

# Exercices sur les cas d'égalité des triangles

---

- 00** Soit ABC un triangle. On suppose que les hauteurs  $BB'$  et  $CC'$  sont égales. Montrer que ABC est isocèle en A de deux façons différentes.
- 01** ABC est un triangle isocèle tel que :  $AB = AC = 2BC$ .  $C'$  et  $B'$  sont les milieux des côtés  $[AB]$  et  $[AC]$ . Démontrer que les triangles  $AB'B$  et  $AC'C$  puis  $BB'C$  et  $CC'B$  sont isométriques.
- 02** ABDE et BCFG sont deux carrés construits à l'extérieur du triangle ABC. Démontrer que les segments AG et DC sont égaux.
- 03** ABC est un triangle rectangle et isocèle en A. Le point I est le milieu du segment  $[BC]$ . M est un point du segment  $[AB]$ , et N un point du segment  $[AC]$  tels que  $AM = NC$ . Montrer que les triangles IAM et ICN sont isométriques. Nature du triangle MIN ?
- 04** Soit OAB et OCD deux triangles rectangles isocèles en O. Montrer que les segments AC et BD sont égaux. Que peut-on dire des droites (AC) et (BD) ?
- 05** ABC est un triangle quelconque. ABD et ACE sont 2 triangles équilatéraux extérieurs à ABC  
1) Montrer que les segments CD et BE sont égaux  
2) la droite (BE) coupe (DC) en I et (AC) en J.  
Comparer les angles des triangles AEJ et JCI ; en déduire la valeur de l'angle CIE.
- 06** Soit ABC un triangle isocèle de base  $[BC]$ . La médiatrice de  $[AC]$  coupe (BC) en D.  
1) A quelle condition le point D est-il extérieur au segment  $[AC]$  ?  
2) On suppose cette condition dorénavant remplie : On trace (AD) et on porte une longueur AE égale à BD sur (AD), de l'autre côté de A par rapport à D. Montrer que CDE est isocèle.  
3) Le triangle CDE peut-il être rectangle ?
- 07** ABC est un triangle isocèle avec  $BC < AB = AC$ . On définit les points D et E sur (AB) et (BC) de sorte que :  $BD = CE = AB - BC$ , B est entre D et A, C est entre B et E. Nature du triangle ADE ?
- 08** Sur un segment  $[AB]$  on pose un point E quelconque puis un point F, symétrique du point E par rapport au milieu de  $[AB]$ . On construit alors, du même côté de (AB) un triangle AFC et un triangle FDB. Ces deux triangles sont équilatéraux. Nature du triangle CDE ?
- 09** ABCD est un parallélogramme. On construit les triangles équilatéraux ABF et BCG à l'extérieur du parallélogramme. Nature du triangle DFG ?
- 10** Sur un axe orienté on pose dans cet ordre trois points A, B, C. On construit alors d'un même côté de l'axe les triangles SAB et TBC et de l'autre côté le triangle UAC. Ces trois triangles possèdent les caractéristiques suivantes : ils sont isocèles respectivement en S, T, U et leurs angles à la base mesurent tous  $30^\circ$ . Nature du triangle STU ?
- 11** 1) ABC est un triangle quelconque. On construit à l'extérieur de ABC deux triangles rectangles isocèles en U et V ABU et ACV. On désigne par M, N, P les milieux respectifs des côtés BC, CA, AB. Montrer que le triangle MUV est isocèle rectangle en M.  
2) BCD est un quadrilatère convexe quelconque. On construit sur son extérieur 4 carrés  $ABB'A'$ ,  $BCC'B''$ ,  $CDD'C''$ ,  $DAA''D''$ . On appelle I, J, K, L les centres de ces carrés. Montrer que  $[IK]$  et  $[JL]$  sont de même longueur et perpendiculaire.