

*Adapté ou annoté par moi db iufm V*

### ♦ **Algorithme**

- Tâches élémentaires à mettre en œuvre dans une situation donnée et leur enchaînement  
Exemple : algorithme de la multiplication posée.
- *Quand on parle des mathématiques en maternelle, ce mot a, en général, une autre signification :*  
On appelle suites algorithmiques (ou rythmes) les suites générées par un ensemble de règles appelé algorithme du type : une perle rouge, deux perles vertes, une perle rouge, deux perles vertes, etc.

### ♦ **Arbre de dénombrement**

- Un arbre de dénombrement est un outil permettant de construire et/ou de dénombrer des éléments "fabriqués en faisant des choix successifs".  
Exemple : on cherche combien de nombres de trois chiffres tous différents on peut écrire en utilisant les chiffres 6, 8 et 9.  
Possibilités pour le premier chiffre : 6 8 9  
Possibilités pour le deuxième chiffre : 8 9 6 9 6 8  
Possibilités pour le troisième chiffre : 9 8 9 6 8 6  
Le nombre cherché est égal au nombre de "branches complètes" de l'arbre (ici  $3 \times 2 \times 1$ )

### ♦ **Aspect cardinal et aspect ordinal du nombre**

- La construction du concept de nombre nécessite de comprendre que le nombre a deux aspects : un aspect cardinal (le nombre permet de représenter le nombre d'éléments d'une collection : "il y a trois jetons") et un aspect ordinal (le nombre permet de désigner la place d'un élément dans une collection ordonnée : "ce jeton est le troisième de la file")
- La construction du concept de nombre nécessite de comprendre qu'il y a un lien entre ces deux aspects du nombre : "à la fin du troisième jour du mois, il s'est écoulé trois jours depuis le début du mois".

### ♦ **Calcul automatisé**

- Utilisation, dans une situation donnée, d'un algorithme unique, ne dépendant pas des nombres en jeu, pour trouver un résultat. Exemple : algorithme de la multiplication posée.
- Le calcul automatisé est utilisé en général à l'écrit mais on peut envisager d'apprendre certaines règles de calcul automatisé utilisables mentalement (exemple : utilisation pour calculer mentalement le produit d'un nombre par 25 de la règle : "pour multiplier par 25, on multiplie par 100 et on divise par 4").

### ♦ Calcul et comptage

- Dans des situations d'ajout, de retrait, de partage, de regroupement, ... on peut prévoir le résultat en utilisant des procédures de comptage (on dispose d'objets ou on imagine mentalement des objets que l'on peut dénombrer) ou des procédures de calcul (on utilise uniquement des écritures chiffrées).
- Pour pouvoir faire un calcul, il faut avoir mémorisé certains résultats (exemple : "5 plus 7 est égal à douze") et avoir mémorisé certaines techniques de calcul (exemple : algorithme de l'addition posée).
- On peut distinguer différentes techniques de comptage.  
Exemples : pour trouver à quoi est égal  $4 + 6$ , je peux construire une collection de quatre "objets" (doigts par exemple) puis une collection de six "objets" puis réunir les deux collections et dénombrer le tout (technique de "recomptage du tout") ; je peux aussi "garder le nombre quatre en tête" et construire simplement une collection de six objets en disant "cinq, six, sept, huit, neuf, dix" (technique de surcomptage).

### ♦ Calcul instrumenté

- *Utilisation d'une calculatrice ou d'un tableur pour effectuer un calcul.*  
*Mon complément (db) : on peut ajouter à la liste l'appel à d'autres dispositifs, parfois surannés (règle à calcul, réglettes de Neper, nomogrammes, etc.)*

### ♦ Calcul réfléchi

- Utilisation, dans une situation donnée, d'une procédure qui dépend des nombres en jeu ... et de la personne qui fait les calculs. On calcule en s'adaptant aux nombres en jeu :  
 $12 \times 25 = 3 \times 4 \times 25 = 3 \times 100 = 300$   
 $14 \times 25 = 7 \times 2 \times 25 = 7 \times 50 = 350$
- On peut effectuer un calcul réfléchi mentalement (le calcul mental fait souvent appel au calcul réfléchi) mais aussi par écrit.

*Voir mon site pour plus de détails.*

### ♦ Compétences et objectifs

- Les définitions de ces deux termes varient d'un auteur à l'autre.
- [...] En principe - quand on parle de compétence on se place du point de vue de l'élève. Pour avoir des exemples de compétences (qui sont soit des savoirs soit des savoir-faire, *on parle aussi de capacités ...*), il suffit de lire, dans les programmes, les compétences à acquérir pour chacun des cycles. *Ne pas oublier le socle commun.*

Exemple : l'élève doit savoir associer les désignations chiffrées et orales des nombres.

- En principe toujours - quand on parle d'objectif on se place du point de vue du maître.

Exemple : le maître veut faire comprendre aux élèves l'intérêt de faire des paquets de 10.

Remarque : Le maître a souvent pour objectif de faire acquérir une compétence donnée... Mais, il peut aussi avoir pour objectif de faire émerger les conceptions initiales, d'apporter une aide spécifique à certains élèves en difficulté, etc.

#### ♦ Démarche d'apprentissage (exemple d'une démarche d'apprentissage possible)

- Les propositions suivantes, que chacun pourra adapter, s'inscrivent dans une conception constructiviste des apprentissages. On pourra, bien sur, faire un autre choix, soit de façon générale soit pour telle ou telle notion. Le mot « séquence » renvoie ici soit à une séance soit, le plus souvent, à un ensemble de plusieurs séances.
- Après avoir choisi une progression d'ensemble concernant tel ou tel domaine du programme de mathématiques, on bâtera chacune des séquences s'insérant dans cette progression en précisant clairement un objectif général propre à cette séquence (qui pourra, par exemple, être formulé de la manière suivante : « faire en sorte que l'élève soit capable de... »).
- Une séquence se compose de différents moments. On pourra, par exemple, prévoir les phases suivantes (le nombre de phases et le vocabulaire peut varier d'un formateur à l'autre...), en ne manquant pas de s'appuyer sur les conceptions initiales des élèves que l'on aura pris soin de faire émerger.

1 °) Une phase « introductive » (ou « de motivation »)

Cette phase « de mise en ambiance » débouche sur une situation (éventuellement ludique ) qui pose problème (les connaissances des élèves s'avèrent insuffisantes pour résoudre immédiatement le problème posé mais le maître va faire en sorte que le problème posé apparaisse clairement à l'élève, qu'il ait du sens pour l'élève ; que celui-ci puisse envisager ce qu'est une réponse possible...).

Remarque : les didacticiens parlent de *phase de dévolution* du problème pour indiquer qu'il faut faire en sorte que le problème posé devienne le problème de l'élève.

2°) Une phase « d'action » (ou « de recherche »)

Durant cette phase, l'élève, seul ou en groupes de deux ou en plus grands groupes ( « de niveaux » ou non), cherche une solution à la situation qui lui pose problème. Il est confronté à un obstacle et ne peut répondre au problème en se préoccupant uniquement de ce que le maître attend de lui, par simple analogie avec des situations déjà rencontrées. Il produit des actions, est amené à choisir une stratégie, à la modifier en cas d'échec et en définitive à faire évoluer ses connaissances et à en construire de nouvelles sous la forme d'outils utiles pour essayer de résoudre le problème posé (ce qui implique que la situation soit choisie de façon à ce que les connaissances qui sont l'objet de l'apprentissage fournissent les outils le

mieux adaptés pour obtenir la solution; remarque : ceci correspond au sens dans lequel les didacticiens utilisent le mot «situation-problème»). Le maître observe, analyse les procédures, se rend compte des difficultés. S'il peut lui arriver de donner une indication à un élève ou un groupe qui est complètement bloqué, il évite soigneusement de donner la réponse complète au problème posé.

### 3°) Une phase «de mise en commun »

Durant cette phase collective, les élèves présentent leurs différents travaux, expliquent comment ils ont procédé... Il est important de recueillir toutes les réponses, les « justes » comme les «fausses» Remarque : les didacticiens parlent de *phase de formulation*.

### 4°) Une phase de validation

Les élèves donnent leurs opinions sur les différents travaux puis il s'agit, avec l'aide du maître, de se mettre d'accord pour savoir si les différentes solutions sont bonnes ou pas (ce qui est intéressant c'est quand la situation proposée permet une auto validation ; ce n'est alors pas le maître qui décide seul de ce qui est exact ou de ce qui ne l'est pas...). Durant les discussions, l'enseignant est attentif au vocabulaire utilisé et pourra être amené à introduire un vocabulaire correct pour assurer les échanges...

### 5°) Une phase « de structuration »

Le maître, avec les élèves, fait une synthèse claire de ce qu'il faut retenir. Dans cette phase les nouvelles connaissances qui étaient des outils commencent à devenir des objets d'étude (les outils sont décontextualisés de façon à pouvoir servir dans d'autres situations).

Il est important qu'il y ait une trace écrite de cette synthèse (dans un cahier de règles ou sur un panneau ou dans un album collectif en maternelle ou...).

Remarque : les didacticiens parlent de *phase d'institutionnalisation* car les nouvelles connaissances deviennent les connaissances de la classe ; elles deviennent institutionnelles.

### 6°) Une phase « d'application » ou de « réinvestissement » (certains parlent aussi de « consolidation »)

L'élève est amené à mettre en oeuvre, individuellement ou en petits groupes, ce qu'il vient d'acquérir soit dans le même contexte soit dans un contexte différent (on peut alors parler de recontextualisation).

### 7°) Une phase « d'évaluation »

Il semble préférable que cette phase d'évaluation, individuelle, ne se situe pas immédiatement après l'introduction de la notion nouvelle mais, quelques temps après, de façon à voir s'il y a bien eu mémorisation.

### 8°) Une phase de « remédiation » éventuelle (suivie d'une nouvelle phase d'évaluation... )

### ♦ **Dénombrement des éléments d'une collection**

- Dénombrement : activité qui consiste à trouver le nombre des éléments d'une collection.
- Cas particuliers de dénombrement :
  - Dénombrement par comptage : activité qui consiste à trouver le nombre des éléments d'une collection en utilisant un numérotage (on établit une correspondance entre une partie de la suite des mots-nombres, donc une partie de la comptine numérique, et les éléments de la collection) et en accordant une importance particulière au dernier mot-nombre prononcé.
  - Dénombrement en utilisant des « collections-témoins organisées » (configurations spatiales de points appelées constellations ou configurations digitales ou ...).
  - Dénombrement par reconnaissance instantanée pour les petites collections.

### ♦ **Dialectique outil objet**

- Quand on cherche à résoudre un problème, on peut être amené à construire, dans un contexte donné, des outils nouveaux pour résoudre le problème posé.

Par la suite ces outils deviendront éventuellement eux-mêmes objets d'étude (ce qui s'accompagnera d'une décontextualisation...).

Les nouvelles connaissances seront alors disponibles et pourront servir d'outils pour résoudre, par la suite, dans d'autres contextes, d'autres problèmes (on pourra parler de recontextualisation...).

### ♦ **Problèmes "additifs" au cycle 2**

*Cela sent son Vergnaud ...*

1°) Problèmes "plus faciles" (problèmes résolus en utilisant une procédure experte dès le cycle 2)

a) Problèmes de réunions d'états où on cherche le tout.

Jean a 17 billes dans sa poche droite et 18 billes dans sa poche gauche. Combien a-t-il de billes en tout ?

b) Problèmes de changement d'états où on cherche l'état final.

- Jean avait 17 billes. Jean a donné 8 billes à Paul. Combien Jean a-t-il maintenant de billes ?

- Jean joue au jeu de l'oie. Il est sur la case 11 et tire un 4 avec le dé. Sur quelle case Jean doit-il aller ?

2°) Problèmes "plus difficiles" (problèmes résolus en utilisant des procédures personnelles au cycle 2)

a) Problèmes de réunions d'états où on cherche une des parties

Jean a 25 billes en tout. Il en a 18 dans sa poche gauche. Combien en a-t-il dans sa poche droite ?

b) Problèmes de changement d'états où on cherche la transformation

- Avant la récréation, Jean avait 15 billes. Après la récréation, Jean a 9 billes. Que s'est-il passé pendant la récréation ?

- Jean joue au jeu de l'oie. Avant de jouer, il était sur la case 11 et, après avoir joué, il est maintenant sur la case 14. Que s'est-il passé ?

c) Problèmes de changement d'états où on cherche l'état initial

- Avant la récréation, Jean avait des billes. Pendant la récréation, Jean a perdu 15 billes. Après la récréation, Jean a 25 billes. Combien Jean avait-il de billes avant la récréation ?
- Jean joue au jeu de l'oie. Il avance son pion de 11 cases et se retrouve à la case 25. A quelle case était Jean avant de déplacer son pion ?

d) Problèmes de comparaison d'états (CE1)

- Jean a 38 billes. Paul a 16 billes de moins que Jean. Combien Paul a-t-il de billes ?  
(recherche de l'état référé)
- Paul a 25 billes. Paul a 16 billes de moins que Jean. Combien Jean a-t-il de billes ?  
(recherche de l'état référent)
- Paul a 25 billes. Paul a 36 billes. Combien Paul a-t-il de billes en plus que Jean ?  
(recherche de la comparaison)

Remarque : les problèmes du genre « Jean a 18 billes et Paul a 26 billes. Combien Jean doit-il trouver de billes pour avoir autant de billes que Paul ? » peuvent être considérés comme des problèmes de changement d'états mais certains en font une catégorie à part appelée "problèmes d'égalisation".

♦ **Problème "ouvert"**

- Un "problème ouvert" est un problème dont la résolution n'a pour objectif ni d'introduire une notion nouvelle ni uniquement d'appliquer ou de réinvestir des connaissances.

L'objectif est de développer chez les élèves le goût de la recherche et les capacités à chercher.

*Ces objectifs sont aussi cités par les tenants des stratégies d'apprentissage s'appuyant sur les jeux.*

- Caractéristiques d'un "problème ouvert" :

- l'énoncé est court et concerne un domaine avec lequel l'élève a assez de familiarité pour prendre facilement "possession" de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, etc.
- l'énoncé n'induit ni la méthode ni la solution et celle-ci ne doit pas se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des résultats vus en cours.

♦ **Procédure experte et procédure personnelle**

- Une procédure experte correspond à un raisonnement et à des calculs qu'utiliserait une personne experte pour résoudre un problème (l'élève reconnaît un type de problème et sait qu'on résout ce type de problème en utilisant tel ou tel outil mathématique adéquat).

- Une procédure personnelle correspond à un mode de résolution correct mais différent des modes de résolution qu'utiliseraient des personnes expertes (par exemples schématisation et dénombrement par comptage pour trouver un résultat dans une situation où une personne experte utiliserait un calcul).

#### ♦ **Registre sémiotique**

- Tout concept est caractérisé non seulement par un ensemble d'éléments et par un ensemble de propriétés communes à ces éléments mais aussi par un ensemble de représentations.

Alors que certains concepts « quotidiens » peuvent être assimilés par un jeune enfant alors même qu'il aura encore du mal à le représenter (exemple : concept de frère), le risque en mathématique est de croire que parce qu'on a une certaine représentation d'un concept celui-ci est assimilé.

Les concepts mathématiques sont très abstraits et ils seront construits petit à petit en particulier en multipliant les représentations dans des registres sémiotiques (registres de signes) différents.

Ce qui pose problème et qui mérite que l'enseignant y réfléchisse ce sont les règles, souvent implicites, utilisées pour passer d'un registre à un autre.

#### ♦ **Situation-problème (signification accordée à cette expression en didactique des mathématiques)**

- Ce mot a été utilisé à une certaine époque dans les instructions officielles ; il y désignait toute situation vécue ou imaginée dans laquelle des questions étaient posées ou qui pouvaient amener à se poser des questions. **Les didacticiens utilisent à l'heure actuelle ce mot dans un autre sens.**
- Pour eux il s'agit d'une situation fabriquée dans le but de faire acquérir une connaissance précise aux élèves. Le problème posé doit avoir du sens pour l'élève et celui-ci doit pouvoir envisager ce qu'est une réponse possible. La situation doit permettre aux élèves de décider eux-mêmes si une solution trouvée est convenable ou pas.

Mais leurs connaissances doivent s'avérer insuffisantes pour résoudre immédiatement (*comprendre "sans bricolage"*) le problème posé. L'élève est ainsi confronté à un obstacle, il ne peut répondre au problème en se préoccupant uniquement de ce que le maître attend de lui, par simple analogie avec des situations déjà rencontrées (on parle parfois de situation a-didactique pour dire que c'est une situation que l'élève doit gérer lui-même en faisant fonctionner ses connaissances et en les modifiant, les intentions de l'enseignant n'étant pas explicites au regard de l'élève...)

*Réserves perso sur cette appel à la formule "situation a-didactique".*

L'élève va ainsi être amené à choisir une stratégie, à la modifier en cas d'échecs et en définitive à faire évoluer ses connaissances et à en construire de nouvelles (remarque : la situation doit être choisie de façon à ce que les connaissances qui sont l'objet de l'apprentissage fournissent les outils les mieux adaptés pour obtenir la solution...).

### ◆ Théorème en acte (ou théorème-élève)

- Théorème jugé vrai par l'élève et utilisé par lui. Il a son propre champ de validité mais il produit des résultats faux hors de ce champ de validité.

Exemple: « Quand on multiplie un nombre par 10 on ajoute un 0 ».

*Réserves perso : un théorème-élève est verbalisé par l'élève, à la demande -éventuellement pressante- de l'enseignant(e) ; un théorème en acte est une croyance non nécessairement réfléchie.*

### ◆ Variable didactique

- Dans une situation donnée une variable didactique est un élément dont la variation est susceptible de modifier le processus de résolution que les élèves vont adopter.

---

## Sommaire

---

|  |   |
|--|---|
| ◆ ALGORITHMME .....  | 1 |
| ◆ ARBRE DE DÉNOMBREMENT .....  | 1 |
| ◆ ASPECT CARDINAL ET ASPECT ORDINAL DU NOMBRE .....  | 1 |
| ◆ CALCUL AUTOMATISÉ .....  | 1 |
| ◆ CALCUL ET COMPTAGE .....   | 2 |
| ◆ CALCUL INSTRUMENTÉ.....  | 2 |
| ◆ CALCUL RÉFLÉCHI.....   | 2 |
| ◆ COMPÉTENCES ET OBJECTIFS.....  | 2 |
| ◆ DÉMARCHE D'APPRENTISSAGE (EXEMPLE D'UNE DÉMARCHE D'APPRENTISSAGE POSSIBLE) .                         | 3 |
| ◆ DÉNOMBREMENT DES ÉLÉMENTS D'UNE COLLECTION .....   | 5 |
| ◆ DIALECTIQUE OUTIL OBJET .....  | 5 |
| ◆ PROBLÈMES "ADDITIFS" AU CYCLE 2 .....  | 5 |
| ◆ PROBLÈME "OUVERT" .....  | 6 |
| ◆ PROCÉDURE EXPERTE ET PROCÉDURE PERSONNELLE .....   | 6 |
| ◆ REGISTRE SÉMIOTIQUE .....  | 7 |
| ◆ SITUATION-PROBLÈME (SIGNIFICATION ACCORDÉE À CETTE EXPRESSION EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES) ..... | 7 |
| ◆ THÉORÈME EN ACTE (OU THÉORÈME-ÉLÈVE) .....   | 8 |
| ◆ VARIABLE DIDACTIQUE.....   | 8 |