

# De la division au CM

## Plusieurs acceptations “populaires” au mot diviser

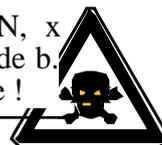
On demande à des personnes sorties du circuit scolaire depuis assez longtemps de faire les divisions suivantes. En regard, on indique la réponse majoritaire quand elle existe, les divers avis repérables sinon.

<u>Division proposée</u>	<u>réponse(s)</u>	<u>commentaire</u>
65 par 5	13	division exacte
5 par 2	2,5 ou 5/2	décimaux ou fractions usuelles
2 par 5	0,4 ou 4 dixièmes	fractions décimales
47 par 6	ça ne se divise pas il y va 7 fois et reste 5 à la calculette je trouve 7,8333333 47 sixièmes ?	traces mnésiques scolaires calcul approché
35 par 16	trente cinq seizièmes il y va 2 et reste 3 ça fait pas loin de 2 et quelque ... je trouve 2,18 je trouve 2,1875 et ya pas de reste	traces mnésiques scolaires approximations

### Du quotient ...

soit disant exact

Dans l'équation  $b.x=a$  à valeurs dans  $\mathbb{N}$ ,  $x$  existe si et seulement si  $a$  est un multiple de  $b$ . Il s'agit d'un problème multiplicatif typique !



rationnel

Dans  $\mathbb{Q}$ , l'équation  $b.x=a$ , où  $a$  et  $b$  sont deux naturels, a toujours une solution notée  $a/b$ .

soit disant approché

Dans  $\mathbb{R}$ , l'équation  $b.x=a$  admet toujours une solution notée  $a/b$ . Dans certains cas, la solution est un nombre décimal. Sinon, on peut toujours encadrer la solution par deux décimaux d'un ordre donné : dixième, centième, millième, etc.

entier

### **Division Euclidienne / Théorème d'Euclide**

Dans  $\mathbb{N}$ , l'équation  $b.x=a$  n'admet pas de solution en règle générale. En revanche il existe un couple unique de nombres entiers  $q$  et  $r$  tels que :

$$a = b.q + r \text{ avec } 0 \leq r < b$$

$r$  est appelé le reste et  $q$  le quotient (entier)

Attention : une division sans reste n'est rien qu'une multiplication à trou réussie ;

une division euclidienne a toujours un reste, qui peut être nul ;

la partie entière d'un quotient approché est le quotient entier dans la division euclidienne mais pour trouver le reste, c'est un peu plus compliqué.

## La division euclidienne est en rupture avec les trois autres opérations enseignées à l'école !

Au CP introduction de l'addition :

$$(a,b) \longrightarrow c = a + b$$

$\mathbb{N} \times \mathbb{N} \qquad \mathbb{N}$

Au CE anté-addition alias soustraction :

$$(a,b) \text{ } a \geq b \longrightarrow c = a - b$$

$\frac{1}{2} \mathbb{N} \times \mathbb{N} \qquad \mathbb{N}$

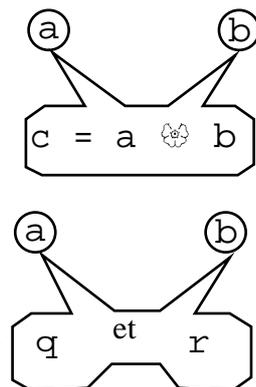
Au CE introduction de la multiplication :

$$(a,b) \longrightarrow c = a \times b$$

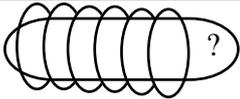
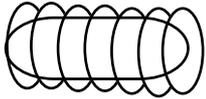
$\mathbb{N} \times \mathbb{N} \qquad \mathbb{N}$

MAIS pour la division :

$$(a,b) \longrightarrow (q,r)$$

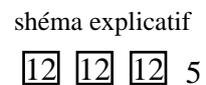
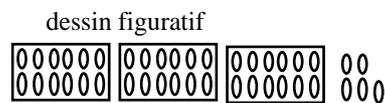


# Situations supportant le concept de division euclidienne

	Dans le cardinal	Dans l'ordinal
Par défaut	 <p>On dispose de 873 carreaux. On veut recouvrir un mur rectangulaire le plus haut possible, à raison de 24 carreaux par ligne. Combien pourra-t-on monter de lignes ? Et combien resteront inutilisés ?</p>	 <p>Petit Poucet doit parcourir 235 lieues. Combien d'enjambées fera-t-il avant d'enlever ses bottes de 7 lieues ? Et combien lui restera-t-il de lieues à traîner ses bottes pieds nus ?</p>
Par excès	<p>On veut distribuer 3 gateaux par enfant lors d'une sortie (31 élèves). Combien faut-il acheter de paquets de 24 biscuits ?</p> 	<p>Mon champ a un périmètre de 560 mètres. Je veux installer 3 rangées de fil de fer barbelé. Combien dois-je acheter de rouleaux de 25 m de galvanisé ?</p> 

## Diverses procédures correctes pour résoudre des problèmes de division

des procédures imagées



des procédures progressives fondées sur  $+$  et  $\times$

additions itérées :  $12 + 12 = 24 + 12 = 36$  etc.

soustractions itérées :  $273 - 12 = 261 - 12 = 249$  etc.

additions ou soustractions de multiples du diviseur

4 fois 12 égale 48 Alors :  $48 + 48 = 96 + 48 = 144$  etc.

procédures multiplicatives

pose effective de la multiplication à trou

essais de multiples successifs du diviseur

essais par approches successives

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times \dots \\ \hline 273 \end{array}$$

$12 \times 10 = 120$     $12 \times 11 = 132$   
 $12 \times 12 = 144$     $12 \times 13 = 156$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 30 \\ \hline 360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 25 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 15 \\ \hline 180 \end{array}$$

procédures mixtes

quotients partiels au hasard

utilisation de multiples de 10, 100 ... pour les quotients partiels

$$\begin{array}{r} 12 \quad 273 \quad 12 \quad 93 \\ \times 15 \quad - 180 \quad \times 7 \quad - 84 \\ \hline 180 \quad 93 \quad 84 \quad 7 \end{array}$$

quotient :  $15 + 7 = 22$  reste : 9

utilisation de la division après reconnaissance du modèle

Pour glisser dans de vraies situations de division

Variable didactique n° 1 : des grands nombres

Variable didactique n° 2 : lier situations et écritures