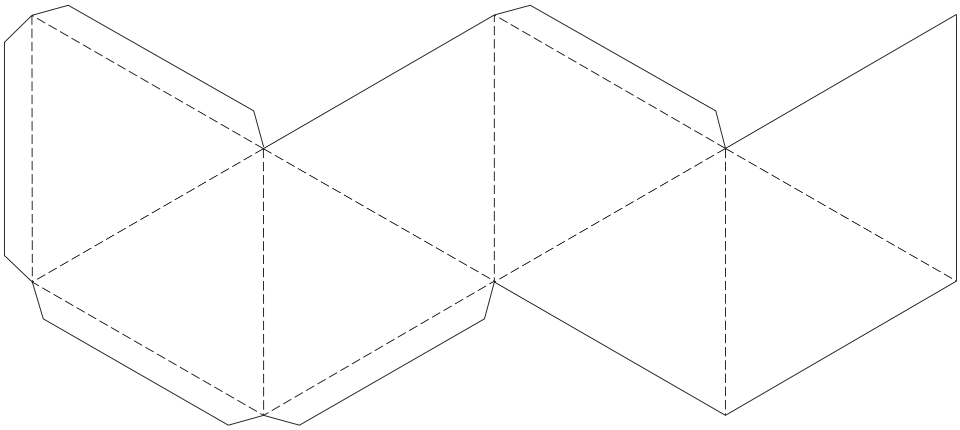


Solides (5)

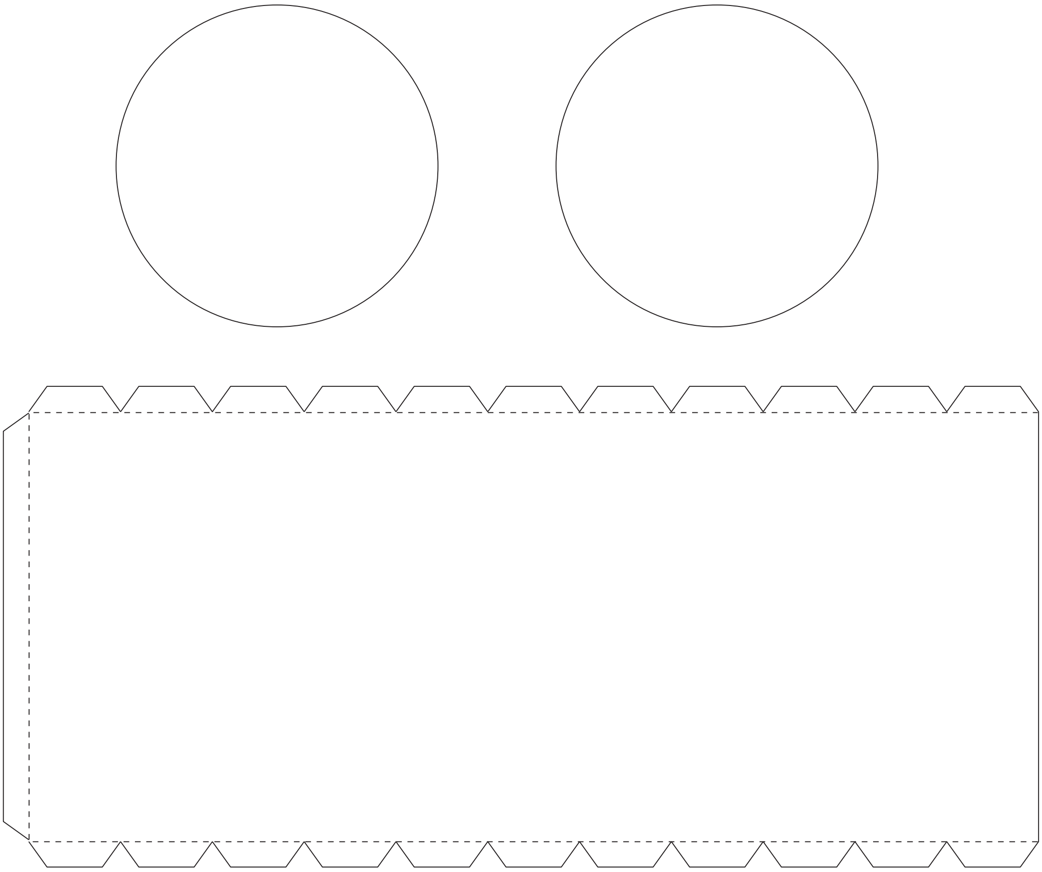
▶ Étapes 76, p. 182-183 et 77, p. 184-185

À agrandir : A4 → A3

Octaèdre régulier

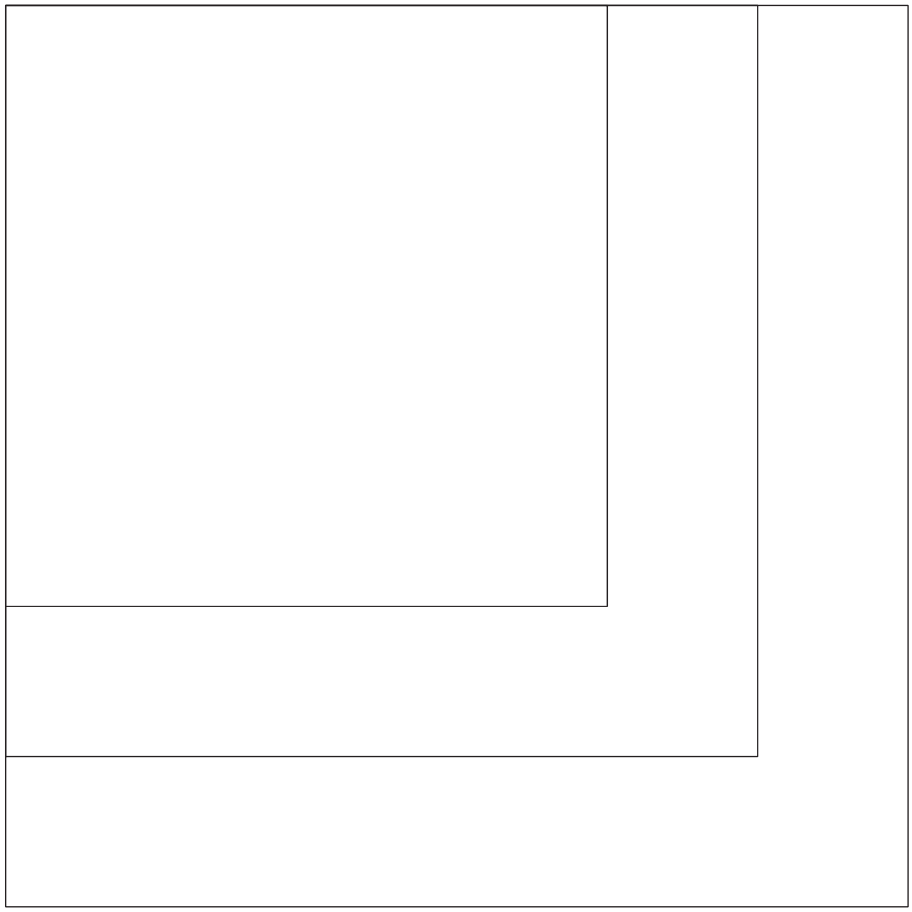


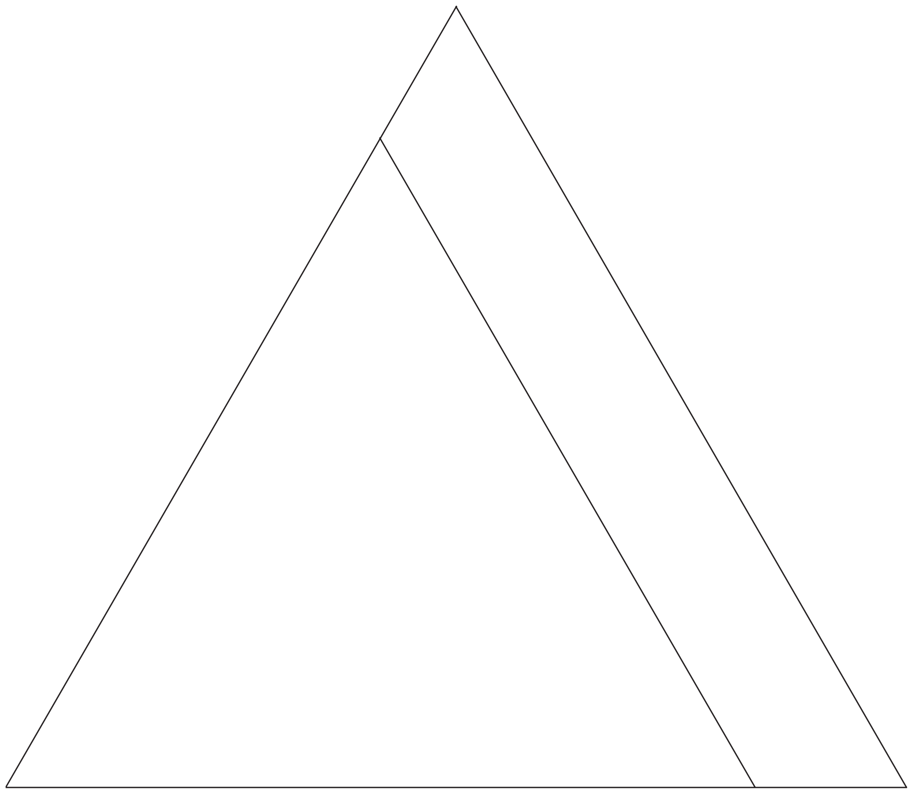
Cylindre



Matériel de construction pour les solides (1)

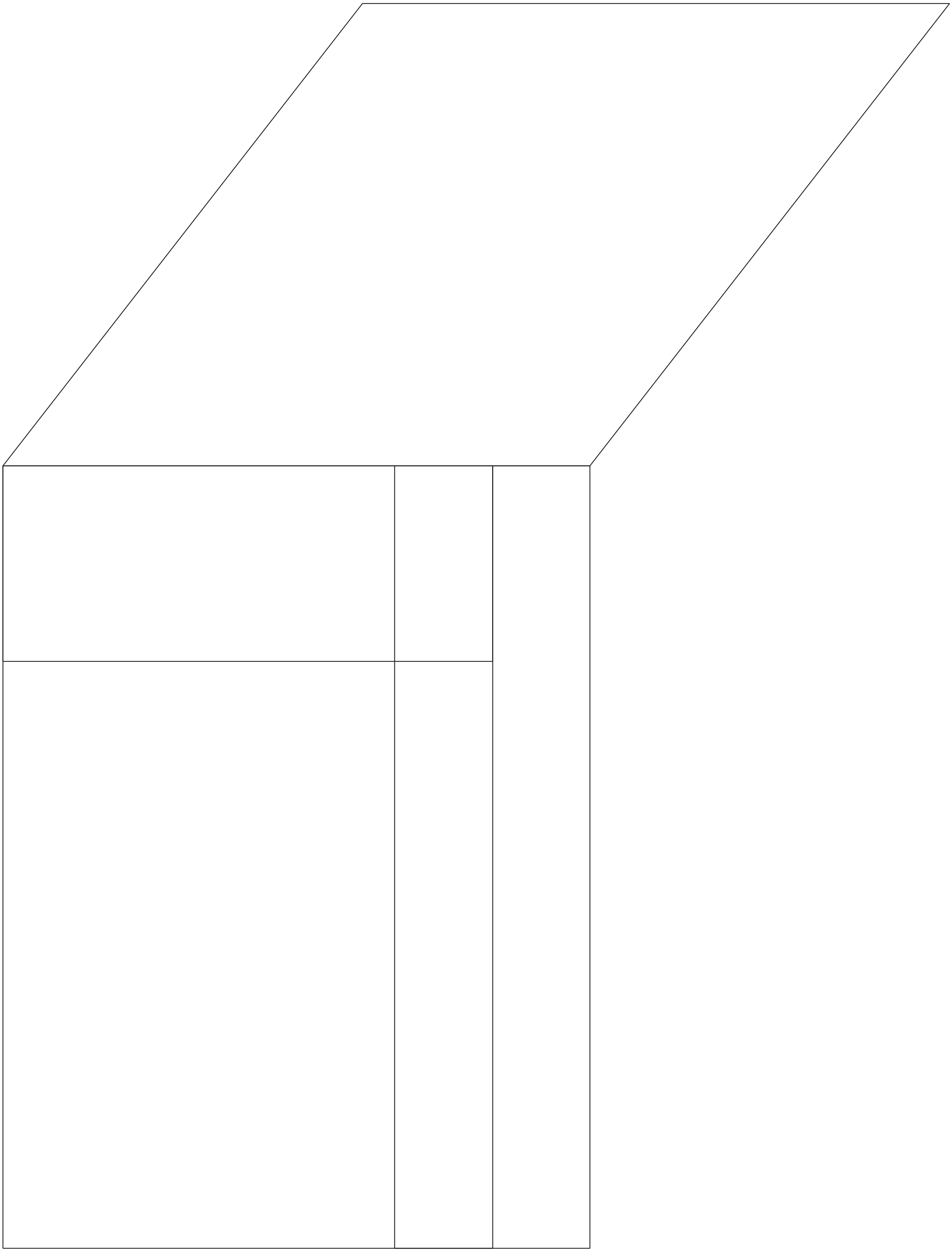
▶ Étape 77, p. 184-185





Matériel de construction pour les solides (2)

▶ Étape 77, p. 184-185



Jeu du recto verso multiplicatif (fiche 1 recto)

▶ Calcul mental p. 83, 84, 151, 186 et 201

À agrandir : A4 → A3

5 × 8	5 × 9	5 × 10	5 × 11	6 × 0
5 × 3	5 × 4	5 × 5	5 × 6	5 × 7
4 × 10	4 × 11	0 × 5	5 × 1	5 × 2
4 × 5	4 × 6	4 × 7	4 × 8	4 × 9
4 × 0	1 × 4	4 × 2	4 × 3	4 × 4
3 × 7	3 × 8	3 × 9	3 × 10	3 × 11
3 × 2	3 × 3	3 × 4	3 × 5	3 × 6
2 × 10	2 × 11	2 × 12	0 × 3	3 × 1
2 × 5	2 × 6	2 × 7	2 × 8	2 × 9
2 × 0	2 × 1	2 × 2	2 × 3	2 × 4

Jeu du recto verso multiplicatif (fiche 1 verso)

▶ Calcul mental p. 83, 84, 151, 186 et 201

À agrandir : A4 → A3

0	55	50	45	40
35	30	25	20	15
10	5	0	44	40
36	32	28	24	20
16	12	8	4	0
33	30	27	24	21
18	15	12	9	6
3	0	24	22	20
18	16	14	12	10
8	6	4	2	0

Jeu du recto verso multiplicatif (fiche 2 recto)

▶ Calcul mental p. 83, 84, 151, 186 et 201

À agrandir : A4 → A3

9 × 10	9 × 11	10 × 0	10 × 1	10 × 10
9 × 5	9 × 6	9 × 7	9 × 8	9 × 9
0 × 9	9 × 1	9 × 2	9 × 3	9 × 4
8 × 7	8 × 8	8 × 9	8 × 10	8 × 11
8 × 2	8 × 3	8 × 4	8 × 5	8 × 6
7 × 9	7 × 10	7 × 11	8 × 0	1 × 8
7 × 4	7 × 5	7 × 6	7 × 7	7 × 8
6 × 11	0 × 7	7 × 1	7 × 2	7 × 3
6 × 6	6 × 7	6 × 8	6 × 9	6 × 10
1 × 6	6 × 2	6 × 3	6 × 4	6 × 5

Jeu du recto verso multiplicatif (fiche 2 verso)

▶ Calcul mental p. 83, 84, 151, 186 et 201

À agrandir : A4 → A3

100	10	0	99	90
81	72	63	54	45
36	27	18	9	0
88	80	72	64	56
48	40	32	24	16
8	0	77	70	63
56	49	42	35	28
21	14	7	0	66
60	54	48	42	36
30	24	18	12	6

Jeu du recto verso des écritures fractionnaires (fiche 1 recto)

► Calcul mental p. 172 et 174

0,01	0,25	3,6	3,75	50,62
0,5	0,08	1,2	709,6	35,08
0,7	0,75	0,403	37,2	10,07
0,1	0,04	0,001	10,5	4,08

Jeu du recto verso des écritures fractionnaires (fiche 1 verso)

▶ Calcul mental p. 172 et 174

$\frac{1}{100}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{10}$
$\frac{25}{100}$	$\frac{8}{100}$	$\frac{75}{100}$	$\frac{4}{100}$
$\frac{36}{10}$	$\frac{12}{10}$	$\frac{403}{1\,000}$	$\frac{1}{1\,000}$
$\frac{375}{100}$	$\frac{7\,096}{10}$	$\frac{372}{100}$	$\frac{105}{10}$
$\frac{5\,062}{100}$	$\frac{3\,508}{100}$	$\frac{1\,007}{100}$	$\frac{408}{100}$

Jeu du recto verso des écritures fractionnaires (fiche 2 recto)

▶ Calcul mental p. 172 et 174

4,054	5,67	5,017	3,17	11,407
10,008	34,7	3,143	5,24	4,078
7,801	6,4	10,05	4,106	0,143
1,005	7,905	7,08	8,009	0,25

Jeu du recto verso des écritures fractionnaires (fiche 2 verso)

► Calcul mental p. 172 et 174

$\frac{4\,054}{1\,000}$	$\frac{10\,008}{1\,000}$	$\frac{7\,801}{1\,000}$	$\frac{1\,005}{1\,000}$
$5+\frac{67}{100}$	$34+\frac{7}{10}$	$6+\frac{4}{10}$	$\frac{7\,905}{1\,000}$
$5+\frac{17}{1\,000}$	$3+\frac{143}{1\,000}$	$10+\frac{5}{100}$	$7+\frac{8}{100}$
$3+\frac{1}{10}+\frac{7}{100}$	$5+\frac{2}{10}+\frac{4}{100}$	$4+\frac{106}{1\,000}$	$8+\frac{9}{1\,000}$
$11+\frac{4}{10}+\frac{7}{1\,000}$	$4+\frac{7}{100}+\frac{8}{1\,000}$	$\frac{1}{10}+\frac{4}{100}+\frac{4}{1\,000}$	$\frac{2}{10}+\frac{5}{100}$

Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DU MILIEU DE LA PÉRIODE 1

▶ Manuel p. 26

1

a. 135 + 40 = 175	d. 128 + 13 = 141	g. 335 – 10 = 325	j. 190 – 12 = 178
b. 197 + 20 = 217	e. 236 + 16 = 252	h. 207 – 20 = 187	k. 142 – 14 = 128
c. 235 + 15 = 250	f. 297 + 23 = 320	i. 163 – 13 = 150	l. 235 – 25 = 210

2

a. 20 + 80 = 100	c. 70 + 30 = 100	e. 260 + 40 = 300	g. 490 + 10 = 500
b. 40 + 60 = 100	d. 10 + 90 = 100	f. 350 + 50 = 400	h. 530 + 70 = 600

3

a. 100 + 100 + 10 + 1 + 1 + 1 = 213

b. 1 000 + 100 + 1 + 1 = 1 102

c. 1 000 + 1 000 + 100 + 10 + 10 = 2 120

d. 10 000 + 10 000 + 1 000 + 10 + 10 + 10 = 21 030

4

a. (4 × 100) + (7 × 10) + 5 = 475

b. (12 × 100) + (4 × 10) = 1 240

c. (2 × 1 000) + (5 × 10) = 2050

d. (6 × 100) + 8 = 608

5

a. 3 416 = (3 × 1 000) + (4 × 100) + (1 × 10) + 6

b. 2 054 = (2 × 1 000) + (5 × 10) + 4

c. 36 508 = (3 × 10 000) + (6 × 1 000) + (5 × 100) + 8

d. 17 035 = (1 × 10 000) + (7 × 1 000) + (3 × 10) + 5

6

Louis a 22 ans.

7

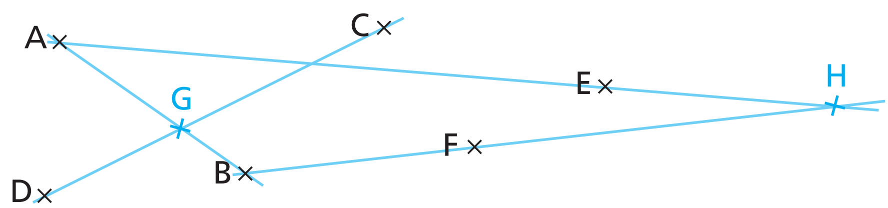
Mathias a 15 ans.

8

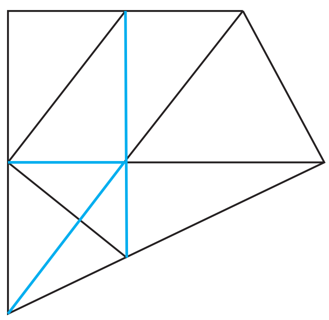
a. 458 4 576 5 043 7 592 7 806 7 812 10 264

b. 5 043 ; 7 592 ; 7 806 ; 7 812

9



10



Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DE LA FIN DE LA PÉRIODE 1

► Manuel p. 46-47

1

a. trois cent cinquante-huit 358

b. mille deux cent sept 1 207

c. huit mille trois cent soixante-seize 8 376

d. sept mille quatre-vingts 7 080

2

a. 2 048 deux mille quarante-huit

b. 736 sept cent trente-six

c. 45 608 quarante-cinq mille six cent huit

d. 4 790 quatre mille sept cent quatre-vingt-dix

3

a. 4 506 < 4 509

b. 6 074 > 6 057

4

a. 10 000 + 100 + 10 + 1 000 + 1 + 10 = **11 121**

b. 3 000 + 80 + 9 + 700 = **3 789**

c. (5 × 100) + (8 × 1 000) + (2 × 10) + 7 = **8 527**

5

a. 752 = (7 × 100) + (5 × 10) + 2

b. 5 067 = (5 × 1 000) + (6 × 10) + 7

c. 3 658 = (3 × 1 000) + (6 × 100) + (5 × 10) + 8

d. 23 780 = (2 × 10 000) + (3 × 1 000) + (7 × 100) + (8 × 10)

e. 8 509 = (8 × 1 000) + (5 × 100) + 9

f. 1 450 = (1 × 1 000) + (4 × 100) + (5 × 10)

6

a. Dans le nombre 2 465, si on remplace le chiffre 6 par le chiffre 8, on augmente le nombre de 20.
Justification : 6 est le nombre des dizaines, si on le remplace par 8, le nombre augmente donc de 2 dizaines, c'est-à-dire 20.

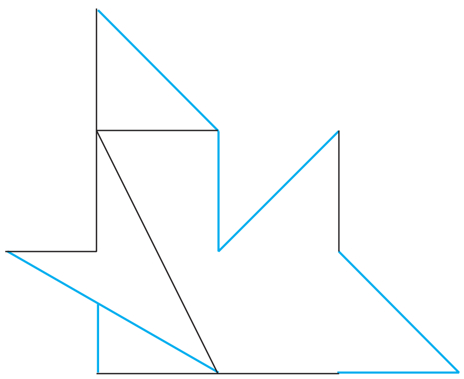
b. Si on remplace le chiffre 4 par le chiffre 3, on diminue le nombre de 100.
Justification : 4 est le nombre des centaines, si on le remplace par 3, le nombre diminue donc de 1 centaine, c'est-à-dire 100.

c. Pour que le nombre diminue de 2 000, il faut enlever le chiffre 2, ce qui revient à écrire le nombre 465.

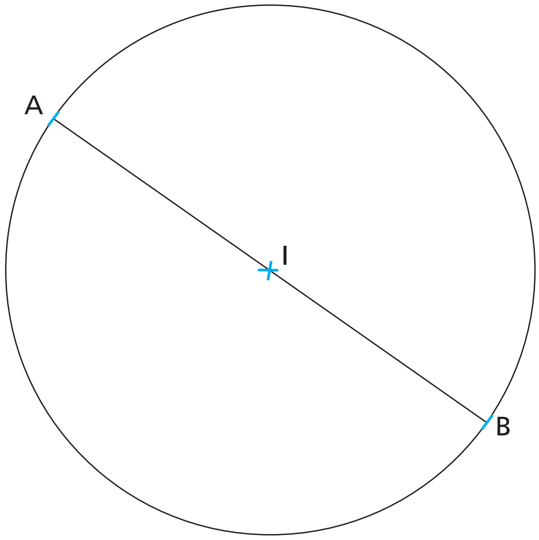
7

Avec ces achats elle dépensera 91 €.
Elle a donc assez d'argent.

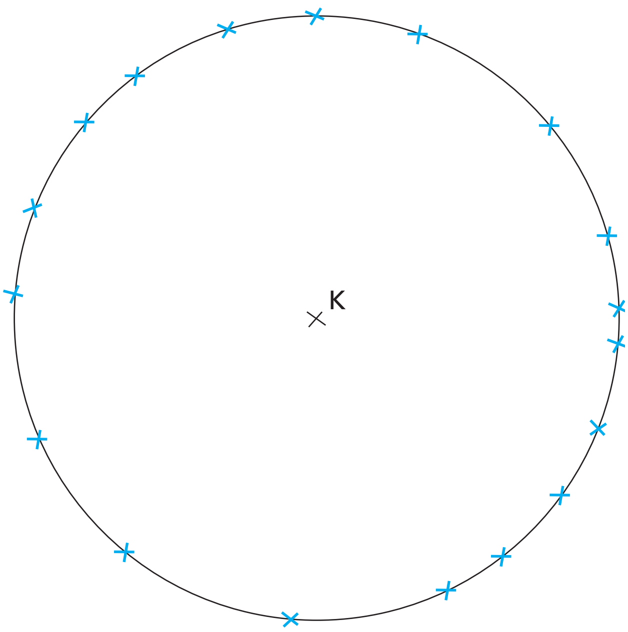
8



9



10



Tous les points situés à 4 cm du point K sont sur un cercle de centre K et de rayon 4 cm.
Pour tracer le cercle, on utilise un compas.

11

a. 57 + **43** = 100

b. 258 + 300 = **558**

c. 3 547 – 300 = **3 247**

d. 7 829 – 999 = **6 830**

12

Les segments qui ont la même longueur sont les segments [AB], [ED] et [DC].
AB = ED = DC

Pour vérifier, on peut utiliser le compas : on positionne l'écartement du compas par rapport à une longueur et on vérifie si les autres sont identiques.

On peut aussi utiliser une bande de papier sur laquelle on place des repères correspondant aux différentes longueurs des côtés. On peut aussi mesurer avec la règle graduée.

13

I est le milieu de [AB], K est le milieu de [CD].

La vérification peut se faire avec le compas, avec une bande de papier ou avec la règle graduée.

14

$2\,989 \xrightarrow{+10} \mathbf{2\,999} \xrightarrow{+10} \mathbf{3\,009} \xrightarrow{+1} \mathbf{3\,010} \xrightarrow{+1} \mathbf{3\,011} \xrightarrow{+100} \mathbf{3\,111} \xrightarrow{+10} \mathbf{3\,121} \xrightarrow{-1} \mathbf{3\,120} \xrightarrow{-10} \mathbf{3\,110} \xrightarrow{-100} \mathbf{3\,010}$

15

a.
$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\ \ } \\ 4\ 6 \\ +\ 1\ 3\ 2\ 9 \\ +\ \ \ 2\ 5\ 0 \\ \hline \mathbf{1\ 6\ 2\ 5} \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 2\ 6\ 8\ 4 \\ -\ \ \ 3\ {\scriptstyle 1}3\ 6 \\ \hline \mathbf{2\ 3\ 4\ 8} \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 4\ 5\ 6 \\ -{\scriptstyle 1}3\ 9\ 2 \\ \hline \mathbf{0\ 6\ 4} \end{array}$$

d.
$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 6 \\ -{\scriptstyle 1}4\ 7\ 5 \\ \hline \mathbf{2\ 7\ 1} \end{array}$$

e.
$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ \ \ 1\ 1\ \ } \\ 8\ 3\ 4\ 7 \\ +\ 2\ 4\ 3\ 6\ 8 \\ \hline \mathbf{3\ 2\ 7\ 1\ 5} \end{array}$$

f.
$$\begin{array}{r} 1\ 4\ 7\ 4\ 2 \\ -\ {\scriptstyle 1}\ 9\ 3{\scriptstyle 1}2\ 7 \\ \hline \mathbf{0\ 5\ 4\ 1\ 5} \end{array}$$

g.
$$\begin{array}{r} 4\ 0\ 5\ 7\ 4 \\ -{\scriptstyle 1}1\ 9\ 2{\scriptstyle 1}0\ 5 \\ \hline \mathbf{2\ 1\ 3\ 6\ 9} \end{array}$$

h.
$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 2\ \ } \\ 4\ 3\ 7 \\ +\ 3\ 2\ 4\ 8 \\ +\ 1\ 0\ 9\ 5 \\ \hline \mathbf{4\ 7\ 8\ 0} \end{array}$$

16

a. Il y a 735 km entre le tunnel du Fréjus et Rome.
Justification : pour calculer cette distance, on peut faire la différence 1 411 – 676 = 735 ou bien on peut faire des sauts sur la droite.

Paris ⟶ Tunnel du Fréjus ⟶ Rome

$676 \xrightarrow{+4} \mathbf{680} \xrightarrow{+20} \mathbf{700} \xrightarrow{+700} \mathbf{1\,400} \xrightarrow{+11} \mathbf{1\,411}$

b. Théo va parcourir 2 108 km entre Paris et Reggio de Calabre car 1 411 + 209 + 488 = 2 108.

Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DU MILIEU DE LA PÉRIODE 2

► Manuel p. 68

1

a. 854 — huit cent cinquante-quatre
b. 1 274 — mille deux cent soixante-quatorze
c. 52 708 — cinquante deux mille sept cent huit
d. 35 061 — trente-cinq mille soixante et un
e. 235 619 — deux cent trente-cinq mille six cent dix-neuf

2

a. quatre cent vingt-sept mille six cent trente-huit — 427 638
b. huit cent neuf mille — 809 000
c. cinquante-neuf mille deux cent quatre-vingt-trois — 59 283

Les nombres classés du plus petit au plus grand : 59 283 427 638 809 000

3

×	5	3	7	9	8
8	40	24	56	72	64
4	20	12	28	36	32
6	30	18	42	54	48
7	35	21	49	63	56

4

a. 92 ; 94 ; 96 ; 98 ; 100.
b. 85 ; 90 ; 95 ; 100 ; 105 ; 110 ; 115 ; 120 ; 125 ; 130.
c. 90 ; 100 ; 110 ; 120 ; 130.

5

a. 10 × 100 = 1 000
b. 10 × 70 = 700
c. 12 × 100 = 1 200
d. 500 × 10 = 5 000
e. 3 × 20 = 60
f. 0 × 7 = 0
g. 20 × 5 = 100
h. 40 × 5 = 200

6

a. 50 × 6 = 300
b. 7 × 60 = 420
c. 90 × 4 = 360
d. 400 × 3 = 1 200
e. 6 × 600 = 3 600
f. 200 × 80 = 16 000
g. 40 × 30 = 1 200
h. 120 × 50 = 6 000
i. 500 × 20 = 10 000
j. 80 × 500 = 40 000

7

Louise a 50 perles car 50 × 3 = 150.

8

Inès a vendu 78 billets car 90 – 12 = 78.

9

a. c, b, d, a
b. c correspond à 4 ; b correspond à 3 ; d correspond à 1 et a correspond à 2.

Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DE LA FIN DE LA PÉRIODE 2

► Manuel p. 86-87

1

a. (6 × 10 000) + (7 × 100) + (9 × 10) + 4 = 60 794
b. (5 × 100) + (4 × 1 000) + 7 + (8 × 10 000) = 84 507
c. (7 × 10) + (8 × 1 000) + 9 = 8 079

2

a. (6 × 1 000) + 20 + 4   six mille vingt-quatre   6 024
b. (30 × 1 000) + 100 + 15   trente mille cent quinze   30 115
c. (9 × 1 000) + (7 × 100) + (4 × 20) + 11   neuf mille sept cent quatre-vingt-onze   9 791

3

a. 78 × 40 = 3 120
b. 78 × 49 = 3 120 + 702 = 3 822
c. 78 × 490 = 38 220
d. 78 × 900 = 70 200
e. 78 × 904 = 70 200 + 312 = 70 512

4

a. On peut avoir 23 billets de 100 €.
b. On peut avoir 123 billets de 100 €

5

a. 35 ; 42 ; 49 ; 56 ; 63 ; 70 ; 77 ; 84 ; 91 ; 98.
b. 32 ; 40 ; 48 ; 56 ; 64 ; 72 ; 80 ; 88 ; 96.

6

7 × 8 = 56 ; ce nombre est 7.

7

350 = 10 × 35 ; ce nombre est 35.

8

26 = 2 × 13 ;
Leïla a 13 timbres dans sa collection.

9

21 880 – 260 = 21 620 ;
au départ le compteur affichait 21 620 km.

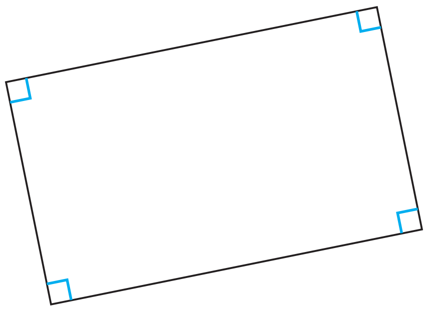
10

12 × 16 = 192, Pierre a rangé 192 voitures

11

a. 478 + 46 + 2 457 = 2 981
b. 3 246 – 1 729 = 1 517
c. 908 × 74 = 67 192
d. 386 × 59 = 22 774

12

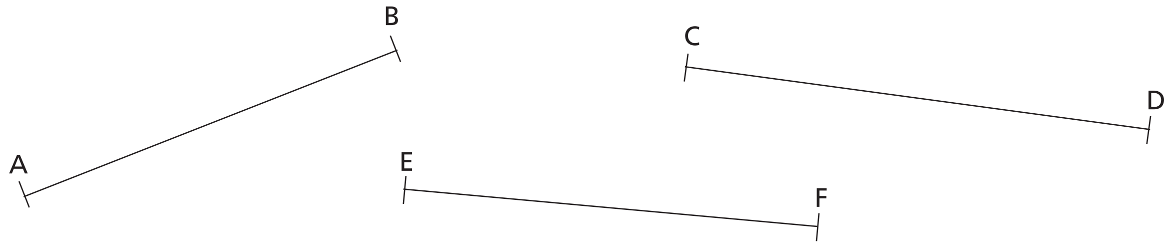


Son périmètre est de 16 cm, 2 × (3 + 5) = 16.

13

a. 8 dm = 80 cm
b. 170 mm = 17 cm
c. 3 m = 300 cm
d. 5 km = 5 000 m
e. 27 dam = 270 m
f. 5 400 cm = 54 m
g. 10 000 m = 10 km
h. 24 500 dam = 245 000 m
i. 58 000 hm = 5 800 000 m

14



15

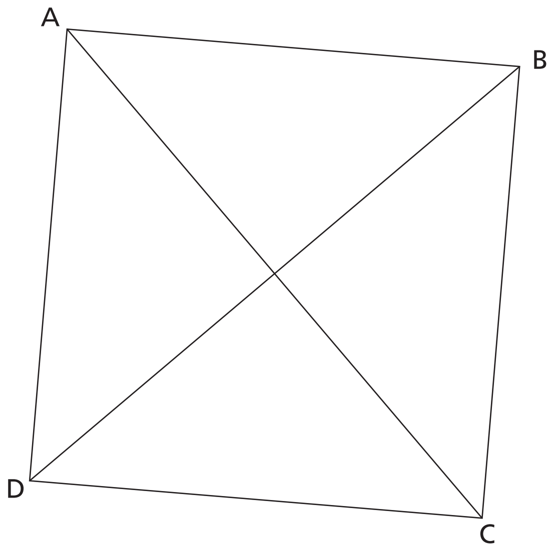
ABCD est un carré car tous ses côtés sont de même longueur et il a 4 angles droits.

a. Le segment [AB] est **perpendiculaire** au segment [BC].

b. Les segments [AB] et [DC] sont **parallèles** entre eux.

c. Les segments [AB] et [DC] sont **perpendiculaires** au segment [BC].

d. Les segments [AC] et [BD] sont **perpendiculaires** .



Le périmètre est de 24 cm, 4 × 6 = 24

16

À vue d'œil, il est difficile de dire quelle ligne est la plus longue.

Pour mesurer la longueur on peut :
– reporter chaque longueur bout à bout sur une bande de papier et mesurer le tout ;
– mesurer chaque longueur et faire la somme.

On obtient : AB + BC + CD + DE = 10 cm et FG + GH + HI + IJ = 9,5 cm
C'est la première ligne qui est la plus longue.

17

a. 170 cm **b.** Environ 178 cm **c.** Environ 8 cm **d.** Environ 1984

Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DU MILIEU DE LA PÉRIODE 3

► Manuel p. 108

1

a.
$$\begin{array}{r} 13\,078 \\ +\;\;7\,436 \\ \hline 20\,514 \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 5\,604 \\ -\;\;723 \\ \hline 4\,881 \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 12\,172 \\ -\;\;1\,543 \\ \hline 10\,629 \end{array}$$

d.
$$\begin{array}{r} 532 \\ \times\;\;306 \\ \hline 3\,192 \\ 159\,600 \\ \hline 162\,792 \end{array}$$

2

a. 10 est contenu 7 fois dans 70, 70 = 10 × 7

b. 10 est contenu 9 fois dans 96, 96 = (10 × 9) + 6

c. 10 est contenu 72 fois dans 724, 724 = (10 × 72) + 4

3

a. 100 est contenu 7 fois dans 724, 724 = (100 × 7) + 24

b. 100 est contenu 10 fois dans 1 000, 1 000 = 100 × 10

c. 100 est contenu 15 fois dans 1 562,
1 562 = (100 × 15) + 62

4

Désignation	Prix unitaire	Quantité	Prix total
Calculatrices	18 €	36	648 €
Encyclopédies junior	16 €	12	192 €
Boîtes de compas	15 €	28	420 €
Dictionnaires	14 €	20	280 €
		Total	1 540 €

5

$$\begin{array}{r|l} 391 & 23 \\ \cline{2-2} -230 & 17 \\ \cline{1-1} 161 & \\ -161 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

391 = 23 × 17,
la longueur maximum de chaque morceau est de 17 cm.

6

$$\begin{array}{r|l} 250 & 12 \\ \cline{2-2} -240 & 20 \\ \cline{1-1} 10 & \\ -\;0 & \\ \cline{1-1} 10 & \end{array}$$

250 = (12 × 20) + 10,
la directrice de la cantine municipale doit commander 21 paquets de 12 yaourts.

7

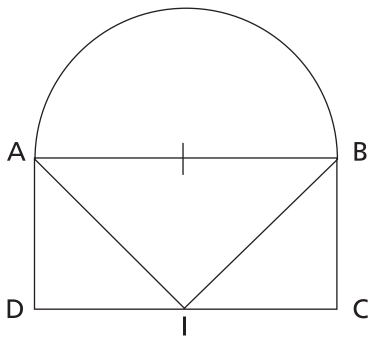
$$\begin{array}{r|l} 400 & 25 \\ \cline{2-2} -250 & 16 \\ \cline{1-1} 150 & \\ -150 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

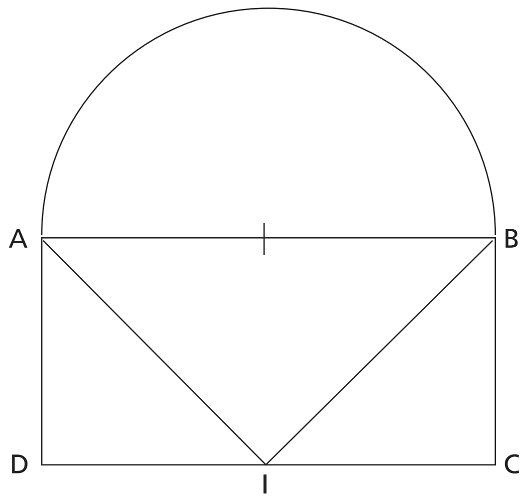
400 = 25 × 16,
l'épicier met 16 g de thé dans chaque sachet.

8

La figure S correspond à la description.

9





Les deux figures respectent les indications données.

Ta figure peut être d'une autre taille, mais vérifie bien que AD = DI = IC.

Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DE LA FIN DE LA PÉRIODE 3

► Manuel p. 128-129

1
75 × 20 = 1 500,
son chargement pèse 1 500 kg.

2
540 = 10 × 54,
le montant d'un versement est de 54 €.

3
448 = 32 × 14,
le directeur a acheté 14 ballons.

4
340 = (25 × 13) + 15, le directeur doit commander 14 paquets de cahiers.

5
250 = (12 × 20) + 10,
Sonia pourra manger 10 caramels.

6
300 = 15 × 20,
Marion met 20 cL dans chaque verre.

7
a. 24 heures = 1 jour
b. 36 h = 1 j 12 h
c. 50 h = 2 j 2 h
d. 3 quarts d'heure = 45 min
e. 3 h un quart = 195 min
f. 2 h 20 min = 140 min
g. 180 min = 3 h
h. 75 min = 1 h 15 min
i. 210 min = 3 h 30 min

8
Cette émission télévisée commence à 14 h 05.

9
Cette émission télévisée dure 1 h 45.

10

a.
$$\begin{array}{r|l} 73 & 5 \\ \hline -\ 50 & 14 \\ 23 & \\ -\ 20 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

73 = (5 × 14) + 3

b.
$$\begin{array}{r|l} 87 & 13 \\ \hline -\ 78 & 6 \\ \hline 9 & \end{array}$$

87 = (13 × 6) + 9

c.
$$\begin{array}{r|l} 368 & 8 \\ \hline -\ 320 & 46 \\ 48 & \\ -\ 48 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

368 = 8 × 46

d.
$$\begin{array}{r|l} 382 & 18 \\ \hline -\ 360 & 21 \\ 22 & \\ -\ 18 & \\ \hline 4 & \end{array}$$

382 = (18 × 21) + 4

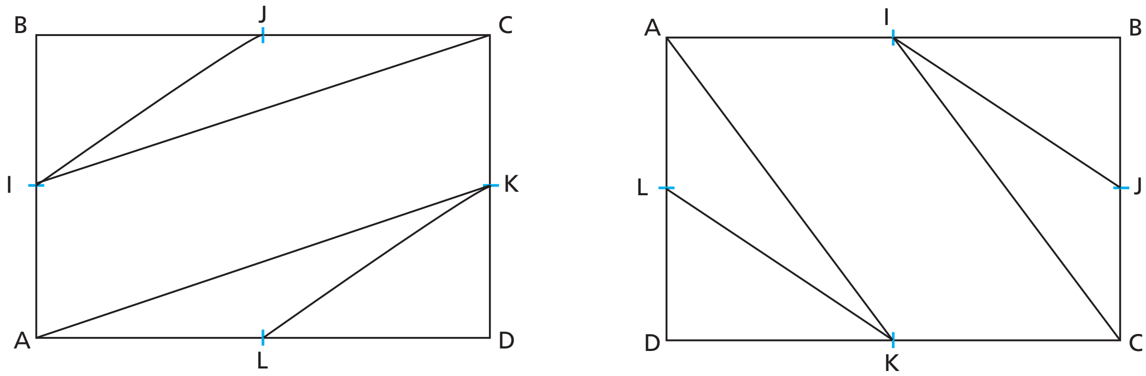
11
472 = (26 × 18) + 4
Le quotient est 26 et le reste est 4.

12
Le nombre choisi par Théo est 39
car (5 × 7) + 4 = 39

13
a. Les triples sont :180 ; 135 ; 270 ; 225 ; 360.
b. Les doubles sont : 120 ; 200 ; 500 ; 240 ; 600.
c. Les quadruples sont : 240 ; 400 ; 320 ; 480 ; 1200.

Les tiers sont : 20 ; 15 ; 30 ; 25 ; 40.
Les moitiés sont : 30 ; 50 ; 125 ; 60 ; 150.
Les quarts sont : 15 ; 25 ; 20 ; 30 ; 75.

14



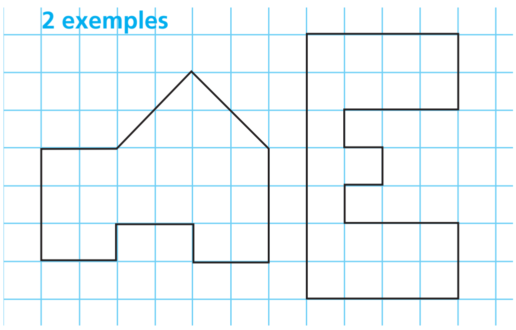
15

Le centre du demi-cercle est le milieu de AB.
Les centres des arcs de cercle sont les points A et B.

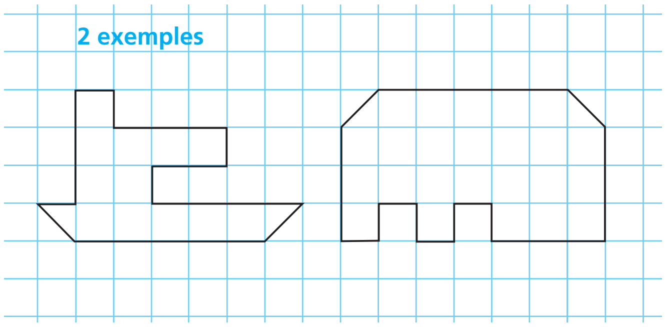
16

Trace un rectangle ABCD. Place le milieu I de [AB]. Place le milieu J de [AD].
Trace les segments [IJ] et [IC].

17

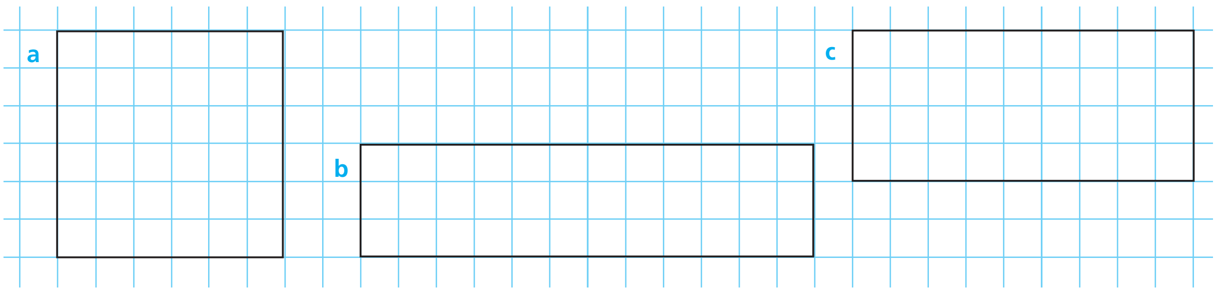


Le polygone P a une aire correspondant à 20 carreaux.
Il faut vérifier que chaque polygone vert que tu as construit a cette aire.



Le polygone P a un périmètre correspondant à 22 côtés de carreaux et 2 diagonales de carreaux.
Il faut vérifier que chaque polygone bleu que tu as construit a ce périmètre.

18



Pour le c, il y a d'autres possibilités : tu peux tracer un rectangle dont la longueur mesure 18 carreaux et la largeur mesure 2 carreaux, ou un rectangle dont la longueur mesure 36 carreaux et la largeur 1 carreau.

19

20 × 3 = 60, le phare émet 3 signaux en 1 minute.
1 heure, c'est 60 minutes, 60 × 3 = 180, le phare émet 180 signaux en 1 heure.

Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DU MILIEU DE LA PÉRIODE 4

► Manuel p. 150

1

Il faut 3 œufs pour 24 crêpes.
Il faut 6 œufs pour 48 crêpes.
Il faut 1 œuf pour 8 crêpes.

2

a. 3 L = **300** cL
b. 250 cL = **2** L **50** cL
c. 456 L = 45 **daL** 6 **L**
d. 347 L = **34** daL **7** L

3

a. La distance réelle entre le point B et le point C est de 120 km
b. et **c.**

d. Sur cette carte, 1 cm représente 30 km.

4

Nous sommes 62 et 63.

5

Nous sommes 98 et 100.

6

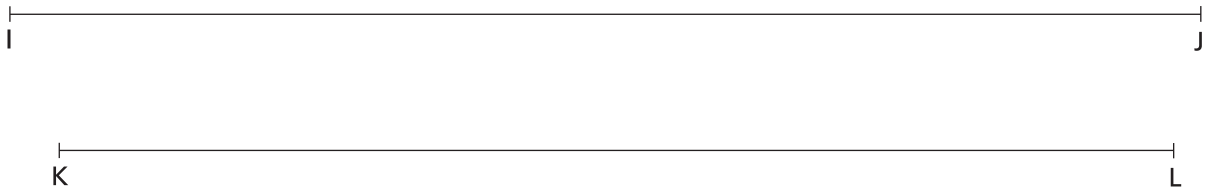
a. 30 minutes correspondent à $\frac{1}{2}$ heure.
b. 45 minutes correspondent à $\frac{3}{4}$ heure.

c. Il y a 165 minutes dans 2 h $\frac{3}{4}$.

7

Le segment [AB] mesure 1 u + $\frac{1}{2}$ u. Le segment [CD] mesure 2 u + $\frac{1}{4}$ u.

8



9

On obtient le motif C.

Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DE LA FIN DE LA PÉRIODE 4

► Manuel p. 168-169

1

+	8	6	9	5
4	12	10	13	9
7	15	13	16	12
8	16	14	17	13
10	18	16	19	15

×	7	9	10	8
5	35	45	50	40
7	49	63	70	56
4	28	36	40	32
6	42	54	60	48

×	80	7	5	10
2	160	14	10	20
60	4 800	420	300	600
90	7 200	630	450	900
100	8 000	700	500	1 000

2

a. 25 × 10 < 747 < 25 × 100, le quotient de la division de 747 par 25 a 2 chiffres.

b. 747 = (25 × 29) + 22

$$\begin{array}{r|l} 7\,4\,7 & 2\,5 \\ \cline{2-2} -\,5\,0\,0 & 2\,9 \\ \cline{1-1} 2\,4\,7 & \\ -\,2\,2\,5 & \\ \cline{1-1} 2\,2 & \end{array}$$

3

a. 9 × 10 < 618 < 9 × 100, le quotient de la division de 618 par 9 a 2 chiffres.

b. 618 = (9 × 68) + 6

$$\begin{array}{r|l} 6\,1\,8 & 9 \\ \cline{2-2} -\,5\,4\,0 & 6\,8 \\ \cline{1-1} 7\,8 & \\ -\,7\,2 & \\ \cline{1-1} 6 & \end{array}$$

4

a. 207 400 **b.** 38 476 **c.** 6 890 **d.** 40 753

Du plus grand au plus petit : 207 400 > 40 753 > 38 476 > 6 890

5

a. La partie en vert a pour aire $\frac{5}{6}$ de l'unité.

b. La partie en vert a pour aire $\frac{6}{9}$ ou $\frac{2}{3}$ de l'unité.

6

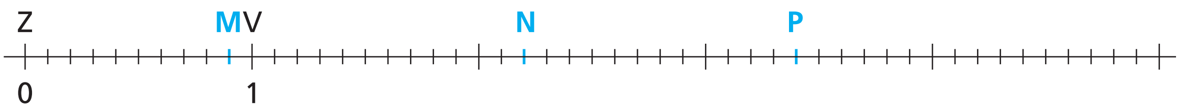
$3{,}7 = \frac{37}{10}$ $4{,}28 = \frac{428}{100}$ $7{,}02 = \frac{702}{100}$ $18{,}5 = \frac{185}{10}$ $0{,}9 = \frac{9}{10}$ $30{,}08 = \frac{3\,008}{100}$

7

$\frac{507}{10} = 50 + \frac{7}{10} = 50{,}7$ $\frac{9}{10} = 0{,}9$ $\frac{708}{100} = 7 + \frac{8}{100} = 7{,}08$

$\frac{35}{10} = 3 + \frac{5}{10} = 3{,}5$ $\frac{6\,743}{100} = 67 + \frac{4}{10} + \frac{3}{100} = 67{,}43$ $\frac{54}{100} = \frac{5}{10} + \frac{4}{100} = 0{,}54$

8



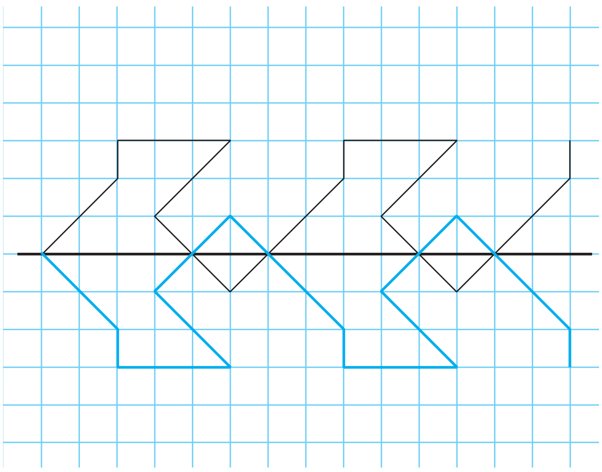
9

trois quarts	et	$\frac{3}{4}$	douze dixièmes	et	$\frac{12}{10}$
sept sixièmes	et	$\frac{7}{6}$	seize centièmes	et	$\frac{16}{100}$
onze tiers	et	$\frac{11}{3}$			

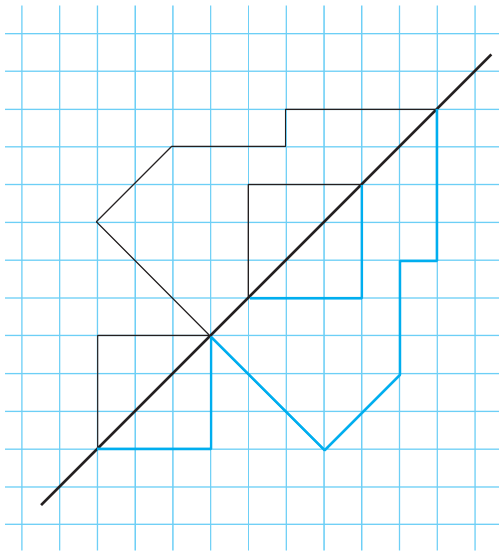
10

$1 < \frac{4}{3} < 2$ $3 < \frac{7}{2} < 4$ $6 < \frac{67}{10} < 7$ $5 < \frac{27}{5} < 6$ $0 < \frac{7}{10} < 1$ $7 < \frac{785}{100} < 8$

11



12



13

Dans le cas C, la droite en pointillés est un axe de symétrie.

14

a. Oui, le nombre de couples d'aigles observés était plus grand en 2001 qu'en 1997.
b. C'est en 2000 que l'on a observé le plus de couples d'aigles royaux.
c. C'est en 1997 que l'on a observé le moins de couples d'aigles royaux.
d. De 1997 à 2001, le nombre de couples d'aigles observés a d'abord augmenté et ensuite diminué.

Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DU MILIEU DE LA PÉRIODE 5

► Manuel p. 190

1

3 < 3,4 < 4   17 < 17,5 < 18   6 < 6,72 < 7   64 < 64,3 < 65   0 < 0,8 < 1   39 < 39,6 < 40   12,0 = 12

2

a. 4,3 > 4.1   **c.** 9,37 < 9,6
b. 8,07 < 8,2   **d.** 4,7 = 4,70

3

a. 0,57 par exemple   **c.** 7,31 par exemple
b. 6,74 par exemple   **d.** 3,01 par exemple

4

a. $\begin{array}{r} 5,07 \\ +\ 6,8 \\ \hline 11,87 \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 3,89 \\ +\ 2,4 \\ \hline 6,29 \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 6,20 \\ +\ 3,58 \\ \hline 9,78 \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 6,47 \\ -\ 3,09 \\ \hline 3,38 \end{array}$

e. $\begin{array}{r} 34,6 \\ -\ 5,22 \\ \hline 29,38 \end{array}$

5

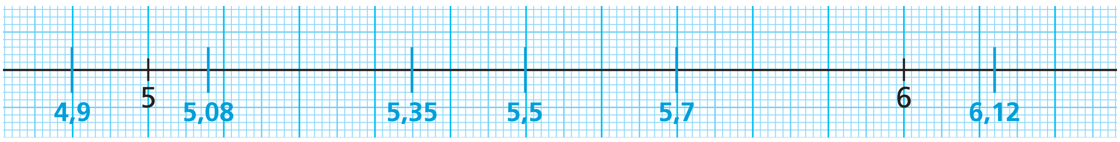
a. $\begin{array}{r} 3,67 \\ +\ 82,9 \\ \hline 86,57 \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 60,05 \\ +\ 8,76 \\ \hline 68,81 \end{array}$

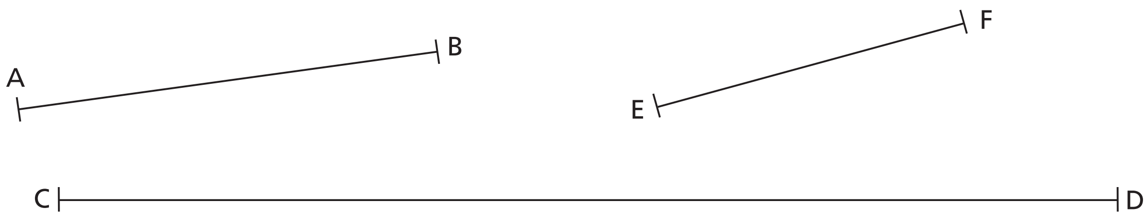
c. $\begin{array}{r} 64,83 \\ -\ 45,6 \\ \hline 19,23 \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 9,6 \\ -\ 5,08 \\ \hline 4,52 \end{array}$

6



7



8

a. 3,75 m   **c.** 4,5 m
b. 6,03 m   **d.** 2 000 m

9

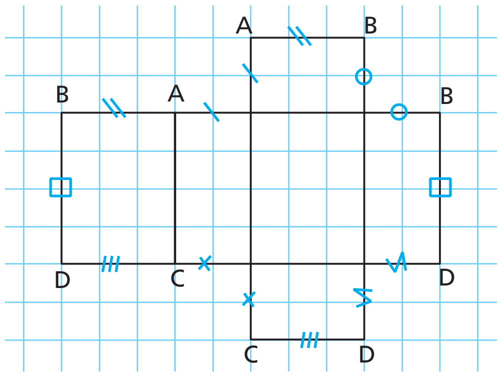
1,26 + 0,87 = 2,13 ;
on obtient une planche de 2,13 m.

10

2,50 – 1,73 = 0,77 ;
on obtient un tasseau de 0,77 m.

11

Les signes et les lettres remplacent les couleurs.



Ce que je suis capable de faire

FICHE AUTOCORRECTIVE DE LA FIN DE LA PÉRIODE 5

► Manuel p. 204-205

1

a. quatre millions sept cent trente mille
six cent quatre-vingt-quatre mille
deux millions cinquante mille trois cent vingt-huit

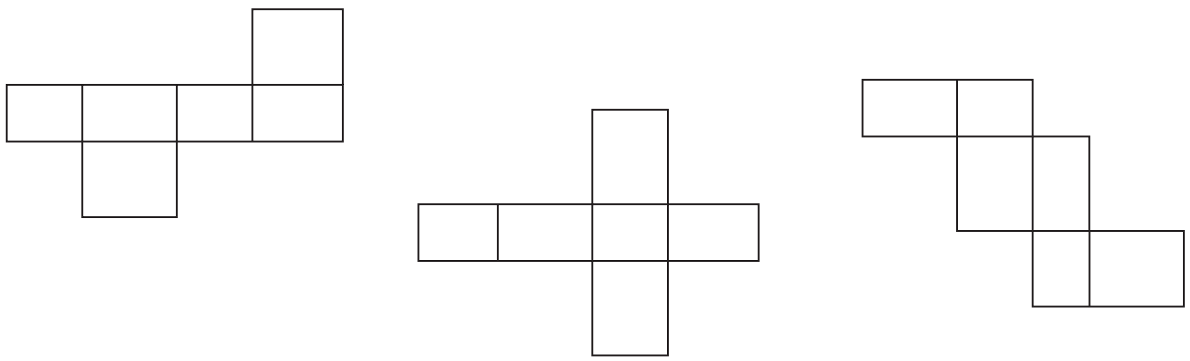
b. 879 249
1 406 537
2 028 305

2

a. quotient 15, reste 6 ; 126 = (8 × 15) + 6
b. quotient 36, reste 5 ; 509 = (14 × 36) + 5
c. quotient 32, reste 14 ; 878 = (27 × 32) + 14
d. quotient 13, reste 8 ; 567 = (43 × 13) + 8

3

Voici quelques exemples de patrons (1 cm sur la figure représente 4 cm sur ton dessin).



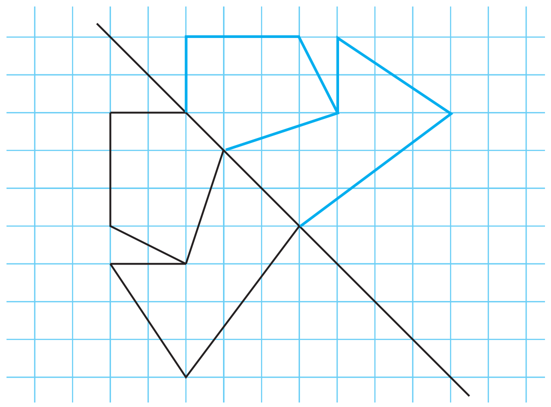
4

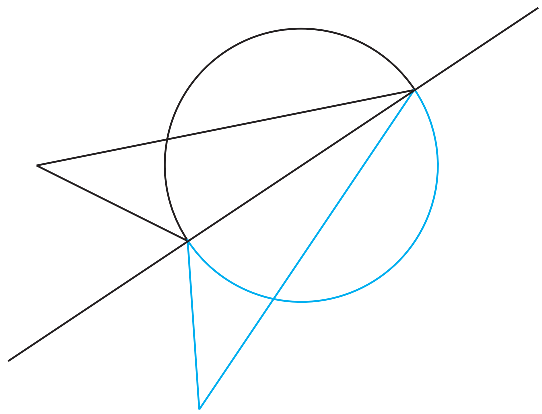
a. 2,7 × 10 = 27
b. 0,72 × 10 = 7,2
c. 46,05 × 10 = 460,5
d. 13,8 × 100 = 1 380
e. 18,45 × 100 = 1 845

5

a. 8 × 3,7 = 29,6
b. 0,8 × 37 = 29,6
c. 84 × 37 = (80 × 37) + (4 × 37) = 2 960 + 148 = 3 108
d. 84 × 0,37 = 31,08
e. 8,4 × 37 = 310,8

6





7

143 = 4 × 35,75 ;

le quotient décimal exact de 143 divisé par 4 est 35,75.

1 4 3	4
− 1 2 0	3 5 , 7 5
2 3	
− 2 0	
3 0	
− 2 8	
2 0	
− 2 0	
0	

8

155 = 4 × 38,75 ;
chaque enfant reçoit 38,75 €

Explication :

155 = (4 × 38) + 3 ; après avoir distribué 38 € à chacun des 4 enfants il reste 3 € soit 300 centimes d'euro.

300 = 4 × 75 ; avec les 300 centimes d'euro on peut distribuer 75 centimes d'euro soit 0,75 € à chacun des 4 enfants.

Chacun reçoit donc 38,75 €.

9

267 = (8 × 33) + 3 ; il remplira 33 pages.

2 6 7	8
− 2 4 0	3 3
2 7	
− 2 4	
3	

10

Poids du paquet + 250 g = 3 500 g
Le poids du paquet est 3 250 g.

11

Poids de 4 sachets + 200 g = 2 000 g
Le poids des 4 sachets est de 1 800 g
1 800 = 4 × 450 ;
le poids d'un sachet est de 450 g.

12

a. 0,5 kg = 500 g **b.** 1,7 kg = 1 700 g **c.** 750 g = 0,75 kg **d.** 7 720 g = 7,72 kg

13

6 000 = 25 × 240 ; le poids d'un livre est de 240 g.

14

24 = 6 × 4 Acheter 24 brioches, c'est comme acheter 4 fois 6 brioches.

7 × 4 = 28 24 brioches coûtent 28 €.

15

12 = 4 × 3 4 pains, c'est le tiers de 12 pains.

15 = 3 × 5 4 pains au chocolat coûtent 5 €.

16

12 = 4 × 3 Acheter 12 bâtons c'est comme acheter 4 fois 3 bâtons.

4 × 1,95 = 7,80 12 bâtons de glace coûtent 7,80 €.

17

16 crayons coûtent 12 €, donc 8 crayons coûtent 6 €,

24 = 8 × 3

Acheter 24 crayons c'est comme acheter 3 fois 8 crayons.

3 × 6 = 18 donc 24 crayons coûtent 18 €.

18

a.

```
   1 2, 7
+  2 4, 5
   3 7, 2
```

b.

```
   1 3, 4
+    7, 1 2
   2 0, 5 2
```

c.

```
   1 3, 2 4
–    6, 7 2
     6, 5 2
```

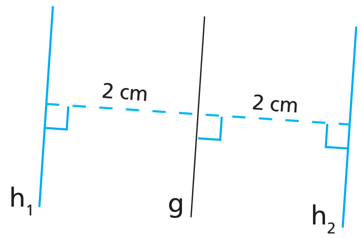
d.

```
     4, 2 5
–    2, 4
     1, 8 5
```

19

Il n’y a qu’une droite passant par le point A et perpendiculaire à la droite d.

20



Il y a deux droites distantes de 2 cm de la droite g.

21

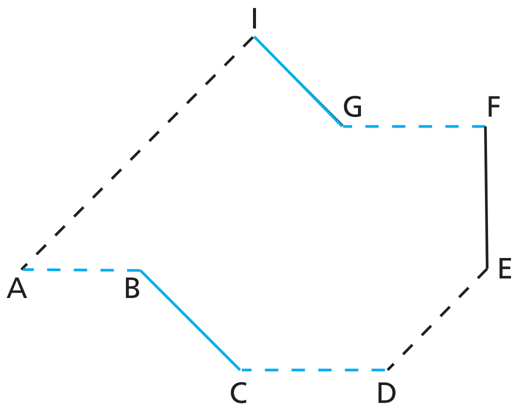
b. Les côtés consécutifs de même longueur sont [GF] et [FE] ; [FE] et [ED] ; [ED] et [DC], et [DC] et [CB].

c. Par exemple : [GF] et [ED] ou [ED] et [CB], etc.

d. Les points A, B et E sont alignés.

e. Les côtés perpendiculaires sont [GF] et [FE] ; [FE] et [CD] ; [FE] et [AB] ; [ED] et [BC] ; [ED] et [IG] ; [BC] et [AI] ; [AI] et [IG].

f.



Pour vérifier si deux côtés sont parallèles, on peut chercher s’ils ont une perpendiculaire commune.

g. Le périmètre est d’environ 17 cm.