La trigo au CRPE 2011

Ce document vient compléter le chapitre 20 de Charnay-Mante.
Cf. http://www.concours-hatier.com/ressources.php
ou http://db.vdb.free.fr/tice/CRPE2010/index.html

On trouvera sur la toile de nombreux sites consacrés à ce sujet. Voici une adresse parmi tant d'autres : http://www.automaths.com/3/cours/3_Trigonometrie_C.pdf

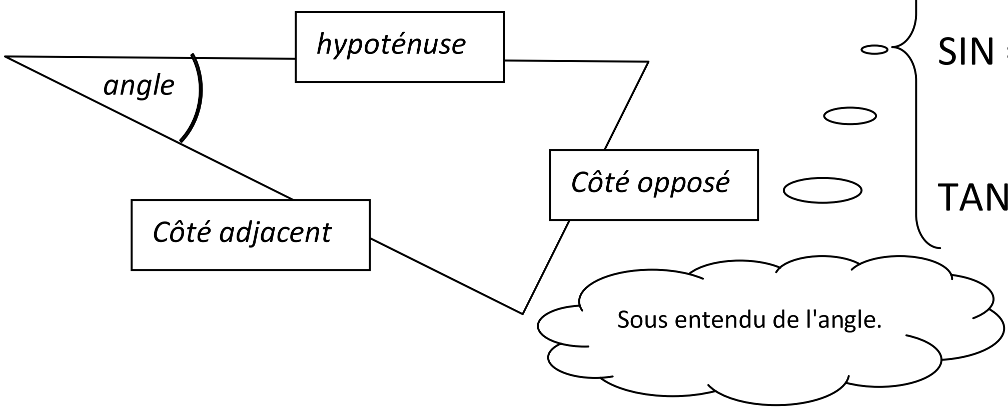
I. Schéma de base

1 Vision practico-pratique simplifiée

$$\mathrm{COS} = \frac{\textit{Côté adjacent}}{\textit{hypoténuse}}$$

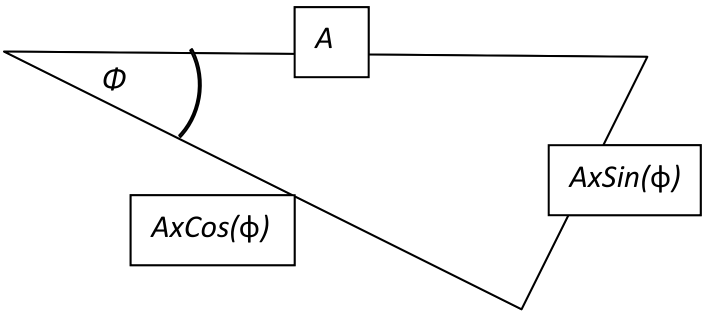
$$\mathrm{SIN} = \frac{\textit{Côté opposé}}{\textit{hypoténuse}}$$

$$\mathrm{TAN} = \frac{\textit{Côté opposé}}{\textit{Côté adjacent}}$$



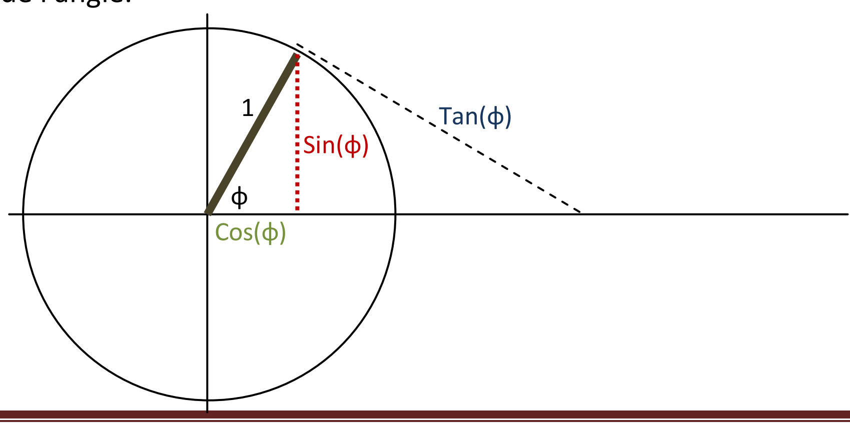
Une formule pour ne pas se tromper : **CASH** := **C**osinus = **A**djacent **S**ur **H**ypoténuse.

2 Une variante



Abus d'écriture : Φ désigne l'angle ou sa mesure, Cos et Sin étant calculés en rapport avec l'unité choisie pour exprimer la mesure de l'angle.

3 Cercle trigonométrique



4 Valeurs fondamentales

A la calculette, rechercher les lignes trigonométriques approchées des angles indiqués dans le tableau :

	0°	30°	45°	60°	90°
COS					
SIN					
TAN					

Une valeur ne peut pas être calculée. Pourquoi ?

En vous aidant du cercle trigonométrique, préciser les valeurs exactes des lignes trigonométriques pour les angles indiqués dans le tableau.

	0°	30°	45°	60°	90°
COS					
SIN					
TAN					

5 Relations trigonométriques

Sont au programme du concours (et exclusivement celles-là) :

Tan (x) = Sin(x)/Cos(x) C'est une conséquence de la définition.

$Cos^2(x) + Sin^2(x) = 1$ C'est une conséquence de la définition avec un petit appel à Pythagore.

6 Des remarques de bon sens

{Extraites de Charnay-Mante}

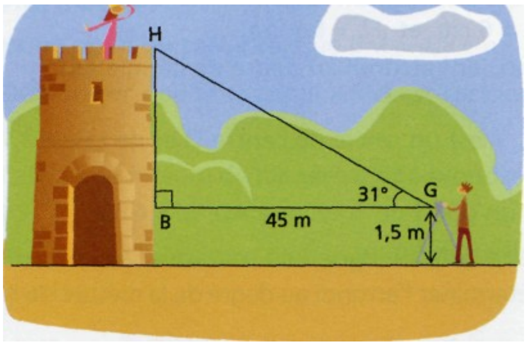
Les formules trigonométriques permettent d'établir des formules liant les longueurs de côtés d'un triangle rectangle avec la mesure des angles aigus de ce triangle. Ces formules vont donc permettre de calculer des longueurs de côtés de triangle rectangle et/ou la mesure des angles aigus de ces triangles. Mais attention :

- **Si on souhaite utiliser la trigonométrie pour calculer la longueur d'un segment**, il faut que ce segment soit un côté d'un triangle rectangle et il faut connaître la longueur d'un côté de ce triangle et la mesure d'un angle aigu.
- Pour rédiger la solution il est indispensable :
  - de bien indiquer dans quel triangle rectangle on se place ;
  - de remplacer le sinus, cosinus ou tangente de l'angle par une valeur approchée en toute fin

de calcul pour éviter des erreurs d'approximation (jamais pendant).

- Il faut toujours penser à contrôler son résultat, quand c'est possible, en se rappelant que la longueur de l'hypoténuse est toujours plus grande que les longueurs des côtés de l'angle droit.
- Si on souhaite utiliser la trigonométrie pour calculer la mesure d'un angle, il faut que cet angle soit l'angle d'un triangle rectangle dont on connait la mesure de deux côtés.
- On est donc amené à calculer une fonction inverse d'un rapport. Ne pas utiliser une valeur approchée du rapport avant de calculer l'angle mais taper directement sur la calculatrice la fonction inverse et le rapport.
    - Exemple : taper directement à la calculette "$\cos^{-1}$(5/6)" au lieu de faire évaluer la fraction 5/6 puis de lui appliquer la fonction Arc Cos.

II. Des exercices pour s'entraîner (non corrigés)



Exo 0 La **tour** : Un géomètre veut connaître la hauteur d'une tour. Il obtient les mesures indiquées ci-contre. Donner l'arrondi au cm de la hauteur de la tour.

Exo 1 Un **cercle** :

$\mathcal{C}$ est un cercle de centre O et de rayon 3,5 cm. [AB] est un diamètre de $\mathcal{C}$. R est un point de $\mathcal{C}$ tel que Mes(BAR) = *38°*.

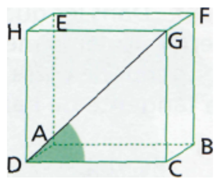
1) Faire une figure.
2) Démontrer que le triangle BAR est rectangle en R.
3) Calculer la valeur exacte de BR puis son arrondi au mm.

Exo 2 Un **losange** :

CAPE est un losange tel que CA = 6 cm et Mes(CAP) = 110°. Les diagonales [CP] et [EA] se coupent en O.

1) Faire une figure.
2) Démontrer que le triangle CEO est rectangle en O.
3) Calculer la valeur exacte de OE puis son arrondi au mm.
4) En déduire la valeur exacte de EA puis son arrondi au mm.

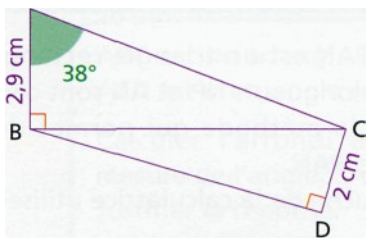
Exo 3 Un **parallélépipède** :



ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que AB = 6 cm, BC = 2,4 cm et Mes(CDG) = 44°.

1) Démontrer que le triangle CDG est rectangle en C.
2) Calculer la valeur exacte de CG puis son arrondi au mm.

Exo 4 Une **figure** ;



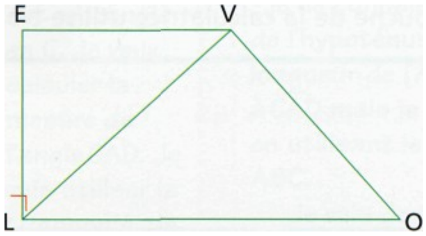
On étudie la figure ci-contre.

Déterminer l'arrondi au degré de l'angle BCD.

Exo 5 **LOVE** est un trapèze tel que :

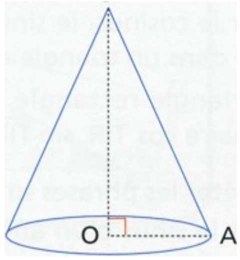
(LO) est parallèle à (EV);
ELO est un angle droit ;
EV = 2,5 cm et LE = 3,2 cm.

Déterminer l'arrondi au degré de l'angle EVL.



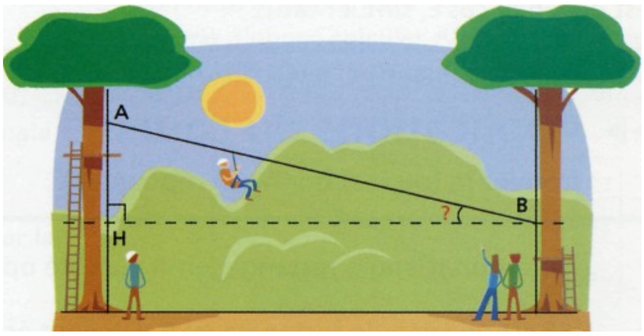
Exo 6 **Cône**

Dans le cône ci-contre, on connaît les longueurs : OA = 2,3 cm et OS = 5,8 cm.
Calculer l'arrondi au degré de l'angle OAS.



Exo 7 **Brrrr**

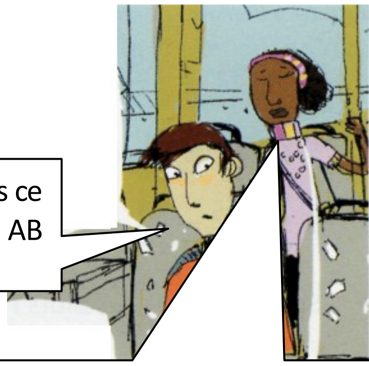
Dans un parcours d'accrobranches, on a tendu une corde de 40 mètres entre deux arbres afin d'installer une tyrolienne. La différence de hauteur entre le point de départ A et le point d'arrivée B est de 3,5 m.



Calculer l'arrondi au dixième de degré de l'angle que forme [AB] avec l'horizontale.

Exo 8 **Qui a raison ?**

Dans le débat ci-dessous, trouver qui a raison. Justifier la réponse.

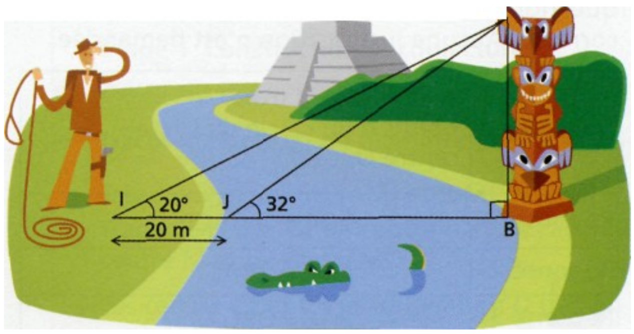


ABC est un triangle tel que AB = 2,9 cm, AC = 4 cm et BC = 5,1 cm. Dans ce triangle, si je veux calculer la mesure de l'angle ABC, comme je connais AB et BC, je dois utiliser le cosinus de l'angle ABC.

Pas du tout, dans le triangle ABC, on peut aussi utiliser le sinus ou la tangente de ABC !

Exo 9 **Rivière dangereuse**

L'oncle de Mo est un aventurier. Il cherche un pilier maya mesurant plus de 23 m. Dans la jungle, il découvre le pilier illustré ci-contre, situé de l'autre côté de la rivière.
Malheureusement, cette rivière est infectée de piranhas et de crocodiles. Avant d'effectuer cette traversée périlleuse, il décide de chercher la hauteur du pilier en s'aidant des données suivantes :
IJ = 20 m ; Mes(BÎS) = 20° et Mes(BJS) = 32°.
Effectuer ce calcul pour savoir si la traversée est utile.



Exo 10 **Longueurs et angles dans un cercle,**

1) Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [BC] tel que BC = 10 cm. Placer un point A appartenant au cercle $\mathcal{C}$ tel que AB = 8 cm.

2) Quelle est la nature du triangle ABC *1* Justifier la réponse.

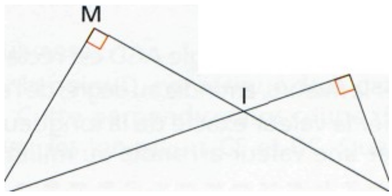
3) Calculer la longueur AC.

4) Déterminer une valeur approchée, au degré près, de la mesure de l'angle ABC.

5) Placer le point O du segment [BC] tel que BO = 2 cm. Tracer la parallèle à la droite (AC) passant par B et coupant la droite (AO) en D. Calculer la longueur BD.

Exo 11 **Papillon**

On considère la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur.



Les segments [KL] et [JM] se coupent au point I

IK = 4 cm, JK = 2,4 cm et LM = 4,2 cm ;

le triangle IJK est rectangle en K ;

le triangle LIM est rectangle en M.

1) Calculer la valeur exacte de la tangente de l'angle KIJ.

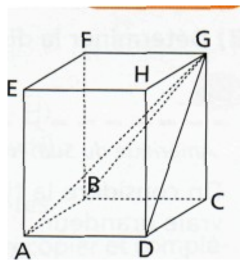
2) Pourquoi les angles KIJ et LIM sont-ils égaux ?

3) Donner l'expression de la tangente de l'angle LIM en fonction de IM.

4) En s'aidant des réponses aux questions précédentes, prouver que la longueur IM en centimètres est un nombre entier.

5) Déterminer l'arrondi au degré de l'angle KIJ.

Exo 12 **Pavé**



ABCDEFGH est un pavé droit à base carrée. On donne : AD = 3 cm et CG = 4 cm.

1) Calculer le volume en cm^3 de la pyramide de sommet G et de base ABCD.

2) Calculer DG.

3) On admet que le triangle AGD est rectangle en D.

a) Calculer la mesure, arrondie au degré, de l'angle AGD.

b) Calculer la valeur exacte de la longueur AG, puis en donner une valeur arrondie au millimètre.