

De la géométrie à l'École Primaire (IV)

Les parties précédentes traitaient de :

- A. Que couvre le mot "Géométrie" ? (5 pages)
- B. Quel enseignement a priori de la Géométrie à l'école ? (8 pages)
- C. Survol rapide des programmes 2008. (8 pages)
- D. Quelques situations de classe jusqu'au CE2 (35 pages)
- E. Quelques situations de classe au CM 2 (24 pages)

Cette partie traite de :

- F. Glossaire (50 pages)
dont la section dédiée au thème Reproduire, construire, décrire ...
- G. Analyse didactique (6 pages)

F. Glossaire : Connaissances spatiales et géométriques¹ (1/50)

Connaissances spatiales (début)

Elles permettent à tout individu de contrôler **perceptivement** ses rapports à l'espace et de résoudre un certain nombre de problèmes comme :

- 🕸 –se repérer, se diriger
- 🕸 –recueillir, mémoriser, communiquer des informations liées à des objets, des positions, des déplacements ...

Elles sont convoquées lors de situations d'actions dans l'espace sensible ou de communication d'informations spatiales.

Exemples :

- + un jeune enfant joue avec un ensemble de solides qui peuvent s'insérer dans une boîte à formes. Il essaie puis modifie l'orientation de sa pièce pour la faire entrer dans le trou qu'il a choisi...
- + vous élaborez un trajet pour le communiquer à un tiers qui doit vous rejoindre en un point donné d'une ville qu'il ne connaît pas.

¹ Cette section emprunte fortement à un travail de Gérard Gerdil-Margueron IUFM Grenoble

F. Glossaire : Connaissances spatiales et géométriques (2/50)

Connaissances spatiales (suite)

Ces connaissances diffèrent selon les « milieux » spatiaux² rencontrés : le sujet doit adapter sa démarche en tenant compte des rétroactions propres à chaque milieu.

Cas du **Macro-espace** : le sujet doit prendre des décisions relatives à un territoire trop grand pour qu'il puisse l'embrasser d'un regard :

- + le sujet est plongé dans cet espace, il ne peut en avoir que des visions locales ;
- + toute vision globale de cet espace ne peut être qu'une construction intellectuelle. Cela suppose que le sujet se forge des outils pratiques (collection de plans, itinéraires, liste d'amers ...) qui relèvent du champ des connaissances géométriques car conceptuels.
- + Exemple : espace de la ville et du trajet que je dois décrire à mon correspondant.

² Ce concept, issu des travaux de G. Brousseau et G. Galvez, a déjà été abordé dans le document Géométrie(1) pp 9 et 10.

F. Glossaire : Connaissances spatiales et géométriques (3/50)

Connaissances spatiales (suite 2)

Ces connaissances diffèrent selon les « milieux » spatiaux rencontrés : le sujet doit adapter sa démarche en tenant compte des rétroactions propres à chaque milieu.

Cas du Meso-espace : le sujet prend des décisions relatives à un territoire placé sous le contrôle de sa vue :

- + le sujet fait partie de cet espace ;
- + il ne peut pas en manipuler tous les objets simultanément ;
- + mais il peut en avoir une vision globale pratiquement simultanément.
- + Exemples : Espace de la classe, de la cour de récréation, de l'atelier du charpentier qui prépare au sol un assemblage de pièces de bois qu'il doit ensuite monter et ajuster à 10m du sol ...
- + Attention : même si le sujet contrôle relativement bien ce genre d'espace, des connaissances spécifiques sont nécessaires pour garder trace de ses actions sur le milieu, pour transmettre, et sans doute pour anticiper.

F. Glossaire : Connaissances spatiales et géométriques (4/50)

Connaissances spatiales (suite et fin)

Ces connaissances diffèrent selon les « milieux » spatiaux rencontrés : le sujet doit adapter sa démarche en tenant compte des rétroactions propres à chaque milieu.

Cas du **Micro-espace :** Espace des petits objets que le sujet peut manipuler, déplacer ...

- + le sujet domine cet espace, le contrôle ...
- + il est situé à l'extérieur de cet espace et peut en percevoir les différents objets de manière exhaustive (point de vue omniscient)
- + Exemples : Espace de la feuille de papier, table du jeu de formes du jeune enfant ...

Deux remarques :

- 👁️ **Cet espace n'est pas forcément plus facilement modélisable que les deux autres. Ainsi un enfant qui peut décrire un assemblage de cubes depuis une position ne saura pas reconnaître cet assemblage sur une photo prise d'un autre point de vue.**
- 👁️ **Le micro-espace n'est pas une réduction d'un espace plus vaste. Par exemple, l'enfant de MS-GS ne sait pas produire avec des pièces Duplo la maquette de sa salle de classe.**

F. Glossaire : Connaissances spatiales et géométriques (5/50)

Connaissances géométriques

Elles se réfèrent à un savoir (mathématique), relatif à des concepts théoriques, organisés autour de définitions et théorèmes.

Elles permettent de résoudre des **problèmes** spatiaux par l'intermédiaire d'une modélisation et des problèmes théoriques en s'appuyant sur :

- + des représentations codées (schémas, figures de géométrie, dessins en perspective)
- + des démonstrations ou des descriptions dans un langage spécifique.

Les connaissances spatiales sont de l'ordre de l'intuitif et de l'expérience sensible.

D'ailleurs, l'enfant dispose de connaissances spatiales avant son entrée à l'école.

En revanche, les connaissances géométriques supposent de l'expérience et une prise de champ (expérience modélisante). Elles doivent être enseignées pour exister.

La suite du glossaire concerne plutôt les vocables liés aux connaissances géométriques.

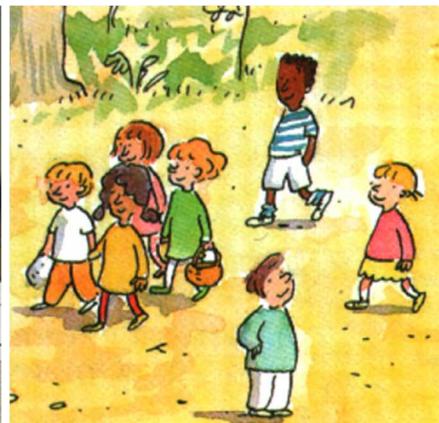
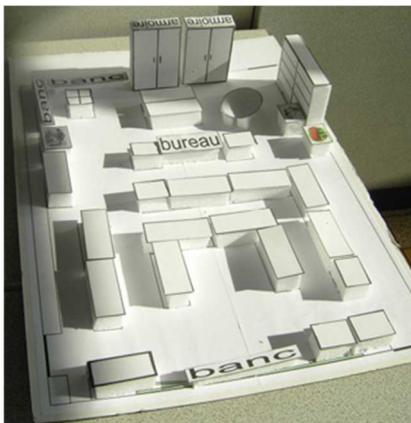
F. Glossaire 10 mots à connaître (6/50)

Scène

Représentation figurative et *facilement* lisible. **Une scène raconte et se laisse décrire.**

L'observateur dispose d'une vue globale, qui permet de considérer le tout et ses parties (il voit chaque petite voiture et toute la collection). Dans une scène, l'observateur peut coordonner des points de vue successifs et locaux (focus sur tel ou tel point) et un point de vue global et simultané. **Une scène tient du micro-espace.**

Les scènes peuvent être analogiques ou simplifiées, projetées (2D) ou spatialisées (3D).



F. Glossaire 10 mots à connaître (7/50)

Situations et représentations

- ✕ C'est par l'expérience corporelle que l'enfant découvre, perçoit puis comprend l'espace qui l'entoure. Cette construction de l'espace est un processus complexe, somme de nombreuses expériences et acquis.
- ✕ Un certain nombre de situations sont des faits scolaires, voulus par les enseignants, dans un but d'apprentissage. Ce qui suit concerne le cycle 1.
- ✕ On repère **trois types de situations**.
 - 🐛 **situation vécue** : elle permet l'expérimentation directe de l'enfant dans le méso-espace ou sur des objets du micro-espace.
Exemple : parcours de motricité, dépôt d'objets selon consignes, danses, etc.
 - 🐛 **situation transposée** : elle reprend en général une situation vécue mais facilite la décentration du sujet.
Exemple : L'enfant agit sur une poupée ou un petit personnage sur la maquette d'un parcours, l'enfant dépose des petits personnages sur un quadrillage représentant à l'échelle la bibliothèque de la classe.

F. Glossaire 10 mots à connaître (8/50)

Situations et représentations (suite)

 **situation représentée** : des situations vécues ou transposées sont évoquées, soit à travers des dessins (produits ou non par les enfants) soit à travers des descriptions. Les descriptions peuvent porter sur des photographies prises au moment de la situation initiale.

 **Situation fictive** : Il s'agit d'une extension des situation représentée. On retiendra dans cette catégorie, des situations de verbalisation déclenchées par des **images artificielles**, plus généralement des **scènes**.

Exemples : la plupart des illustrations des manuels scolaires appartiennent à cette catégorie. Les LDM associés invitent souvent les enseignants à simuler la scène avant de soumettre à discussion l'illustration.

 **Attention** ! Les représentations enfantines empruntent à un code du récit, fortement séquentiel. En général la perspective n'est pas respectée ou ne l'est que très localement, le point de vue est multiple, on pourrait presque dire "omniscient". Les représentations sont donc nécessairement subjectives.

F. Glossaire 10 mots à connaître (9/50)

Rapports spatiaux : Positions et orientations

- ✘ Le repérage des positions et orientations participent de la **structuration de l'espace**. Il relève d'une **analyse perceptive** qui procède d'abord d'**oppositions** (ou contrastes) ; c'est l'opposition qui est perçue avant chaque terme du contraste (F. Boule).
Exemple : **Dedans/dehors, dessus/dessous**.
- ✘ Ces oppositions acquièrent un **tropisme**, l'**un** des deux **termes** devient **positif**, il est acquis en premier, l'**autre** devient **négatif**, l'enfant n'y recourt pas spontanément.
Exemples de pôles positifs : au dessus, devant, à-droite.
- ✘ On peut rapprocher cette remarque de l'observation suivante : l'enfant de maternelle ne sait pas faire marche arrière, il fait demi-tour, **il ne sait pas défaire**. Dit autrement, pour annuler une chaîne d'actions A, B, C, il ne produit pas la chaîne C^{-1} , B^{-1} , A^{-1} .
- ✘ Puis **ces oppositions s'affinent** : une **gradation** s'installe **entre les pôles**, permettant de situer des termes intermédiaires ou des contrastes relatifs.
Exemple : **en avant de, plus haut que, plus loin que, à coté de, au centre de, en face de**.
- ✘ Les oppositions **sur/sous, dessus/dessous, haut/bas** sont facilement acquises en PS, et ce du fait de la pesanteur (Cf. conquête de la station debout et axe pinéal). Mais les nuances relatives comme **au dessus-de** viendront en MS.

F. Glossaire 10 mots à connaître (10/50)

Rapports spatiaux : Positions et orientations (suite et fin)

✕ De même l'opposition **devant/derrière** (sous-entendu moi) apparaît dès la PS car la **référence naturelle pour l'enfant est son propre corps**, qui organise le monde.

L'opposition **en avant/en arrière** attendra la MS, quand l'enfant, ayant conquis la **fonction symbolique** acceptera que **le monde s'organise sans lui**.

Toutes ces remarques ont à voir avec la problématique du repérage.

Repère

Tout dispositif qui permet de situer ou de se situer.

Un repère est d'abord une connaissance spatiale, mais à mesure que l'espace qu'il structure s'organise et se modélise, la connaissance devient géométrique.

✕ **Le repère est en premier lieu mobile³**.

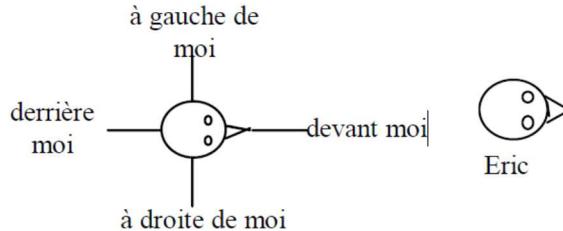
Les situations les plus faciles sont celles où l'élève doit situer des « objets » par rapport à lui-même (il lui est plus facile de répondre à la question « qui est devant toi ? » que de répondre à la question « devant qui es-tu ? »)

³ Ce qui suit, dont les figures doit beaucoup à D. Pernoux.

F. Glossaire 10 mots à connaître (10/50)

Repère (suite)

L'enfant fait appel à un repère implicite qui lui est lié :



Elève : « Eric est devant moi »

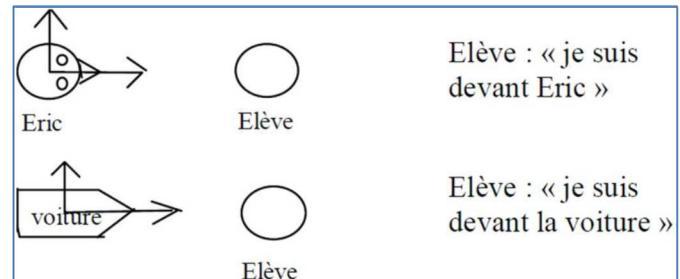
En quelque sorte, le repère est ego-centré, le repérage est local.

✕ Puis viennent les situations où l'élève doit se situer par rapport à un « objet ».

On distingue deux cas.

Cas n° 1 : « l'objet » est **orienté**.

Le repérage reste local, fixé à l'objet observé, qui impose son repère propre.



F. Glossaire 10 mots à connaître (11/50)

Repère (suite)

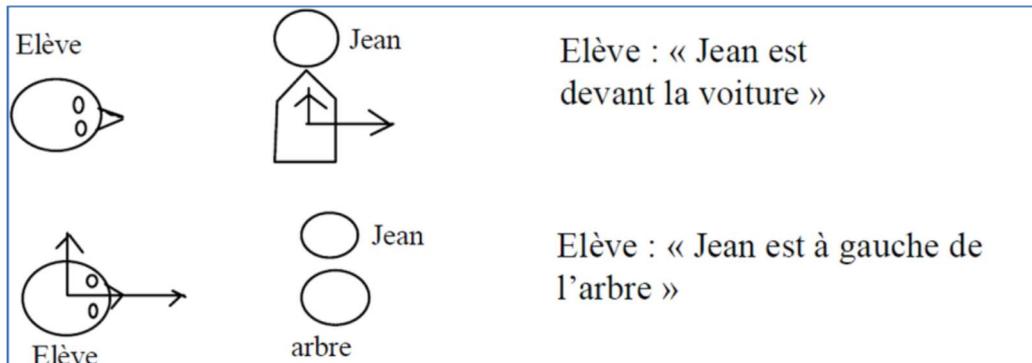
L'élève doit se situer par rapport à un « objet ».

Cas n°2 : « l'objet » **n'est pas orienté** : l'élève aura beaucoup de mal à répondre alors même qu'il sait se situer par rapport à cet objet. L'opération demandée suppose une inversion de point de vue, qui passe par une mentalisation globale du fragment d'espace contenant l'objet et l'enfant.

✕ **Viennent enfin les situations où l'élève doit situer un « objet » par rapport à un autre.**

Ce sont les plus délicates car l'enfant doit choisir si le repère (relatif) à utiliser doit être lié à l'un des deux « objets » ou au sujet qui regarde.

Cette **problématique** est particulièrement évidente quand il s'agit de **décrire une scène**.

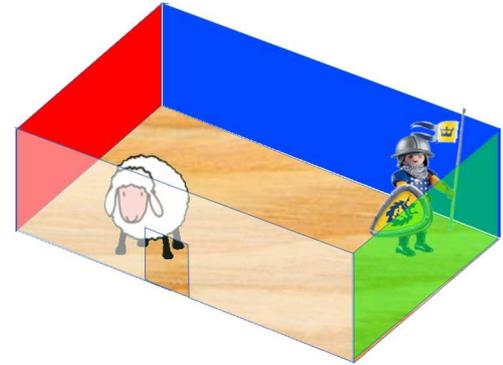


F. Glossaire 10 mots à connaître (11/50)

Repère (suite et fin)

✕ **Repère fixe et décentration:** Parfois, l'espace d'accueil impose un repère. Il peut aussi s'agir d'une imposition de l'enseignant(e).

On dispose en premier lieu de directions, propre à l'espace, donc indépendante du sujet (locuteur ou auditeur), qui imposent une structure au minimum bidimensionnelle⁴. Dans l'exemple ci-contre, ce sont les murs qui imposent ces axes (du rouge au vert, du bleu au blanc).



✕ Pour valuer les positions, il faut quantifier les axes.

D'où l'importance du **travail sur quadrillage** qui permet de repérer et fixer des positions :

- ✕ de façon absolue (nomination ou indexation des lignes et des colonnes)
- ✕ de façon relative (trajet à partir d'un point d'origine connu par exemple).

✕ **La géométrie pure ne suppose pas de repère. Les formes sont dessinées pour elles-mêmes, sans lien avec la forme du support utilisé.**

⁴ Cas typique du déplacement dans le plan de la salle de motricité.

F. Glossaire 10 mots à connaître (12/50)

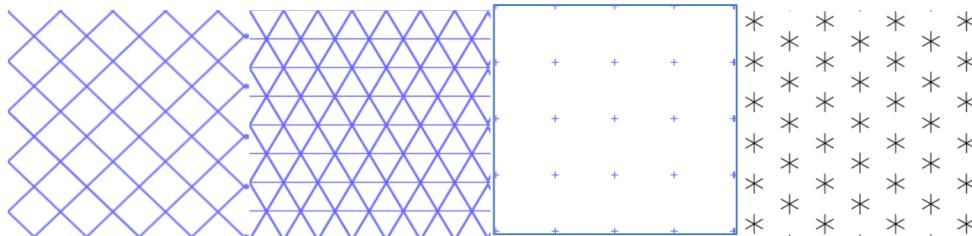
Support

✕ D'abord fait de sable, de cendres, puis d'argile molle (les fameux scribes et leur calame).

Vint le velum, le parchemin, le papier⁵. L'écran a tendance à se substituer au papier.

✕ Permet de tracer des schémas, des représentations, des figures.

✕ Le papier est a priori vierge. Mais pour divers besoins, on a produit des papiers lignés et des papiers pointés. Les pédagogues se sont emparés de ces papiers.



✕ On tient là une **variable didactique** : il est plus facile de (re)produire certaines figures quand le travail se fait sur du papier *équipé* plutôt que vierge.

Le papier *équipé*, parce qu'il permet le comptage de nœuds, permet de repérer :

✚ des directions, des alignements, des transversalités

✚ des longueurs, même non mesurables (j'avance de 5 et je monte de 3)

⁵ Le papier calque n'est pas considéré ici comme un support mais comme un outil.

F. Glossaire 10 mots à connaître (13/50)

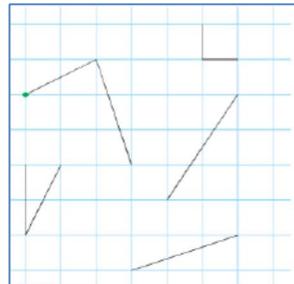
Support (suite)

97

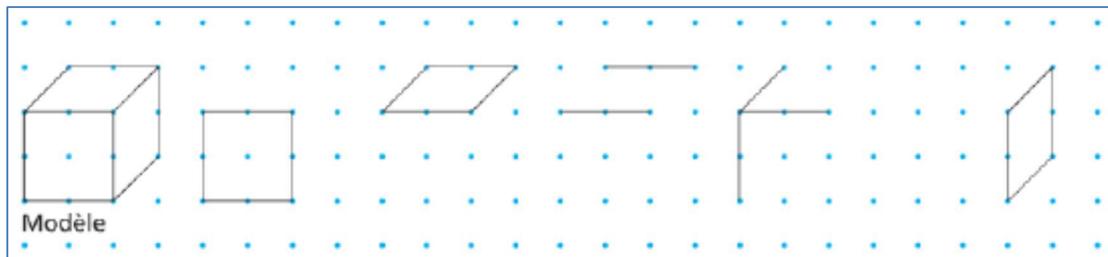
☒ Exemples de travaux sur papier équipé

Compléter un tracé pour reproduire un modèle

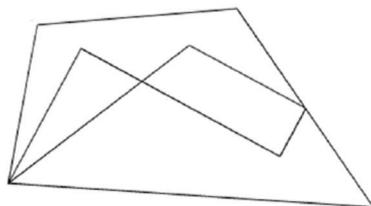
a) sur papier à carreaux



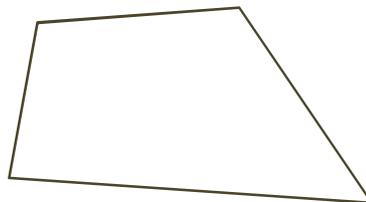
b) sur papier pointé



☒ Exemples de travail sur papier libre : Compléter un tracé pour reproduire un modèle



modèle

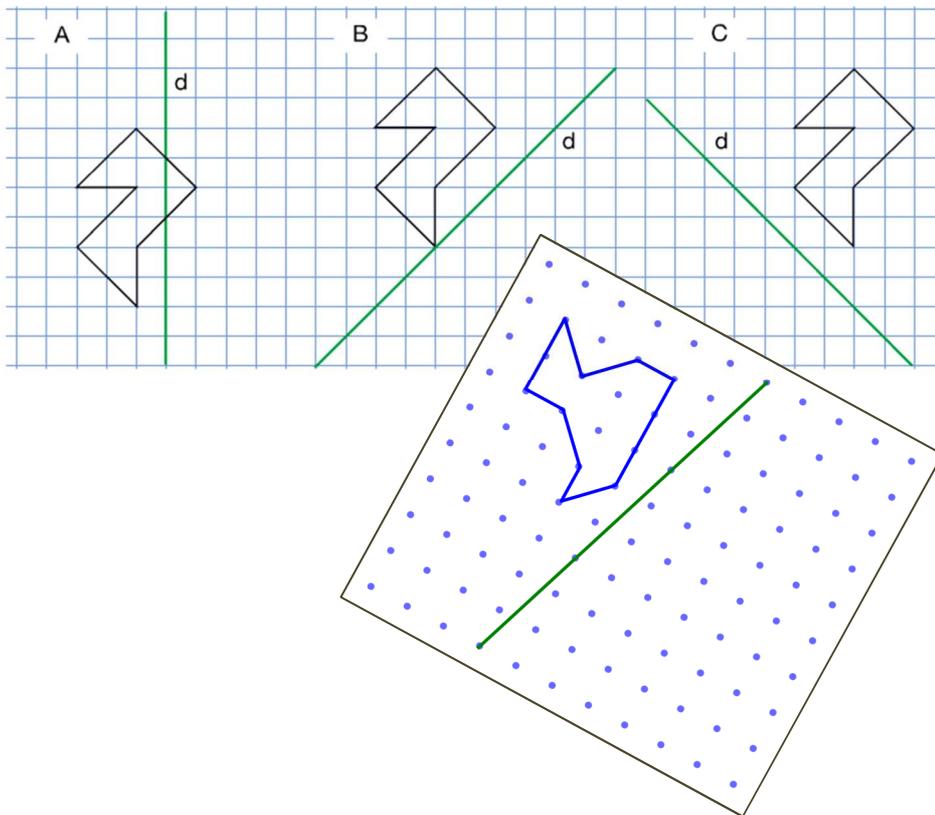


F. Glossaire 10 mots à connaître (14/50)

Support (suite et fin)

α Symétrie sur papier équipé :

Dans chaque cas, reproduis la figure et la droite d.
Puis construis la figure symétrique par rapport à la droite d.



Attention : dans les cas favorables, le papier équipé facilite la tâche. Il permet sans doute de faire repérer que l'axe de symétrie est médiatrice du segment joignant 2 points homologues (pour dire vite). Mais ce constat se généralise-t-il facilement ? Le quadrillage est-il toujours un bon support ?

F. Glossaire 10 mots à connaître (15/50)

Figure (de géométrie)

- ✕ Au sens figuré, ensemble de traces laissées par un scripteur sur un support, interprétable par le lecteur. **Dans ce sens, la figure se confond avec le dessin.**
- ✕ ERMEL récuse ce sens : une figure est un objet de la géométrie euclidienne ; c'est un objet de pensée, une idéalité.
- ✕ Une figure peut être décrite par un texte, une formulation, un programme de construction, la description de ses propriétés.
- ✕ Une figure peut être représentée par un dessin, un schéma, une maquette ...

Figure simple/complexe

- ✕ Une figure est dite simple si :
 - ✚ soit, elle se laisse percevoir d'un seul tenant ;
 - ✚ soit, elle est, elle même, décomposable en quelques formes simples.
- ✕ Les formes simples sont :
 - ✚ les lignes non fermées, droites ou courbes (en ce cas isolées)
 - ✚ les archétypes déjà rencontrés en maternelle : rond, carré, triangle.

F. Glossaire 10 mots à connaître (16/50)

100

Figure simple/complexe (suite)

✕ Les figures simples sont composées de *bonnes formes* (au sens de la Gestalt).

✕ Les propriétés intra-figurales sont facilement perceptibles :

- + traits ayant même direction (sans autre justification que l'œil),
- + traits transverses de façon franche (angle droit implicite),
- + polygones réguliers (carré ou équilatéral),
- + courbes fermées (ovale ou rond).

✕ Les figures complexes sont des assemblages de figures simples. Les figures complexes nécessitent analyse.

Attention : la complexité est relative. Les capacités d'analyse dépendent du niveau de connaissances du lecteur.

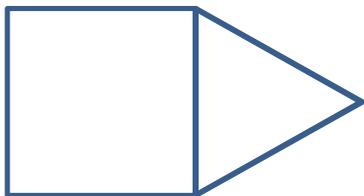


Figure simple

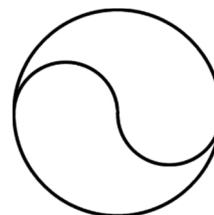


Figure complexe

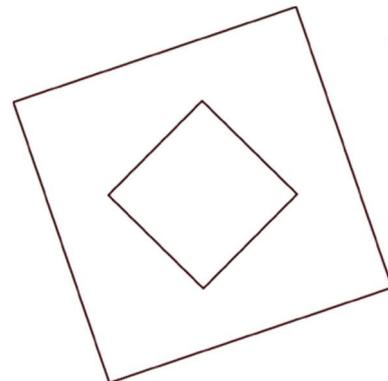
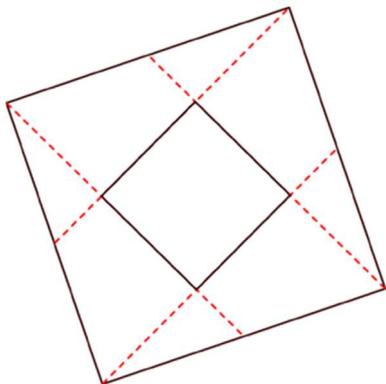
F. Glossaire 10 mots à connaître (17/50)

Sous-Figure

✘ La figure ci-contre présente deux carrés l'un dans l'autre.

Mais comment sont-ils imbriqués ?

✘ La solution vient d'une sous-figure, non visible sur le dessin fourni, et que le dessin ci-dessous à droite révèle.



Les sous-figures sont responsables des propriétés intra-figurales : elles permettent de constater puis de décrire.

Exemples de constats fréquents : alignements, directions, ratios (être au centre ou au milieu), figure masquée (Cf. infra).

Elles sont parfois incontournables pour construire. Elles peuvent alors apparaître comme des tracés de construction. Dans ce cas, un code (couleur ou type de trait) est mis en œuvre.

✘ Attention au contre-sens : Les sous-figures ne sont pas synonymes de tracés.

Exemple : étant donné un carré et son centre, on peut faire apparaître les milieux des cotés, sans tracer un seul trait. On profitera simplement d'un instrument (l'équerre).

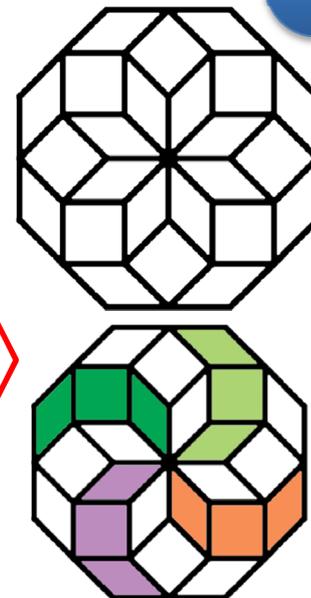
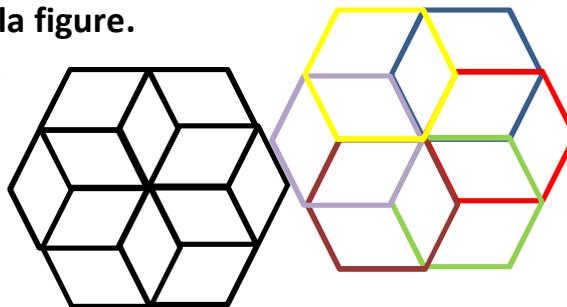
F. Glossaire 10 mots à connaître (18/50)

Sous-Figure (suite et fin)

✕ Dans certains cas, la sous-figure est une composante de la figure, mais le tracé de cette dernière masque la composante.

C'est le cas dans l'exemple ci-contre. Un simple coloriage permet de dégager l'octogone qui engendre la figure.

Même principe avec le carreau ci-contre, engendré cette fois-ci par un hexagone pivotant autour d'un de ses sommets.



Sur-Figure

✕ Les sous-figures sous-tendent les figures.

Mais lorsqu'on les fait apparaître, elles se superposent à la figure qu'elle régle, on pourrait dire qu'elles se surimposent.

✕ Aussi certains auteurs (dont Charnay) préfèrent appeler ces figures des sur-figures.

Suite du roman sur les sous/sur-figures à l'entrée *Difficultés rencontrées par les élèves.*

F. Glossaire 10 mots à connaître (19/50)

Figure prototypique

✕ D'après le petit Robert, un prototype est un premier type, un modèle premier.

Le prototype anticipe donc la fabrication ou la reproduction.

✕ Wikipédia rappelle que le terme prototype est souvent employé comme équivalent de « Modèle particulièrement représentatif d'un type donné »

✕ Les didacticiens ont repris cette appellation pour désigner :

 des figures simples

 immédiatement discernables ou repérables dans une figure complexe

 indépendamment de sa taille ou de sa présentation.

✕ Une figure prototypique est donc un archétype⁶. On peut citer :

 triangles : triangle rectangle, isocèle, rectangle isocèle, équilatéral

 quadrilatères particuliers : carré, losange, rectangle

 cercle

 cylindre, cône, pavé ...

⁶ Certains auteurs distinguent les deux notions : l'archétype serait premier, dû à l'expérience, le prototype serait second, résultat d'un apprentissage.

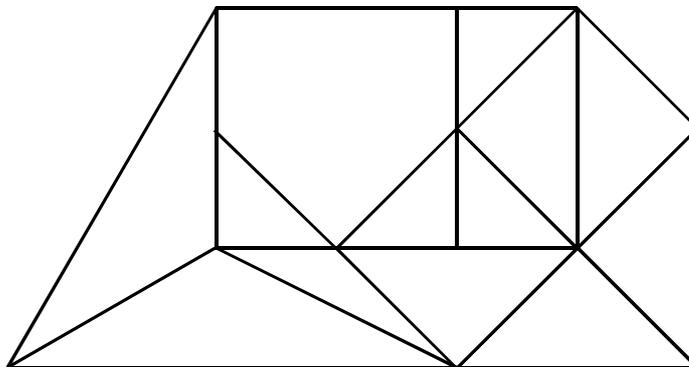
F. Glossaire 10 mots à connaître (20/50)

Figure prototypique (suite)

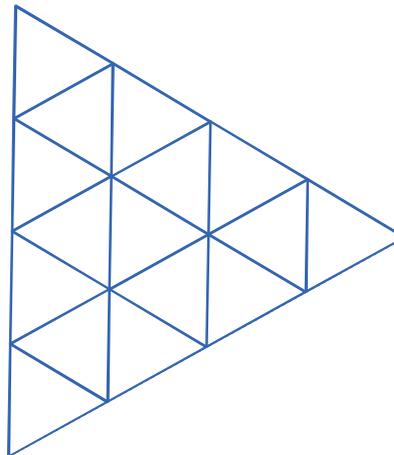
✕ Les élèves ont du mal à repérer ces figures lorsqu'elles ne sont pas isolées.

Exemple trouvé dans Charnay-Mante.

Sur la figure ci-contre, quelles figures reconnaissez-vous ?



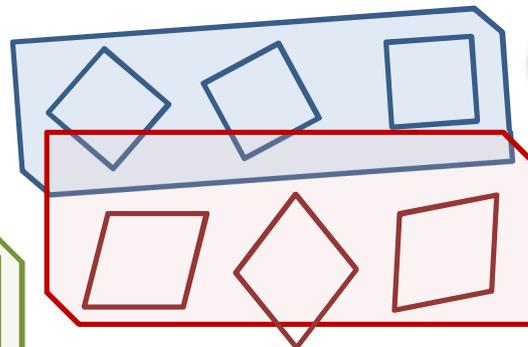
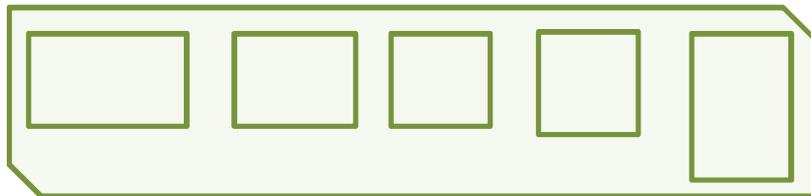
✕ Dans la même veine,
exercice de comptage : combien de triangles ?
{Il s'agit bien de voir ici des sur-figures.}



F. Glossaire 10 mots à connaître (21/50)

Figure prototypique (suite et fin)

✕ Les élèves ont du mal à repérer ces figures lorsqu'elles ne sont pas en position stéréotypée.



105

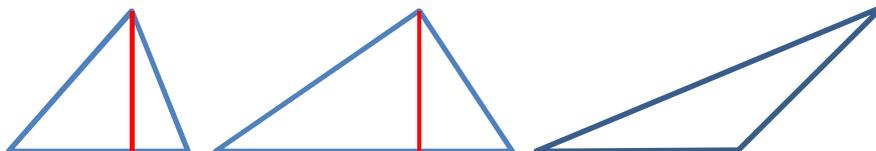
Que voyez-vous dans les différents cartouches ?

✕ Il est connu que les élèves pensent en disjonction et non en conjonction : un carré n'est pas un rectangle et donc un rectangle ne peut être carré.

Même démarche pour opposer losange et carré, losange et parallélogramme.

✕ Un triangle est quelconque, équilatéral, rectangle, isocèle, mais pas rectangle isocèle.

✕ Dans un triangle, les élèves privilégient certaines hauteurs, ou n'en voient aucune.



F. Glossaire 10 mots à connaître (22/50)

Tracé / Tracer

- ✘ Le verbe renvoie au fait de **tirer des traits** pour faire apparaître du *reconnaisable*.
- ✘ Le tracé peut se faire sur de nombreux supports (argile, sable, feuille de cuivre, planche de bois, divers papiers) et avec une palette plus ou moins large d'outils (main levée, gabarits, compas, logiciels).
- ✘ Le tracé peut se vouloir réaliste (exemple de la "ligne claire" dans le monde de la BD) ou symbolique (plan de table lors d'une cérémonie), il confine alors à un schéma.
- ✘ Le tracé se fait toujours selon des **conventions**.
Exemple : pas de perspective dans les estampes chinoises.
- ✘ Dans le cas de la géométrie plane, le tracé plan est constitué de lignes⁷ dont l'épaisseur ne compte pas. Le donné à voir, fruit d'un tracé, se laisse décoder selon une **syntaxe** que le dessinateur-géomètre doit maîtriser⁸.

⁷ droites ou courbes

⁸ Certains traits sont constituants de formes géométriques : ils peuvent signifier des droites ou des segments ; d'autres sont des marqueurs indispensables au décryptage : petits tirets pour marquer des segments, petites croix pour marquer des points.

F. Glossaire 10 mots à connaître (23/50)

Tracé / Tracer (suite et fin)

107

✕ Le substantif Tracé renvoie à une production. Il peut s'agir :

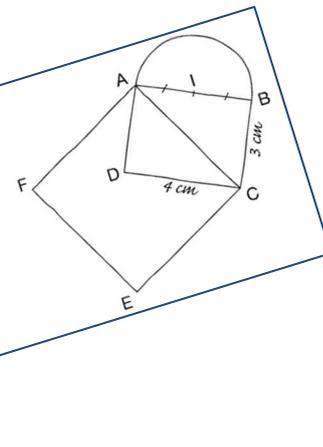
- ✚ du fruit d'une commande (prof. Manuel, soi-même)
- ✚ d'un élément d'une consigne en vue d'une production comme ci-contre.

✕ Un tracé peut donc servir de description.
(Cf. section "Reconnaître Décrire ...")
surtout quand il est fait à main levée.

Voici le schéma à main levée d'une figure et des informations pour le compléter :

- ABCD est un rectangle,
- le demi-cercle a pour centre I,
- ACEF est un carré.

Écris la liste de tout ce que tu sais sur la figure, puis construis-la avec tes instruments.



Tracé à main levée

✕ Le tracé à main levée, introduit dans les programmes 2008, remplit plusieurs fonctions.

🌀 Fonction d'économie : la production d'un schéma permet bien souvent d'alléger la pensée : *Un bon croquis vaut mieux qu'un long discours* (👤).

Le dessin à main levée permet de condenser les informations à l'essentiel.

Le dessin à main levée tient du discours. Il est l'épure de la pensée géométrique.

F. Glossaire 10 mots à connaître (23/50)

Tracé à main levée (suite et fin)

Le tracé à main levée, introduit dans les programmes 2008, remplit plusieurs fonctions.

✎ **Fonction programmatique** : Le dessin à main levée permet d'anticiper une description, en fixant rapidement la structure interne de la forme à décrire. Il permet aussi d'anticiper un scénario de construction⁹.

Le dessin à main levée permet -à condition que la main soit suffisamment libérée- de se concentrer sur les étapes, sans se préoccuper encore des outils de tracé¹⁰.

✎ **Fonction pédagogique** : Le tracé à main levée permet aux élèves de s'approprier certaines propriétés des figures planes :

S'ils veulent que l'on reconnaisse la figure qu'ils ont tracée, il est nécessaire qu'ils s'intéressent de près aux propriétés afin de les faire apparaître sur leur tracé. Cela permet aussi à l'enseignant de voir justement dans ce tracé à main levée, quelles sont les caractéristiques de la figure prises en compte par l'élève. (D'après TFM).

⁹ qui pourrait déboucher sur un programme de construction

¹⁰ La recherche de patrons de solides grâce à des petits croquis est révélatrice de la puissance du dessin à main levée.

F. Glossaire 10 mots à connaître (24/50)

Outil-Instrument-technique

Dans le texte officiel, instruments et techniques sont cités dans la même phrase. Quelle relation unit ces deux termes ? En revanche le mot "outil" n'apparaît pas.

✕ Un **instrument** est un *objet* permettant à un agent conscient de mieux percevoir son environnement.

✕ Un **outil** est un *objet* permettant d'agir sur son environnement, par exemple pour le transformer.

Exemples : une longue-vue est un instrument, un marteau est un outil.

✕ Outil et instrument ne sont pas obligatoirement manufacturés :

- ✚ une simple baguette pourra servir d'outil au chimpanzé pour aspirer goulument une fourmilière ou d'instrument au joueur de pétanque pour savoir quelle boule est la plus près du cochonnet.
- ✚ Une ficelle peut faire office de compas (outil de tracé) ou permettre d'estimer des longueurs (instrument de mesure).

F. Glossaire 10 mots à connaître (25/50)

Outil-Instrument-technique (suite 1)

✕ L'outil serait tourné vers la production et l'instrument vers l'observation.

Mais le sens de ces deux mots s'échange parfois : les instruments de chirurgie sont des outils (on transforme en réparant), le violon (qui produit de la musique) peut être un instrument de torture.

✕ Un outil (resp. un instrument) permet des usages spontanés et très divers :

✚ Le boulier chinois me permet a priori -et aussi bien- de jouer des maracas, de construire un petit train ou même de faire du patin à roulettes.

✚ Le compas me permet de rêver en simulant un avion à flèche variable, de construire des petits mobiles, de percer une feuille pour reporter des points ...

✕ Ainsi, à un instrument comme à un outil est associé un ensemble de manipulations spontanées (sauvages) ou apprises.

Rien n'empêche par ailleurs de détourner un outil : qui n'a pas enfoncé un clou avec le manche de son tournevis ?

✕ On appellera technique d'un instrument ou d'un outil l'ensemble des savoir-faire dans sa mise en œuvre : cela recouvre des capacités, des procédures et des connaissances plus ou moins théorisées.

F. Glossaire 10 mots à connaître (26/50)

Outil-Instrument-technique (suite 2)

✕ Les didacticiens (Ermel en tête) ont repris l'analyse de Pierre Rabardel.

🐛 Le vocable *instrument* est plutôt privilégié (au dépens d'*outil* sauf dans le cas des logiciels –une commande est un outil car elle déclenche un effet).

🐛 Un instrument résulte de trois composantes :

✚ ① Un **objet matériel** (aussi appelé **artefact**) ; cet objet a été conçu initialement pour un but déterminé, mais ce but peut ne plus être suivi (pour diverses raisons).

Exemple :

L'équerre avait été conçue pour tracer des angles de 30°, 60°, 90°. Mais à l'école primaire, l'équerre ne sert plus qu'à repérer des angles droits ou tracer des perpendiculaires.

✚ ② Les schèmes d'utilisation : savoir l'ensemble des utilisations légitimes de l'outil.

Exemples :

Une règle graduée permet de tracer des segments de longueur compatible avec l'unité portée par la règle, dans certains cas de marquer des milieux ...

Un gabarit d'angle permet de tracer des parallèles ...

F. Glossaire 10 mots à connaître (27/50)

Outil-Instrument-technique (suite 3)

Un instrument résulte de trois composantes

- ✚ ③ Les représentations conceptuelles sous-jacentes à l'emploi de l'instrument.

Exemple :

Pour tracer un triangle de cotés respectifs 3, 4, 5 cm, l'élève trace un segment de 5 cm puis deux (arcs de) cercles de rayons respectifs 3 et 4 cm, centrés aux extrémités du segment : le compas est associé au concept de cercle et à la notion de distance.

✚ Ermel repère que la maîtrise progressive d'un instrument relève de deux processus :

- ✚ **Processus d'instrumentalisation** : l'élève découvre progressivement les fonctions propres à l'instrument.

Exemple : l'équerre sert d'abord pour ses bords droits, puis pour son angle droit.

- ✚ **Processus d'instrumentation** : les schèmes d'utilisation évoluent et s'enrichissent.

Exemple : Dans un premier temps, le compas sert à tracer des ronds (figure "cercle") puis à tracer des cercles de centre donné et de rayon donné, puis de centre donnée et passant par un point donné, enfin à tracer des arcs de cercle. Dans un deuxième temps, le compas sert à reporter ou comparer des distances

F. Glossaire 10 mots à connaître (28/50)

Outil-Instrument-technique (suite 4)

Vous trouverez dans ma fiche "Instr_Geom.pdf" une présentation rapide des instruments à proposer aux enfants. Cette fiche développe et enrichit ce qui suit.

✕ Les instruments de géométrie se répartissent en 3 classes (non étanches).

- ✚ Classe des **scripteurs** : crayon, tire-ligne, surligneur, compas, gomme ;
- ✚ Classe des **guides** : règle (non graduée), équerre ou gabarit pour tracer selon certaines directions, pistolet, papiers préparés (pointés ou quadrillés).
- ✚ Classe des **outils de mesure** : règle graduée, pied à coulisse, équerre, rapporteur, compas (dans la mesure où cet instrument permet de transporter des distances).

✕ A ces instruments, on peut ajouter :

- ✚ **Jauge oculaire** : elle permet d'anticiper, de contrôler un geste, mais aussi d'estimer une relation de parallélisme, de perpendicularité, de symétrie.
- ✚ **Papier calque** : le papier-calque permet les empreintes ; on décalque une *forme*, puis, par transport, on vérifie l'identité d'autres *formes*, éventuellement après symétrie. Le papier-calque agit ici comme un instrument. Il peut aussi permettre de dupliquer un motif (frises, pavages), il s'agit alors d'un outil.

F. Glossaire 10 mots à connaître (29/50)

Outil-Instrument-technique (suite 5)

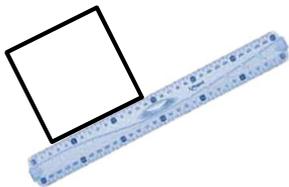
- ✕ **Les instruments jouent divers rôles** dans les situations d'apprentissages. Selon Ermel :
- 🪄 Ils peuvent servir la communication : l'enfant montre son équerre plutôt que d'utiliser le vocabulaire lié à l'orthogonalité.
 - 🪄 Ils sont au service de la construction de figures, soit par application d'automatismes, soit en faisant référence à des propriétés géométriques.
 - 🪄 Ils permettent de vérifier une hypothèse (cette figure est un rectangle) ou une construction (en validant le tracé)
- ✕ **Un même instrument peut servir plusieurs concepts et un même concept doit être rencontré par les élèves en utilisant divers instruments.**

| 1 instrument –ici la règle- pour : | 1 concept –ici l'angle droit- à travers plusieurs instruments : |
|--|---|
| Détecter des alignements (pts ou segmts) | Équerre |
| Tracer des traits (droites ou segments) | Téquerre |
| Chercher des intersections | Coin d'une feuille pliée en 4 pli sur pli |
| Mesurer ou reporter des longueurs | Compas (triangle inscrit dans un 1/2-cercle) |

F. Glossaire 10 mots à connaître (30/50)

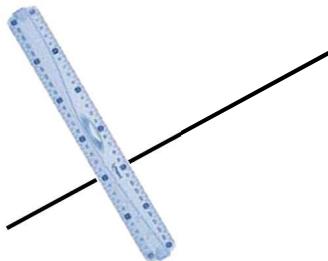
Outil-Instrument-technique (suite 6)

- ✕ Les instruments peuvent être utilisés de façon attendue, détournée, voire incorrecte.
- ✕ A chacun de ses usages correspondent donc des techniques valides, débrouillardes, erronées.



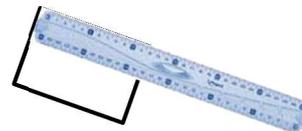
Mesurer pour vérifier la nature de la figure.

Correct



Profiter de la double graduation pour tracer une perpendiculaire.

Débrouillard



Profiter du coin de la règle pour vérifier un angle droit.

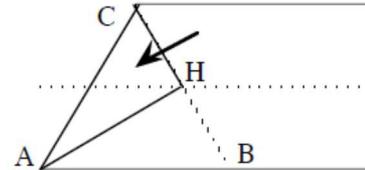
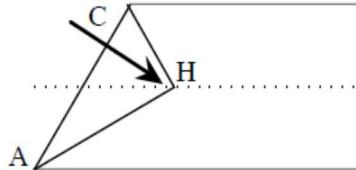
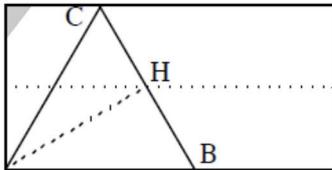
Incorrect

F. Glossaire 10 mots à connaître (31/50)

Outil-Instrument-technique (suite et fin)

✕ Une technique n'est pas assez sollicitée à l'école primaire : le pliage.

- ✚ Milieu d'un segment
- ✚ Repérage de l'axe de symétrie d'une figure symétrique
- ✚ Perpendiculaire à une droite passant par un point
- ✚ Hauteur dans un triangle acutangle¹¹
- ✚ Centre d'un cercle
- ✚ Production d'un gabarit d'angle droit
- ✚ Présentation de deux plis parallèles (comme perpendiculaires à un tiers pli)
- ✚ Production simple du carré puis recherche de ses médianes et diagonales (Tangram en vue)
- ✚ Production du triangle équilatéral.



Dessin François Boule

¹¹ Se dit d'un triangle dont tous les angles sont aigus. On est assuré que les trois hauteurs sont internes au triangle.

F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (32/50)

Reconnaître

- ✕ En présence d'un objet, on s'en fait une image, que l'on appellera directe ; on peut aussi évoquer un objet à travers une image (plane) fournie¹².
- ✕ Le sujet se constitue au cours de sa vie un corpus d'images qu'il structure de façon complexe. L'école a à charge de faciliter la constitution d'un corpus géométrique.
- ✕ **Reconnaître c'est identifier.**
- ✕ Premier mode : identifier la figure **avec une figure prototypique** stockée dans la mémoire à long terme : *Je sais que c'est un carré car la figure a la forme d'un carré.*
 - ☞ **La reconnaissance est globale.**
 - ☞ Le sujet mobilise un répertoire mémoriel pour y trouver un équivalent.
 - ☞ **Si le répertoire est incomplet, l'identification échoue.**
 - ☞ **Mais le sujet peut disposer d'une image mémorielle proche de l'image proposée, permettant ainsi l'identification. Il y a alors adaptation de l'image mémorielle à l'image proposée, par léger déplacement ou par agrandissement-réduction.**
 - ☞ **La reconnaissance de cette proximité enrichit le répertoire.**

¹² Dans le cas des figures de géométrie plane, figure et image tendent à se confondre.

F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (33/50)

Reconnaître (suite 1)

⌘ **Second mode** : identifier des **traits spécifiques et caractéristiques** de la forme proposée.

☞ La reconnaissance est donc analytique : *C'est un carré parce qu'il a*

☞ C'est le principe même d'une démarche géométrisante : Reconnaître consiste ainsi à résumer la forme étudiée en un ensemble fini de qualificatifs, faisant parties d'un glossaire existant ou en construction.

⌘ La reconnaissance est souvent à cheval sur ces 2 moyens :

+ filtrer rapidement le catalogue de bonnes formes,

+ puis spécifier dans la liste des candidats retenus le modèle (proto-)typique correspondant au donné.

⌘ Ce qui précède s'applique aux voyants, qui peuvent appliquer un procédé de lecture globale des formes exposées. Un travail consiste à subsumer les diverses présentations de la forme pour en garder les traits fondamentaux, les invariants.

Un malvoyant profite de ses doigts pour investiguer une forme. Son approche est nécessairement plus analytique a priori, parce que kinesthésique, mais elle débouche toujours sur l'élaboration d'une image synthétique.

F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (34/50)

119

Reconnaître (suite et fin)

✘ La **reconnaissance** analytique (second mode) peut, ou non, être **instrumentée**.

On distingue plusieurs variables didactiques :

- + présence ou non d'instruments
- + figures isolées ou à isoler (relire paragraphe consacré aux sous-figures)
- + figures en position stéréotypée ou non
- + nature du support



Décrire

✘ Le verbe connaît plusieurs sens : la pierre lancée vigoureusement en l'air décrit une parabole, le romancier (de gare) décrit ses personnages à grands traits ...

✘ **Décrire suppose un vocabulaire spécifique et un langage propre**, capables de prendre en charge l'objet soumis à analyse, selon le champ auquel il appartient :

☞ Décrire le sentiment diffus de plénitude un beau soir d'été au milieu d'un champ de marguerites tient de la poésie (ou de la littérature).

☞ Décrire l'Atomium de l'expo universelle de Bruxelles 1958 tient de la géométrie.

F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (35/50)

120

Décrire (suite 1)

✘ La capacité à décrire est en tension avec la reconnaissance.

Cette tension est dialectique : on décrit bien ce que l'on reconnaît, on reconnaît bien ce que l'on connaît et l'on connaît parce que l'on peut décrire.

✘ Décrire a à voir avec nommer.

☞ Pour parodier Saussure (voir aussi Barthes), on décrit en **paradigme** (on rapproche des formes semblables, tous les triangles, tous les quadrilatères) mais aussi en **syntagme** (on rapproche des catégories, la famille des polygones, les objets de la géométrie euclidienne plane).

☞ *Ce qui se conçoit bien, s'énonce clairement*

La nomination est une condensation : on ne nomme que ce l'on reconnaît ... comme appartenant à une classe de formes identiques.

Le nom est l'étiquette de la classe autant qu'un résumé des caractéristiques de ses constituants.

✘ La description peut permettre :

+ la transmission de ses caractéristiques en vue de reproduction par un autre;

+ l'identification d'une figure parmi d'autres, et la justification du choix.

F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (36/50)

121

Décrire (suite 2)

✗ Une description est pertinente si émetteur et récepteur s'accorde sur le sens transmis lors d'une transmission¹³ ou si l'ensemble des locuteurs lors d'une identification¹⁴ partagent le sens des termes employés.

✗ Cet accord est facilité par le recours à une **langue précise** qui chasse tous les implicites de son discours. C'est le cas de la langue géométrique lorsqu'elle est maîtrisée.

☞ Cette langue suppose un apprentissage progressif, de son code de base, comme de ses tournures.

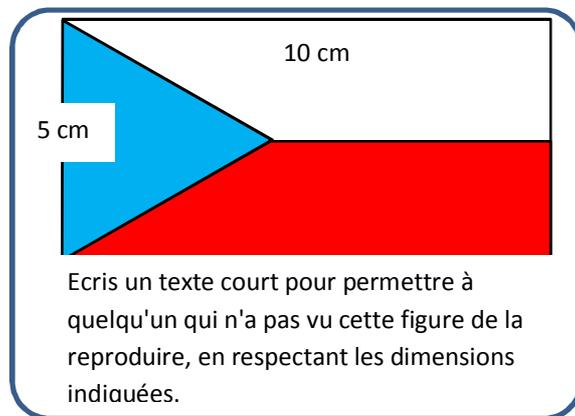
Exemple d'une production enfantine (au C3)

Trace un rectangle horizontalement de 10 cm de longueur et de 5 cm de largeur.

Prends le côté gauche de la largeur et trace un triangle en dedans de 5 cm. Colorie le triangle en bleu.

Ensuite prends le sommet qui est dans le rectangle et trasse un segment jusque l'autre côté du rectangle.

Colorie la partie du bas en rouge.



¹³ Jeu du télégramme par exemple

¹⁴ Jeu de l'intrus, du qui-suis-je ...

F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (37/50)

Décrire (suite 3)

✕ La **description** peut consister en l'**énonciation** :

- ✚ des divers constituants de la figure,
- ✚ des propriétés de raccordement de ces constituants (ou règles d'incidence),
- ✚ des attributs géométriques et/ou de mesure de ces constituants.

✕ L'énonciation peut prendre la forme de :

🌀 Une liste plate / *3 triangles équilatéraux partagent un de leurs côtés avec ceux d'un 4^{ième} triangle tout en lui restant extérieur ;*

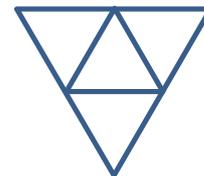
L'énoncé est alors statique. Le lecteur (ou l'auditeur) d'icelle est susceptible de devoir mener un travail spécifique d'investigation pour y adhérer.

🌀 Une liste structurée voire historicisée / *Dans un triangle équilatéral, on a marqué les milieux des côtés que l'on a rejoint pour faire apparaître 4 autres triangles.*

La description devient ainsi programmatique.

Elle confine au programme de construction (Cf. infra).

✕ L'émission de bonnes descriptions suppose des capacités en termes de maîtrise de la langue française, des connaissances géométriques, des tours de main.



Décrire (suite 4)

✕ Quelques activités de référence

 **Jeu du Qui suis-je ?** : le maître montre aux élèves plusieurs formes simples puis en choisit une. Les élèves doivent ensuite poser des questions pour deviner la forme choisie en secret par l'enseignant.

 **Jeu d'association** : sur une feuille plusieurs encadrés contiennent des descriptions et des figures tracées. Les élèves doivent associer descriptions et figures.

 **Jeu de méli-mélo** : Les phrases d'un message de description sont dans le désordre. Les élèves doivent remettre dans l'ordre. La figure concernée est co-présente.

Variante : Les phrases sont dans le bon ordre mais contiennent des trous.

 **Jeu de l'intrus** : des figures sont affichées. L'une d'elles a quelque chose de bizarre ...

 **Jeu des paires** : principalement pour les solides ; il s'agit d'associer des images de solides avec leurs silhouettes, ou leurs ombres, ou leurs empreintes ...

✕ Ces activités peuvent se constituer en séances spécifiques ou être proposées en rituels comme en compléments libres (à la place des mandalas ...). :

F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (39/50)

Décrire (suite et fin)

✕ Quelques activités de référence : Un exemple prélevé dans le livre EuroMaths

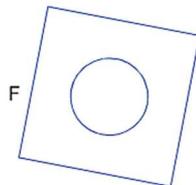
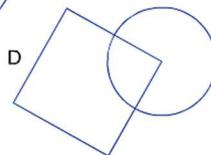
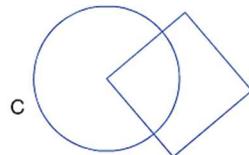
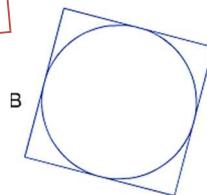
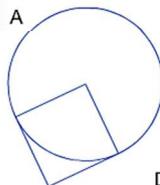
Leïla, Qwang, Théo et Alice ont choisi chacun une figure parmi les six figures ci-dessus.

La figure que j'ai choisie est composée d'un cercle et d'un carré, le centre du cercle est un sommet du carré et le centre du carré est sur le cercle.

Celle que j'ai choisie est composée d'un cercle et d'un carré qui ont le même centre.

Pour construire la figure que j'ai choisie, il faut tracer un carré, puis tracer un cercle qui a le même centre que le carré et dont le rayon mesure la moitié du côté du carré.

Trace un carré, appelle J son centre. Trace le cercle de centre J qui passe par les sommets du carré. Tu obtiens la figure que j'ai choisie.



F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (40/50)

Programme de construction

✘ Au cycle 3, on n'attend pas d'expertise de la part des élèves dans la rédaction de programmes de construction.

✘ Le travail dans ce domaine, sur des figures assez peu complexes, vise à renforcer la maîtrise d'un vocabulaire choisi et à développer les prémisses d'une géométrie hypothético-déductive.

✘ Quelques rappels :

➤ Contrairement aux descriptions, un programme de construction ne devrait pas appeler de la part du lecteur ou de l'auditeur un réel travail d'investigation : il s'agit d'une description d'une figure qui commande -à qui connaît le code de la géométrie- la réalisation effective du tracé de la figure. O

➤ On distingue 2 types de programme de description :

✘ Programme injonctif : *Tu trace un segment de 8 cm, tu plantes le compas ...*

Ce type -lorsqu'il est correct- permet à toute personne l'appliquant scrupuleusement de réaliser la figure prévue, sans anticiper le résultat.

✘ Programme déclaratif *Soit [AB] un segment et C le point d'intersection*

Le second type suppose un minimum de connaissances partagées.

F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (41/50)

126

Programme de construction (suite 1)

✕ Il est évident que demander aux élèves de rédiger sans apprentissages préalables un programme de construction d'une figure complexe ne peut aboutir.

✕ L'apprentissage concernant les programmes de construction doit être progressif :

- + Apprendre à exécuter un pgm de cons. en présence du modèle (**reproduire**) ;
- + Apprendre à exécuter un pgm de cons. sans modèle (**construire**) ;
- + Apprendre à inventer puis rédiger un pgm. de cons.

✕ La complexité des programmes de construction dépend :

- 🪄 des instruments disponibles
- 🪄 des supports proposés,
- 🪄 des savoirs mobilisables par l'élève.

On distingue entre :

- 👉 les **savoirs procéduraux**
 - construction de droites parallèles,
 - recherche d'un milieu, d'un centre ...
- 👉 les **savoirs structuraux**
 - propriétés des figures, comme dans un rectangle, les diagonales sont égales et se coupent en leurs milieux.

Programme de construction (suite 2)

✂ Activités de référence

 **Décodage** : on propose aux élèves des programmes de construction correctement libellés et ou des figures tracées.

☞ Lorsque les figures sont présentes, divers "jeux" de même inspiration que ceux vus précédemment.

☞ Lorsque les figures sont absentes, on demande aux élèves de les réaliser.

☞ Pour **renforcer la compréhension qu'un programme de construction est historicisé, jeu du film** : le programme de construction est fourni, l'évolution progressive correspondant à chaque étape est fournie dans le désordre.

Aux élèves de remettre dans l'ordre.

☞ Pour **renforcer la compréhension par l'élève qu'un programme de construction peut nécessiter des points ou des lignes qui ne font pas partie de la figure** (sous-figures), proposer des programmes et la figure produite, faire surligner les instructions du programme qui correspondent à ces points ou ces traits.

F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (43/50)

Programme de construction (fin)

⌘ Activités de référence (suite)

-  **Encodage** : encodage et décodage sont les 2 faces d'une même pièce !
- ☞ **Programme lacunaire** : une figure et son programme de construction sont proposés, mais le programme comporte des lacunes ...
 - ☞ **Méli-mélo** : un programme de construction est proposé, mais ses lignes ont été chamboulées. Quelle figure a pu être visée ?
 - ☞ **Jeu du télégramme** : situation hyperclassique d'**émission-réception**. Un élève reçoit une figure pour laquelle il rédige un programme de construction. Son travail est transmis à un autre élève qui doit l'appliquer. Confrontation des 2 élèves pour finir.

3

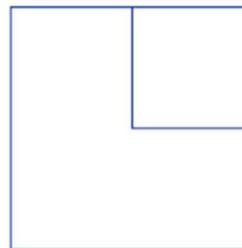
a. Construis la figure qui correspond au message.

Place deux points A et B distants de 5 cm, puis trace un cercle de centre A et de rayon 7 cm et un cercle de centre B et de rayon 6 cm. Appelle E et F les points où les cercles se coupent.

b. Sans mesurer, peux-tu dire quelle est la distance du point E au point A et quelle est la distance du point E au point B ?

4

Rédige un message permettant de construire cette figure.



F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (44/50)

Reproduire / Construire

✕ Reproduire signifie produire un analogon.

La reproduction suppose un modèle et passe par un tracé.

La reproduction peut-être :

∞ automatique, elle est le fait de mécanismes (imprimantes, etc.)

∞ programmatique (divers logiciels informatiques)

∞ manuelle, elle suppose une main et sans doute des outils.

✕ Le dernier cas concerne encore majoritairement notre enseignement.

Dans ce cas, elle suit en général un protocole de tracé.

✕ Construire est le fait de produire une forme sans modèle.

La construction peut s'appuyer sur un programme de construction, une description, voire l'évocation d'une figure (*je voudrais que vous fabriquiez une pyramide la plus haute possible à partir de la feuille de papier que je vous ai distribué*).

✕ Certaines situations tiennent de la construction comme de la reproduction :

- Dessin géométrique d'une figure dont on tient un schéma à main levée.
- Construction d'un solide géométrique après tracé d'un patron.

✕ La construction nécessite aussi un protocole de tracé.

F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (45/50)

Reproduire / Construire (suite et fin)

✕ Le protocole de tracé doit être inventé si la reproduction se fait d'après un modèle coprésent, interprété si un programme de construction est fourni.

✕ La production dépend de l'art du dessinateur :

- Maîtrise des instruments (compétences manipulatoires ou psychomotrices fines, expériences préalables)
- Capacité à mobiliser des images mentales anticipatrices.
- Elle peut être facilitée par le support proposé et les instruments disponibles.

On retrouve ces points dans l'entrée qui suit.

Obstacles

✕ Les élèves rencontrent de nombreuses difficultés pour accomplir une tâche de tracé.

Une tâche ne se réduit pas, en général, à un ensemble de tâches élémentaires -ce n'en est pas la somme- et une tâche ne peut être isolée du sujet qui l'effectue.

{A suivre ➡}

Obstacles (suite)

✘ Pour être menée à bien une tâche de reproduction suppose :

- + une **capacité** suffisante de **perception**¹⁵;
- + une **habileté** lors du **traçage**, qui tient à des capacités proprioceptives ;
- + une **capacité à planifier son travail**, qui suppose la disponibilité de bonnes représentations et de certains automatismes.

Pour ne prendre qu'un exemple : la disponibilité d'un automatisme pour tracer une perpendiculaire libère l'attention et permet une régulation à un niveau plus élevé.

On retrouve ici une antienne classique : quand une procédure est refermée (on ne s'interroge plus sur son pourquoi ou son comment) elle est perçue comme un outil efficace de résolution d'une classe de problèmes.



✘ Au niveau des tracés, les maladroresses des élèves dans l'utilisation des instruments sont d'abord **techniques**.

[Il n'est pas difficile d'en dresser une liste rapide.]

¹⁵ capacité qui dépend elle-même de connaissances (dont la disponibilité d'un catalogue de scènes ou d'images)

F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (46/50)

Obstacles (suite 2)

✕ Mais c'est aussi parce que les erreurs sont **méthodologiques** :

‣ où se placer pour libérer son geste ?

‣ où placer son instrument pour assurer le bon tracé?.

✕ Car, in fine, les maladresses sont d'ordre **conceptuelles** :

‣ un élève de CE2 reproduit une figure comportant des segments ou des arcs de cercle en fonctionnant par imitation locale ;

‣ il essaye d'approcher une certaine ressemblance par divers tâtonnements plutôt que de répondre (de façon systématique) aux deux seules questions qui valent :

1/ chaque segment, chaque arc de cercle que je dois tracer est-il bien déterminé ?

2/ dans quel ordre ais-je intérêt à effectuer ces tracés ?

✕ Les élèves (de CE 2 jusqu'au CM 2) éprouvent donc des difficultés à :

✚ se détacher d'une perception immédiate de segments, lignes brisées ou non,

✚ repérer des alignements, invoquer des droites passant par des points alignés ou prolongeant des segments,

✚ introduire des constructions auxiliaires, savantes (axes, lignes de centres) ou simples (axe de symétrie, arcs au compas).

F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (47/50)

Obstacles (suite et fin)

✕ Les élèves rencontrent aussi des difficultés pour décrire :

- + au niveau du vocabulaire :
 - confusion de certains mots (milieu vs centre)
 - confusion de certaines notions (parallèle vs perpendiculaire)
- + au niveau des propriétés :
 - non reconnaissance souvent du fait de théorème-élève faux (hauteur)
- + au niveau des marqueurs extra-figuraux :
 - codage et repérage d'éléments par des lettres.

✕ Vous trouverez dans le fichier "Diff_Repro.pdf" quelques éléments supplémentaires.

Gammes

✕ Les programmes 2008 ont fait le pari d'un **entraînement précoce du geste** : **viser**, **déclencher**, **arrêter**, d'où divers tracés aux instruments ou à main levée.

✕ Au tracé à main levée près, qui est une nouveauté, ces programmes ne remettent pas fondamentalement en cause ceux de 2002¹⁶.

¹⁶ D'ailleurs l'injonction à faire reproduire des figures simples ne diffère pas non plus fondamentalement des textes 2002 (si on s'affranchit du style de la rédaction).

F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (47/50)

Gammes (suite)

Propositions de pistes :

A/ Gammes à main levée (extension des exos de motricité fine de la GS. Savoir tracer :

-  un trait (une ligne) parallèlement à un trait (une ligne déjà posé(e), et ce quel qu'en soit la direction,
-  une ligne droite dans toutes les directions (depuis ou vers soi),
-  une ligne qui slalome ou qui joint de point en point,
-  tracer des lignes fermées régulières, savoir hachurer.

B/ Gammes avec la règle :

-  vérification d'alignements (de points ou de traits),
-  prolongement de traits avec contrôle de l'arrêt,
-  traçage de point à point en étoile ou en continu (ligne brisée, polygone).

{A suivre 

Gammes (suite)

Propositions de pistes (suite):

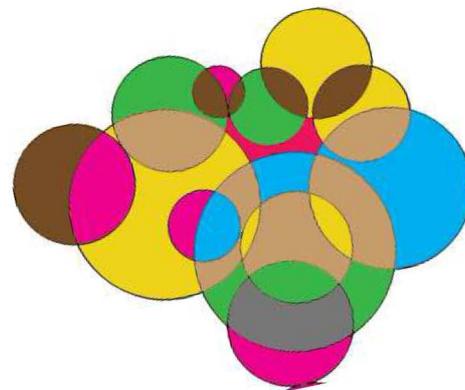
C/ Gammes avec l'équerre¹⁷

- ✚ tracé sur un bord de l'équerre, l'autre bord devant s'appuyer sur deux points donnés,
- ✚ marquage du sommet de l'angle droit ses deux côtés s'appuyant chacun sur un point,
- ✚ appui de l'équerre sur 2 *traits* perpendiculaires (pas toujours connexes), traçage.

D/ Gammes au compas¹⁸

- ✚ planté et ouverture libres,
- ✚ tours complets plusieurs fois de suite.

Ouverture facile à des productions graphiques.



¹⁷ Stricto sensu, à poser au CE 1 et après. Au CP quelques escapades simples ne visant ni la notion d'angle droit ni celle de perpendicularité semblent envisageables.

¹⁸ Même remarque que ci-dessus : le compas n'apparaît qu'au CE 1 ... normalement.

F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (49/50)

Gammes (suite 2)

Propositions de pistes (suite 2):

E/ Gammes sur quadrillage ou papier pointé

- ✚ reproduction de figures simples avec modèle disponible,
- ✚ complétion de figures archétypiques,

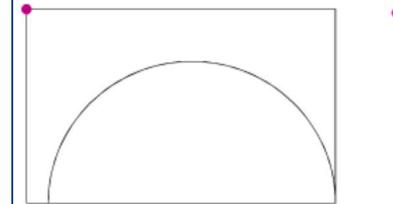
Exemple pour le CP-CE 1 :

- ⊕ pose de traits sur papier pointé pour engendrer carré, triangle, rectangle,
- ⊕ en fin d'année reproduction de figures enchâssées
(carré de biais dans un rectangle, etc.).

F/ Gammes avec gabarit

Exemple pour le CP : l'enfant utilise des pièces géométriques simples (carré, *demi rond*, triangle équilatéral, etc.) pour reproduire un modèle.
L'enfant ne peut poser qu'une pièce à chaque fois et en fait le tour au crayon. Un point d'accroche est en général donné.

Avec les pièces de ton matériel, **réalise** l'assemblage qui correspond à cette figure, puis **reproduis-la** en faisant le contour de chaque pièce.



F. Glossaire : Reconnaître Décrire Reproduire Construire (50/50)

Gammes (suite et fin)

Propositions de pistes (suite et fin):

G/ Gammes avec papier calque :

∞ Exemple pour le CP :

∞ Plusieurs figures sont proposées à l'élève, toutes identiques mais disposées de façons variées, sauf une, très légèrement différente.

∞ Le calque permet de la retrouver.

∞ 2 stratégies possibles selon que l'enfant décalque

⊕ l'une des bonnes figures ou,

⊕ peut-être sans le savoir, la mauvaise figure ...

Fin du glossaire proprement dit

G. Analyse didactique (1/6)

⌘ Suite au rapport Kahane-2002 les principes qui suivent sont majoritairement acceptés par les pédagogues¹⁹.

1. La géométrie enseignée (école, collège) doit dépendre des **capacités d'apprentissage et de représentation des élèves**, et non, comme il est arrivé, d'une conception «moderne» de la géométrie (réduction des représentations, axiomatisation, etc.), ce qui convient à des étudiants, mais non à un apprentissage premier.
 2. L'enseignement de la géométrie à l'école a certes une **visée concrète** (établir des savoir faire et des représentations) mais **s'inscrit dans une organisation des connaissances**. Il est donc concevable de faire fréquenter des procédures (simples) qui ne seront complètement justifiées que plus tard.
- ⌘ François Boule suggère de partir d'objets familiers (feuille, boîte, ballon...) plutôt que «simples» et d'évidences sensibles.

¹⁹ Je reprends un texte de François Boule in " Buts et moyens d'une continuité dans l'enseignement de la Géométrie" Colloque Nantes 2013.

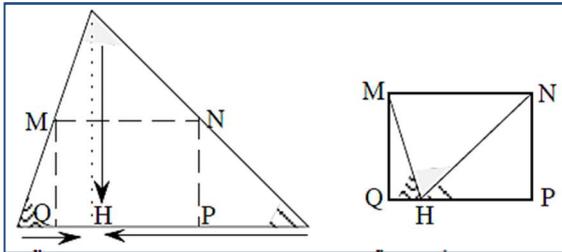
G. Analyse didactique (2/6)

✕ François Boule ajoute :

Une pratique concrète établira des représentations, qui faciliteront ultérieurement l'ancrage en mémoire et le raisonnement spéculatif.

Exemples : équi-partage d'un segment, gabarit à 60° , tracés à la règle etc.

✕ **Illustration de ce principe** : on trace un triangle quelconque²⁰



✕ Par pliage (non montré ici), on fait apparaître le pied d'une hauteur (marqué H sur le schéma ci-contre), puis on appose le sommet correspondant sur sa base. On obtient ainsi un trapèze.

✕ Puis on rapporte les deux autres sommets au premier.

On voit apparaître un rectangle.

✕ On peut alors se livrer à divers constats :

- ✕ Largeur et hauteur du rectangle sont deux fois plus petites (vers la formule de l'aire)
- ✕ Les angles du triangle se retrouvent contigus après pliage (vers la somme des angles)
- ✕ Le pli (MN) est parallèle à la base du triangle (vers le th. de la droite des milieux)

²⁰ La démarche est plus facile à mener si le triangle est acutangle (tous ses angles sont aigus).

G. Analyse didactique (3/6)

⌘ Critique de l'expérience :



Certains faits sont incontestables et modélisables :

- ⇒ On a produit une hauteur du triangle ;
- ⇒ On a produit deux autres perpendiculaires : (QM) et (PN) sur la figure ci-dessus ;
- ⇒ On a fait apparaître la somme des angles du triangle sous forme d'un angle plat.



D'autres faits méritent discussion :

- ⇒ Le pli (MN) est-il vraiment parallèle à la base du triangle ?
- ⇒ Et donc²¹, la figure produite par pliage est-elle vraiment un rectangle ?

Si je peux répondre *oui* à ces deux questions, alors je tiens la formule de l'aire.

⌘ Il est certain que si je reproduis la même expérience avec d'autres triangles découpés, j'obtiendrai des résultats analogues et les mêmes questions.

⌘ L'expérience proposée a le mérite de la problématisation : nous pouvons imaginer un séquençage pédagogique qui permette aux élèves d'énoncer certains faits patents (en profitant d'un vocabulaire spécifique ou en le renforçant) quitte à reproduire plusieurs fois l'épreuve. La verbalisation débouche sur une modélisation.

²¹ On peut renverser l'ordonnancement de ces deux questions.

G. Analyse didactique (4/6)

⌘ De la notion d'ostension

Certains auteurs sont plus rapides.

| Par pliage, ils font produire | Puis ils déclarent |
|---|---|
| Un carré à partir d'une feuille A4 | Vous voyez, vous avez un carré ! |
| Un triangle équilatéral à partir d'une feuille A4 | Vous voyez, c'est un triangle équilatéral ! |

Lorsque l'on se contente de faire *faire*, pour faire éventuellement *constater*, il s'agit d'une démarche ostensive. On parle d'ostension.

Lorsqu'en revanche, les manipulations débouchent sur un problème il s'agit d'une démarche constructiviste.

Les meilleurs tenants de cette démarche sont EuroMaths et CapMaths.

Attention au contresens : dans une démarche constructiviste, l'apprenant forge certaines connaissances en résolvant des problèmes, mais ces connaissances ne peuvent être assimilées que grâce à de nombreuses situations d'étayage.

G. Analyse didactique (5/6)

⌘ Objets et relations

Les **savoirs** abordés à l'école primaire concernent des **objets** (carré, rectangle, cercle, etc.) et des **relations** (parallélisme, perpendicularité, distance).

Au cycle 2, le travail porte sur les objets, essentiellement parce que les élèves les perçoivent dans leur globalité et non comme construction complexe.

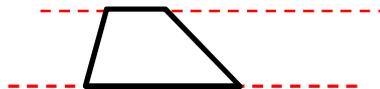
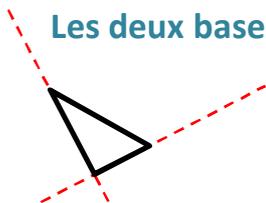
Exemple : Un carré n'est pas vu comme constitué de 4 segments mais comme un gabarit dont tous les bords sont pareils.

Un cercle est perçu comme un rond, à la limite son centre n'existe pas.

Au cycle 3, les objets sont approchés de façon plus analytique. Ils acquièrent des propriétés : égalité et/ou parallélisme de côtés, côtés consécutifs à angle droit ...

Les **propriétés** sont porteuses de **relations**.

Exemple : L'angle droit d'un triangle rectangle annonce la perpendicularité;
Les deux bases d'un trapèze annoncent le parallélisme.



G. Analyse didactique (6/6)

⌘ Objets et relations (suite et fin)

Certains auteurs de manuels considèrent que le **seul repérage de propriétés** dans les figures prototypiques **suffit à installer les relations associées**.

Ces démarches tiennent évidemment de l'**ostension**.

D'autres auteurs font **travailler spécifiquement** sur les **objets** et leurs **propriétés** intra-figurales d'une part, les **relations** d'autre part.

Dans un 3^{ième} temps²² les **liens entre propriétés des figures et relations** sont abordées. Ces démarches tiennent évidemment du **constructivisme**.

Pour en savoir plus, voir sur mon site:

- Le fichier *GGMAPMEP(extraits).pdf* qui résume l'approche de la géométrie au cycle3 proposée par l'équipe ERMEL
- Le fichier *ERMELGeomTheo(v2).pdf* qui résume l'ouvrage Géométrie au C3-ERMEL
- La fiche *Perp&Parallel.pdf*
- La fiche *Cercle&Compas.pdf*

²² Au sens didactique. Le séquençage proprement dit peut imbriquer les trois études.

*Fin du
document*