

## **L'apport des jeux à la construction des connaissances mathématiques**

Sous la direction de François Jaquet et Chantal Tièche Christinat



## Jeu 1. Avatars (Maths 4P LM p. 257), le jeu, dans le livre du maître et de l'élève

# Avatars



### Tâche

- Repérer des figures identiques ou symétriques à un modèle, dans des orientations diverses.

### Mise en commun

- Les élèves exposent les méthodes qu'ils utilisent pour faire correspondre cartes et avatars. Ils confrontent leurs stratégies de jeu.

### Prolongement

- L'enseignant propose la consigne suivante: "Dessine les 16 avatars sans recourir aux cartes."
- Le jeu du commerce "Digit" propose un matériel proche, mais avec des figures composées de 5 bâtonnets.
- "Autour d'une carte" LE p. 11
- "De piste en circuit" LE p. 26
- "D'un avatar à l'autre" LE p. 113

## Avatars

### Règles du jeu pour 3 joueurs

Matériel: jeu de 16 cartes "Avatars" (FE), 4 bâtonnets (allumettes, cure-dents...)

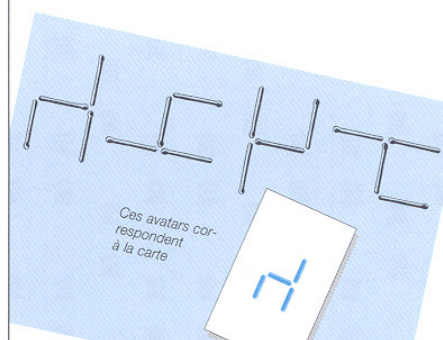
Distribuer 5 cartes par joueur.

- Déposer la carte restante sur la table et former l'avatar (assemblage de 4 bâtonnets) correspondant.
- À tour de rôle, chaque joueur déplace un bâtonnet pour former un nouvel avatar. Si cet avatar correspond à une carte qu'un joueur possède, celui-ci la dépose sur la table.
- Pour correspondre aux cartes, les avatars peuvent être tournés ou retournés (voir le dessin).

#### Le but est:

- soit de déposer toutes ses cartes
- soit d'être le joueur qui possède le moins de cartes quand le jeu "tourne en rond" (six déplacements de bâtonnets sans pose de cartes).

106



### Nombre d'élèves

- 3

### Matériel

- LE pp. 106 et 107
- Formes prédécoupées élèves: 16 cartes "Avatars"
- 4 bâtonnets (allumettes, cure-dents, ...)

### Mise en œuvre

- L'enseignant peut participer à une première partie en réunissant plusieurs groupes d'élèves et en utilisant plusieurs jeux de cartes.

### Déroulement

#### Relance

- Aux groupes qui ne parviennent pas à se mettre d'accord sur la validation des avatars symétriques, l'enseignant proposera de valider les 4 exemples du LE.

### Démarches possibles de l'élève

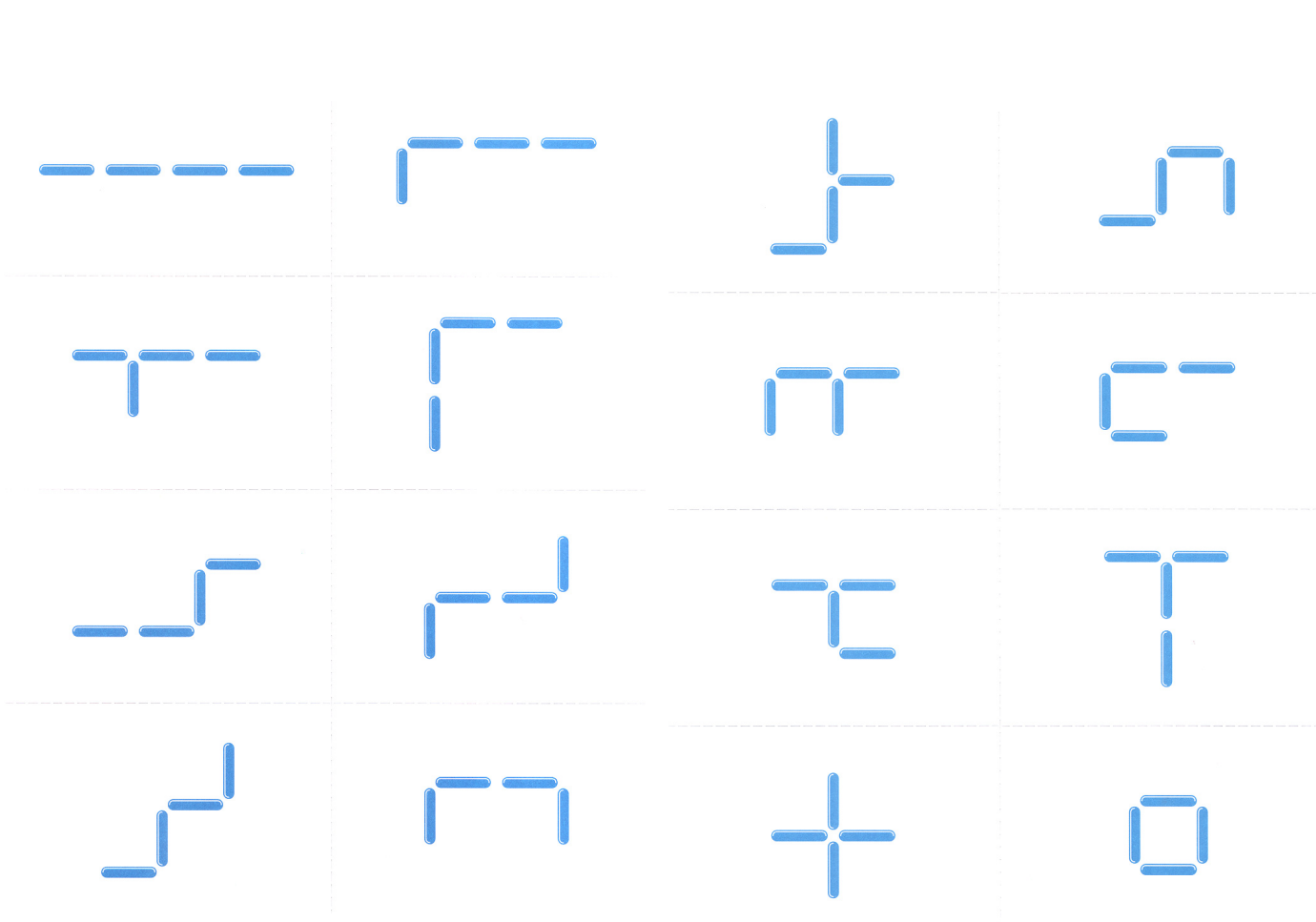
#### Concernant la comparaison des figures

- Orienter ses cartes pour les comparer aux bâtonnets
- Retourner ses cartes pour les comparer aux bâtonnets placés en position symétrique
- Comparer mentalement cartes et bâtonnets
- ...

#### Concernant la stratégie de jeu

- Identifier les cartes les plus difficiles à déposer et les déposer en priorité quand l'occasion se présente
- Créer un avatar utile pour la suite de la partie quand il est impossible de déposer une carte
- Classer ses cartes selon certaines caractéristiques
- ...

**Jeu 1. Avatars (Math 4P FE) : les 16 cartes à découper**



## Jeu 1. Avatars (Math 4P LM p. 236) : les commentaires correspondants de l'introduction du thème dans le livre du maître (Champ B)



### Champ B

#### Découvrir et utiliser des transformations géométriques

Au cours des premières années d'école primaire, les transformations ne sont pas encore étudiées en tant qu'objets géométriques. Cependant, dès la quatrième année, on peut commencer à s'intéresser à certaines de leurs propriétés pour les utiliser dans des tâches de reconnaissance ou de construction de figures.

Ainsi, "Avatars" fait appel à une observation précise de figures qui ne se différencient que par quelques détails. Pour distinguer, par exemple, des figures comme les cinq lettres de l'alphabet b, d, p, q, h, il faut les analyser et les classer. Les quatre premières constituent une classe de figures isométriques à laquelle n'appartient pas la dernière (h). Au sein de cette classe, il faut percevoir les différents types d'isométries qui existent entre les quatre figures: le "b" et le "d" sont symétriques par rapport à un axe vertical, le "q" est l'image du "b" par une rotation d'un demi-tour, etc. Pour respecter les règles de ce jeu, il faudra donc reconnaître immédiatement que le "b" et le "q", respectivement le "d" et le "p" se superposent par une simple rotation dans le plan de la page, alors qu'il faut un renversement (symétrie axiale) pour passer d'un élément de la "famille b, q" à un élément de la "famille d, p".

Les figures de "Recto verso" doivent être réversibles. Cette situation fait apparaître toutes les figures du plan qui possèdent au moins un axe de symétrie. Dans "Aquarium", la symétrie axiale est confrontée à des rotations et à des translations. Il y a, là aussi, anticipation des constructions, puis validation par manipulations.

À ce propos, on relèvera que le passage progressif des objets concrets aux figures géométriques planes est un des objectifs fondamentaux des activités géométriques de l'école primaire: les

"morceaux" de "Recto verso", les poissons de "Aquarium" deviennent des figures planes et ne conservent de leur origine que les caractéristiques géométriques, sur lesquelles l'enfant doit exercer son activité mentale, même s'il doit encore revenir à l'objet physique pour valider ses résultats.

Pour reconnaître les tracés de "Bzz l'abeille" qui nécessitent un dénombrement rigoureux, l'élève met en œuvre ses notions de symétrie et de rotation. À travers "Usine de catelles", l'élève a l'occasion d'aborder la translation, qui occupe une place importante dans tous les pavages.

Aux isométries s'ajoutent encore les agrandissements ou les réductions de figures lorsqu'il s'agit de les dessiner dans un quadrillage donné dont la maille ne correspond pas aux dimensions des pièces ou, simplement, de gagner de la place. Ces transformations ne conservent pas les longueurs, mais les angles et les rapports entre les côtés restent les mêmes. Elles sont essentielles pour la formation des concepts d'angle et de proportionnalité entre les mesures des côtés de figures semblables.

"Des reptuiles" participe directement de la construction de ces concepts.

En résumé, chacune des activités proposées dans cette partie du module a les mêmes finalités: reconnaître, à travers leur utilisation, les permanences caractéristiques d'une transformation géométrique du plan. C'est sur ce travail que peut s'organiser l'examen plus formel de toutes les transformations, prises une à une dès la cinquième année: la translation, la symétrie axiale, la rotation et leurs compositions, dans le champ des isométries, les homothéties et leurs compositions avec des isométries, dans le champ des similitudes.

#### Commentaires sur les outils de reconnaissance et de construction de figures géométriques

Les nombreux outils mis en œuvre dans ce module peuvent se classer globalement en trois catégories:

1. les outils d'observation, d'analyse, de description de figures géométriques,
2. les termes ou le vocabulaire spécifiques de la géométrie,
3. les outils d'élaboration de figures géométriques.

Dans la première catégorie, on trouvera les superpositions, les juxtapositions et les déplacements, qui permettent de reconnaître la permanence ou la modification de certaines caractéristiques des figures géométriques. On se situe ici dans le domaine des transformations du plan comme les isométries, les homothéties ou les similitudes élémentaires, ainsi que de nombreuses autres déformations.

## Jeu 2. La tour cachée (Math 1P LM p. 59), description et début de gestion dans le livre du maître

# La tour cachée

## Description

**Nombre d'élèves :** 3

### Matériel

- des multicubes rouges, verts, bleus et jaunes
- un petit carton

### Règles

Dans le carton, le meneur de jeu cache une tour de 4 étages construite avec un cube rouge, un cube jaune, un cube bleu et un cube vert. Il ne doit plus y toucher.

Les deux autres joueurs doivent découvrir la couleur qui correspond à chaque étage de la tour.

Ils construisent ensemble une première tour avec les 4 couleurs à disposition. Le meneur de jeu leur donne les cubes correspondant aux étages dont la bonne couleur a été trouvée. Par exemple : il donne un cube jaune si le cube jaune se trouve à la même place sur sa tour que sur celle fabriquée par les deux joueurs.

Puis les joueurs construisent une deuxième tour, le meneur de jeu leur donne de nouveaux renseignements, et ainsi de suite jusqu'à la découverte de la tour cachée.

Les tours fabriquées pour découvrir la tour cachée ne doivent pas être défaites.

## Gestion

La gestion de cette activité est la même que celle de POTENTILLE, LA SORCIÈRE SURPRISE, livre du maître p. 56

### Variable

Aux élèves ayant de la facilité à découvrir la tour cachée, le maître peut proposer de jouer avec cette nouvelle règle :

Vous pouvez utiliser plusieurs fois la même couleur.

**Jeu 2. La tour cachée (Math 1P LM p. 57, 58, 60) : fin de gestion (en remplaçant *Potentille* par *Tour cachée*) et variable**

### **Prolongements**

- jouer à deux : l'un donne les renseignements et l'autre cherche.
- organiser un concours avec toute la classe, avec pour enjeu de découvrir la sorcière en faisant le moins d'essais possible.

Le maître :

– lance le concours en donnant la consigne « Nous allons faire un concours avec le jeu de « Potentille, ... »

Le vainqueur sera celui qui réussit à découvrir la sorcière cachée avec le moins d'essais possible. Exercez-vous avec différents partenaires et, lorsque vous pensez avoir un bon score et que vous avez obtenu trois fois ce même score, vous le notez sur le tableau.

– fournit une fiche sur laquelle les élèves noteront leurs « records ».

– organise, au bout de quelques semaines, une partie durant laquelle le(s) élève(s) qui détient(ennent) le meilleur résultat fait(font) la démonstration de leur ingéniosité.

Cette mise en commun permettra de rendre évident l'influence du hasard sur le nombre d'essais à effectuer. Prenons, par exemple, le choix de la couleur : en utilisant la meilleure stratégie, on est sûr de trouver la bonne couleur en 3 essais mais, si le hasard nous est favorable, on peut trouver la bonne couleur au deuxième essai, voire au premier.

Le meilleur score possible varie donc de 1 à 3, la stratégie optimale étant conjuguée à l'influence du hasard.

En ne précisant pas le nombre de couleurs utilisées pour fabriquer une tour, on permet la construction de tours avec 2, 3 ou 4 étages de même couleur. On augmente donc le nombre de tours différentes que l'on peut construire. On augmente également la difficulté à découvrir la tour cachée : un étage découvert ne permet pas d'éliminer la couleur en question.

### **Variable**

Aux élèves ayant de la facilité à découvrir la tour cachée, le maître peut proposer de jouer avec cette nouvelle règle :

Vous pouvez utiliser plusieurs fois la même couleur.

**Jeu 2. La tour cachée (Math 1P LM p. 39, 40), les commentaires correspondants dans l'introduction du thème dans le livre du maître**

Dans les activités qui portent sur le classement, l'élève apprend à manier l'affirmation et la négation ; c'est-à-dire, d'un point de vue logique, l'appartenance et la non-appartenance à la classe définie par la question.

Dans le cas du « Portrait d'une sorcière », la question « a-t-elle une robe rouge ? » détermine une partition de la collection des sorcières en deux classes : « rouge » et « non rouge ». La deuxième de ces classes est en fait la réunion des deux autres, « bleue » ou « verte », selon la partition en trois couleurs. L'élève doit donc gérer un « déséquilibre » et en tirer les conséquences sur le plan stratégique : une réponse affirmative lui permet de déterminer la couleur, une réponse négative ouvre deux possibilités. Dans le premier cas, une deuxième question sur la couleur est inutile ; dans l'autre, elle est nécessaire. Lorsque plusieurs critères interviennent simultanément, on imagine facilement la complexité de la situation et la suite d'opérations logiques qu'il faut conduire pour arriver à définir la carte manquante.

Une partition peut aussi être déterminée à partir de l'existence ou non d'indices, comme c'est le cas dans les jeux de type « Master Mind », par exemple « La tour cachée ». L'enfant construit une première tour en respectant seulement la règle selon laquelle cette tour a quatre étages de quatre couleurs différentes. Puis, en fonction des informations qu'il reçoit, il procède à une deuxième construction, et ainsi de suite, en intégrant à chaque coup toutes

les informations précédentes. Pour ne pas en oublier, il peut imaginer divers procédés en utilisant, en parallèle, d'autres cubes ou des schémas coloriés. Mais la complexité de l'activité tient aussi à ce qu'il faut savoir raisonner sur l'absence d'information. En effet, si le cube vert placé en troisième position n'est pas retenu par le meneur de jeu, il ne doit retrouver cette position dans aucune des tours suivantes.

Une telle activité fait porter le raisonnement aussi bien sur le domaine de la logique que sur celui de l'espace. Elle suppose l'apprentissage de connaissances telles que des relations ordinales et spatiales et des éléments de combinatoire. Elle impose de traiter l'information, de la conserver et de l'exploiter. C'est tout le jeu de la déduction qui se profile.

Bien d'autres activités de ce module (« La grande course », « Les icebergs engloutis »), à l'instar des problèmes de la vie courante, permettent de conjuguer les notions et aptitudes propres à différents domaines de la connaissance. Elles offrent ainsi à l'élève l'occasion d'élaborer ses connaissances en « réseau », plutôt que linéairement, selon un schéma qui lui est propre et en profitant du domaine dans lequel il est le plus à l'aise.

### Jeu 3. A vos baguettes (Math 3P LM p. 180), le jeu, dans le Livre du maître et de l'élève

## À vos baguettes



#### Tâche

- Passer d'un produit à l'autre en modifiant un des facteurs.

zéro pour mettre fin à une partie, il est possible d'en interdire l'usage.

#### Validation

- Les élèves contrôlent les opérations de leur adversaire.

#### Mise en commun

- Les élèves confrontent les démarches utilisées pour rechercher les produits ainsi que les stratégies permettant de bloquer l'adversaire.

#### Variable

##### Matériel

- L'activité peut être reprise sans les baguettes, afin de priver les élèves de la possibilité de compter les croisements. Cela les amènera à utiliser des procédures de calcul ou à recourir aux produits mémorisés.

#### Prolongement

- L'enseignant propose de rechercher et de noter la partie la plus longue possible à partir d'une position de départ (exemple:  $3 \times 5$  et 12 baguettes au maximum).

### À vos baguettes

**Règles du jeu pour 2 joueurs**  
Matériel: 15 baguettes, 2 dés à six faces, papier, crayon

- Un joueur lance les dés:
  - l'un indique le nombre de baguettes à placer verticalement,
  - l'autre indique le nombre de baguettes à placer horizontalement,
  - le produit des deux nombres correspond au nombre de croisements.

Exemple  
 $4 \times 3 = 12$

- À tour de rôle, chaque joueur doit enlever ou ajouter une baguette sans obtenir un produit déjà obtenu. Tous les produits obtenus sont inscrits.

**Le but est d'être celui qui joue le dernier coup possible.**

83

#### Nombre d'élèves

- 2

#### Matériel

- LE p. 83
- MC: 2 dés à six faces
- 15 baguettes ou pailles écrasées, bâtonnets pour brochettes, ... (éviter les objets roulant trop facilement)

#### Mise en œuvre

- L'enseignant choisit le nombre de baguettes en fonction des possibilités des élèves et du degré de difficulté qu'il souhaite faire exercer (exemple: avec 15 baguettes, le plus grand produit possible est  $7 \times 8 = 56$ ). Le minimum de baguettes est 12 afin de pouvoir représenter le lancer de dés correspondant au double 6.

#### Déroulement

##### Relance

- Si les élèves recourent trop souvent au facteur

#### Démarches possibles de l'élève

##### Concernant la recherche des produits

- Compter tous les croisements
- Trouver les produits par itération d'un des deux facteurs
  - $4 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5$
- Surcompter ou décompter en partant d'un produit déjà représenté
  - De  $7 \times 4 = 28$ , trouver  $8 \times 4$  en effectuant  $28 + 1 + 1 + 1 + 1$
- Passer d'un produit à l'autre en partant d'un résultat connu
  - De  $5 \times 6 = 30$ , trouver  $4 \times 6$  en effectuant  $30 - 6$
- Utiliser des produits déjà mémorisés
- Mémoriser les produits apparus en cours de jeu
- Utiliser la commutativité de la multiplication
  - Si  $3 \times 8 = 24$  alors  $8 \times 3 = 24$
- ...



### Jeu 3. A vos baguettes (Math 3P LM p. 158), les commentaires correspondants de l'introduction du thème dans le livre du maître (Champ B)

#### Champ B

#### Apprendre à calculer

On peut envisager de pratiquer les opérations répertoriées, de les combiner entre elles dans de multiples activités où elles permettent de rendre compte de la situation et d'en trouver la solution. On en pro-

fitera pour conduire un travail sur les écritures multiplicatives et divisives dont l'étude s'étendra sur toute la scolarité primaire et au-delà, mais dont certains fondements relèvent de la troisième année déjà:

- institutionnaliser l'usage du signe " × "
- expliciter les équivalences fondamentales entre des sommes de termes égaux et les produits correspondants:
  - $24 = 6 + 6 + 6 + 6 = 6 \times 4 = 4 \times 6 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$ ;
  - $24 = 12 + 12 = 2 \times 12 = 12 \times 2 = 2 + 2 + \dots$
  - ...
- relever les propriétés de la multiplication:
  - la commutativité:  $6 \times 4 = 4 \times 6$
  - l'existence d'un élément neutre, "1":  $24 \times 1 = 1 \times 24 = 24$
  - l'associativité:  $6 \times 4 = (2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4) = 2 \times 12$
  - la distributivité sur l'addition:  $4 \times 6 = 4 \times (5 + 1) = (4 \times 5) + (4 \times 1) = 20 + 4$
  - la multiplication par 0 (élément absorbant):  $6 \times 0 = 0$
- rencontrer des écritures d'opérations combinées, avec ou sans usage de parenthèses:
  - pour la numération:  $24 = (2 \times 10) + 4$
  - pour les divisions avec reste:  $25 = (6 \times 4) + 1$
  - pour la distributivité:  $2 \times (10 + 2) = (2 \times 10) + (2 \times 2)$
- introduire l'usage du signe " : " pour les divisions dont le quotient est entier:
  - $24 : 6 = 4$ ;  $24 : 4 = 6$

Parmi les activités proposées, "À vos baguettes" couvre l'ensemble des objectifs de ce champ du module: apprendre à calculer.

On observe ici les effets de la modification d'un facteur sur le produit. Lorsqu'on augmente de 1 l'un des facteurs, le produit augmente de l'autre facteur. Cette constatation est une illustration de la distributivité de la multiplication sur l'addition. Ainsi, pour passer du résultat connu ( $6 \times 7 = 42$ ) au résultat de  $6 \times 8$ , on peut opérer de la façon suivante:

$$\begin{aligned} 6 \times 8 &= 6 \times (7 + 1) = \\ &= (6 \times 7) + (6 \times 1) = 42 + 6 = 48 \end{aligned}$$

Une autre propriété apparaît dans ce jeu: tout produit d'un nombre par 0 est 0.

À ce travail sur les produits s'ajoute une recherche de stratégie, pour laquelle la table de multiplication peut servir de support, par exemple: ajouter ou retirer une baguette revient à se déplacer d'une case, horizontalement ou verticalement, ou encore: les produits accessibles déterminés par le nombre de baguettes à disposition se situent dans une zone bien précise de la table.

Les autres activités de ce champ du module ("Faites vos jeux", "Pièges!", "Caisse de classe", "Bout de table", "Course à dix", "Multix", "Main pleine") et leurs prolongements sont autant d'occasions de faire des multiplications et des divisions et d'assimiler peu à peu les propriétés de ces opérations.

## Jeu 4. Léa et les pirates (Math 2P LM p. 95 – 96), le jeu, sa description dans le livre du maître

### Léa et les pirates

#### Description

**Nombre d'élèves :** 2

#### Matériel

- fichier de l'élève p. 7
- un pion vert (Léa) et 3 pions bleus (les pirates)

#### Consigne

Au départ, un joueur prend les pions bleus et les place sur les cases bleues, l'autre joueur prend le pion vert et le place sur la case verte.

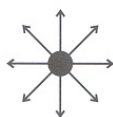
Les joueurs décident qui commence.

A tour de rôle, les joueurs déplacent un pion vers une case voisine libre en suivant les lignes du réseau.

Les pions bleus se déplacent ainsi :



Le pion vert se déplace ainsi :



Les pions bleus gagnent s'ils réussissent à bloquer le pion vert.

Le pion vert gagne s'il réussit à échapper aux pions bleus.

Qui est sûr de gagner : Léa ou les pirates ?

#### Gestion

##### Déroulement

Si la solution n'est pas découverte après une période de jeu, l'activité peut être placée au coin mathématique où les élèves continueront à chercher la solution.

Le maître propose aux élèves qui pensent avoir découvert une stratégie gagnante de jouer ensemble.

La stratégie gagnante est difficilement accessible, mais les élèves peuvent découvrir des stratégies partielles.

##### Mise en commun

Elle sert à décrire les stratégies mises en place par chacun pour gagner.

**Jeu 4. Léa et les pirates (Math 2P FE p. 7), présentation du jeu pour l'élève**

## Léa et les pirates

Prénom: \_\_\_\_\_

Au départ, un joueur prend les pions bleus et les place sur les cases bleues, l'autre joueur prend le pion vert et le place sur la case verte.

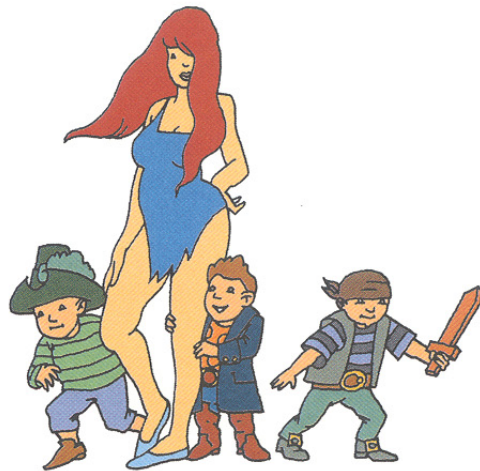
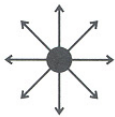
Les joueurs décident qui commence.

A tour de rôle, les joueurs déplacent un pion vers une case voisine libre en suivant les lignes du réseau.

Les pions bleus se déplacent ainsi:



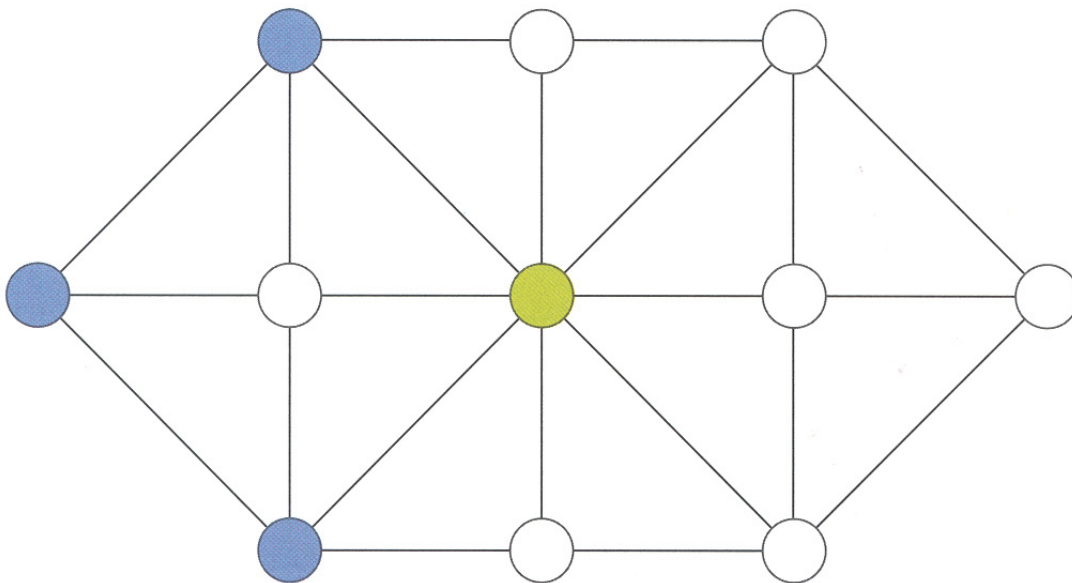
Le pion vert se déplace ainsi:



Les pions bleus gagnent s'ils réussissent à bloquer le pion vert.

Le pion vert gagne s'il réussit à échapper aux pions bleus.

Qui est sûr de gagner: Léa ou les pirates?



## Jeu 5. *Toujours 12* (Math 2P LM p. 215), le jeu, sa description dans le livre du maître

# Toujours 12

## Description

**Nombre d'élèves :** 3 ou 4

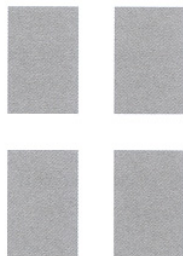
### Matériel

- 72 cartes portant les nombres de 0 à 6
  - 8 cartes avec le 0
  - 10 cartes avec le 1
  - 12 cartes avec le 2
  - 14 cartes avec le 3
  - 12 cartes avec le 4
  - 8 cartes avec le 5
  - 8 cartes avec le 6

### Règles

Chaque élève reçoit 3 cartes. Le reste des cartes constitue la pioche.

Chacun, à tour de rôle, pose une carte sur la table selon la disposition suivante :



et en reprend une dans la pioche pour en avoir toujours trois en main.

Le but est de faire 12 avec les 4 cartes visibles. Si la somme des 4 cartes posées n'est pas 12, le joueur suivant doit poser une carte sur une des 4 premières au choix pour essayer de ramener ou d'amener le total à 12.

L'élève qui pose la carte qui permet de faire 12 ramasse les 4 cartes visibles et les garde près de lui.

La partie continue ainsi jusqu'à l'épuisement des cartes de la pioche.

Le gagnant est celui qui, à la fin, a le plus de cartes.

## Jeu 5. *Toujours 12* (Math 2P LM p. 216), le jeu, sa gestion dans le livre du maître

### Gestion

#### Déroulement

Durant les premières parties, les enfants doivent assimiler les règles et les subtilités du jeu. Leurs performances sur le plan du calcul sont un peu décevantes, ils ont tendance à compter sur leurs doigts. Petit à petit, lorsque le jeu leur devient plus familier, ils utilisent des techniques plus élaborées : surcomptage, résultat mémorisé, associativité, ...

Les interactions entre élèves vont permettre à chacun de se poser des questions quant à sa manière d'agir et faire ainsi évoluer ses stratégies, ses conceptions et ses prises de conscience.

#### Prolongements

- LE BEAU JEU ! livre du maître p. 217, à photocopier. Créer des sommes égales à 10.
- LE BEAU JEU ! livre du maître p. 218, à photocopier. Augmenter de 2 les sommes.
- LE BEAU JEU ! livre du maître p. 219, à photocopier. Diminuer de 1 les sommes.

#### Démarches possibles de l'élève

##### concernant la manière de calculer

- observer les nombres en jeu avant de choisir un outil de calcul
- estimer pour savoir s'il vaut la peine de chercher le résultat exact
- compter sur ses doigts
- utiliser des résultats mémorisés
- partir du plus grand nombre et surcompter
- ...

##### concernant la manière d'obtenir un résultat visé

- chercher le complémentaire au nombre visé
- augmenter de 1, 2, ... le résultat en augmentant de 1, 2, ... un des termes du calcul
- augmenter ou diminuer le résultat en augmentant ou diminuant un des termes du calcul
- procéder par ajustements successifs
- faire un essai, compter et faire confiance au hasard pour l'obtention du nombre visé
- anticiper en cherchant des décompositions qui permettent d'obtenir le nombre visé
- ...

**Jeu 6. *Champion* (Math 2P LM p. 141), le jeu, sa description dans le livre du maître (variable avec des nombres de trois chiffres)**

## Champion

### Description

**Nombre d'élèves :** 2

#### Matériel

- fichier de l'élève p. 29
- une série de cartes de 0 à 9 par élève, fiche prédécoupée

#### Règles

Posez les cartes de 0 à 9, faces cachées.

A tour de rôle, vous tirez une carte que vous placez dans l'une des deux cases de votre plan de jeu.

Une carte posée ne peut plus être déplacée.

Le vainqueur est celui qui a écrit le plus grand nombre avec deux chiffres.

### Gestion

#### Mise en commun

Elle porte sur les procédures utilisées pour déterminer la grandeur d'un nombre par rapport à l'autre.

Le maître en profite pour institutionnaliser les mots « dizaine » et « unité ».

#### Variable

- CHAMPION, livre du maître p. 142

Aux élèves qui justifient leurs réponses uniquement par la connaissance de la comptine numérique, le maître peut proposer la même activité mais avec le plan de jeu qui permet d'écrire des nombres avec trois chiffres. Le vainqueur est celui qui a écrit le plus grand nombre avec trois chiffres.

**Jeu 6. *Champion* (Math 2P LM p. 142), le jeu, sa description pour l'élève (variable avec des nombres de trois chiffres)**

## Champion

**Prénom :** \_\_\_\_\_

Posez les cartes de 0 à 9, faces cachées.

A tour de rôle, vous tirez une carte que vous placez dans l'une des cases de votre plan de jeu.

Une carte posée ne peut plus être déplacée.

Le vainqueur est celui qui a écrit le plus grand nombre avec trois chiffres.

--	--	--

Jeu 7. *Égalité* (Math 3P LM p. 136), le jeu, sa description dans le livre du maître et de l'élève


## Égalité!

**Tâche**

- Choisir parmi des nombres disponibles ceux qui permettent d'obtenir des sommes optimales.

**Déroulement****Relance**

- Si certains points de la règle du jeu posent problème (termes "égalité", "inégalité" et signes =, > et <), l'enseignant organise une discussion sur leur signification.
- Aux élèves qui oublient de retourner le signe > quand c'est nécessaire et à ceux qui négligent de placer les signes + dans leurs sommes, l'enseignant demande d'expliquer la signification de leur écriture.

**Égalité!**

**Règles du jeu pour 4 joueurs (2 équipes: A et B)**

**Matériel:** 24 cartes

Étaler les cartes, faces visibles. Se placer côte à côte.

- L'équipe A choisit deux nombres et un signe > pour former une inégalité.
- L'équipe B fait de même pour former une autre inégalité.
- L'équipe A choisit un troisième nombre et un signe + et modifie son inégalité. On peut retourner le signe > mais on ne peut pas déplacer les nombres déjà posés.
- L'équipe B fait de même et modifie son inégalité.
- Les 2 équipes continuent ainsi, à tour de rôle.

**Le but est de réussir à transformer son inégalité en égalité.**

**Exemple de partie**

A	B
$5 < 6$ A choisit 5 et 6	$1 < 9$ B choisit 1 et 9
$8 + 5 > 6$ A choisit 8	$4 + 1 < 9$ B choisit 4
$8 + 5 = 6 + 7$ A choisit 7 (égalité)	

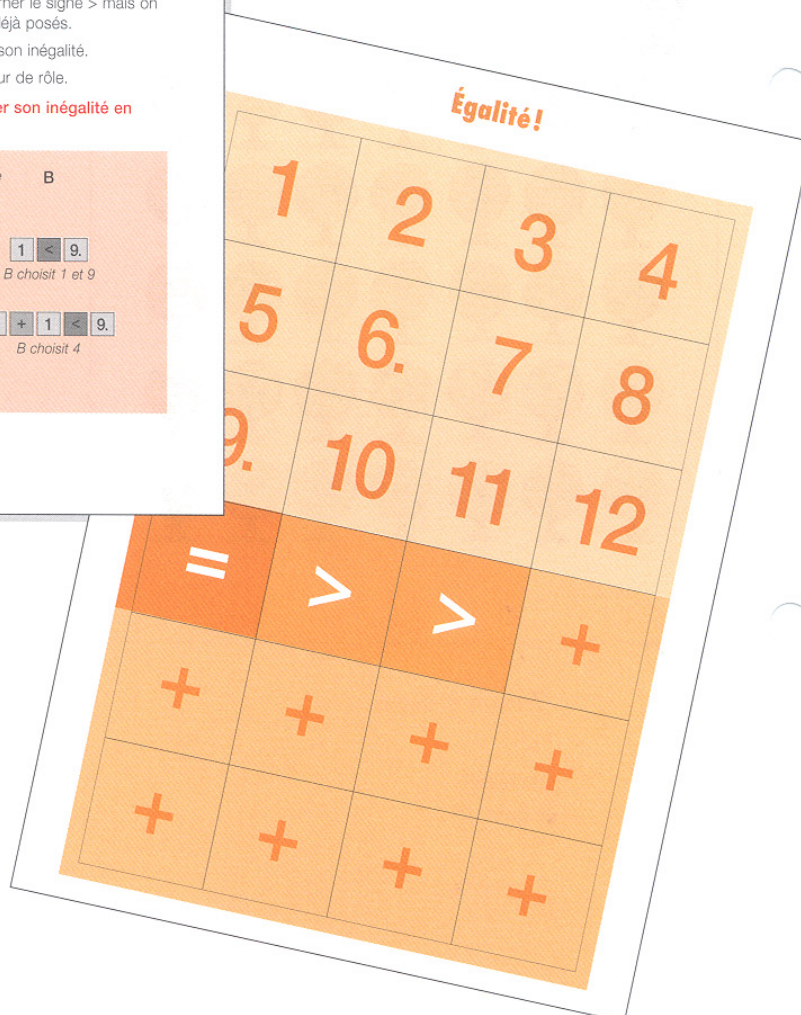
93

**Nombre d'élèves**

- 4 (2 équipes)

**Matériel**

- LE p. 93
- Formes prédécoupées élève:  
24 cartes "Égalité!"



**Jeu 8. Fan tan (Math 4P LM p. 172), le jeu, sa description dans le livre du maître et de l'élève**

# Fan tan

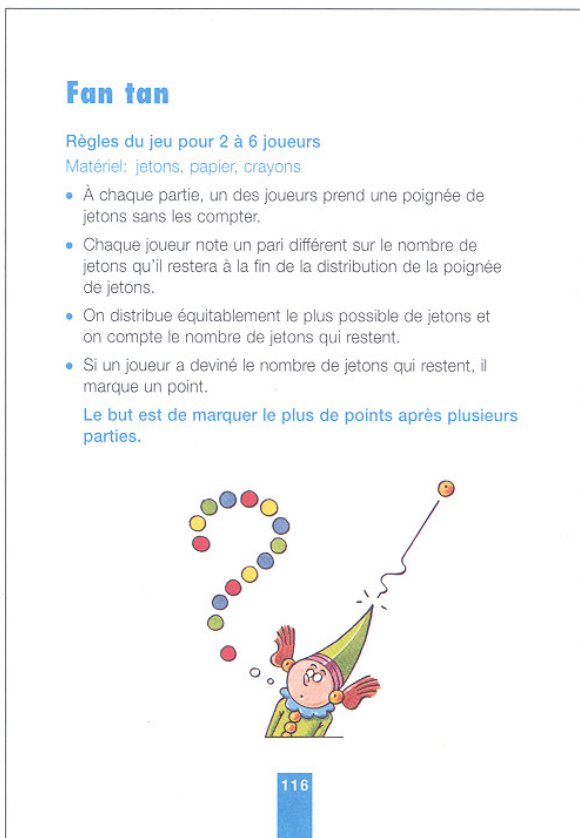
## Tâche

- Rechercher le reste, le dividende ou le quotient dans une situation de distribution équitable.

## Prolongement

- "Distribution" FE p. 23

Les élèves comparent leurs solutions et confrontent leurs procédures de calcul. Ils exposent les écritures mathématiques utilisées et débattent de leur validité.



### Fan tan

Règles du jeu pour 2 à 6 joueurs

Matériel: jetons, papier, crayons

- À chaque partie, un des joueurs prend une poignée de jetons sans les compter.
- Chaque joueur note un pari différent sur le nombre de jetons qu'il restera à la fin de la distribution de la poignée de jetons.
- On distribue équitablement le plus possible de jetons et on compte le nombre de jetons qui restent.
- Si un joueur a deviné le nombre de jetons qui restent, il marque un point.

Le but est de marquer le plus de points après plusieurs parties.



116

## Nombre d'élèves

- 2 à 6

## Matériel

- LE p. 116
- MC: plus de 100 jetons

## Mise en œuvre

- L'enseignant fera travailler les élèves dans des groupes de tailles diverses.

## Mise en commun

- Elle a lieu dès que les joueurs adoptent systématiquement un jeu optimal (ne jamais miser un reste égal ou supérieur au nombre de joueurs). Les élèves expliquent le lien entre le nombre de joueurs et les restes possibles.

## Démarches possibles de l'élève

### Concernant "Fan tan"

- Miser uniquement des nombres représentant des restes possibles.
- Distribuer les jetons 1 à 1, 2 à 2, etc.
- Estimer, puis distribuer plusieurs jetons à la fois
  - "10 chacun, puis encore 2 chacun, puis encore 5 chacun, ..."
- Contrôler si les paquets sont égaux en fin de distribution.

• ...

### Concernant "Distribution 1"

- Utiliser une écriture additive (exemple avec 4 joueurs, 21 jetons chacun et reste 3)
  - $21 + 21 + 21 + 21 + 3 = 87, \dots$
- Utiliser une écriture multiplicative
  - $(4 \times 21) + 3 = 87$
  - $87 - 3 = 21 \times 4, \dots$
- Recourir à une suite d'opérations
  - $4 \times 21 = 84$  et  $84 + 3 = 87, \dots$

• ...

### Concernant "Distribution 2"

- Utiliser une écriture additive (exemple avec 55 jetons et 3 joueurs)
  - $18 + 18 + 18 + 1 = 55, \dots$
- Utiliser une écriture multiplicative
  - $(3 \times 18) + 1 = 55$
  - $55 - 1 = 18 \times 3, \dots$
- Utiliser une écriture divisive
  - $(55 - 1) : 3 = 18, \dots$
- Recourir à une suite d'opérations
  - $3 \times 18 = 54$  et  $54 + 1 = 55;$
  - $55 - 18 = 37$  et  $37 - 18 = 19$  et  $19 - 18 = 1, \dots$

• ...



**Jeu 8. Fan tan (Math 4P), article brochure SRP 40 pp 184, 185**

**EXEMPLE 23**

**LE FAN TAN**

Le jeu est simple. On constitue des groupes variés de 2 à 5 élèves. Chaque équipe reçoit une réserve de jetons.

Le jeu consiste à puiser une poignée de jetons au hasard, puis, sans l'évaluer, à parier sur ce qu'il en restera lorsque les jetons auront été répartis également entre tous les joueurs du groupe.

Chaque équipe organise son propre mode de faire pour prendre les paris.

En observant ce qui se passe dans les groupes, on constate que, pour bon nombre d'enfants de 9 à 11 ans, le fait que le reste ne peut être qu'inférieur au nombre de joueurs n'est pas évident!

Certains élèves commencent par parier sur de grands restes, puis, constatant que les grands nombres ne se présentent jamais, parient sur des petits, sans nécessairement faire le lien entre les restes possibles et le nombre de participants.

C'est en jouant que chaque enfant découvre la règle correspondant à la situation de son groupe et qu'il devient capable d'en faire une loi généralisable, valable, donc, quelle que soit la composition de l'équipe.

Au cours de ce jeu, qui permet par ailleurs d'introduire l'étude de la division, on a souvent le plaisir d'entendre spontanément la remarque suivante:

« Quand on est deux dans le groupe, on a plus de chance de gagner  
que quand on est trois ou plus ! »

Il vaut la peine de saisir la balle au bond et de voir s'il s'agit d'une intuition rapide, d'une hypothèse née de l'expérience ou d'une affirmation capable d'être expliquée sinon démontrée. Selon qu'on est en 4P ou 6P, la piste peut n'être exploitée que par les intéressés ou par la classe toute entière.

**Remarques**

L'action de parier, qui fait précisément l'intérêt du jeu, développe un certain type de méthode de pensée. Elle incite, en effet, à décider de ce qui est la plus vraisemblable dans une situation donnée.

Dans le Fan Tan, l'enfant est amené à inférer le plausible une première fois lors des paris sur les restes possibles et une deuxième fois pour savoir s'il vaut mieux appartenir à un petit ou à un grand groupe de joueurs.

**Jeu 9. Le pion empoisonné (Math 4P LM p. 66), la description du jeu dans le livre du maître et de l'élève**

# Le pion empoisonné



## Tâche

- Chercher une stratégie gagnante dans un jeu de comptage.

## Le pion empoisonné

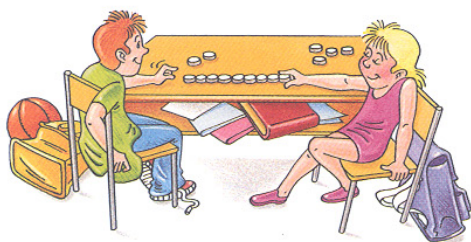
### Règles du jeu pour 2 joueurs

Matériel: 15 jetons ou 15 autres petits objets (allumettes, multicubes, etc.)

Placer les 15 jetons en ligne d'un joueur à l'autre.

- À tour de rôle, chaque joueur doit retirer 1, 2 ou 3 jetons à son bout de ligne.

Le but est d'obliger l'adversaire à prendre le dernier jeton.



126

## Nombre d'élèves

- 2

## Matériel

- LE p. 126
- MC: 15 jetons ou autres petits objets

## Mise en commun

- Les élèves confrontent leurs démarches.

## Variable

### Nombre

- L'activité est reprise avec 6 jetons. Ainsi, les élèves qui n'anticipent que lorsque la fin de partie est proche seront amenés à analyser plus systématiquement les possibilités qui s'offrent à eux.
- Les élèves recherchent:
  - les positions gagnantes si l'on joue avec 20 jetons, 30 jetons, ...

- comment gagner si l'on ne peut retirer que 1 ou 2 jetons à son tour de jeu, ou si l'on peut retirer 1, 2, 3 ou 4 jetons, ...

Ainsi, les élèves qui ont repéré les positions gagnantes dans le jeu initial (1, 5, 9, 13) seront amenés à réinvestir leurs découvertes précédentes dans un contexte nouveau plutôt que de procéder par tâtonnement.

## Prolongement

- L'enseignant propose la modification de règles suivante:
 

“À tour de rôle, chaque joueur doit retirer 1, 2 ou 3 jetons qui se touchent à n'importe quel endroit de la ligne de jetons.”

## Démarches possibles de l'élève

- Ne pas anticiper, gagner ou perdre “par hasard” si son adversaire agit de même
- Identifier une position gagnante ou perdante:
  - “S'il reste 5 jetons et que mon adversaire doit jouer, alors je gagne.” “S'il reste 5 jetons et que je dois jouer, je perds sauf si mon adversaire n'en profite pas”
- Chercher à atteindre une position gagnante déjà identifiée
- Trouver une nouvelle position gagnante:
  - “C'est la même chose avec 9 jetons qu'avec 5”
- Dégager une règle permettant de trouver toutes les positions gagnantes:
  - “En faisant toujours + 4, je sais que j'ai une autre position gagnante”
- Appliquer ses découvertes à de nouveaux paramètres:
  - Trouver les positions gagnantes avec les variables proposées
- ...

**Jeu 10. Le carré magique pour faire 1 (Math 6P, LE, p.71 ), le jeu dans le livre de l'élève**
**36. Le carré magique pour faire 1**

Jeu à 4 joueurs

But du jeu

Il s'agit d'obtenir une somme de 1 en additionnant trois cartons alignés, de manière horizontale, verticale ou diagonale.

Matériel

Un plan de jeu composé de neuf cases, réparties en trois rangées de trois cases. Des cartons-nombres à placer sur le plan de jeu (à découper dans la fiche C.)

Déroulement

Chacun des 4 joueurs reçoit trois cartes.

Le premier dépose une de ses cartes sur une des cases du plan de jeu et prend une carte dans la pioche, de manière à en avoir toujours trois en main.

Les joueurs suivants font de même.

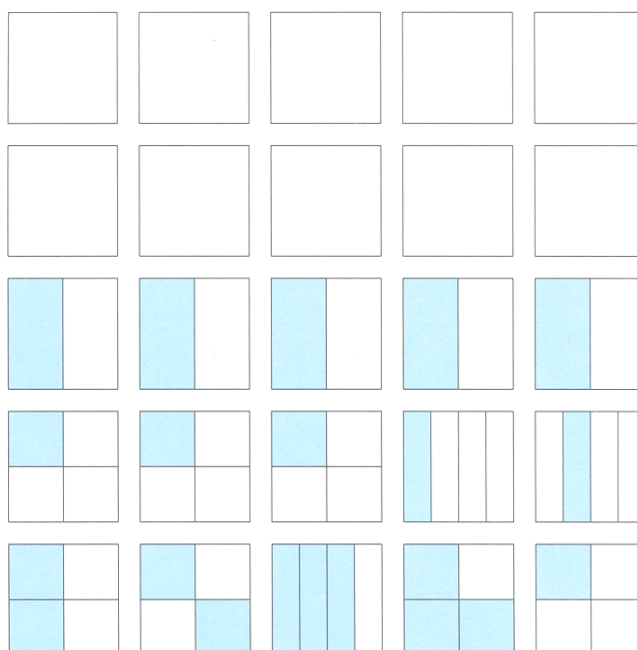
Lorsqu'un des joueurs a la possibilité, en déposant sa carte, de terminer l'alignement de trois cartes dont la somme vaut 1 (à l'horizontale, à la verticale ou en diagonale), il empoche ces trois cartes et a gagné un pli.

Il met celui-ci de côté, ces cartes ne peuvent être remises en jeu par la suite.

Le jeu se poursuit jusqu'à épuisement de la pioche et jusqu'à ce qu'il ne soit plus possible de remporter de pli.

Le gagnant est celui qui a réussi à former le plus de plis.

Si, à un moment, les neuf cases du plan de jeu sont recouvertes et qu'il soit impossible de vider une des lignes de ses cartes, on enlève les neuf cartes et on les replace dans la pioche.



**Jeu 10. Le carré magique pour faire 1 (Math 6P LM, p. 168 ), notes méthodologiques dans le livre du maître**

**36. Le carré magique pour faire 1**

Ce jeu est destiné à familiariser l'élève avec l'addition de nombres non naturels et avec des écritures différentes de ces nombres.

Le choix des cartons dépend des besoins de la classe et des élèves.

Sur la fiche C, il y a deux séries de cartons préparés:

- 10 cartons de valeur 0; 5 cartons de valeur  $\frac{1}{2}$ ; 6 cartons de valeur  $\frac{1}{4}$ ; 2 cartons de valeur  $\frac{2}{4}$  et 2 cartons de valeur  $\frac{3}{4}$
- 10 cartons de valeur 0; 5 cartons de valeur  $\frac{1}{8}$ ; 2 cartons de valeur 0,25; 2 cartons de valeur  $\frac{3}{8}$ ; 2 cartons de valeur 0,5; 1 carton de valeur  $\frac{5}{8}$ ; 1 carton de valeur  $\frac{6}{8}$  et 1 carton de valeur 0,875.

D'autres séries peuvent être construites, par exemple :

- 10 cartons de valeur 0; 7 cartons de valeur  $\frac{1}{6}$ ; 5 cartons de valeur  $\frac{1}{3}$ ; 4 cartons de valeur  $\frac{3}{6}$ ; 2 cartons de valeur  $\frac{4}{6}$  et un carton de valeur  $\frac{5}{6}$
- 10 cartons de valeur 0; 4 cartons de valeur 0,2; 3 cartons de valeur  $\frac{2}{5}$ ; 2 cartons de valeur  $\frac{3}{5}$  et 1 carton de valeur  $\frac{4}{5}$ .

Conseils pour la mise en place de l'activité

Dans un premier temps, il est préférable de ne jouer une partie qu'avec des fractions représentant les zéros, les demis et les quarts; on peut ensuite y ajouter progressivement les huitièmes. Lors d'une autre partie, on peut ne jouer qu'avec les zéros, les demis, les tiers et les sixièmes. Lorsque les élèves sont suffisamment familiarisés avec ces nouveaux nombres, on peut mettre tous les cartons ensemble.

Les exemples de configuration des fractions représentées doivent être les plus diversifiés possible; ainsi, il ne faut pas que l'élève associe la fraction  $\frac{1}{2}$  à un seul type de configuration.

En cours de jeu, les élèves sont régulièrement amenés à pratiquer des superpositions pour vérifier si les trois cartons alignés représentent bien une unité. C'est très intéressant, mais cela suppose aussi que le support soit conçu de manière à permettre cette superposition (la «configuration» de l'unité de départ, par exemple un carré de 4 cm sur 4 cm, doit rester constante quelle que soit la série de fractions utilisées).

Des variantes possibles...

Au lieu de représenter des fractions dessinées, les cartons peuvent porter des fractions écrites sous une forme conventionnelle : des chiffres séparés par une barre de fraction, voire des écritures décimales pour certaines d'entre elles.

# **L'apport des jeux à la construction des connaissances mathématiques**

**Actes de la journée d'étude du 30 novembre 2001,  
Neuchâtel, IRDP**

Sous la direction de François Jaquet et Chantal Tièche Christinat

**IRDP**  
Faubourg de l'Hôpital 43  
Case postale 54  
CH-2007 Neuchâtel 7

Tél. (41) (0) 32 889 86 14  
Fax (41) (0) 32 889 69 71

E-mail: [christiane.antoniazza@irdp.unine.ch](mailto:christiane.antoniazza@irdp.unine.ch)  
<http://www.irdp.ch>

**Fiche bibliographique :**

JAQUET, François (dir.) ; TIECHE CHRISTINAT, Chantal (dir.). - L'apport des jeux à la construction des connaissances mathématiques / sous la dir. de François Jaquet et Chantal Tièche Christinat. - Neuchâtel: Institut de recherche et de documentation pédagogique (IRDP), 2002. - 93 p. ; 30 cm. - (02.6)  
CHF 10.80

Mots-clés: *Activités mathématiques, Jeu, Acquisition de connaissances, Activité d'apprentissage en classe, Moyen d'enseignement, Enseignement primaire, Suisse romande*

*La reproduction totale ou partielle des publications de l'IRDP est en principe autorisée, à condition que leur(s) auteur(s) en ai(en)t été informé(s) au préalable et que les références soient mentionnées.*

**Photo de couverture : Maurice Bettex – IRDP**

## Table des matières

<b>Résumé.....</b>	<b>5</b>
<b>Chapitre 1</b>	
<b>Introduction.....</b>	<b>7</b>
1. Quelques propos introductifs au jeu en classe de mathématiques.....	7
2. Cadrage institutionnel et dispositif.....	11
<b>Chapitre 2</b>	
<b>Analyse des savoirs mathématiques .....</b>	<b>13</b>
<i>Avatars</i> .....	14
<i>La tour cachée</i> .....	15
<i>A vos baguettes</i> .....	16
<i>Léa et les pirates</i> .....	17
<i>Toujours 12</i> .....	18
<i>Champion</i> .....	18
<i>Egalité</i> .....	19
<i>Fan tan</i> .....	20
<i>Le pion empoisonné</i> .....	21
<i>Le carré magique pour faire 1</i> .....	21
<b>Chapitre 3</b>	
<b>La table ronde : expression de différents points de vue à propos des jeux mathématiques .....</b>	<b>23</b>
Le jeu .....	23
Quelques réflexions sur l'apport des jeux à la construction de connaissances mathématiques .....	31
Les jeux au service des apprentissages.....	38
Quelques remarques sur <i>La tour cachée</i> .....	41
<b>Chapitre 4</b>	
<b>Rapports des différents groupes .....</b>	<b>45</b>
Synthèse de travail du groupe 1 .....	45
Synthèse de travail du groupe 2.....	48
Synthèse de travail du groupe 3.....	52
Synthèse de travail du groupe 4.....	54
<b>Chapitre 5</b>	
<b>Synthèse et discussion.....</b>	<b>63</b>
<b>Bibliographie générale.....</b>	<b>71</b>
<b>Annexes (activités mathématiques).....</b>	<b>73</b>





## **Résumé**

Les nouveaux moyens d'enseignement de mathématiques de Suisse romande (1P - 6P ; 1997-2002) proposent de nombreux jeux auxquels les élèves peuvent jouer, seuls ou en groupes, souvent de manière autonome. Après quelques années de pratique, de nombreuses interrogations sont apparues à propos de la gestion et des apports de ces jeux. La question peut, de manière un peu abrupte, se résumer ainsi : quelle est la probabilité que les élèves "fassent" des mathématiques au travers de ce genre d'activités. Des collaborateurs de l'IRD ont conduit des observations et analysé en profondeur quelques-uns de ces jeux. Ils en ont choisi une dizaine et ont invité une vingtaine de personnes à se réunir une journée pour en discuter. Certains participants étaient auteurs des moyens d'enseignement, d'autres formateurs, d'autres chercheurs en didactique, d'autres encore venaient de l'étranger et apportaient un regard extérieur sur ces jeux. Des présentations, discussions et analyses complémentaires, il ressort que les fonctions des jeux sont très variables de l'un à l'autre, que des savoirs mathématiques peuvent émerger sous certaines conditions, que le maître a un rôle essentiel à jouer dans l'exploitation et dans l'institutionnalisation des connaissances mobilisées lors de ces activités. Le document présente les jeux choisis et leur analyse mathématique, les points de vue des participants de l'étranger, exprimés lors d'une table ronde, les rapports des groupes de travail qui l'ont suivie, ainsi qu'une synthèse des discussions de la journée.

## **Riassunto**

I nuovi libri di testo per l'insegnamento della matematica nella Svizzera Romanda (1P - 6P ; 1997-2002) propongono numerosi giochi che gli alunni possono giocare da soli o in gruppo, in modo autonomo. Dopo alcuni anni di pratica sono sorte numerose questioni a proposito della gestione e degli apporti di questi giochi. La problematica potrebbe tradursi in maniera un po' drastica con le parole seguenti : qualè la probabilità che gli alunni facciano matematica con queste attività ? Alcuni collaboratori dell'IRD hanno condotto varie osservazioni ed analizzato in profondità qualche gioco. Ne hanno scelto una diecina e hanno invitato per una giornata di studio venti persone per discuterne. I partecipanti erano autori di libri di testo, formatori d'insegnanti, ricercatori in didattica della matematica. Fra questi erano presenti alcuni stranieri che hanno osservato questi giochi dall'esterno. Dalle presentazioni, discussioni e analisi complementari è apparso che la funzione dei giochi differisce dall'uno all'altro, che i saperi matematici possono emergere sotto certe condizioni, che l'insegnante ha un ruolo essenziale nel loro utilizzo e nell'istituzionalizzazione delle conoscenze mobilizzate durante tali attività. Questo documento presenta i vari giochi scelti e la loro analisi matematica, il punto di vista che i partecipanti stranieri hanno espresso durante una tavola rotonda, i brevi rapporti dei gruppi di lavoro che l'hanno seguita, così come una sintesi delle discussioni della giornata.

## Zusammenfassung

Die neuen Mathematik-Lehrmittel in der Westschweiz (erste bis sechste Primarklasse; 1997 - 2002) enthalten neue Spiele, mit welchen die Schüler (oft auf selbständige Art und Weise) allein oder in Gruppen spielen können. Nach einigen Jahren der Praxis sind zahlreiche Fragen aufgetaucht, wie diese Spiele am besten eingesetzt werden und was ihr didaktischer Beitrag ist. Man kann die Frage etwas zugespitzt so formulieren: Inwiefern betreiben die Schüler mit derartigen Aktivitäten tatsächlich Mathematik? Mitarbeiter des IRDP haben Beobachtungen durchgeführt und einige dieser Spiele eingehend analysiert. Sie haben etwa zehn davon ausgewählt und zwanzig Personen zu einer eintägigen Diskussionsrunde eingeladen. Unter den Teilnehmern befanden sich sowohl Autoren von Lehrmitteln als auch in der Lehrerbildung tätige Personen und Forscher im Bereich der Didaktik; einige kamen aus dem Ausland und konnten so eine auswärtige Perspektive bezüglich dieser Spiele einbringen. Aus den Vorführungen, Diskussionen und ergänzenden Analysen geht hervor, dass die Einsatzmöglichkeiten sehr unterschiedlich sind, dass unter bestimmten Bedingungen mathematisches Wissen erworben werden kann und dass der Lehrer bei der Nutzbarmachung und der Verankerung der bei diesen Aktivitäten zum Einsatz gelangenden Erkenntnisse eine wesentliche Rolle zu spielen hat. Die vorliegende Broschüre enthält die ausgewählten Spiele samt deren mathematischer Analyse, die an der Podiumsdiskussion ausgedrückten Stellungnahmen der Gäste aus dem Ausland, die Berichte der Arbeitsgruppen sowie eine Synthese der anlässlich dieser Tagung geführten Diskussionen.

# Chapitre 1

## Introduction

Chantal Tièche Christinat, IRPD, Neuchâtel

---

### 1. Quelques propos introductifs au jeu en classe de mathématiques

Le jeu est une activité qui s'est forgée au cours des années une place dont l'actualité n'est plus à démontrer. Terme riche non seulement par les aspects polysémiques qu'il offre et par les ambiguïtés qu'il révèle, comme le signale Caillois dans son introduction (1967), son étude a suscité de nombreuses recherches en sciences humaines et sociales, inscrites dans une approche des phénomènes de la connaissance humaine. Terrain pour l'observation, les activités de jeu enrichissent l'épistémologie par la compréhension de certains phénomènes sociaux liés à la construction de la connaissance qu'elles génèrent. Par exemple, comme nous le rappelle Carlo Marchini dans son introduction, les travaux sur les jeux de dés ont donné naissance aux calculs des probabilités et ouvert un nouveau champ à l'intérieur des sciences mathématiques. Les études des jeux symboliques et des jeux de règles que Piaget (1964) a menées, ont quant à elles su explorer des aspects méconnus de la construction des connaissances chez l'enfant. Si elles ont conduit à souligner la part importante que de telles activités jouent dans la genèse des connaissances, elles montrent également que le jeu et ses règles voient leurs formes et leurs fonctions se modifier selon l'âge du joueur. La diffusion des travaux montrant les enjeux cognitifs du jeu a en retour modifié le statut et la place qu'il occupait. En effet, fort des constats soulignant l'existence d'un réel travail cognitif fourni durant le jeu et disculpant ipso facto le joueur du plaisir obtenu lors de telles activités, le jeu sera progressivement considéré comme pouvant également favoriser l'émergence de connaissances nouvelles. Par ailleurs, les activités ludiques et les aspects sociaux et relationnels inhérents à leur pratique sont perçues comme autant d'expériences créatives nécessaires au développement harmonieux de l'enfant (Winnicott, 1978). Le jeu prend ainsi dès lors le statut d'activité sérieuse et légitime, favorable à l'épanouissement intellectuel de la personne et de la société et peut être exploité à ce dessein.

Suite à ces différents travaux, les sciences humaines et en particulier la pédagogie vont appréhender les activités de jeu sous des angles nouveaux. Loin d'être considéré uniquement comme un passe-

temps, une activité de loisir sans autre conséquence que le plaisir ou parfois la frustration qui en découle, il constitue pour les psychologues entre autres, un miroir réfléchissant l'état des savoirs et de la pensée, un lieu potentiel d'observation des phénomènes de connaissances intellectuelles et sociales. De plus, les activités de jeu vont être appréhendées non seulement comme révélatrices d'un fonctionnement cognitif, mais comme un lieu d'émergence possible de connaissances nouvelles. Cette perspective récente permet aux pédagogues et enseignants d'introduire des phases de jeu au sein de l'enseignement et d'attribuer au joueur un statut d'élève questionneur, développeur de stratégies nouvelles, adaptateur de connaissances anciennes. Le jeu et les joueurs peuvent dorénavant entrer de plein droit au sein de l'institution scolaire. De plus, la prévalence des aspects pédagogiques et didactiques vont permettre à l'activité de jeu d'obtenir ses lettres de noblesse dès lors que les moyens d'enseignement introduisent et préconisent dans leurs propositions des activités de jeu.

La présence et la fréquence toujours plus fortes des activités de jeu dans le cadre de l'enseignement et de la formation pourraient être pressenties comme une solution aux divers problèmes pédagogiques rencontrés et non résolus jusqu'ici. Cependant, une distinction s'impose. Le jeu, bien que conçu comme modalité d'apprentissage possible, ne se décline guère avec l'acquisition de connaissances nouvelles. Souvent perçu par l'enseignant comme moyen agréable de répéter et exercer des connaissances connues ou alors comme permettant l'élaboration de stratégies relevant du raisonnement hypothético-déductif, il se conçoit plus rarement comme générant des connaissances nouvelles relevant d'un savoir culturellement déterminé et faisant l'objet d'un enseignement spécifique.

L'activité que l'élève accomplit au cours du jeu mobilise sans aucun doute des connaissances cognitives, et en particulier ses connaissances mathématiques. Toutefois l'activité n'est pas garante comme le soulignent Bkouche et Rouche (1992) d'un accès au savoir mathématique. Néanmoins elle pourrait fournir pour le moins une méthode de travail, un outil de recherche qui en tant que tel créerait chez l'élève l'activité de "mathématicien" dont parle Brousseau (1998). Les situations de jeux devraient ainsi être conçues comme des situations dans lesquelles les élèves "puissent vivre et dans lesquelles les connaissances vont apparaître comme la solution optimale et découvrable aux problèmes posés". Elles doivent par conséquent être interrogées tant au niveau des connaissances mises en œuvre par l'élève pour effectuer le jeu qu'au regard de l'activité d'enseignement qu'elles mettent en place (Brousseau, op.cit. p.49).

Les nouveaux moyens d'enseignement des mathématiques de Suisse romande<sup>1</sup> souscrivent à cette tendance pédagogique et didactique. En effet, ils proposent de nombreuses activités sous forme de jeux, au point que "jeu" et "apprentissage" sont souvent amalgamés, dans l'opinion publique, dans la presse pédagogique, de même que chez de très nombreux enseignants.

---

<sup>1</sup> La dernière génération des moyens romands d'enseignement des mathématiques a été introduite pour les degrés 1P-6P graduellement durant les années 1997 – 2002. Les degrés 7-9 en bénéficieront dès 2003.

"Faire des mathématiques en s'amusant" titrait "Le Matin" en mai 2001, à l'occasion de la présentation de l'ouvrage "Mathématique 5<sup>e</sup>". Hors de nos frontières, les jeux sont également préconisés pour l'apprentissage des mathématiques. Une annonce récente du BGV 100, septembre 2001, APMEP, le montre clairement :

*Faire des mathématiques à partir des jeux, c'est jouable ! ...*

*Vous êtes tous invités à venir pratiquer des jeux numériques, géométriques ou logiques achetés dans le commerce ou fabriqués de façon artisanale, et à voir comment les intégrer à notre enseignement ou les utiliser en club de mathématiques .*

Les jeux mathématiques méritent cependant que l'on interroge la solidité des liens espérés entre la forme ludique et les contenus mathématiques. L'avis d'une lectrice de *Math-Ecole* (Valentin, 2001) membre de l'équipe ERMEL vient corroborer ceci : *La référence au jeu pour "apprendre des mathématiques" me semble un fil directeur de la revue Math-Ecole. .... (qui) est une mine dans ce domaine et j'y ai beaucoup puisé aussi bien pour les classes que pour la formation des maîtres. Pourtant, si on ne peut que se féliciter, la plupart du temps, de cette introduction du jeu et des jeux dans l'enseignement depuis une trentaine d'années, je crois que certaines dérives nous guettent encore et toujours. Mon intention est d'essayer ici d'examiner l'intérêt de certains jeux à la lumière de ce qui fait l'essentiel de l'activité mathématique.*

Dans le cadre des recherches et des réflexions que l'IRDPC consacre à l'enseignement et aux nouveaux moyens d'enseignement romand des mathématiques, nous nous sommes en particulier attachés à interroger les nombreuses activités de jeu des nouveaux moyens qui sont considérées comme emblématiques par les enseignants. Les analyses que nous avons faites (Tièche Christinat, 3<sup>ème</sup> rapport, Math-Ecole, 2001) montrent que le jeu est retenu surtout en fonction du plaisir<sup>2</sup> qu'il provoque dans la classe. Ainsi les enseignants comparent les activités de jeu aux fiches ou problèmes, en mettant en opposition les aspects ludiques des uns aux aspects ennuyeux voire rébarbatifs des autres. En ce sens, ils ne semblent pas discuter ou questionner directement le propos mathématique de telles activités et la diversité de leur pratique des jeux s'explique par l'importance qu'ils attribuent au thème mathématique du module auquel appartient l'activité. Toutefois le contenu mathématique des activités de jeu est invoqué implicitement et ne constitue pas la préoccupation centrale des enseignants des degrés primaires. D'autres questions relevant de la gestion de classe et des situations didactiques surgissent et interpellent les auteurs des moyens d'enseignement et les formateurs de Suisse romande mais aussi de l'étranger. Les maîtres ont des questions aussi : jusqu'à quand laisser jouer les enfants, comment évaluer ce type d'activité et ses effets ? Pourquoi les jeux deviennent-ils rares dès la cinquième année, au point de disparaître des manuels dès le secondaire ?

---

<sup>2</sup> Toutefois il faut souligner également que les activités de jeu ne sont pas toutes ressenties par les élèves comme productrices de plaisir. L'intérêt du gain est éliminé et les contrôles stratégiques désirés permettant de gagner sont absents chez les joueurs, mettant ainsi de côté toute production de connaissances nouvelles.

Par ailleurs on peut évoquer légitimement le risque de "glissement métacognitif" à propos des jeux préconisés par nos moyens d'enseignement romands de la génération 1997-2003, entraînant de fait un détournement des activités au profit d'objectifs non mathématiques tels que les connaissances et l'appropriation des règles de jeu qui occultent l'activité mathématique. Il suffit par analogie de se référer aux activités ensemblistes, aux bases de numération différentes de dix, aux velléités topologiques de la génération précédente, également qualifiées de "jeux" dans leur première édition (1972-1978) et qui sont mortes de "mort naturelle", non sans avoir privé de vrais problèmes quelques générations d'élèves. Le débat à ce propos n'a jamais été développé en Suisse romande et, afin d'éviter les écueils connus, il paraît opportun de l'ouvrir à propos des jeux.

Ces propos préliminaires nous invitent donc à nous interroger sur l'importance accordée aux situations de jeux dans l'enseignement et sur les réels impacts qu'ont de telles situations sur l'élaboration des savoirs et des connaissances des élèves et en particulier nous focalisons notre attention sur les savoirs mathématiques et leur transposition en classe.

Le cadrage choisi relève des concepts développés en didactique des mathématiques et les réflexions nourries et profondes ont été organisées autour de deux groupes de questions ; le premier porte sur la reconnaissance des savoirs mathématiques, le second sur leur transposition en classe.

1. Quels sont les savoirs mathématiques sous-jacents dans les jeux de nos moyens d'enseignement ?

Existent-ils ? Sont-ils identifiables ? Quels sont leurs liens avec les connaissances et notions déterminées par les plans d'études ?

2. Dans quelle mesure ces jeux peuvent-ils participer à l'élaboration de ces savoirs mathématiques ou à la construction des connaissances qui leur sont liées ?

Comment faire pour s'assurer que la transposition se fasse entre les concepts identifiés et la construction effective chez l'élève ? ou pour que les jeux proposés soient vraiment au service des apprentissages en mathématiques ?

Peut-on établir quelques critères permettant à un maître de décider de l'opportunité d'un jeu et de sa pratique dans son plan d'enseignement ou pour la progression de ses élèves ?

Ces questions ont pour objectif d'initier une réflexion sur la problématique du jeu en mathématiques et le présent document cherche à rendre compte du travail effectué durant une première journée d'étude consacrée à cette thématique.

## **2. Cadrage institutionnel et dispositif**

L'IRDP dès 1972 a convié chercheurs, enseignants et mathématiciens autour de F. Gonseth, afin de discuter d'épistémologie et d'enseignement des mathématiques, en rapport avec le nouveau curriculum de mathématiques de Suisse romande, fortement inspiré de l'école bourbakiste. Ce "groupe Gonseth" a débattu, échangé et approfondi en toute liberté les conceptions des "mathématiques modernes" et leurs applications didactiques. Ce type de réunion a autorisé une vision large et objective des faits d'enseignement et de leurs enjeux sans pour autant chercher à infléchir le cours de l'enseignement des mathématiques en Suisse romande. Il a aussi ouvert de "nouvelles voies à la recherche au service d'un approfondissement continu et recherché" (Roller, Cardinet, Perret, & Pochon, 1984 ; Pochon 1990).

Le recul qu'avaient autorisé de telles réunions nous a paru très bénéfique et c'est dans cette perspective que l'IRDP a convié un groupe de chercheurs, d'enseignants et de formateurs à discuter du jeu et plus précisément de quelques jeux en mathématiques. Mettre en contact différents niveaux de préoccupation et permettre une analyse plurielle d'un phénomène scolaire donné et précis est une des missions toujours actuelle de l'Institut. Ainsi cette démarche s'inscrit non seulement comme "exercice de la remise en question de la chose scolaire" selon les propres paroles de J. J. Maspéro (cité in *L'épopée des centres de recherches*, p.32, 2001) mais constitue une étape nécessaire à la compréhension des programmes d'accompagnement des réformes scolaires. La nécessité de la critique n'est plus à démontrer et doit être considérée à la fois comme une étape fondamentale pour la compréhension des phénomènes scolaires et comme une gageure productrice d'innovations.

Jugeant qu'une multiplicité d'apports permettait de mieux croiser les regards, le dispositif de cette journée a réuni sous un même toit des chercheurs venus d'horizons divers (mathématiciens, chercheurs en sciences de l'éducation, formateurs d'enseignants et auteurs des moyens mathématiques) et de pays différents. Six personnes de l'extérieur, engagées dans la production d'activités pour la classe ou dans la réflexion à leur propos, ont accepté de participer à ce séminaire et de nous apporter leur regard sur nos jeux. Leur mission introductive à la journée de travail consistait à analyser et à commenter trois activités de jeu issues des moyens d'enseignement 1P-6P choisies en fonction de leur diversité et qu'ils connaissaient sur la base des dossiers que nous avons préalablement envoyés à l'ensemble des participants. Ces dossiers comprenaient un ensemble de dix jeux accompagnés de commentaires méthodologiques destinés aux maîtres et quelques analyses ou observations parues sous formes d'articles scientifiques. Dans la deuxième partie de la journée, les travaux de groupe ont eu pour tâche d'analyser selon les critères établis à la suite de la table ronde les autres jeux proposés et non analysés par nos hôtes.

Voici la liste des dix jeux choisis :

- 1      *Avatars* (Math 4P; LM p. 257)
- 2      *La tour cachée* (Math 1P ; LM p. 59)
- 3      *A vos baguettes* (Math 3P ; LM p. 180)
- 4      *Léa et les pirates* (Math 2P ; LM p. 95 - 96)
- 5      *Toujours 12* (Math 2P ; LM p. 215 - 216)
- 6      *Champion* (Math 2P ; LM p. 141 – 142)
- 7      *Egalité* (Math 3P ; LM p. 136)
- 8      *Fan tan* (Math 4P ; LM p. 172)
- 9      *Le pion empoisonné* (Math 4P ; LM p. 66)
- 10     *Le carré magique pour faire 1* (Math 6P ; LM p. 168 ; LE p. 71)

La synthèse finale regroupant les analyses des groupes de travail a permis de réunir tous les participants et de dresser quelques premières conclusions en vue de réflexions ultérieures ou de rencontres élargies finales.



## Chapitre 2

### Analyse des savoirs mathématiques

François Jaquet, IRDP, Neuchâtel

---

#### Préambule

Les jeux examinés lors de cette journée d'étude, l'ont été de différents points de vue : psychologique, affectif, didactique et, évidemment, mathématique. Certains d'entre eux avaient déjà fait l'objet de commentaires dans les introductions des "livres du maître" ou de publications, qui ont été joints au dossier préalable envoyé aux participants. A ces premiers apports sont venues s'ajouter les réflexions développées autour de la table ronde, dans les groupes de travail et dans la séance de synthèse de la journée. L'analyse des savoirs mathématiques s'est affirmée, tout au long des travaux, comme une clé indispensable de l'introduction de ces jeux en classe, de leur gestion et de leur exploitation.

Il nous est donc apparu opportun de reprendre ou poursuivre l'analyse de ces jeux, selon des critères plus précis et unifiés, comme référence ou synthèse limitée à leur aspect mathématique. Il s'agit d'esquisser une réponse aux questions suivantes : quels sont les savoirs explicites ou sous-jacents de ces jeux ? existent-ils ? sont-ils identifiables ?

Pour chacun des jeux, nous considérons ici trois caractéristiques des savoirs mathématiques.

#### Les savoirs nécessaires pour jouer

Dans cette première rubrique, ne sont envisagés que les savoirs mis en oeuvre pour conduire un jeu, de son début à sa conclusion, par le gain ou la perte. Et parmi ces savoirs, nous nous restreignons encore à ne prendre en compte que les savoirs correspondant au niveau des élèves auxquels le jeu est proposé. Par exemple, le dénombrement d'une quantité discrète d'objets, nécessaire pour le jeu *A vos baguettes* de 3<sup>e</sup> primaire, considéré comme acquis au cours des degrés précédents, ne figurera pas dans l'inventaire des savoirs du jeu.

### **Les savoirs qui devraient émerger ou se renforcer au cours du jeu**

Il s'agit, dans cette rubrique, de légitimer en quelque sorte la présence du jeu dans les moyens d'enseignement par la mise en évidence de savoirs correspondant aux objectifs des programmes aux niveaux concernés.

Les jeux proposés se situent au sein de thèmes, en rapport avec des notions mathématiques décrites souvent en termes assez généraux dans les commentaires du livre du maître. Une approche plus fine et plus précise est visée ici. Par exemple, un jeu de calcul comme *Toujours 12*, est placé explicitement dans le champ conceptuel de l'addition comme participant du calcul réfléchi ; cette rubrique cherche à préciser les opérations en jeu et à expliciter les propriétés mobilisées.

### **Les savoirs qui pourraient être abordés, structurés, stabilisés ou institutionnalisés en prolongement du jeu**

Cette dernière rubrique envisage les suites du jeu : ses développements, ses prolongements, ses exploitations, du point de vue des savoirs mathématiques. Comme précédemment, on se restreint à l'examen des savoirs correspondant au niveau des élèves auxquels le jeu est proposé. Par exemple, dans *Léa et les pirates*, destiné à des élèves de deuxième année, on ne retiendra pas ici les ouvertures sur le champ mathématique de la théorie des jeux.

## **Avatars**

### **Les savoirs nécessaires pour jouer**

Pour ce jeu, les savoirs nécessaires sont du domaine de la reconnaissance de figures planes qui peuvent se superposer par déplacement selon une transformation du plan qui conserve les mesures des grandeurs : longueur, aire, volume, angle. Ces transformations sont appelées isométries, les figures en relation par ces transformations sont dites "isométriques".

La tâche demande à l'élève dans un premier temps, de repérer des figures isométriques au sein des avatars, c'est-à-dire d'imaginer ou d'effectuer les translations, rotations ou symétries qui amènent une figure sur une autre. Pour "bien jouer", l'élève devrait aussi pouvoir analyser ce qui différencie deux figures pour créer, à partir de l'une d'entre elles, une nouvelle figure plus "ressemblante" à l'autre.

### **Les savoirs qui devraient émerger ou se renforcer au cours du jeu**

Dans cette catégorie des savoirs qui devraient émerger ou se renforcer au cours du jeu, apparaît le concept "d'orientation" d'une figure.

Les élèves doivent prendre conscience que les translations et rotations s'effectuent "sans sortir les figures du plan dans lequel elles se trouvent" alors que les symétries axiales les "renversent" comme si on les avait "sorties du plan pour les retourner, avant de les y réintégrer sur l'autre face". Il faut relever que ce savoir sur la "figure géométrique" et ses deux orientations entre en conflit avec celui sur "l'objet" correspondant de l'espace sensible, la carte avec le dessin de la figure qui n'a qu'une face.

### **Les savoirs qui pourraient être abordés, structurés, stabilisés ou institutionnalisés en prolongement du jeu**

Un premier savoir est lié à l'acquisition d'une méthode de dénombrement exhaustif des combinaisons des quatre bâtonnets.

La recherche des 16 avatars, proposée dans les "prolongements" exige une démarche mathématique rigoureuse et systématique. Par exemple, à partir d'une figure donnée chercher toutes celles qu'on peut obtenir en modifiant la position d'un seul bâtonnet, puis à partir des figures obtenues, modifier de nouveau la position d'un seul bâtonnet, etc. en vérifiant à chaque fois que la nouvelle figure ne soit pas déjà isométrique à l'une des précédentes. Cette démarche semble cependant trop rigoureuse et délicate pour des élèves de 4P, qui doivent se contenter de résultats empiriques et qui, au moment de la validation, ne peuvent être sûrs d'avoir obtenu les 16 avatars que parce qu'ils n'en trouvent plus de nouveau.

Une deuxième catégorie de savoirs à développer, relevant du domaine de la géométrie, concerne la reconnaissance et la désignation des différents types d'isométries (rotation, translation, symétrie axiale).

## ***La tour cachée***

### **Les savoirs nécessaires pour jouer**

On est ici dans le domaine de la logique et du raisonnement. Pour bien jouer, l'enfant doit faire appel à des opérations de sa logique naturelle : la négation et l'exclusion, l'induction et la déduction.

### **Les savoirs qui devraient émerger ou se renforcer au cours du jeu**

Au cours des validations ou échanges entre joueurs, certaines règles élémentaires de la déduction vont être explicitées. Elles concerneront plus particulièrement :

- la négation (si aucune indication n'est donnée, la couleur du cube proposé n'est pas la bonne) ;

- le principe du tiers-exclu (si le cube rouge est au premier étage, il n'est pas au 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup> ou 4<sup>e</sup>, ce sont des cubes d'autres couleurs qui se trouveront à ces étages et qui ne pourront pas se situer au premier étage) ;
- la prise en compte simultanée de plusieurs informations pour l'élaboration de combinaisons possibles.

La démarche scientifique de contrôle anticipé d'un nouvel essai selon les informations précédentes peut aussi apparaître et constituer un nouveau savoir spécifique du raisonnement logique. (Voir *La tour cachée* In *Math-Ecole* 185, pp. 24 – 30 et p. 33, décembre 1998)

### **Les savoirs qui pourraient être abordés, structurés, stabilisés ou institutionnalisés en prolongement du jeu**

L'explicitation verbale des démarches, a posteriori, est l'occasion de réfléchir sur les opérations logiques mises en œuvre pour les valider et les structurer. Elle permet aussi d'aborder les raisonnements hypothétiques du genre "si je mets un rouge ici, ça n'ira pas car ...".

## ***A vos baguettes***

### **Les savoirs nécessaires pour jouer**

A l'exception de la connaissance de l'écriture  $a \times b = c$ , on ne peut pas identifier de "savoirs nécessaires pour jouer" dans ce jeu. On peut en effet placer les baguettes et compter les croisements sans mettre en œuvre de connaissances de 3<sup>e</sup> année. Un élève de 1<sup>re</sup> année peut jouer en dénombrant les nombres de baguettes puis les croisements, un à un, puis produire l'écriture demandée sans lui donner de sens.

### **Les savoirs qui devraient émerger ou se renforcer au cours du jeu**

Pour jouer rapidement, il faut abandonner les dénombrements et se rendre compte que la situation est de type multiplicatif. L'élève pourrait alors éventuellement renforcer sa connaissance des produits de deux nombres naturels dont la somme des deux facteurs est inférieure ou égale à 15, puis leur transcription sous la forme  $a \times b = c$ .

### **Les savoirs qui pourraient être abordés, structurés, stabilisés ou institutionnalisés en prolongement du jeu**

Une exploitation du jeu pourrait structurer ou renforcer les savoirs sur :

- les propriétés de la multiplication, en lien avec la table où, lorsqu'un des facteurs d'un produit est augmenté ou diminué de 1, on passe d'une case à une case voisine ;
- la commutativité de la multiplication (liée à la symétrie de la table et aux symétries des dispositions des baguettes) ;
- la distributivité élémentaire de la multiplication (passer du résultat connu  $6 \times 7 = 42$  au résultat de  $6 \times 8$ , revient à additionner 6 puisque  $6 \times 8 = 6 \times (7 + 1) = (6 \times 7) + (6 \times 1) = 42 + 6 = 48$ ) ;
- les suites de nombres dans une ligne ou une colonne de la table de multiplication (préparation au concept de multiple).

La recherche de stratégies gagnantes, par isomorphisme avec un jeu de déplacement sur les cases de la table de multiplication, ne paraît pas à la portée d'élèves de 3P.

## ***Léa et les pirates***

### **Les savoirs nécessaires pour jouer**

Il n'est pas possible d'identifier des savoirs mathématiques dans ce jeu. Un enfant d'école maternelle est capable de déplacer des pions sur un réseau d'un sommet à un autre.

### **Les savoirs qui devraient émerger ou se renforcer au cours du jeu**

Les stratégies, mêmes partielles, ne sont pas à la portée d'élèves de 2P.

### **Les savoirs qui pourraient être abordés, structurés, stabilisés ou institutionnalisés en prolongement du jeu**

La recherche d'une stratégie repose sur la notion de "position" gagnante de la théorie des jeux de type *Nim*. Elle exige une analyse systématique "rétrograde" à partir de la position finale. (Voir Sur un réseau, In *Math-Ecole* 193, pp. 26 – 30, août 2000 et 194, pp. 32 – 36, octobre 2000).

Seuls des problèmes de "fins de parties" limités à deux ou trois des derniers mouvements des pièces pourraient éventuellement être proposés, au plus tôt au niveau de l'école secondaire (ou 6<sup>e</sup> année d'école).

## **Toujours 12**

### **Les savoirs nécessaires pour jouer**

Dans ce jeu d'addition, les savoirs sont d'ordre technique : l'enfant doit savoir calculer la somme de 4 nombres naturels de 0 à 6 et effectuer la recherche des compléments à 12.

### **Les savoirs qui devraient émerger ou se renforcer au cours du jeu**

Pour jouer efficacement, les élèves doivent améliorer leurs techniques d'addition, à savoir : passer du comptage un à un à l'apprentissage de la table d'addition et à la mémorisation du répertoire additif. Ils doivent aussi faire appel aux propriétés "intuitives" de l'addition, comme l'associativité et la commutativité.

### **Les savoirs qui pourraient être abordés, structurés, stabilisés ou institutionnalisés en prolongement du jeu**

Le répertoire additif, y compris les recherches de compléments, les associations de termes, les compensations et d'une manière plus générale, tout le calcul réfléchi du champ conceptuel de l'addition peuvent être travaillés en prolongement de ce jeu.

Voici un exemple qui illustre la complexité des notions mathématiques en jeu :

Si quatre cartes sont posées, de valeurs  $a, b, c, d$ , l'élève doit calculer la somme  $a + b + c + d$ , puis la comparer à 12. Si elle est inférieure à 12, l'écart ( $e$ ) est positif :  $(a + b + c + d) + e = 12$ . Le savoir consiste à faire intervenir l'associativité et la commutativité de l'addition pour remplacer une des cartes déjà posée par l'une des cartes en main de valeurs  $x, y, z$  telle que : soit  $a + e = x$ , soit  $a + e = y$ , soit  $a + e = z$ , soit  $b + e = x$ , soit  $b + e = y$ , .... (12 combinaisons à envisager).

## **Champion (variante à trois chiffres)**

### **Les savoirs nécessaires pour jouer**

Pour jouer et déterminer le vainqueur, il suffit de savoir comparer deux nombres naturels de trois chiffres.

### **Les savoirs qui devraient émerger ou se renforcer au cours du jeu**

Pour tenter de gagner à ce jeu, il faut se rendre compte que, dans notre système de numération, le nombre est déterminé par la position de ses chiffres. Ce savoir n'est pas nouveau pour l'élève, mais il est mobilisé ici dans une situation où le joueur a le choix de l'emplacement des chiffres tirés.

### **Les savoirs qui pourraient être abordés, structurés, stabilisés ou institutionnalisés en prolongement du jeu**

Il y a de nombreuses connaissances à structurer et expliciter à partir de ce jeu, se rapportant à notre numération de position. Ci-dessous, nous en énumérons quelques-uns :

- trois chiffres étant donnés, il faut placer le plus grand dans la position des centaines et le plus petit dans celle des unités pour obtenir le plus grand nombre possible ;
- le plus grand nombre de trois chiffres différents est 987, le plus petit est 102, ...

Le jeu peut aussi faire apparaître les stratégies adoptées pour placer le premier et le deuxième chiffre tiré, stratégies qui reposent sur un raisonnement qui fait intervenir également la notion de probabilité.

Par exemple, si on tire un 7 en premier, faut-il le placer dans la case des centaines ou espérer obtenir l'une des deux cartes 8 ou 9 en deuxième ou troisième tirage, alors qu'il reste sept cartes inférieures à 7 en jeu ?

## **Egalité**

### **Les savoirs nécessaires pour jouer**

L'addition et la comparaison (relation d'ordre) de nombres naturels sont les savoirs mobilisés en permanence dans ce jeu qui exige aussi une interprétation correcte des écritures d'égalités et de sommes.

### **Les savoirs qui devraient émerger ou se renforcer au cours du jeu**

Pour améliorer leurs stratégies, les élèves doivent mettre en œuvre un autre savoir tel que rechercher la différence des deux membres des inégalités, afin de tenter de former une égalité par addition de cette différence ou d'empêcher l'adversaire de la former.

### **Les savoirs qui pourraient être abordés, structurés, stabilisés ou institutionnalisés en prolongement du jeu**

Un travail sur "l'orthographe" des écritures additives, inégalités et égalités peut être entrepris à la suite du jeu, dans la perspective d'arriver à un bon usage des signes " $<$ ", " $>$ " et " $=$ ".

## **Fan tan**

### **Les savoirs nécessaires pour jouer**

Il n'y a pas de savoirs mathématiques, du niveau de 4P, nécessaires pour jouer au *Fan tan*.

### **Les savoirs qui devraient émerger ou se renforcer au cours du jeu**

A force de jouer, l'élève se convaincra vraisemblablement que le reste est inférieur au nombre de joueurs et que ses chances de gain augmentent lorsque le nombre de joueurs diminue.

### **Les savoirs qui pourraient être abordés, structurés, stabilisés ou institutionnalisés en prolongement du jeu**

Tout le travail d'ordre mathématique se déroule en prolongement du jeu et permet de faire apparaître les nombreux savoirs liés à la division euclidienne :

- les caractéristiques de la situation : partage équitable, dividende (D) représenté par le nombre de jetons dans la poignée de départ, diviseur (d) représenté par le nombre de joueurs, quotient entier (q) représenté par le nombre de jetons devant chaque joueur (pour autant que l'équivalence des parts de chacun soit mise en évidence), le reste (r) qui ne peut plus être réparti car inférieur au nombre de joueurs ;
- la relation caractéristique de la "division euclidienne" :  $D = (q \times d) + r$ , avec  $r < d$ , après avoir éventuellement passé par l'addition de termes égaux :  $D = (q + q + q + \dots + q) + r$ . Il faut rappeler ici que cette opération fait correspondre, à un couple de nombres naturels donné (D ;d), avec  $d \neq 0$ , un autre couple de nombres (q ; r), tel que  $D = (q \times d) + r$ , et  $r < d$  ; alors que les autres opérations connues de l'élève font correspondre un seul nombre au couple initial. La relation  $D = (q \times d) + r$ , qui compose une multiplication et une addition, n'est donc pas une "preuve", mais le critère de détermination du couple (q ; r) ;
- la partition de l'ensemble des nombres naturels définie par la "division euclidienne" par d en nombres dont la division par d donne un même reste r (classes de reste) :
  - nombres naturels dont le reste de la division par d est 0 (multiples de d)
  - nombres naturels dont le reste de la division par d est 1 ("multiples de d augmentés de 1")
  - nombres naturels dont le reste de la division par d est 2 ("multiples de d augmentés de 2")
  - .... ;

et la constatation qu'il y a plusieurs poignées de départ qui donnent le même reste :

$$D_1 = (1 \times d) + r \quad D_2 = (2 \times d) + r \quad D_3 = (3 \times d) + r \quad D_4 = (4 \times d) + r \quad \dots$$



La notion de probabilité intervient aussi dans ce jeu : si on est  $d$  joueurs, il y a  $d$  restes possibles (y compris 0) et on a une chance sur  $d$  de gagner. S'il n'y a que 2 joueurs, il n'y a que deux restes possibles, ...

### ***Le pion empoisonné***

#### **Les savoirs nécessaires pour jouer**

On peut jouer au *pion empoisonné* sans faire de mathématiques.

#### **Les savoirs qui devraient émerger ou se renforcer au cours du jeu**

Le jeu devrait faire émerger des stratégies partielles pour les fins de partie (Voir Jeux de *Nim* In *Math-Ecole* 176, pp. 25 – 34, mars 1997), dont au moins celle consistant à laisser 5 jetons à l'adversaire pour être certain de gagner.

#### **Les savoirs qui pourraient être abordés, structurés, stabilisés ou institutionnalisés en prolongement du jeu**

Au-delà des stratégies partielles, on peut envisager l'approche d'une stratégie complète de ce jeu de type *Nim* en recherchant l'ensemble des positions gagnantes : laisser 1, ou 5, ou 9 pions à l'adversaire et, par conséquent, commencer en retirant 3 des 12 jetons de départ.

### ***Le carré magique pour faire 1***

#### **Les savoirs nécessaires pour jouer**

La tâche du joueur dans ce jeu se limite à "additionner" trois parties de carré pour former un carré complet ou, s'il imagine les cartes comme des nombres rationnels (fractions), à additionner trois de ces nombres pour obtenir 1.

#### **Les savoirs qui devraient émerger ou se renforcer au cours du jeu**

En jouant, des stratégies doivent se construire pour empêcher les adversaires de "faire 1" lorsqu'on ne peut pas soi-même obtenir cette somme, stratégies qui font toujours appel au même savoir que précédemment.

**Les savoirs qui pourraient être abordés, structurés, stabilisés ou institutionnalisés en prolongement du jeu**

L'exploitation du jeu devrait se centrer sur le passage des additions de fractions de carrés aux additions de nombres rationnels et à leurs écritures.

## Chapitre 3

### La table ronde : expression de différents points de vue à propos des jeux mathématiques

---

#### Le jeu (\*)

Carlo Marchini, logicien, Université de Parme<sup>3</sup>

Le jeu est motivant et constitue déjà une possibilité importante d'accrochage en tant que véhicule didactique, mais il est aussi important en soi (Froebel, 1821). Pour les enfants, le jeu exprime la vie de l'esprit, comme libre exercice de nombreuses de ses activités. En un certain sens, les enfants, en particulier les plus petits (jusqu'à 7 - 8 ans selon Piaget, 1945), ne "jouent" pas, car, pour eux, le jeu est l'occasion d'un engagement concret et sérieux. En ceci, l'attitude des adultes est différente : le jeu comme le travail sont des aspects de l'activité humaine susceptibles d'intégration, comme exigence d'une vie spirituelle unique composée de joies et d'efforts. De toute manière, une différence fondamentale entre le jeu et le travail réside dans le fait que les règles du premier sont fixées librement et simultanément par tous les participants et qu'il est toujours possible de l'interrompre par le choix de chacun des joueurs, indépendamment des autres. C'est en ce sens que l'usage didactique du jeu présente un obstacle à la liberté que le joueur y exprime.

La notion de jeu est assez complexe. Elle fait intervenir les idées de limite, de liberté et d'invention, dont les significations sont très variées et interprétables de façons diverses, indiquant en général des dispositions psychologiques traduites et développées par le joueur. D'une certaine manière, le jeu est reconnu comme un élément important de civilité : on y lit la progression même d'une civilisation au passage d'un univers chaotique à un univers réglé s'appuyant sur un système cohérent et équilibré de règles, respectées par une adhésion volontaire des joueurs, de manière à ne léser ni avantager personne. J. Huizinga dit, dans son célèbre *Homo ludens*, *"La vraie culture ne peut exister sans une certaine qualité ludique, parce que la culture signifie autolimitation et autodomination, une certaine faculté à ne pas voir dans ses propres aspirations la cible ultime et la plus élevée, mais à se voir*

---

(\*) Travail exécuté dans le cadre des activités de l'Unité locale de recherche en Didactique des Mathématiques de l'Université de Parme.

<sup>3</sup> Carlo Marchini qui suit depuis longtemps les travaux du RMT, est très sensible à l'apparition du mot "logique" dans les programmes et les intitulés de jeux.

*confiné entre des limites qui se sont librement imposées.*" Le problème de savoir quel type de jeu est le plus opportun ou efficace d'un point de vue didactique, et jusqu'à quel âge se manifeste cette efficacité reste ouvert. Pour y répondre, il pourrait être utile d'examiner ce que de nombreux philosophes, psychologues et pédagogues ont étudié à ce propos.

Une classification grossière des jeux, se fondant sur leurs caractéristiques propres, permet de distinguer des jeux de parcours, de capture, de position, de calcul, d'induction, d'expression orale, d'ambiance, de simulation et de rôle. Dans cette liste, il faut introduire aujourd'hui les jeux qui font intervenir des instruments informatiques et dans lesquels la virtualité peut devenir une composante en elle-même. Dans tous ces jeux apparaît clairement l'aspect de l'exercice d'activités physiques, psychiques et spirituelles, toujours dégagées des valeurs objectives. Ceci contribue à considérer le jeu comme une situation typiquement a-didactique.

Une autre classification, proposée par Groos (1889), place les jeux d'expérimentation dans un premier groupe (correspondant aux jeux fonctionnels d'autres classifications), dont la finalité est le développement des activités psychophysiques. Un second groupe réunit les jeux dans lesquels s'exercent les tendances combatives, les pulsions sexuelles, l'imitation de dispositifs sociaux. Parmi les jeux du premier groupe on distingue les jeux sensoriels, les jeux de motricité et ceux dans lesquels interviennent les fonctions mentales supérieures comme la mémoire, l'imagination, l'attention, le raisonnement, l'expérience affective ou encore l'engagement personnel.

Sur la base des instincts impliqués, Nogrady (cité par Sancipriano, 1967) a distingué les jeux physiques, intellectuels, esthétiques, liés au plaisir et à la distraction, au besoin d'initiation, au besoin de compagnie, au plaisir du travail, à la joie du gain ou de la victoire.

A l'école, le jeu a été parfois encouragé et parfois banni. Parmi ceux qui l'ont favorisé, on peut citer par exemple, St-Thomas d'Aquin, qui reconnaît au jeu des aspects positifs et le reconnaît comme un bien en soi, Vittorino da Feltre, qui en fait un des principes essentiels de sa pédagogie (la "Ca' zojosa"), et ainsi de suite jusqu'aux penseurs contemporains. Mais le fait que, au cours du temps, de nombreux pédagogues et philosophes ressentent le devoir de réaffirmer l'importance du jeu, met en évidence, en négatif, la présence d'autres conceptions opposées à la finalité éducative que le jeu recouvre. Pour certains psychologues, le jeu – avant tout celui dans lequel le joueur est confronté à la chance – est une manière d'exorciser la peur de la mort. Et certains font du jeu un instrument divinatoire du futur ou du présent. Dans les jeux où un joueur joue contre un ou plusieurs adversaires, la structure du jeu reprend une activité d'agressivité sublimée.

Dans l'histoire des mathématiques, le jeu a été une des causes qui ont donné naissance au calcul des probabilités. Quelques grands penseurs (Leibniz par exemple) ont proposé de développer le jeu non seulement comme source de plaisir mais aussi comme source de créativité. Ces dernières années, un des plus grands logiciens d'Italie, Roberto Magari, a contribué à la fondation d'un centre de jeux créatifs.

Dans de nombreux cas, le jeu contraint le joueur à agir alors que ses informations sont incomplètes : les cartes qui restent dans le talon, les coups de l'adversaire, etc. Et c'est dans le but d'interpréter, de prévenir ou d'anticiper que sont utilisés les instruments argumentatifs. Mais il s'agit, de mon point de vue, d'argumentation et non de logique au sens strict, étant donné que la procédure " déductive " est souvent de type " abductif " et heuristique, ce qui s'exprime symboliquement par la règle avec laquelle, de  $\alpha \rightarrow \beta$  et  $\beta$ , on cherche à obtenir  $\alpha$ . Par exemple, je veux gagner (effet), par conséquent, si à ce coup (cause) correspond ce résultat (effet), je dois me comporter de manière à ce que la cause se réalise, d'une certaine façon si l'adversaire joue ainsi, ou d'une autre façon s'il joue autrement. Les raisonnements peuvent être extrêmement raffinés, comme le montre l'élaboration des programmes très sophistiqués pour le jeu d'échecs. Mais dans ceux-ci, on admet l'existence d'une stratégie gagnante ; les raisonnements vont de la conclusion aux hypothèses (abduction) et le " cœur " d'un raisonnement déductif, c'est-à-dire les règles d'inférence, jamais mis en évidence, mais seulement les éventuelles applications (dans ce cas, aussi incorrectes) des règles elles-mêmes. L'abduction ressemble beaucoup au modus ponens qui est formulé comme la règle permettant d'obtenir  $\beta$  de  $\alpha$  et  $\alpha \rightarrow \beta$ . C'est une sorte de version qui n'a plus que des liens lointains avec le principe de causalité : admettre qu'il existe un rapport de cause à effet entre  $\alpha$  et  $\beta$ , veut dire que  $\alpha$  est la cause qui produit l'effet  $\beta$  ou que chaque fois que  $\alpha$  se réalise, on devrait obtenir  $\beta$ .

Le rôle particulier que joue le jeu est de privilégier la syntaxe par rapport à la sémantique, même si une telle distinction n'est pas toujours bien clarifiée. La nature syntaxique est explicitée par les règles auxquelles il n'est pas demandé d'être " vraies " mais seulement cohérentes et appliquées correctement. On ne se situe jamais dans les conditions d'établir préalablement que les règles donnent un système cohérent ou non.

A l'âge scolaire, le jeu cesse d'être divertissant s'il devient objet d'étude. C'est sans doute une prérogative " adulte " de trouver du plaisir dans l'élaboration d'une stratégie. Ce type d'activité est d'un niveau supérieur à celui du jeu. Il est tout à fait possible que les joueurs appliquent des stratégies " locales " en ne réussissant à prévoir que quelques coups de l'adversaire. A mon avis il manque une phase au cours de laquelle les diverses stratégies " locales " utilisées doivent être réévaluées et unifiées pour fournir un cadre complet du jeu. Et quand celui-ci est exigé explicitement, il peut signifier la fin des aspects ludiques. Des jeux simples sont peut-être des aides et l'usage intelligent de la coopération entre partenaires peut se révéler utile dans les cas où la proposition d'un meneur de jeu doit être analysée par deux joueurs qui interagissent.

Dans cette phase d'interactions personnelles, le rôle de la négation – ou mieux, de la contraposition – est extrêmement important. Dans le cas de *La tour cachée*, la contraposition permet de développer une classification par des universels (dichotomie : c'est rouge ou non rouge) et aussi par des catégories (c'est de la même couleur). Le déséquilibre qui se crée ainsi relève de la dialectique entre ces deux concepts philosophiques profonds, les universels et les catégories.

Même si l'on admet que dans chaque jeu il y ait une caractéristique logique, le délicat problème de l'institutionnalisation subsiste. Si je peux m'exprimer au moyen d'une " métaphore " historique : utiliser

le jeu comme instrument d'apprentissage de la logique revient à utiliser, cas par cas, des stratégies de résolution d'équations algébriques, dont les valeurs numériques des coefficients sont particulières, chacune avec son " truc " spécifique. C'est ainsi que l'on a procédé durant des siècles, depuis les Égyptiens, sans aboutir à une théorie algébrique " consolidée " et " institutionnelle ". C'est de là que sont nés les maîtres et les traités d'abaque. L'exigence de trouver des procédés généraux a conduit à la formalisation et à l'algèbre en tant que corps de contenus disciplinaires, tels que nous les connaissons aujourd'hui.

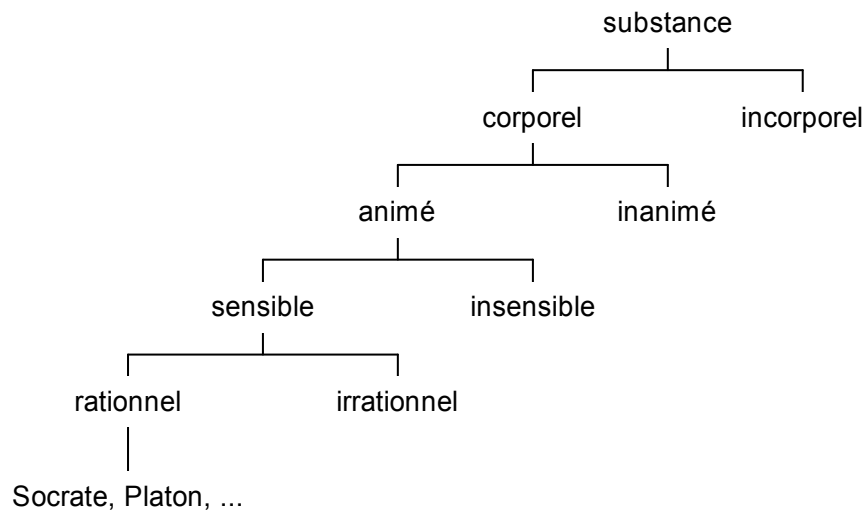
Il me semble important d'observer que, alors que les autres savoirs mathématiques trouvent leur place dans les curriculums – je pense à l'arithmétique, à la géométrie (représentés ici par les jeux *Avatars* et *A vos baguettes* ), il ne me paraît pas que les " lueurs " de logique prévues dans le jeu *La Tour cachée* aient une place réservée dans les curriculums (et peut-être non plus dans ceux de la formation des maîtres).

Il y a en outre des aspects proprement logiques et d'autres plutôt en relation avec la théorie des ensembles. Parfois ces deux thèmes sont liés, mais les contenus sont différents. L'histoire des problèmes autour des fondements des mathématiques crée un obstacle à la mise en évidence des deux champs.

Un exemple est fourni par le problème des classifications-partitions, duquel relève le jeu de la *Tour cachée*. Un ensemble étant donné, je peux en construire diverses partitions. En me référant aux universels, je relève que les partitions sont dichotomiques. La procédure proposée pourrait être celle d'un développement de partitions dichotomiques toujours plus fines de manière à ce que chaque classe puisse être " décomposée " en classes plus petites. Une autre stratégie est de présenter des partitions différentes de manière à ce qu'on puisse déterminer la solution, non pas par un raffinement mais au moyen d'intersections de classes relatives aux partitions différentes. Dans chacune de ces deux stratégies, j'opère au sein de la théorie des ensembles. Si, par contre, on considère une classification reposant sur les propriétés des objets, on est dans le champ de la logique. La partition dichotomique est réalisée en " satisfaisant " la propriété : dans une classe on met ceux qui la satisfont (en extension), dans l'autre ceux qui ne la satisfont pas. Au raffinement de la classification correspond une implication démontrable ou vraie ; à une partition différente et à l'intersection des classes qui en découle, en extension, correspond la conjonction des propriétés.

Une référence philosophique peut aider à expliquer ceci. Le philosophe néoplatonicien, Porfirio di Tiro (233 - 305) se situe au point de différenciation entre les philosophies antiques et grecques. Dans son ouvrage, *Isagoge* - qui est en fait une *Introduction aux Catégories* - il aborde le problème de la nature des termes universels. Il part d'une analyse de la *définition* aristotélicienne et spécifique des cinq formes des universels, désignée par la *théorie des cinq voix*. Il y propose une répartition des universels en cinq genres, en fonction de termes qui peuvent être sujets de prédicats et en étudie leurs rapports. Pour illustrer la hiérarchie des termes, des génériques aux spécifiques, du genre absolument général à l'espèce très spécialisée, il élabore l'image d'un arbre logique, selon ses propres termes, l'*arbre de Porfirio*, dont le tronc et les branches représentent le rapport entre

l'individuel et l'universel. La métaphore explique comment il est possible de parcourir les différents degrés de l'être, en montant ou descendant l'arbre. Celui-ci est ordonné de bas en haut selon un critère de compréhension. Au genre le plus élevé, celui de la substance, le sommet de l'arbre, sont subordonnées de nouvelles spécifications. A la première de celles-ci sont subordonnées à leur tour des spécifications ultérieures nouvelles, jusqu'à l'individuel singulier doté de la "compréhension maximale" de caractère et de "l'extension minimale". Un exemple de ce genre de construction d'un arbre est le suivant :



La tentative de déterminer un ordre par un diagramme en arbre est intéressante. Il faut relever sa similitude avec la taxonomie de la biologie actuelle. Celle-ci propose en effet une subdivision de ce type, également avec un schéma que les biologistes appellent "dendrogramme", subordonné à la "compréhension", du Règne au Phylum, du Phylum à la Classe, de celle-ci à l'Ordre, passant ensuite de l'Ordre à la Famille et enfin de la Famille au Genre et de celui-ci à l'Espèce. Un tel arbre peut être utilisé pour jouer à *Indovina chi* (jeu de devinettes) sans toutefois garantir qu'il s'agisse de la meilleure stratégie.

On se déplace dans cet arbre par classifications dichotomique. Le prédicat (la propriété) "être sensible" implique le prédicat "être animé". Un autre exemple de classification est utilisé en géologie : celle des roches utilise des critères (propriétés) différents : la genèse, la localisation, la composition chimique, la composition matérielle, etc. On remarque que dans ce cas, la possibilité d'agir sur des objets spécifiques n'existe pas, étant donné que les roches décrites par la classification sont des entités abstraites, il faut vérifier si un échantillon donné de roche satisfait les propriétés déterminées. On peut ainsi dire qu'un fragment spécifique de péridotite est une roche ignée intrusive basique granulaire (en utilisant la conjonction des propriétés).

Ce qui apparaît ici pour les classifications et les partitions dichotomiques s'applique aussi à celles qui ne sont pas dichotomiques (par catégories), avec des difficultés plus grandes, aussi parce que, pour celles-ci, intervient l'égalité qui est certainement une des entités mathématico-philosophiques d'un plus grand usage, mais d'un engagement supérieur.

J'en arrive aux questions posées par les organisateurs de la journée d'étude, à propos des trois jeux choisis parmi ceux à analyser.

## **Avatars**

**1. Y a-t-il des contenus mathématiques dans ce jeu ?** La réponse est certainement positive : les *avatars* mettent l'attention sur les transformations géométriques. Il s'agit d'un thème qui a trouvé son rôle et son importance en mathématiques dès la seconde moitié du XIXe siècle et par lequel on peut aborder la géométrie. Le jeu aide et stimule la visualisation au travers de mouvements dans le plan, sans déformations. S'il était conçu sur des feuilles transparentes, il inciterait aussi à réaliser des mouvements sans déformation dans l'espace. La géométrie des transformations s'oppose et intègre tout à la fois les approches synthétiques (euclidiennes) et analytiques (cartésiennes). Dans les programmes de l'école italienne, elle est vivement encouragée, pour chaque cycle scolaire. Les enseignants, parfois pour des raisons d'âge, n'ont peut-être pas reçu une formation adéquate sur ce thème, ce qui se vérifie au moins dans l'école italienne, où il semble même être l'un des plus négligés. Ce jeu des *Avatars* favorise la construction des images mentales associées au mouvement. Il est possible ici de faire observer la présence de la "cyclicité" associée aux rotations.

**2. Peut-on imaginer que ces savoirs soient transmis par le jeu ?** Il me semble que la réponse à cette question plus délicate soit encore positive, mais plus nuancée. Le but est celui de la transmission de connaissances, l'habillage ludique, en ce cas, peut être trop "découvert" et l'effet de motivation de courte durée. Par conséquent le jeu convient comme première approche, mais les enfants se rendront compte peut-être bien vite qu'il ne s'agit que d'un prétexte. Ceci peut bloquer la transmission. Certainement que, si le but est celui de l'apprentissage des isométries, il serait bon de poursuivre le jeu par des activités plus en relation avec les figures géométriques traditionnelles ; ceci permettrait de renforcer les images mentales formées lors de situations géométriques<sup>4</sup>. Le contrôle et la mesure du jeu pourraient se faire par la confrontation des résultats avec les figures géométriques (éventuellement en construisant les cartes et les figures par découpages et utilisation de chalumeaux).

---

<sup>4</sup> Je n'ai pas bien compris les activités proposées comme développements, qui font référence à des matériels bien connus des enseignants, mais que j'ignore.



## **La tour cachée**

**1. Y a-t-il des contenus mathématiques dans ce jeu ?** En réalité on parle tout d'abord d'un jeu, puis de quelques-unes de ses variantes, inspirées du *Master-Mind*. Dans les commentaires, on fait référence à des aspects logiques et ensemblistes entremêlés. Il s'agit de contenus mathématiques, mais l'expérience me fait dire qu'il y a une certaine confusion dans la présentation. Certainement, un enseignant bien préparé sera en mesure de gérer la situation et cette proposition pourrait même être une invitation à un approfondissement opportun. Mais je crains que, dans cette formulation, si l'objectif est de faire comprendre l'exigence d'une classification et du moyen d'y arriver, il reste hors de portée du jeu. Il ne s'agirait alors que d'un prétexte d'introduction. J'émet des réserves sur ce qui est dit dans le commentaire didactique attendant au jeu<sup>5</sup> : *...mais la complexité de l'activité est due aussi à ce qu'il faut savoir raisonner sur l'absence d'information*. Il me semble qu'il serait plus correct de dire *en absence*, parce que l'objet du raisonnement reste la construction des tours, et non l'absence d'information. L'importance de la gestion de l'espace est correctement mise en lumière, mais peut-être qu'il s'agit dans le cas proposé, d'une compétence déjà acquise en quatrième. Lorsqu'on dit que : *Elle impose de traiter l'information, de la conserver et de l'exploiter*, je suis d'accord, mais je le suis moins sur la conclusion: *C'est tout le jeu de la déduction qui se profile*. La déduction est-elle un jeu? Malheureusement il ne me le semble pas, autrement il ne serait pas si difficile d'enseigner à construire des théorèmes.

**2. Peut-on imaginer que ces savoirs soient transmis par le jeu ?** Quels savoirs ? Il ne me semble pas qu'ils soient clairement énoncés. Si l'objectif est de traiter des classifications et des partitions, ces exemples ne me paraissent pas très motivants. Il ne me semble pas que la clause de nécessité soit établie, parce que le domaine des éléments sur lesquels on opère est petit et de ce fait il ne me paraît pas important d'arriver à la solution par classification et partitions, mais plutôt par élimination. L'éventuelle stratégie est d'un niveau qui me paraît trop complexe. Si l'objectif se situe dans la gestion de l'espace, on peut se référer aux observations précédentes. En ce qui concerne l'objectif de la déduction (qui se profile), nous en sommes bien éloignés à mon avis et les instruments proposés ne sont pas forcément les plus adéquats. Je ne vois donc pas comment procéder pour développer cette connaissance. Une idée serait peut-être de proposer une intervention du maître qui ferait lui-même le point de la situation et mettrait par écrit les règles logiques utilisées. On pourrait ainsi établir une sorte de catalogue des raisonnements à partir de jeux à contenu logique. La mesure de l'apprentissage se ferait au travers des raisonnements fournis par les élèves, relativement à un jeu ou à un problème, auxquels on demanderait de mettre en évidence les règles du catalogue qu'ils ont utilisées et éventuellement identifier les autres.

---

<sup>5</sup> Cf. annexes p. 73.

## **A vos baguettes**

**1. Y a-t-il des contenus mathématiques dans ce jeu ?** Certainement. Le passage de l'addition à la multiplication devrait en général être déjà fait en deuxième année primaire (en Italie). Cette activité est donc une proposition de renforcement. La visualisation des modifications obtenues sur le nombre des croisements par l'ajout ou le retrait d'une baguette me semble efficace. Les joueurs pourraient être répartis en deux groupes de deux, pour mieux faire interagir les camarades, afin que chacun d'eux puisse bénéficier du "renforcement" donné par l'avis d'un autre qui travaille dans le même but. L'enseignant a la possibilité de faire "retenir" la table de multiplication par l'usage des baguettes. Celles-ci se prêtent par conséquent à une simple réalisation de la table qui est précisément appelée pour la conduite du jeu. Je ne sais pas si l'affirmation "le produit des deux nombres correspond au nombre de croisements" est communiquée de l'extérieur dans la phase initiale du jeu, ou si elle doit être obtenue des joueurs. Je ne sais pas non plus pourquoi on n'a pas utilisé l'expression "est égale à" à la place de "correspond" qui me semble vague.

**2. Peut-on imaginer que ces savoirs soient transmis par le jeu ?** Il me semble que oui, qu'ils peuvent être pris en compte (comme approche ou comme renforcement d'autres activités). Les nombreux exercices et problèmes qui mobilisent la multiplication sont l'occasion du contrôle de l'apprentissage. Mais si l'objectif final est d'arriver aux propriétés formelles de la multiplication (commutativité et distributivité par rapport à l'addition), il me semble que les exemples que peut offrir l'instrument choisi sont précoces. Ces propriétés requièrent l'utilisation de variables (fort inégalement présentées, même si elles ne le sont qu'en termes linguistiques).

## **Quelques réflexions sur l'apport des jeux à la construction de connaissances mathématiques**

**Pierre Stegen, Université de Liège<sup>6</sup>**

Je tiens d'abord à préciser que je suis très heureux de l'occasion qui m'a été donnée de me retrouver (à nouveau !) dans la peau d'un enseignant qui découvre des fiches de jeu en se demandant ce qu'elles peuvent apporter à la construction de connaissances mathématiques. En tant que chercheur, je connais assez bien la difficulté de rédiger des activités didactiques à destination des enseignants. Je (re) découvre cette fois toute la difficulté d'appréhender la complexité d'une activité au travers de sa lecture sur une fiche. Cette difficulté est d'autant plus grande, pour moi, qu'il s'agit de fiches d'activités isolées et que je ne connais pas grand-chose du moyen d'enseignement dans lequel elles s'inscrivent (quelle progression mathématique ? quel cadre didactique général ?).

Il me paraît également important de préciser qu'actuellement l'essentiel de mon travail de recherche s'inscrit moins dans la définition de situations d'apprentissage que dans l'analyse des difficultés que les enseignants rencontrent dans leur mise en œuvre en situation de classe. D'une certaine manière, c'est donc la seconde question (le processus de transposition) qui m'intéresse le plus pour autant que l'on soit d'accord d'inclure le moment d'enseignement dans le processus de transposition lui-même. En effet, la mise en œuvre de jeux n'est pas sans incidence au niveau de la gestion du double agenda de l'enseignant : agir en relation avec les élèves (agenda pédagogique) et agir en relation avec les objets de connaissance (agenda didactique). Je reviendrai par la suite sur cet aspect tout en précisant déjà que je ne connais pas non plus le contexte d'enseignement suisse.

### **Avatars**

#### **1. Analyse du jeu**

Quelle est la pertinence des connaissances mobilisées par ce jeu ?

La première question qui concerne l'identification des savoirs mathématiques et leur pertinence me pose problème. Je me suis en effet très peu préoccupé de l'enseignement de la géométrie jusqu'à présent et je crains bien de n'avoir à dire que des généralités dans ce domaine.

---

<sup>6</sup> Pierre Stegen, Centre Interfacultaire de formation des enseignants, Service de Didactique général de Liège, vient de publier un ouvrage proposant de nombreuses activités ludiques "Savoir dénombrer et savoir calculer au cycle 5/8" (Labor Education 2000, Tournai).

L'analyse de la fiche du maître fait apparaître que les concepteurs de ce moyen d'enseignement situent ce jeu dans le domaine des transformations géométriques. Pour le CREM<sup>7</sup>, l'étude des mouvements élémentaires et des symétries simples constitue une dimension importante de la géométrie à l'école fondamentale. Elle permet aux élèves d'avoir un premier contact avec les translations, les symétries orthogonales et les rotations. " Il importe que les élèves les observent, les expérimentent et apprennent à en parler. Il serait prématuré de leur imposer une théorie " (p. 148). Ce point de vue semble partagé par les auteurs de la fiche. Ils précisent en effet que la finalité de cette activité est de " reconnaître, à travers leur utilisation, les permanences caractéristiques d'une transformation géométrique du plan. C'est sur ce travail que peut s'organiser l'examen le plus formel de toutes les transformations, prises une à une dès la 5<sup>e</sup> année ".

En première analyse, ni la validité écologique des savoirs mathématiques mis en jeu, ni la manière dont ils sont présentés aux élèves ne sont à remettre en cause. A titre d'anecdote, au moment-même où je rédigeais ces notes, mon fils (inscrit en 3<sup>e</sup> primaire) était confronté à l'avatar (au sens cette fois de mésaventure) suivant :

The image shows two pages of handwritten notes on grid paper, likely from a student's notebook. The left page is titled 'Bravo' and discusses 'la demi-droite' (half-line). It shows a horizontal line with a point 'o' and a point 'A' to its right. Text explains that point 'o' separates the line into two parts, and a ray is drawn starting from 'o' and passing through 'A'. It also shows three rays (T, S, R) originating from a single point. The right page is also titled 'Bravo' and discusses 'le segment' (segment). It shows a horizontal line with points 'a' and 'b' marked. Text explains that a segment is a part of a line between two points, and that 'a' and 'b' are the endpoints. It shows the notation  $[a, b]$  and explains it means 'le segment a b'.

<sup>7</sup> CREM (1995). *Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans – Essai d'élaboration d'un cadre global pour l'enseignement des mathématiques*. Nivelles : CREM asbl.

Cette anecdote permet la mise en parallèle de deux approches antagonistes de l'enseignement de la géométrie (et sans doute des mathématiques en général). A priori, la perspective adoptée par les concepteurs du jeu *Avatars* apparaît, sur un plan didactique, bien plus pertinente. Toutefois, au-delà d'une première impression générale favorable, ce jeu est-il aussi intéressant et pertinent qu'il n'y paraît ? Suffit-il de mettre les élèves en contexte d'action pour qu'une activité soit didactiquement et mathématiquement intéressante ?

## **2. Ce jeu est-il au service des apprentissages mathématiques ?**

Pour reprendre une terminologie empruntée à Berthelot et Salin (1992), le jeu définit une sorte de problématique pratique dans laquelle les objets sur lesquels les élèves travaillent sont des objets physiques (des dessins et des représentations figuratives d'objets).

Le mode de validation s'effectue dans l'espace sensible, par association/confrontation entre carte à jouer et construction des avatars.

On peut ainsi facilement imaginer des élèves développant progressivement différentes stratégies pour parvenir à déposer toutes leurs cartes : d'abord, une reconnaissance des figures directement semblables puis, par exemple, une identification progressive de certaines transformations "simples" (rotations). Ce jeu semble donc s'inscrire dans la durée et nécessite de multiples reprises au cours desquelles l'enseignant introduit, le cas échéant, de nouvelles variables didactiques sur la base des démarches et des observations effectuées par les élèves au terme des parties précédentes.

Toutefois, la lecture de la consigne de la rubrique "Relance" me paraît assez contradictoire avec une telle approche de ce jeu. En effet, elle pointe des difficultés qui risquent de se poser au niveau de la validation de certains *avatars*. Plus précisément, elle propose à l'enseignant d'aider les élèves qui ne parviennent pas à se mettre d'accord sur la validation des *avatars* symétriques en leur donnant les quatre exemples repris dans le livre de l'élève (sous la forme d'une fiche). L'identification de ces difficultés que les élèves risquent de rencontrer est une dimension importante mais que penser de la suggestion méthodologique proposée ?

Comme je l'ai précisé en introduction, je ne sais pas ce qui a été effectué en amont de cette activité ; je n'ai connaissance que de la description du jeu et des commentaires correspondants à l'introduction du thème dans le livre du maître. Il ne faut sans doute pas exagérer l'incidence de cette suggestion discutable sur la qualité d'ensemble du jeu. Néanmoins, il me paraît important d'analyser l'impact que peut avoir cette suggestion sur le processus de construction des connaissances visées (ce qu'elle risque d'induire comme comportement au niveau des élèves) et au niveau de la représentation de la mise en œuvre d'une telle activité que se construisent les enseignants.

Peut-être n'est-il pas nécessaire d'exagérer l'incidence de cette consigne sur la qualité générale du jeu. Néanmoins, il me semble opportun de s'interroger sur l'impact qu'une telle consigne peut avoir sur le processus de construction des apprentissages et sur les pratiques des enseignants.

### 2.1. En quoi cette fiche constitue-t-elle une aide pour l'élève ?

Cette fiche présente quatre *avatars* correspondant à une carte donnée. Deux remarques s'imposent.

- Les quatre *avatars* proposés renvoient à des transformations géométriques de nature différente :
  - le premier correspond à la carte de départ ;
  - les deux derniers avatars sont obtenus au départ de rotations ;
  - le second, par contre, présente une double caractéristique : c'est une symétrie axiale de la carte de départ à laquelle s'ajoute une rotation.

Quelle est la logique qui sous-tend cette présentation ? Par ailleurs, ces quatre avatars ne représentent-ils pas l'ensemble des possibilités. Pourquoi ceux-là et pas d'autres ?

- La fiche présente également des explications qui permettent aux élèves de comprendre comment procéder pour obtenir les avatars. Seuls les avatars 3 et 4 peuvent être reconstruits par les élèves. La manipulation de la carte (rotation) leur permet de valider que les figures sont bien semblables. Par contre, dans le cas de la symétrie centrale, quels sont les moyens à leur disposition pour effectuer ce travail ? Faut-il construire les cartes sur un support transparent ? Est-ce une alternative pertinente ? Quelles sont les possibilités de recours à d'autres modes de validation (pliage, ...) ?

### 2.2. Qu'est-ce que cette fiche peut induire au niveau des apprentissages des élèves ?

En première analyse, il semble qu'elle réponde au souci louable d'aider les élèves en difficulté et de donner aux enseignants un moyen de gérer cette situation inconfortable (Que faire face à des élèves en difficulté ? Intervenir ? Ne pas intervenir ? Que dire ? ...).

Il me semble pourtant que le recours à cette fiche s'inscrit en rupture par rapport à la tâche confiée aux élèves. N'induit-il pas une sorte de retour à une pratique ostensive de la géométrie ? En effet, l'introduction d'un mode de validation externe vient en quelque sorte interférer avec un processus de construction des connaissances par les élèves. Quand l'enseignant donne cette fiche à des élèves, il retombe dans le traditionnel "j'apprends-j'applique" qui caractérise encore bon nombre de leçons de mathématiques. "Voici de bons exemples, appliquez-les pour résoudre le défi posé !" Quel effet de contrat le recours à cette fiche induit-il ? A quoi cela sert-il aux élèves de tenter de construire des démarches de validation si, en définitive, l'enseignant leur en fournit en cas de difficultés ?

### 2.3. Quel peut-être son impact au niveau des pratiques des enseignants ?

Comme je l'ai déjà précisé, je m'intéresse beaucoup à la manière dont les enseignants tentent de mettre en œuvre les propositions didactiques que nous leur adressons.

Il existe, en effet, un certain nombre de différences essentielles entre les pratiques habituelles des enseignants et celles issues du champ de la recherche.

Le tableau ci-dessous précise ces différences en les situant par rapport aux différents acteurs de toute situation d'apprentissage :

- l'enseignant et les choix qu'il opère dans le savoir qu'il a pour mission de transmettre à ses élèves ;
- la manière dont les élèves rencontrent ce savoir ;
- les rôles et statuts respectifs de l'enseignant et des élèves dans les dispositifs d'apprentissage mis en place.

Les pratiques habituelles d'enseignement	Les pratiques induites par nos propositions
<p><b>Identification du savoir en jeu</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• une délimitation très précise des objets de savoir par l'enseignant (selon un schéma classique qui va du simple vers le complexe)</li> </ul> <p><b>Communication du savoir aux élèves</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• les objets de savoir sont présentés aux élèves sous la forme d'échanges questions/réponses au cours desquels les élèves participent en réponse aux sollicitations de l'enseignant</li> <li>• ces activités d'identification sont le plus souvent suivies de phases d'exercices écrits suivis, à leur tour de mise en situation dans des "problèmes de vie scolarisés"</li> </ul> <p><b>Rôle et statut respectifs du maître et des élèves</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• le maître occupe une place centrale ; c'est lui qui dispense le savoir aux élèves ; le rôle de ces derniers apparaît plus en retrait</li> <li>• le maître interagit le plus souvent oralement avec l'ensemble du groupe-classe</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• des situations problèmes complexes faisant intervenir différentes compétences</li> <li>• des activités qui ne font pas apparaître très clairement les objets de savoir en jeu (situation adidactique). Ces derniers apparaissent en cours de résolution comme des outils permettant aux élèves de résoudre la situation proposée. Ils sont identifiés au terme de l'activité lors de la phase d'institutionnalisation</li> <li>• les propositions ne prévoient pas toujours de phase d'exercitation et/ou d'entraînement qui sont pourtant bien nécessaires pour stabiliser les connaissances des élèves</li> <li>• les élèves occupent une place centrale dans le processus de construction de leur savoir ; le rôle du maître apparaît plus en retrait ; il n'apparaît plus comme l'incontournable dispensateur du savoir</li> <li>• le maître s'adresse à des élèves qui travaillent en groupes</li> </ul>

Le passage de la "colonne de gauche vers la colonne de droite" (que suppose la mise en œuvre d'un jeu comme *Avatars*) n'est pas facile à assumer pour les enseignants. Plus précisément, les observations effectuées font apparaître deux moments difficiles à gérer :

- la phase de dévolution au cours de laquelle le défi posé par la situation de jeu remplace la traditionnelle phase d'identification du savoir via des échanges questions/réponses à l'initiative de l'enseignant ;
- la phase d'institutionnalisation (ou plutôt de mise en commun) menée au terme de l'activité.

### 3. La dévolution

Au niveau de la phase de dévolution, par exemple, les enseignants ont souvent tendance à réduire la complexité de la tâche proposée aux élèves au départ notamment des stratégies suivantes :

- ils donnent des indices aux élèves (ils les mettent sur la voie via des consignes supplémentaires, des analogies à d'autres situations rencontrées, ...) qui conduisent à dénaturer l'enjeu intellectuel visé (cf. Effet Topaze de Brousseau, 1998). Comme me l'a dit un jour un enseignant avec qui j'analysais a posteriori le déroulement de l'activité, on ne peut jamais être suspecté de "non-assistance à élève en difficulté" ;
- ils utilisent davantage les activités proposées comme de simples applications. Ils dénaturent l'objectif de l'activité qui devient ainsi une occasion d'exercer des connaissances déjà enseignées plutôt qu'un moyen d'en construire de nouvelles.

Il est également à noter que les enseignants sont peu enclins à proposer des reprises d'activités en introduisant, le cas échéant, de nouvelles contraintes ou de nouvelles variables didactiques. Tout se passe comme si les élèves devaient épuiser, au terme des cinquante minutes de cours, l'ensemble des possibilités offertes par le jeu. D'une certaine manière, il est à craindre que la rubrique "Relance" ne les conforte dans ce type de pratiques. En effet, elle constitue un moyen assez explicite de montrer aux élèves le type de démarches qu'ils doivent utiliser pour jouer. En quelque sorte, ils doivent reproduire ce que l'enseignant leur demande. Elle semble également induire une certaine obligation de résultat : les élèves, au terme d'une partie, doivent être capables de reconnaître des transformations symétriques ("S'ils n'y arrivent pas, donnez-leur cette fiche !"). Cet objectif de reconnaissance n'est pas discutable en soi, ce qui l'est davantage, c'est d'imaginer que l'on puisse y arriver en une seule séance. D'ailleurs, qu'est-ce qui peut justifier un tel empressement ?

### 4. La mise en commun

Répondre à cette question nécessite sans doute de s'intéresser aux difficultés liées à l'organisation de la phase de mise en commun. Comment l'organiser ? Quelles questions poser ? Doivent-elles se dérouler uniquement sur un mode oral ? Comment formaliser les apports (connaissances et démarches utilisées par les élèves) ? Quel mode de validation introduire ?

Les observations font apparaître que les enseignants éprouvent de nombreuses difficultés pour gérer cette phase. Elles peuvent être en partie attribuées aux changements de statut qui affectent les trois pôles de la situation didactique : maître – élèves – savoir. Dans une situation comme le jeu *Avatars*, ce sont les élèves qui occupent une place centrale dans le processus de construction de leur savoir.



Le maître n'est plus celui qui dispense le savoir aux élèves. Tout au contraire, il semble en dehors du processus de construction des apprentissages qui implique, non plus un enseignant et un groupe-classe, mais des petits groupes d'élèves en interaction.

Dans un tel dispositif, les repères habituels de l'enseignant sont profondément bouleversés : ce n'est plus lui qui imprime le rythme et la direction précise des apprentissages en l'imposant uniformément à l'ensemble des élèves. Certes, c'est toujours lui qui leur confie une tâche à réaliser... mais il doit cette fois s'adapter pour composer avec des niveaux d'avancement dictés par des groupes d'élèves progressant à leur rythme.

Pendant que ses élèves travaillent, il ne sait pas très bien ce qu'il doit faire : intervenir pour réguler le travail au sein de chaque groupe ou laisser les élèves se débrouiller seuls et différer le moment de l'évaluation de la qualité de leur travail ?

Dans cette seconde alternative, faute de prise de repères précis sur la nature du travail réalisé par les élèves et d'une analyse a priori conséquente, l'enseignant paraît mal armé pour réaliser la phase de mise en commun.

Dans cette perspective, la consigne de la rubrique "Relance" risque d'apparaître, aux yeux des enseignants, comme une alternative intéressante pour gérer l'incertitude de cette mise en commun. En effet, ce recours à un mode de validation externe permet de limiter et d'uniformiser les différentes propositions des élèves.

C'est sans doute plus facile à gérer pour un enseignant mais je reste convaincu que l'essentiel des apprentissages survient au cours de cette phase de prise de recul par rapport au jeu : au moment où les élèves doivent mettre en mots le résultat de leurs démarches et de leurs découvertes, les confronter avec celles de leurs collègues, les réfuter le cas échéant, d'apprendre à formaliser leurs découvertes...

## **5. Pour conclure provisoirement**

Les différentes remarques formulées dans ces paragraphes ne doivent pas apparaître comme une analyse critique du travail des enseignants. Il s'agit davantage de s'interroger sur la qualité de nos propositions au niveau du contenu mathématique mis en jeu mais également au niveau des démarches suggérées. A ce propos, il n'est sans doute pas possible de tout expliciter au niveau d'une fiche de présentation (elle paraîtrait rapidement illisible aux enseignants). Néanmoins, l'analyse montre qu'il est essentiel d'aider les enseignants à gérer notamment la phase de mise en commun. A cette occasion, j'insiste souvent auprès des enseignants sur la nécessité de procéder au terme d'un jeu sur la mise en place d'un espace de réflexion au cours duquel les élèves doivent réfléchir d'une part à ce qu'ils ont appris (quels ont été les savoirs mis en jeu, de leur point de vue) et, d'autre part, aux démarches et stratégies qu'ils ont utilisées.

Ces deux questions appliquées à ce jeu permettraient sans doute de faire évoluer progressivement le jeu, de l'inscrire davantage dans la durée et de construire avec les élèves des outils de validation.

## Les jeux au service des apprentissages

François Boule, IUFM de Dijon<sup>8</sup>

Mon commentaire des jeux proposés, avant de s'intéresser plus particulièrement à deux d'entre eux, sera d'abord d'ordre général et concernera rapidement les conditions pédagogiques du jeu, puis une ébauche de classification.

### Jeu et mise à distance : ambivalence

Le jeu est naturel à l'enfant, dans les conditions ordinaires de son développement (cf. H. Wallon). Mais la première question à poser est de savoir si une activité présentée comme un jeu en est bien un pour l'enfant. Plutôt que de scruter les paramètres qui pourraient définir un jeu (d'autres s'y sont essayé : J. Chateau, R. Caillois...), je propose la détermination suivante, inspirée par le critère de Turing : reconnaissons comme jeu ce qui est accepté pour tel par l'enfant à qui on le propose.

Par ailleurs, le jeu suppose une provisoire mise à distance de la réalité extérieure. Cette distanciation ne va pas toujours de soi, et ne peut s'octroyer. Pas plus que la liberté, on ne peut recevoir en cadeau le désir de jouer. Peut-être tous les enfants ne sont-ils pas égaux devant cette possibilité.

### Le jeu inscrit dans une pratique pédagogique

Une autre précaution préliminaire concerne le jeu pour apprendre. On n'apprend qu'exceptionnellement malgré soi et sans effort. Peut-être l'effort est-il plus facile à consentir à travers le jeu, mais celui-ci ne dispense pas de l'effort d'apprendre. C'est dire que le jeu doit être inscrit dans une démarche organisée et finalisée par l'enseignant, sous forme d'échange réglé, de synthèse, d'"institutionnalisation"... Un jeu, dans ce cadre, est légitimement accompagné d'indications relatives au but pédagogique visé, aux consignes, aux moyens d'utilisation.

### Jeu : forme et fond

Il existe des **exercices à forme ludique**. Dans ce cas, le jeu est un *emballage* destiné à motiver, lever des inhibitions, faire varier, susciter le défi ou la compétition. On en connaît beaucoup d'exemples : variantes de dominos, Memory, "Compte est bon" etc. La structure du jeu est connue, relativement maîtrisée, appétissante. Mais l'objet véritable est étranger à cette structure. On exerce *via* le jeu.

Il existe d'autres jeux dont **la structure révèle un objet mathématique**. Un exemple simple, connu et fort ancien est la *Course à vingt* ; l'épuisement du jeu (assez rapide) peut servir de propédeutique à la division euclidienne. La structure du jeu, ou du moins celle des stratégies gagnantes est assez simple pour être un objet d'étude que l'on peut *épuiser*. Après quoi, le jeu n'a plus guère d'intérêt, à moins que l'on n'en vienne à *jouer avec les règles*, ce qui est peut-être un bon modèle de l'activité mathématique.

Dans le cas cité (ou celui de *Fan Tan*), on peut faire varier le nombre de joueurs, la prise maximale, le total des objets ou encore le nombre de tas. Non seulement on relance ainsi l'intérêt pour le jeu, mais l'on en vient à concevoir un modèle un peu plus général.

D'autres structures de jeu suscitent une **méthode**, de l'ordre du raisonnement, que l'on peut espérer transférable (de façon plus ou moins métaphorique). Certaines méthodes sont simples : l'usage d'un tableau à double entrée, d'un arbre ou d'un graphe facilitent la maîtrise de certains types de jeux. C'est le cas pour les jeux de type *Nim* (arbre) ou *Mastermind* (tableau), ou encore "L'Anglais habite dans la maison rouge...". Il n'est pas assuré que ces schémas soient explicitement des objets du Programme de niveau N, mais ils peuvent en permettre une approche, en prévision du niveau N+1 ou N+2. La question majeure est : peut-il y avoir transfert ? S'il s'agit d'un schéma, c'est possible, s'il s'agit d'une méthode, c'est assez peu probable comme l'ont montré depuis 30 ans les études sur le Problem Solving, et *l'éducabilité cognitive* (cf. Even Loarer in *Revue française de Pédagogie* n°122, 1998). C'est pourquoi on peut être plus réservé sur l'évaluation de l'intérêt de jeux à structures très complexes (comme le jeu d'échecs) pour la construction de connaissances mathématiques à l'école.

### **Retour aux jeux proposés**

*A vos baguettes*. Selon la classification ébauchée ci-dessus, il s'agit d'un jeu faiblement stratégique. En revanche, ce qu'il vise est clairement un renforcement de la table de Pythagore, sous une forme attrayante et assez inhabituelle. Dès lors que la recherche de stratégie aura fait identifier une succession de coups à un déplacement réglé sur la table de Pythagore, l'intérêt ludique est en voie d'épuisement.

*Avatars*. Il semble s'agir aussi d'un jeu "faiblement stratégique". L'expertise porte sur la reconnaissance rapide de configurations géométriques et la validation de cette reconnaissance. Ici

---

<sup>8</sup> François Boule propose des cahiers de jeux numériques, logiques et géométriques et vient de publier "Questions sur la géométrie et son enseignement" (Nathan 2001) où l'on retrouve aussi des

interviennent les isométries du plan et un élément de discussion. Une lecture trop superficielle de la règle m'a fait douter qu'il y eut seize configurations différentes. En effet si l'on identifie les avatars à *un déplacement près*, il y en a plus de seize différents. Mais si l'on autorise les *retournements*, il n'y en a bien que seize, mais la validation pose problème puisque les cartes sont opaques. Il faut alors mettre en œuvre une identification qui n'est pas seulement perceptive (faire glisser et comparer), mais probablement codée (repérage de nœuds, orientation, etc.). C'est précisément ce passage du perceptif au représenté qui amorce la géométrie. En conclusion, le jeu contient en lui-même peu de géométrie, mais il exerce les conditions d'une "entrée en géométrie".

*La Tour cachée* (cf. Mastermind). Le contenu mathématique "objet" est faible. L'intérêt réside dans la recherche de méthode, qui n'est pas vraiment simple. C'est un jeu propre à observer des comportements, et sous certaines conditions de pratique, propre à les faire évoluer. Il en résulte que l'environnement pédagogique est déterminant : il est sans doute important de faire précéder cette activité par la recherche des 24 tours possibles, et même de les laisser présentes ; l'utilisation d'un tableau paraissant utile, les conditions de son intervention sont à examiner.

## Quelques remarques sur *La tour cachée*

Jacques Douaire, INRP de Lyon<sup>9</sup>

L'analyse mathématique du jeu et de sa stratégie est explicitée dans l'article de François Jaquet (cf. *Math-Ecole* n°185) aussi je ne reviendrai pas en détail sur cet aspect. Les quelques remarques ci-dessous vont donc plutôt porter sur l'analyse des apprentissages que permet la situation *La tour cachée*.

Une première remarque est que cette situation n'a pas pour finalité l'acquisition de connaissances nouvelles, mais plutôt l'"acquisition de démarches de pensée et d'attitudes" (cf. "Fondement n°1", Jaquet, 1998). En ce sens il ne s'agit pas d'une situation-problème.

Les apprentissages visés dans cette activité me paraissent être de plusieurs ordres.

- a) En premier lieu ils concernent des "attitudes" relatives à la résolution de problèmes : élaborer une solution personnelle, contrôler sa solution, la formuler (oralement, puis plus tard par écrit). La mise en œuvre par l'élève de ces comportements suppose qu'il soit confronté à de véritables (et nombreuses...) situations de recherche comme *La tour cachée*. L'objet, à plus long terme, est aussi de construire un rapport personnel aux mathématiques.
- b) Mais cette situation contribue aussi au développement de méthodes, de stratégies de recherche.

Pour réussir les élèves ont à produire des configurations ; ce qui suppose une prise en compte des essais antérieurs, une interprétation des réponses ici formulées par un autre élève, une anticipation et nécessite la gestion d'essais successifs.

Si certains élèves procèdent au hasard, d'autres peuvent se centrer sur une tour et poser des questions jusqu'à ce qu'une réponse négative les conduise à rejeter la configuration à laquelle ils s'étaient intéressés : puis ils choisissent une autre configuration et recommencent à poser les mêmes questions sans tenir compte des réponses apportées précédemment, ce qui entraîne de nombreux essais. D'autres élèves peuvent prendre en compte les réponses fournies en réduisant au fur et à mesure le champ des solutions possibles.

---

<sup>9</sup> Jacques Douaire est membre de l'équipe ERMEL, dont les contributions ont largement inspiré les moyens d'enseignement romands. Il a beaucoup travaillé sur l'argumentation dont l'importance est évidente pour de nombreux jeux et défis.

La centration sur une question, et l'élimination de configurations qui ne sont pas compatibles avec la réponse, est plus économique que la centration sur une configuration hypothétique et la reprise des mêmes questions une fois celle-ci rejetée.

La résolution suppose aussi la mise en place par l'élève d'une organisation lui permettant de prendre en compte ses essais antérieurs, d'en garder la mémoire écrite, de les relire, pour optimiser sa stratégie.

Au même niveau de classe, dans d'autres versions de ce jeu de *La tour*<sup>10</sup>, les élèves ont besoin de s'appuyer sur une trace matérielle des essais antérieurs (des tours non colorées sont proposées en nombre suffisant sur une feuille et servent de support : les élèves les colorient succinctement pour garder la trace écrite des configurations qu'ils ont déjà proposées, et la consulter avant de faire de nouvelles propositions).

- c) Mais ces stratégies (focalisation sur les questions ou balayage de toutes les configurations avec réduction du champ des possibles) mettent en jeu le recours à des inférences dans cette situation.

En particulier celles-ci s'appuient sur la complémentarité (si le cube rouge est en bas et qu'il reste une autre place libre alors le bleu y est...), la transitivité (le cube rouge est au-dessus du bleu et le bleu au-dessus du vert : le rouge est au-dessus du vert...) ou le recodage de l'information négative (on me répond que le cube rouge n'est pas en haut alors cela signifie que je peux écarter toutes les configurations de ce type, et que c'est un cube d'une autre couleur qui y est).

On peut constater que si les deux premiers types de raisonnement sont accessibles à l'âge où le jeu de *La tour* est proposé, le troisième n'est souvent acquis que plus tard.

- d) D'autres apprentissages peuvent être éventuellement concernés, en particulier spatiaux : dans des interactions entre deux élèves qui produisent une solution l'utilisation d'un vocabulaire pour poser des questions : le cube rouge est-il au-dessus (ou juste au-dessus?)...

Les capacités de déduction étant en partie limitées, il me semble que, l'apprentissage mathématique principalement en jeu dans cette situation, au-delà de la mise en place d'"attitudes" de recherche vise la gestion des procédures par essais (qui évoluera vers l'élaboration d'hypothèses) qui suppose la confrontation de l'essai produit au but et le développement de procédures de contrôle.

Ces quelques remarques s'appuient sur l'analyse de cette situation et sur d'autres versions du jeu de *La tour cachée* que j'ai pu expérimenter (dans le cadre des travaux menés à l'INRP sur les apprentissages numériques et la résolution de problèmes) :

---

<sup>10</sup> cf. ERMEL CP (Hatier 1991).

- la recherche de toutes les solutions : les élèves disposant d'une grille vierge des 24 tours où ils peuvent dessiner au fur et à mesure les solutions possibles ;
- la recherche de la bonne solution à partir d'un ensemble de questions et de réponses fournies à l'élève (du type "est-ce que le cube rouge est au-dessus du vert", réponse "oui"...);
- d'autres situations nécessitant un recodage de l'information (Master Mind...).





## Chapitre 4

### Rapports des différents groupes

---

#### Synthèse de travail du groupe 1

**Participants** : Lucia Grugnetti, Nicolas Rouche, Chantal Tièche

**Rapporteurs** : François Boule, Alain Gagnebin

#### Discussion d'introduction

Finalité du jeu dans la société : différent pour l'enfant et pour l'adulte.

Rien ne dispense de l'effort d'apprendre. A l'école l'effort est normal et peut être associé à un plaisir.

Question : Quand on propose un jeu, quels sont les savoirs (et savoirs-faire) sous-jacents ? L'élève est-il en mesure de se les approprier, ou du moins, d'en déceler la présence ?

#### Analyse des activités proposées

Le groupe a particulièrement travaillé sur *Toujours 12* et *Léa et les pirates*.

##### *Toujours 12*

C'est un "exercice costumé", un jeu du premier type "exercice ludique" ayant pour objectif l'entraînement des décompositions du nombre 12 et des additions. Le but est plus de calculer que de gagner. Il est atteint, car l'observation montre que les joueurs ne prennent pas de distance par rapport au jeu. Elle a aussi révélé que l'anticipation ne se fait que sur une carte.

L'observation des pratiques est riche d'enseignements : des enfants jouent au coup par coup, d'autres anticipent un peu, mais en dénombrant, d'autres encore rappellent des résultats arithmétiques...

L'intérêt de ce jeu réside dans le fait qu'on peut l'utiliser de plusieurs façons :

- aspect diagnostique : quel type de représentation se fait l'enfant ? Comment faire évoluer ces représentations, le but étant d'arriver à des décompositions ? On peut envisager par exemple d'utiliser des cartes chiffrées, des constellations, de jouer d'abord avec 3 piles et 3 joueurs, de faire énoncer à haute voix les démarches des enfants, etc.
- aspect stratégique : il existe, bien qu'ici on vise plutôt la bonne disposition des nombres pour déboucher éventuellement sur une stratégie.

Une discussion s'engage sur le critère de rapidité dans le calcul mental, et un accord apparaît sur la position suivante : distinguer les *opérations élémentaires* (ajouter 1, ou 10, retrancher 1 ou 10, les compléments à 10, les "tables"), et les *opérations complexes* qui appellent une ou plusieurs "stratégies". Dans le premier cas, l'exigence de rapidité vise à favoriser le **rappel** plutôt que la reconstruction ; ceci est indispensable à la hiérarchisation des calculs. En revanche, en face d'un calcul complexe (ex. 31–18 ou 50–13...) il est moins important d'aller vite que de comparer les différentes stratégies possibles.

L'enseignant est-il capable d'avoir un regard sur les stratégies ? (Ici : l'anticipation de plusieurs nombres).

Comment intervenir sur le jeu, comment modifier les règles (micro-changements ou contrainte supplémentaire, par exemple la rapidité) pour faire évoluer les représentations des élèves ?

Le critère de rapidité se justifie s'il s'agit d'automatiser des calculs, mais il doit être banni s'il s'agit de calcul réfléchi s'appuyant sur l'application de propriétés.

#### *Léa et les pirates*

Il s'agit d'un jeu dont le modèle est complexe ; en conséquence, on peut se demander si ce qui est exercé à travers lui est *transférable*, à moins qu'il ne s'agisse d'une démarche assez générale visant à l'anticipation, la planification d'actions. Une préférence semble se dessiner pour les jeux stratégiques dont les règles sont assez simples pour être rapidement maîtrisées (économie de mémoire).

Est-ce une activité mathématique ?

Un objet mathématique ne semble donc pas bien identifiable, sinon peut-être la schématisation (arbre). Contrairement à *Toujours 12*, c'est un véritable jeu de stratégie. Deux questions sont posées :

- est-il intéressant d'explorer systématiquement la stratégie profonde, et jusqu'où ?

- qu'apprend-on au travers de ce jeu ?

Voici quelques réponses ou du moins quelques pistes de réflexion :

- il s'agit d'un jeu dont le modèle est complexe ; en conséquence, on peut se demander si ce qui est exercé à travers lui est transférable. Le contenu mathématique ou géométrique (un peu de topologie mise à part) n'est pas vraiment identifiable, mais l'activité n'en est pas pour autant inintéressante. Son intérêt majeur réside dans l'anticipation, si ... alors.
- il n'y a pas de méthode générale pour "apprendre à être intelligent".
- on peut apprendre quelque chose à condition de modéliser. Mais en ce cas, il faut des situations plus simples, de telle sorte que les élèves puissent s'approprier une forme de modélisation. *Léa et les pirates* est en ce sens plus destiné au plaisir du professeur que pour favoriser des appropriations aux élèves. En 2P, si l'on veut obtenir autre chose que le simple fait de jouer en essayant de se débrouiller, le jeu *Léa et les pirates* semble prématuré.
- on prend beaucoup de temps pour l'explication de la règle.
- le bénéfice pour l'enfant réside plus dans le temps (planification) que dans l'espace. Il faut donc des règles les plus simples possibles, une règle "qui ne coûte pas cher" pour donner le temps à la recherche.
- proposer des fins de parties pour encourager l'anticipation.
- un autre intérêt résiderait dans le fait de pratiquer des "classes de jeux" plutôt qu'un seul jeu. Ainsi, on éveille l'esprit à des transferts, par famille de jeux plutôt que par un jeu isolé.
- dans le cas de jeux à modèles simples (*Fan tan...*), et dès lors que le jeu semble maîtrisé, il semble intéressant de jouer sur des variantes. On approche ainsi un objet abstrait, défini par plusieurs paramètres, qui est le modèle. Cette activité modélisante est mathématique.

### **Pour conclure**

Sur quels paramètres faut-il agir pour faire évoluer le jeu dans le sens d'un apprentissage ?

La démarche visant à intégrer des jeux dans une pratique pédagogique de masse est soumise à une forte double contrainte. Ou bien elle livre ces jeux avec un environnement peu contraignant, et on court le risque que leur utilisation soit occasionnelle, fortuite, voire appauvrie ; ou bien on accompagne ces propositions d'un environnement didactique très structuré, et l'on risque alors l'étouffement, la caricature ou la négation du jeu. Une telle pratique réclame une forte prise de conscience des enjeux (mathématiques et didactiques) qui ne peut être prise en compte que par la formation (initiale ou continue).

## Synthèse de travail du groupe 2

**Participants** : Jacques Douaire, Ninon Guignard, Françoise Hirsig, Martine Simonet

**Rapporteurs** : Jean-Paul Dumas, André Scheibler

### Préambule

Avant d'analyser la pertinence des jeux proposés sous l'angle de la construction des connaissances mathématiques, le groupe s'est posé la question : sur quel(s) critère(s) l'enseignant choisit-il tel ou tel jeu et pourquoi ?

Il a été mis en évidence que :

- le choix de l'enseignant peut se faire par "affinité" avec le jeu, soit parce qu'il le connaît déjà, soit parce que la présentation de celui-ci lui paraît particulièrement attractive, certains jeux auront de ce fait plus de "succès" que d'autres (qu'il s'agisse de jeux présentés dans les moyens d'enseignement ou de jeux disponibles dans le commerce). Ce choix apparaît comme étant subjectif.
- le choix peut aussi se faire avec des critères plus difficiles à identifier, proches d'une volonté de faire apprendre quelque chose. Il y a un effet de contrat : pratiquer un jeu, c'est faire des mathématiques.

Il est ensuite ressorti que, quelle que soit la qualité intrinsèque du jeu, les critères de choix de l'enseignant influenceront les effets du jeu sur la construction des connaissances mathématiques. Un jeu présenté à l'élève avec une "obligation de réussite" souvent liée à l'acquisition de stratégies spécifiques au jeu proposé, pose les questions suivantes :

- l'enseignant a-t-il été à même d'identifier les savoirs inclus dans l'activité jeu ?
- a-t-il eu une vue suffisamment globale pour donner au jeu tout son rôle dans la construction des savoirs visés ?

Il s'ensuit pour l'enseignant une réelle difficulté pour mettre à jour ce qu'il faut faire ressortir du jeu, afin de lier les connaissances construites dans cette activité à celles qui seront mises en évidence lors de l'institutionnalisation. Un oubli ou une méconnaissance du savoir visé par l'activité pose le problème de la "naturalisation" de ce savoir.

Les commentaires qui accompagnent l'activité jeu sont-ils suffisants ? Sont-ils consultés par les enseignants ? Ne faudrait-il pas donner de façon plus claire les objectifs des activités jeu ? Mais alors, le risque est fort de voir l'apprentissage visé se faire par ostension.

Une première synthèse a mis en évidence que l'activité jeu ne peut jouer pleinement son rôle dans la construction des connaissances que si l'enseignant est conscient du rôle de l'activité qu'il propose aux élèves et qu'il se soucie également, lors de l'élaboration de sa séquence d'enseignement, de varier les types d'activités.

### **Analyse des activités proposées**

Au vu du temps restant à la disposition, il a été décidé de ne pas s'attarder sur le jeu de *Fan tan*. Quelques doutes sont émis sur la pertinence du jeu pour faire découvrir à l'élève que la règle correspondant à la situation de son groupe devienne une loi généralisable quelle que soit la composition de l'équipe.

Ces doutes ayant provoqué des avis contraires, il en est ressorti qu'il était nécessaire de faire souvent "jouer" l'activité avec le souci de varier le nombre d'élèves afin de faire progressivement passer les constatations des élèves du statut d'intuition à celui d'affirmation pouvant être expliquée et démontrée.

### *Égalité*

Pour *Égalité*, la première question posée était : est-ce un jeu ?

Ce n'est pas parce que l'on met deux équipes l'une contre l'autre qu'il s'agit d'un jeu. Il est également important d'analyser les effets sur la situation didactique d'avoir deux joueurs ou deux équipes dans un jeu. Il apparaît évident qu'il y a, dans cette activité, des stratégies intéressantes à observer chez les élèves, qu'en est-il dans les classes ? Une étude plus approfondie de cette activité est unanimement souhaitée, particulièrement si l'on veut analyser l'impact des variables numériques possibles (voire même l'introduction du signe "-").

Un autre point est soulevé : on observe dans le déroulement des jeux de bonnes situations permettant à l'enseignant de prolonger l'activité jeu en posant un problème tiré d'une situation observée lors d'une partie. On se trouve alors devant une exploitation du jeu plus orientée vers le réinvestissement des procédures utilisées dans le jeu, ceci sous l'apparence d'un problème.

Si cette exploitation du jeu par l'enseignant n'apparaît pas à première vue négative, il ne faudrait pas que ceci devienne systématique.

Cette activité se défend car il y a un réel problème mathématique qui se pose à l'élève dans les différentes phases du jeu. Ce qui a soulevé les deux questions suivantes :

- en quoi le jeu s'opposerait-il à une autre activité construite ?
- en quoi *Égalité* aurait-il un statut particulier par rapport aux autres activités ?

### *Avatars*

L'activité *Avatars* a été examinée au moyen de la théorie des situations de Guy Brousseau. Qu'*Avatars* soit un jeu au sens ludique du terme ou non ne change rien. Cette activité met en place un milieu auquel l'élève va se confronter. Brousseau propose un cadre théorique pour cette confrontation en faisant appel à la théorie des jeux, le milieu étant l'antagoniste de l'élève. A des actions de l'élève le milieu répond par des modifications qui sont traitées par de nouvelles actions, en fonction de règles. Un certain état du milieu, analysé selon ces règles, détermine si le jeu est terminé et qui gagne. A ce stade en quelque sorte initial, il y a un dernier coup du jeu, un état du milieu, qui est un test de fin. C'est la caractéristique principale d'une situation dite d'action. L'élève a gagné ou perdu, et il peut recommencer une partie. C'est ce qui se passe pour *Avatars* : le milieu évolue au fil des déplacements des bâtonnets et des cartes déposées, un joueur n'a plus de cartes ou le jeu "tourne en rond". Il faudra un certain nombre de parties pour que l'usage des règles du jeu ne fasse plus problème (dévolution) et que certaines stratégies se mettent en place. La méthodologie donne quelques indications à ce propos, en suggérant des démarches possibles de l'élève concernant la comparaison de figures et la stratégie du jeu. Ces suggestions, et les commentaires de la méthodologie, permettent à l'enseignant de contrôler les liens milieu - connaissance. Ce qu'il faut considérer, toujours à ce stade, c'est que l'ensemble de ces démarches et de ces stratégies d'élèves sont implicites, comme appartenant à une sphère intime de l'élève. Pour que ce dernier puisse en débattre, ou pour que l'enseignant puisse y avoir accès, il faudra d'autres types de situations que Brousseau intitule de formulation et de validation. Il est d'ailleurs fort probable qu'une situation de formulation s'initialise tout naturellement en cours de jeu *Avatars*, lorsque les élèves ponctuent leurs actions d'expressions comme: *tu vois si tu tournes ta carte, c'est pas le même, ou c'est le même comme dans un miroir*. Mais la nature des connaissances utilisées, leurs rapports au milieu, leurs désignations, restent encore très difficiles à établir pour l'élève comme pour l'enseignant.

### *Le pion empoisonné*

Ce type de jeu, à la consigne courte et aux règles rapidement comprises, est courant dans les ouvrages mathématiques. Les élèves en connaissent différentes variantes. Mais ce jeu a-t-il sa place dans des moyens de mathématiques ?

Dans ce jeu, ce sont les interactions entre les deux joueurs qui vont obliger l'élève à anticiper.

Le but du jeu étant de découvrir une stratégie gagnante tout en respectant les règles du jeu, on peut penser que cette activité a essentiellement un rôle motivationnel.

Malgré l'intérêt que les élèves portent à ces jeux de *Nim*, les enseignants ne saisissent pas toujours le rôle que joue ce type d'activité dans leur enseignement. D'autre part, il sera nécessaire à certains élèves d'effectuer de nombreuses parties avant de découvrir, d'explicitier et de justifier une stratégie gagnante, instant où l'élève fait des mathématiques.

Reste une question qu'il faudra reprendre ultérieurement : faut-il mettre des jeux dans des moyens de mathématiques et quel rôle jouent-ils ?

Plusieurs arguments plaident en leur faveur :

- n'y a-t-il pas dans le jeu une distance que peut prendre l'élève par rapport à l'activité mathématique ?
- le jeu ne sert-il pas avant tout à sensibiliser l'enseignant sur la place que prend l'élève ?
- l'enseignant ne pouvant pas tout contrôler, ne se voit-il pas dès lors contraint de repenser son rôle ?

Les travaux du groupe se sont arrêtés sur ces questions avec l'espoir de reprendre ultérieurement ces échanges.

## Synthèse de travail du groupe 3

**Participants** : Jean-Philippe Antonietti, Michel Brêchet, Jean-Pierre Bugnon, Carlo Marchini

**Rapporteur** : Luc-Olivier Pochon

Les jeux examinés sont les suivants :

*Léa et les pirates, Égalité, Le carré magique pour faire 1*

### A propos de la difficulté

Une première approche concerne la difficulté des jeux. *Le carré magique pour faire 1* est considéré plus facile que *Égalité*, lui-même plus facile que *Léa et les pirates*.

Toutefois, cette première approche pose la question du critère de jugement adopté, puisque finalement il est facile de jouer à *Léa et les pirates*, aucun pré-requis n'étant exigé.

Il s'agit donc de préciser les critères de jugement qui peuvent être au niveau des connaissances scolaires mobilisées, la difficulté des règles, la recherche de stratégies gagnantes, etc.

Dans les trois cas les règles sont assez simples, mais les plus parlantes sont vraisemblablement celles de *Léa et les pirates*. Seule l'activité *Égalité* exige quelques connaissances "scolaires" préalables. Quant aux stratégies, il serait nécessaire d'observer des enfants pour arriver à les caractériser. A priori, *Léa et les pirates* implique une stratégie de type formel assez complexe vraisemblablement hors de portée des enfants pour lesquels ce jeu est destiné. Les deux autres activités ont des stratégies qui font intervenir des aspects de hasard et de psychologie.

En définitive, deux activités, *Égalité* et *Le carré magique pour faire 1*, correspondent à des moments pédagogiques bien définis : découverte d'une notion et exercice, mais on hésite à les qualifier de jeux au sens fort du terme. La troisième activité est un jeu véritable, par contre ses objectifs scolaires sont moins évidents.

Ces constatations mènent à dégager trois axes de réflexion :

### 1. Jouer ou apprendre

Apprentissage correspondant à des objectifs de type : suivre des règles, etc.

Aspects antinomiques de jouer et connaître.



## **2. Le jeu, une activité de longue haleine**

Les caractéristiques d'un jeu est que l'on peut recommencer souvent une partie. C'est même une nécessité si l'on veut assimiler, dans un processus d'essai et d'erreur, les règles.

L'étude de stratégies (fin de partie) ne se fait que petit à petit.

## **3. Aspects culturels**

Tout le monde n'aime pas jouer ; apprendre à jouer comme objectif ?

### **Pour conclure**

Le jeu véritable est difficile à utiliser (temps non scolaire, ...). On pourrait envisager de passer plus de temps sur moins de jeux et être plus "clair" ou plus "honnête" sur ce que sont des jeux en tenant compte de la perception qu'en ont les élèves.

## Synthèse de travail du groupe 4

**Participants** : François Jaquet, Francia Leutenegger, Hervé Schild, Pierre Stegen

**Rapporteur** : Michèle Vernex

### *Fan Tan - Carré magique pour faire 1 - Toujours 12*

#### Discussion d'introduction

Le groupe s'est posé les questions suivantes :

- quels sont les savoirs mathématiques sous-jacents dans les jeux de nos moyens d'enseignement ?
- existent-ils ? Sont-ils identifiables ? Quels sont leurs liens avec les connaissances et notions déterminées par les plans d'études ?
- dans quelle mesure ces jeux peuvent-ils participer à l'élaboration de ces savoirs mathématiques ou à la construction des connaissances qui leur sont liées ?
- comment faire pour s'assurer que la transposition se fasse entre les concepts identifiés et la construction effective chez l'élève ? ou pour que les jeux proposés soient vraiment au service des apprentissages en mathématiques ?
- peut-on établir quelques critères permettant à un maître de décider de l'opportunité d'un jeu et de sa pratique dans son plan d'enseignement ou pour la progression de ses élèves ?

#### Analyse des activités proposées

Le groupe a examiné les différentes rubriques des descriptions des jeux dans le Livre du maître. Les discussions sont organisées dans le tableau suivant trois colonnes :

1. titre de la rubrique du Livre du maître ;
2. contenus décrits sous la rubrique correspondante ;
3. commentaires et analyse des membres du groupe.

Remarque : Il n'y a pas de rubrique systématique "savoir" dans les descriptions des activités du livre du maître. Ces savoirs doivent être recherchés dans les pages d'introductions des champs du thème ou d'autres commentaires méthodologiques ou didactiques se rapportant à l'activité.

### **Fan tan**

Le savoir est décrit dans la page "plan" du champ A sous "notion" *multiplication et division* et sous "compétences" *construire des collections équipotentes et partager des collections équitablement* (4P ; LM p. 149).

Dans l'introduction du champ A, on peut lire à propos de *Fan Tan* :

*Fan Tan* et ses prolongements... conduisent aux relations entre dividende, diviseur, quotient entier et reste. On entre alors dans la catégorie des problèmes de division avec reste... Le partage un à un conduit à un quotient entier et à un reste, puis à la multiplication et à l'addition qui font office de preuve de cette division euclidienne.

	Décrit	Analyse du groupe 4
Savoir		Constater que, lors d'une distribution équitable d'une collection, le reste est plus petit que le nombre de joueurs et découvrir les classes de reste d'une division.
Tâche	<i>Rechercher le reste, le dividende ou le quotient dans une situation de distribution équitable.</i>	La tâche décrite est l'objectif de tout le module alors qu'ici on se limite à prendre une poignée de jetons et faire des paris sur le reste après une distribution équitable. C'est ainsi qu'apparaît le savoir : « Découvrir » que le reste est plus petit que le nombre de joueurs (nombre de joueurs moins 1).  C'est seulement si on demande aux élèves de noter par exemple le nombre de jetons reçus (quotient) ou de retrouver le nombre de départ (dividende) que ces notions seraient abordées.
Mise en oeuvre	<i>L'enseignant fera travailler les élèves dans des groupes de tailles diverses.</i>	Les groupes de taille différente permettent de confronter les résultats lors des mises en commun.  L'activité dans la durée permet une évolution de la pertinence des paris, qui le devient sous l'influence des mises en commun ou de l'intervention du maître.
Mise en commun	<i>Elle a lieu dès que les joueurs adoptent systématiquement un jeu optimal (ne jamais miser sur un reste égal ou supérieur au nombre de joueurs) : les élèves expliquent le lien entre le nombre de joueurs et les restes possibles.</i>	Pour obtenir toutes les classes de reste, il faut jouer beaucoup de parties.  Beaucoup de mises en commun partielles sont nécessaires avant d'arriver au jeu optimal.

<p>Démarches possibles</p>	<p><i>Miser uniquement des nombres représentant des restes possibles.</i></p> <p><i>Distribuer plusieurs jetons à la fois (10 puis 2 puis 5 puis...)</i></p> <p><i>Contrôler si les paquets sont égaux en fin de distribution.</i></p>	<p>La grandeur du tas initial peut influencer les paris. Il faut du temps jusqu'à ce que l'élève se rende compte de l'indépendance du pari sur la grandeur du tas initial.</p> <p>Non-gain = malchance ! pour l'élève.</p> <p>Sans l'intervention du maître il n'y a pas de validation possible. Des élèves peuvent attribuer à la malchance ce qui est en réalité une analyse insuffisante de la situation. La situation n'est pas auto-validante.</p>
<p>Prolongement</p>	<p><i>Distribution 1 et 2</i></p>	<p>"Transfert"</p> <p>Lien entre cette activité et les autres.</p> <p>Mises en communs permettent de relancer et de repartir avec d'autres variables.</p>

#### Questions en suspens

- Le jeu est-il assez explicite ?
- Qu'en est-il du lien entre la consigne et les démarches de l'élève ?
- Comment transmettre l'analyse a priori aux enseignants ?

#### Commentaires

Cette activité peut être présentée comme une introduction à une notion. Elle est donc différente des autres jeux (exercisation).

Ce qui est annoncé dans la tâche n'est pas la réalité : le jeu du *Fan Tan*, seul, sans ses prolongements se limite à prendre une poignée de jetons et faire des paris sur le reste après une distribution équitable - contrairement à ce que laisse croire la description de la tâche.

Importance du maître pour les mises en commun.

Prévoir des groupes de différentes tailles.

!! Jouer pour le jeu – hasard !!

Connexité avec autres activités.

### Carré magique pour faire 1

	Décrit	Analyse du groupe 4
Savoir <sup>11</sup>	<i>Addition de nombres non naturels ayant des écritures différentes.</i>	<p>Somme de 3 termes écrits en code fractionnaire <math>&lt; 1</math>.</p> <p>Equivalence <math>2/8</math> et <math>1/4</math>.</p> <p>Différentes écritures d'un même nombre.</p> <p>Selon <i>Math-Ecole</i> 189, l'objectif de la situation est de "<i>faciliter le passage du concept de fraction en tant qu'outil de résolution vers celui d'objet d'étude</i>".</p>
Tâche	<i>Obtenir une somme du 1 en additionnant 3 cartons – alignés.</i>	
Mise en oeuvre	<p><i>Jouer d'abord avec les fractions 0 - 1/2 - 1/4, puis ajouter les huitièmes.</i></p> <p><i>Dans une autre partie avec 0 - 1/2 - 1/3 - 1/6.</i></p> <p><i>Puis mettre tous les cartons ensemble.</i></p> <p><i>Différencier les configurations des fractions.</i></p>	
Mise en commun	<i>Qu'est-ce qu'on a appris ? Démarches</i>	<p>Contrôle de ce qui a été appris à l'aide des questions.</p> <p>Selon <i>Math-Ecole</i> 189, la mise en commun est nécessaire pour "<i>provoquer des moments de réflexion sur les contenus mathématiques et les démarches utilisées</i>".</p>
Validation	<i>Par transparence</i>	<p>Les valeurs par superposition et transparence ne sont possibles que pour autant que le matériel le permette (par ex. si les quarts sont représentés de manières différentes la superposition n'est plus possible).</p>
Démarches possibles		<p>Selon <i>Math-Ecole</i> 189, la mise en commun est nécessaire pour "<i>amener les élèves à pratiquer des superpositions comme validation</i>".</p>
Prolongement	<p><i>Changer la valeur des fractions : 0 - 1/6 - 1/3 - 3/6 - 4/6 - 5/6</i></p> <p><i>0 - 0,2 – 2/5 - 3/5 - 4/5</i></p> <p><i>Au lieu de fractions dessinées, proposer des fractions écrites sous forme conventionnelle (1/4 par ex.).</i></p>	

<sup>11</sup> Ces rubriques n'existent pas telles quelles en 5 – 6 P. Ce sont les commentaires méthodologiques qui les développent selon les activités.

### Limites

Une image de la notion de fraction. Il faut donc travailler sur des partages différents (cf. activité de la bandelette : chercher les  $\frac{3}{4}$  de la longueur de la bandelette sans mesurer). Il faut se rendre compte que ce jeu se limite aux fractions d'unité et pas aux fractions au sens général du terme.

### Commentaire

Il s'agit d'une activité centrée sur l'exercisation.

### Toujours 12

	Décrit	Analyse du groupe 4
Savoir	<i>Le savoir décrit doit être cherché dans les pages d'introduction du module.</i>	<p>Trouver des décompositions de 12 en sommes de 4 termes.</p> <p>Etre capable de substituer une carte à une autre (un nombre à un autre) pour obtenir une somme de 12 par compensation (l'écart de 2 cartes se répercute entièrement sur la somme des 4 cartes apparentes).</p> <p>Le savoir visé semble aller au-delà des compétences des élèves de 2 P qui se contentent de dénombrer.</p> <p>L'analyse d'une situation exige l'inventaire de tous les choix possibles et il y a 4 x 3 choix possibles.</p>
Tâche		Additionner 3 cartes posées sur la table avec une des cartes de son jeu pour obtenir 12.
Mise en oeuvre	<p><i>Assimilation des règles et des subtilités du jeu.</i></p> <p><i>Performances décevantes sur le plan du calcul.</i></p> <p><i>Comptage sur les doigts, puis techniques plus élaborées (surcomptage, résultat mémorisé, associativité, ...).</i></p> <p><i>Interactions entre élèves vont permettre à chacun de se poser des questions quant à sa manière d'agir et faire ainsi évoluer ses stratégies, ses conceptions et ses prises de conscience.</i></p>	<p>Dans un premier temps, pour aider à l'appropriation de la consigne il est proposé de simplifier la consigne : l'enfant ne peut poser une carte que sur le "tas" suivant.</p> <p>Proposition : poser les cartes sur la table pour permettre aux élèves d'anticiper sur les cartes du joueur suivant et pour permettre à l'enseignant de suivre la partie.</p>
Mise en commun		

<p>Démarches possibles</p>	<p><i>Manière de calculer :</i></p> <p><i>Observer les nombres en jeu avant de choisir un outil de calcul.</i></p> <p><i>Estimer pour savoir s'il vaut la peine de chercher le résultat exact.</i></p> <p><i>Compter sur ses doigts.</i></p> <p><i>Utiliser des résultats mémorisés.</i></p> <p><i>Partir du plus grand nombre et surcompter.</i></p> <p><i>Manière d'obtenir le résultat :</i></p> <p><i>Chercher le complémentaire au nombre visé.</i></p> <p><i>Augmenter de 1, 2, ... le résultat en augmentant de 1, 2, ... un des termes du calcul.</i></p> <p><i>Augmenter ou diminuer le résultat en augmentant ou diminuant un des termes du calcul.</i></p> <p><i>Procéder par ajustements successifs.</i></p> <p><i>Faire un essai, compter et faire confiance au hasard pour l'obtention du nombre visé.</i></p> <p><i>Anticiper en cherchant des décompositions qui permettent d'obtenir le nombre visé.</i></p>	
<p>Prolongement</p>	<p><i>Le Beau jeu LM 217 à 219 (créer des sommes, augmenter ou diminuer des sommes).</i></p>	

**Commentaire**

Il s'agit d'une activité centrée sur l'exercisation.

Synthèse

	<i>Fan tan</i>	<i>Carré magique pour faire 1</i>	<i>Toujours 12</i>
	Situation problème	Exercisation et familiarisation avec les fractions	Exercisation
Limites	Ce qui est annoncé dans la tâche est trop important – en fait on cherche les restes.  !! importance du hasard !!	Une image de la notion de fraction. Il faut donc travailler sur des partages différents. (cf. activité de la bandelette : chercher les $\frac{3}{4}$ de la longueur de la bandelette sans mesurer).  Le jeu fait travailler uniquement les fractions d'unité ( $<1$ ).	Trop ambitieux pour des 2 P.
Commentaires	Importance des mises en commun.  Prévoir des groupes de différente grandeur.  !! Jouer pour le jeu – hasard !!  Connexité, cf. autres activités.	Activité bien expliquée dans l'article de <i>Math-Ecole</i> .	Proposition de réduire la consigne dans un premier temps.

Complément au rapport du groupe 4 (rédigé par F. Jaquet et M. Vernex).

Pour conclure

On relève un sentiment de frustration car les membres du groupe en auraient dit beaucoup plus que les commentaires du livre du maître. Mais si l'analyse a priori y avait été plus développée, on est loin d'être certain que les enseignants en auraient tiré profit.

On a pu déterminer dans chacun de ces jeux des savoirs mathématiques intéressants, mais ils n'apparaissent pas clairement dans les commentaires du livre du maître et même, pour certains, on ne les identifie qu'à la suite d'une analyse approfondie.

Par exemple, les classes de reste – correspondant aux paris possibles – dans le jeu *Fan tan*, les compensations au sein d'égalités ou règles d'équivalence dans *Toujours 12* (si  $a + b + c + d - 12 = n$ , alors  $(a - n) + b + c + d - 12 = 0$ ).

Certains de ces savoirs sont clairement liés au plan d'études (opérations arithmétiques, relations entre nombres) d'autres n'y apparaissent pas explicitement (notion de classe de reste, équivalences, ...).



Pour que ces jeux puissent participer à l'élaboration de savoirs mathématiques, le rôle du maître est essentiel : au travers des mises en commun, validations, institutionnalisations, prolongements ou exploitations ultérieures au moyen de la gestion des variables, des variantes,... Seuls, ces jeux ne garantissent pas la construction de savoirs.

Pour pouvoir s'assurer de la transposition, il faudrait trouver d'autres situations bien spécifiques de la connaissance visée. Ceci nécessite une maîtrise des savoirs mis en oeuvre ou élaborés dans le jeu, une connaissance des potentialités d'autres activités de transfert, des analyses a priori, ...

La tâche n'est pas aisée et requiert de longs échanges et collaborations entre maîtres, formateurs, chercheurs.



## Chapitre 5

### Synthèse et discussion

François Jaquet et Chantal Tièche Christinat, IRDP Neuchâtel

---

Durant cette journée, les discussions nombreuses et animées ont permis de progresser dans l'analyse des "jeux" proposés par les nouveaux moyens d'enseignement romands. La multiplicité des aspects évoqués, et la vivacité des débats ont montré l'urgence d'une réflexion commune sur les jeux mathématiques et leur utilisation en classe. L'engagement des participants et la richesse des échanges témoignent des approches plurielles que l'on doit soutenir et encourager pour envisager des conceptions pédagogiques nouvelles et analyser les produits didactiques qui en découlent.

Il n'est a priori pas facile de tirer des conclusions d'une telle journée et ce d'autant plus que les travaux menés n'ont pas la prétention d'avoir fait le tour le domaine. Cependant, les analyses conduites affinent notre regard sur le jeu considéré comme activité pour la classe de mathématiques.

Nous retiendrons en premier abord certains aspects psychologiques du jeu. La motivation, le plaisir et la liberté en constituent les fondements. Carlo Marchini nous les a rappelés avec insistance en signalant qu'ils peuvent être dénaturés par l'usage qui est fait du jeu. Il faut toutefois aussi ajouter que parmi les multiples paramètres qui déterminent le jeu, et qui ont fait l'objet d'études sophistiquées, les critères fonctionnalistes ont leur place. Ces derniers nous incitent à tenir compte de la nature de la fonction du jeu, au sens mathématique et au sens téléologique (une entité a une fonction si elle est utile pour la réalisation d'un système) du terme. Ainsi, nous pouvons considérer avec François Boule "que le jeu est jeu s'il est considéré jeu par le joueur". Parler des qualités psychologiques du jeu oblige de placer le joueur au centre du discours et de focaliser l'analyse sur les rapports qu'il entretient avec le jeu dans une situation donnée, et non sur le jeu en tant qu'objet indépendant et autofonctionnel. Dans la perspective que nous avons adoptée durant cette journée, le joueur est élève et le jeu est activité scolaire. Les aspects didactiques doivent ipso facto être pris en considération et une analyse au moyen de la théorie des situations telle que la propose Brousseau semble pertinente. En effet, le cadre imposé à l'activité s'avère être une donnée fondamentale qui modifie l'activité elle-même ; un même jeu va entraîner des effets différents chez les joueurs selon le contexte dans lequel il est inséré. Les jeux menés dans une activité de classe ou dans une activité de

loisirs ne sont pas équivalents, et nous pouvons raisonner en termes d'écologie des situations. Quels que soient les contenus mathématiques des jeux, et quels que soient les savoirs visés, une analyse didactique en terme de situation paraît enrichissante. En effet, comme nous l'a rappelé Pierre Stegen "la manière dont les enseignants mettent en œuvre les propositions didactiques" rendent celles-ci souvent très différentes de ce que les auteurs avaient imaginé, introduisant par exemple de nouvelles variables ou réduisant la complexité de la tâche. En un mot, nous pourrions dire que le cadre pédagogique détermine le jeu.

### 1. Le jeu pour apprendre ?

Avant d'examiner les apports des jeux à la construction des connaissances mathématiques, il est apparu au cours de cette journée, qu'une question préalable, paradoxale même, doit être posée. Est-il légitime de lier "jeu" et "apprentissage" ? En classe, la liberté du joueur est restreinte et, selon les clauses du contrat pédagogique, l'élève ne peut guère se soustraire à cette obligation de jouer. Le paradoxe est important et mérite que l'on s'y attarde. Le jeu pourrait a priori être considéré comme une situation a-didactique, le problème étant dévolu à l'élève par l'enseignant. Toutefois cette dévolution n'est pas magique et n'est pas uniquement liée à la forme de jeu ou à la situation qu'il met en place. En effet le contrat didactique qui lie l'élève et le professeur attribue à cette forme d'activité un objectif d'apprentissage. Or comme le dit François Boule, *on n'apprend qu'exceptionnellement malgré soi et sans effort. Peut-être l'effort est-il plus facile à consentir à travers le jeu, mais celui-ci ne dispense pas de l'effort d'apprendre. C'est dire que le jeu doit être inscrit dans une démarche organisée et finalisée par l'enseignant... Un jeu, dans ce cadre, est légitimement accompagné d'indications relatives au but pédagogique visé, aux consignes, aux moyens d'utilisation*). L'analyse des jeux proposés par les moyens d'enseignement tend à montrer que ces indications relatives à l'objet de savoir ne sont pas nécessairement mentionnées de manière très claire et précise dans les commentaires didactiques. Pour certains enseignants, la démarche d'apprentissage socioconstructiviste prônée par les nouveaux moyens renforce l'idée que les élèves de toute manière vont parvenir à construire une connaissance mathématique et qu'il serait contre-indiqué de leur signifier l'objet mathématique (C. Tièche Christinat, 2000). Si l'identification du savoir est du seul ressort de l'élève, comme le souligne Pierre Stegen, le danger de jouer en se basant sur de fausses croyances empêchant le joueur d'accéder à la stratégie gagnante sera d'autant plus important. La situation créerait incidemment, dès lors, un effet martingale, antinomique de l'effet escompté (groupe 3).

De plus, Carlo Marchini relève également une opposition entre jeu et apprentissage. De toute manière, une différence fondamentale entre le jeu et le travail - ou son exploitation en classe - réside dans le fait que les règles du premier sont fixées librement et simultanément par tous les participants et qu'il est toujours possible de l'interrompre par le choix de chacun des joueurs, indépendamment des autres. En ce sens l'usage didactique du jeu présente un obstacle à la liberté que le joueur y

exprime. Les règles fixent non seulement les limites et déterminent des contraintes, mais leur transgression peut dénaturer le jeu en modifiant son contenu et ses objectifs.

Lors des discussions l'attention s'est également portée vers les élèves qui n'apparaissent être égaux ni devant le plaisir de jouer ni dans leur capacité de jouer avec les règles, les contraintes et leurs transgressions ou transformations. Ainsi *les qualités qui font d'un jeu un très bon jeu de société, le suspense, la compétition, le hasard, la présence d'un adversaire se transforment parfois<sup>12</sup> en un réel handicap quand il s'agit de faire des maths* (D. Valentin, 2001). Si un des groupes de travail avance même l'idée que "tout le monde n'aime pas jouer", dans d'autres discussions on a fait remarquer que ce sont les adultes qui qualifient de jeu les activités examinées lors de cette journée. Ces remarques et constats renforcent le commentaire de Carlo Marchini signalant que le plaisir de trouver une stratégie gagnante, de la modifier et de l'améliorer est certainement un plaisir et une prérogative d'adulte. Ainsi dans le contexte scolaire, le risque est grand pour l'élève de devoir jouer, même s'il n'en a pas envie, même s'il n'aime pas perdre, même si ce n'est pas son mode d'expression ou d'engagement.

Cette contrainte exercée sur l'élève pousse également les participants à s'interroger sur l'appellation "jeu" qui a cours dans les nouveaux moyens romands. Ne devrait-on pas rectifier cette appellation et être plus honnête, en biffant, dans les descriptions d'activité, le mot jeu et les termes comme joueur, vainqueur ou perdant, mais bien entendu, on conserverait les règles, le matériel, le but ? Ainsi, par exemple, dans la consigne de *Avatars* il n'y aurait que 5 substitutions de "joueur" par "élève" ou "celui". La nature du contrat et de la situation didactique qui lie l'élève au professeur aurait à gagner d'une telle transparence, même si les observations indiquent que les élèves ne sont pas totalement dupes de la contrainte exercée. Cependant il semble que l'objectif mathématique soit plus diffus et moins objectivable par l'élève et l'enseignant. L'étude des moyens d'enseignement créés progressivement montre une tendance très nette à un réajustement, voire peut-être un retour de balancier. En effet, il faut souligner que les jeux, majoritaires parmi les activités proposées par les moyens romands d'enseignement de 1P et 2P, ne représentent plus que le quart de celles de 3P et 4P et qu'ils deviennent très rares en 5P et 6P. Cette diminution paraît à nos yeux significative d'un déplacement de sens du mot jeu en fonction de l'âge des élèves ou des degrés scolaires. Comme si, à partir d'un certain moment, le jeu considéré comme une activité enfantine, n'est plus envisageable dans la construction de connaissances. Les lettres de noblesses qu'il a acquises et que nous soulignons dans notre introduction, ne paraissent donc pas valables pour l'ensemble de la scolarité.

## **2. Quelles différences entre les jeux ?**

L'utilisation censée et correcte des jeux nécessite une plus grande clarté dans leur description en fonction des objectifs pédagogiques qu'ils poursuivent. Il faut, comme le rappelle François Boule (2001), analyser les jeux en termes de jeux faibles et jeux forts, en termes de variabilité et

---

<sup>12</sup> Attention : nous ne disons pas "toujours" !

d'encadrement. Les trois types de jeux utilisés ou utilisables en pédagogie et rappelés lors de la table ronde du matin ont permis aux groupes de caractériser différentes activités de jeu.

La première forme de jeu consiste surtout en un emballage motivationnel dont l'objet véritable est étranger à la structure du jeu (exemple : *Le compte est bon*) : on exerce via le jeu. Conçus comme jeux pour exercer, entraîner, renforcer, les notions mathématiques mobilisées sont souvent de l'ordre des techniques de calcul et des mémorisations de tables additives ou multiplicatives (*Toujours 12, Champion, Égalité, ...*), des reconnaissances de figures (*Avatars*). Ainsi *Avatars* et *A vos baguettes* sont désignés comme étant des jeux faiblement stratégiques, rejoignant en cela l'analyse de Carlo Marchini.

D'autres jeux révèlent l'objet mathématique dans leur structure même. *Le pion empoisonné* en est un, comme l'était la fameuse *Course à vingt* de Brousseau. Si plusieurs jeux sont constitués sur ce modèle, il s'avère qu'une fois la stratégie gagnante connue, l'intérêt du jeu s'efface. Parmi les activités analysées, nous pouvons penser que *Fan Tan* est un jeu de ce type qui nécessite cependant des variations importantes du nombre de joueurs et de multiples occasions de le pratiquer, avant de permettre la découverte des rapports entre le diviseur et le reste.

Le troisième type de jeu suscite une méthode, un raisonnement et son utilité didactique est fondée sur l'espérance d'un transfert spontané des connaissances à d'autres situations. Or, ce transfert semble être très improbable lorsqu'il s'agit de méthode de raisonnement (cf. E. Loarer...). Ainsi en va-t-il des jeux *Léa et les pirates, Le pion empoisonné* (sous son aspect stratégique) et *La tour cachée*. Carlo Marchini en a fait l'esquisse dans son texte, montrant à quel point *Léa et les pirates* fait appel à peu de savoirs mathématiques. Bien que constituant une compétence transversale reconnue par les maîtres et maîtresses, la logique sous-jacente semble ne pas faire l'objet d'un enseignement particulier mais, comme le signale Jacques Douaire, relève plus d'un mode de pensée que la méthodologie cherche à entraîner ou à améliorer. Ce type de jeu prétextant un savoir logique, stratégique ou géométrique inscrit également - et peut-être même préalablement - le plaisir du joueur dans ses caractéristiques. En effet, les stratégies gagnantes ne sont pas éminemment perceptibles, les règles sont simples et les coups à jouer suffisamment nombreux pour que naisse et se maintienne le suspens. Dans *La tour cachée*, jeu hautement déductif, le hasard joue un rôle important qui contribue lui aussi au plaisir du jeu. L'aspect logique se confine ainsi essentiellement dans *l'application de règles auxquelles il n'est pas demandées d'être vraies, mais seulement cohérentes et appliquées correctement* (Marchini). Toujours à propos de *La tour cachée*, François Boule pense qu'une identification du savoir devrait passer par l'utilisation d'un tableau, afin de favoriser l'accessibilité et la visibilité des raisonnements à mener. L'ostension pourrait ainsi être proposée afin de mieux cerner les connaissances mathématiques dégagées par les élèves et de les institutionnaliser.

### **3. A quelles conditions le jeu peut-il devenir le support d'une activité mathématique ?**

La présence du jeu dans les moyens d'enseignement comme support d'une activité mathématique n'est pas le garant de son existence effective. Il y a peu de contenus mathématiques dans ces jeux, si on se contente de pratiquer le jeu ou mener une partie à son terme, comme le montre l'analyse des savoirs mathématiques. Les observations et réflexions des groupes vont dans ce sens : les élèves peuvent se passer des savoirs que l'on supposait devoir être mis en œuvre (*Fan tan, A vos baguettes, Léa et les pirates, Le carré pour faire 1, La tour cachée, Avatars*). De plus, dans les jeux dits de renforcement, la partie peut avancer et continuer même lorsque les élèves utilisent des techniques de calcul peu élaborées. Dans *Toujours 12*, les observations montrent que les élèves ont des performances décevantes, puisqu'ils réactivent des techniques de comptage sur les doigts. Pour les jeux fortement stratégiques, la recherche de stratégie reste un "plaisir d'adultes" (Groupe I) et l'activité perd ainsi non seulement ses contenus mathématiques ou logiques, mais également son aspect motivationnel. De plus, si le raisonnement logique peut faire partie des objectifs généraux et des ambitions d'un plan d'études, on ne sait pas trop ce qu'on fait dans ce domaine, et on est dès lors dans l'incapacité d'évaluer les connaissances ou les comportements qui s'y rapportent. Ainsi, dire qu'il est bon de jouer au *Pion empoisonné*, à *La tour cachée*, à *Léa et les pirates* semble relever de l'ordre d'un credo plus que d'une analyse mathématique liée à la pertinence de l'objet mathématique sous-jacent au jeu.

Seule une analyse en termes de connaissances et savoirs en jeu d'une part, et de situations didactiques mises en place par l'enseignant d'autre part, peut nous renseigner sur l'éventuelle rencontre que l'élève fera avec les mathématiques. De plus, comme nous le signalons plus haut, la qualité de l'activité mathématique peut être de plusieurs ordres. L'ensemble des discussions dans les groupes traduit une réflexion commune : le jeu naturel ne se substitue pas à la situation-problème. L'émergence des connaissances ou des savoirs espérés dépend de la situation didactique mise en place et est par conséquent à charge du maître. Ce dernier s'avère être un élément central pour l'exploitation d'un jeu et la crainte, souvent exprimée par les enseignants, d'assumer un rôle secondaire est ainsi infirmée. Cette reprise en charge par le maître, survenant après les phases de jeux autonomes par les élèves, est essentielle pour l'exploitation didactique d'un jeu. Souvent exprimées par les enseignants et suscitées par des recommandations parfois excessives du livre du maître, les craintes d'assumer un rôle directeur à ce stade du développement de la situation d'enseignement s'avèrent didactiquement infondées.

La majorité des groupes a relevé différents facteurs qui déterminent les conditions de la rencontre. Nous retrouvons des aspects maintes fois soulignés dans les recherches en didactique, à savoir la tâche de l'élève, le type de contrat (la dévolution du problème à l'élève et les diverses responsabilités du maître), les consignes, la gestion (mises en commun, mémoire, validation), l'évaluation, les exploitations didactiques (jusqu'à l'institutionnalisation). Dans les groupes, les discussions ont été vives sur la mise en place des situations didactiques.

L'activité mathématique semble surgir non seulement de la forme du jeu, mais relève de la forme et de la gestion de l'activité enseignante. Les groupes 2 et 4 ont ainsi souligné que l'explicitation des stratégies telle que la prévoit la méthodologie lors de la phase de mise en commun est essentielle, mais de gestion peu évidente (exemples : *Le pion empoisonné*, *Le carré magique pour faire 1*). Des adaptations des jeux ont été proposées afin de mieux objectiver les savoirs dès lors que l'analyse a priori indique leur accessibilité. Dans *Fan tan*, une répartition des joueurs en deux groupes de deux pourrait avoir pour effet de mieux faire interagir les camarades, afin que chacun d'eux puisse bénéficier du "renforcement" donné par l'avis d'un autre qui travaille dans le même but.

Par ailleurs, un "bon" jeu peut être détourné de son objectif mathématique. *A vos baguettes* semble être un candidat idéal à un tel éloignement. Comme le relève Carlo Marchini, ce jeu permet d'exercer et de renforcer le savoir multiplicatif<sup>13</sup>. En ce sens il perçoit cette activité non seulement comme une excercisation de la table de multiplication, mais comme un étayage à la construction du concept de la multiplication. *La visualisation des modifications obtenues sur le nombre des croisements par l'ajout ou le retrait d'une baguette me semble efficace*. Or si une analyse a priori un peu rapide de la tâche autorise à considérer ce jeu comme intéressant du point de vue mathématique, les pratiques effectives des élèves en classe nous font douter de la pertinence du jeu. En effet, en Suisse Romande, des observations ont montré que lorsque la situation est en main des élèves, ceux-ci ne parviennent pas toujours à considérer les "croisements" au sens où les concepteurs du jeu les ont imaginés. Ils les considèrent plus souvent comme des surfaces délimitées par les baguettes qui jouent ainsi le rôle de côtés. Les élèves comptent dès lors le nombre de surfaces ainsi créées. Il y a donc nécessité pour l'enseignant d'étudier et de connaître quels sont les objectifs de l'activité en menant une analyse a priori approfondie. Lorsqu'on examine un jeu du point de vue mathématique, il est nécessaire de ne pas se limiter aux notions superficielles et générales. Il ne suffit pas, par exemple, de dire que le jeu *A vos baguettes* a quelque chose à voir avec la multiplication, il faut analyser la tâche en détail pour déterminer précisément ce que fait l'élève en comptant les croisements, comme le fait M. Vernex (2002).

#### 4. Prospectives et libres propos

Cette journée de travail a su ouvrir, dans un esprit de collaboration et d'interdisciplinarité, un vaste chantier de réflexion portant sur l'enseignement actuel des mathématiques. Nous avons souligné à maintes reprises la nécessité d'entreprendre une analyse a priori portant sur le savoir mathématique abordé ou projeté par le jeu. Une telle analyse, menée par l'enseignant (en formation ou non) serait-elle garante d'une meilleure gestion de la situation didactique ? Nous serions tentés, au vu des discussions de ce jour d'en faire le pari, mais seule une recherche de terrain, menée dans le cadre

---

<sup>13</sup> Carlo Marchini signale qu'en Italie, le passage de l'addition à la multiplication doit en général être déjà fait en deuxième année primaire.



d'une collaboration entre enseignants et chercheurs pourrait apporter des éléments de réponses pertinents et critiques.

Par ailleurs, afin de répondre aux questions sur les connaissances qui sont construites ou renforcées par les élèves, nous pourrions être également tentés par une évaluation des compétences des élèves. Toutefois, les analyses semblent indiquer que l'observation écologique de la classe et la gestion des différents moments de la situation didactique jouent un rôle très important, rôle qu'il serait nécessaire de mieux contrôler et cerner. Il s'agit donc d'entreprendre une démarche scientifique, sans laquelle on ne pourra que disserter sur les jeux sans jamais pouvoir dépasser le stade des hypothèses ou convictions. Une telle entreprise nécessite la création d'outils d'observation efficaces et objectifs.

Ces quelques propos éminemment centrés sur le travail de l'enseignant, ne sauraient toutefois dénier l'importance des jeux, de leurs formes et de leurs contenus. Un travail important de classification reste à faire. Nous n'avons qu'esquissé de grandes lignes, dont il serait bon de s'assurer de l'efficience. Les critères dont nous nous sommes munis doivent être repris et mis à l'épreuve sur d'autres jeux. Il nous semble également que le cadre théorique auquel ils renvoient doit être affiné afin ne pas être interprété trop librement. Nous avons pu en effet constater, durant les discussions au sein des groupes, que ces critères n'avaient point encore acquis la stabilité espérée. Il y a donc ici un travail mathématique et didactique théorique passionnant à poursuivre, qui permettrait d'approfondir les analyses des jeux mathématiques utilisés à des fins d'enseignement. En se fondant sur les apports récents de la didactique des mathématiques dans ce domaine, sans en faire toutefois un usage trop stéréotypé et univoque, de telles études et analyses paraissent nécessaires aux échanges et à la réflexion de ceux qui ont à conduire l'enseignement et les progressions didactiques. Enfin, et c'est peut-être l'essentiel, il faudrait "rectifier le tir" des moyens d'enseignement 1P-6P qui manquent de précision sur les buts de leurs jeux, sur les savoirs sous-jacents, sur la manière de les gérer. Il importe de se poser la question et de se demander pourquoi les analyses a priori des jeux proposés n'ont pas permis de déceler le caractère illusoire de certaines affirmations sur la présence de contenus mathématiques.

Dans les années 70 et 80, la didactique naissante des mathématiques avait mis le doigt sur quelques glissements métacognitifs ou biais de nos plans d'études et moyens d'enseignement, sans toutefois aller jusqu'à proposer des corrections. Disposant actuellement d'études sérieuses et de résultats plus consistants, la recherche ne peut déontologiquement esquiver le débat et, à nos yeux, les travaux que nous avons conduits durant cette journée s'inscrivent dans le sens d'un engagement plus actif dans la conduite des innovations.



## Bibliographie générale

- Bain, D., Brun, J., Hexel, D., & Weiss, J. (sous la direction de). (2001). *L'épopée des centres de recherche en éducation en Suisse 1960 – 2000. Die Geschichte des Bildungsforschungstellen in der Schweiz 1960 – 2000*. Neuchâtel: IRDP.
- Bkouche, R., Charlot, B., & Rouche, N. (1991). *Faire des mathématiques: le plaisir du sens*. Paris: Colin.
- Berthelot, R., & Salin, M.H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans l'enseignement obligatoire*. Thèse d'Université de Bordeaux 1. Talence.
- Boule, F. (2001). *Question sur la géométrie et son enseignement*. Paris: Nathan.
- Brousseau, G. (1998). *La théorie des situations didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Caillois, M. (1977). *Les jeux et les hommes: Le masque et le vertige*. Paris: Gallimard. CREM (1995). *Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans – Essai d'élaboration d'un cadre global pour l'enseignement des mathématiques*. Nivelles: CREM asbl.
- Danalet, C., Dumas, J.P., Studer, C., & Villars-Kneubühler, F. (1998). *Livre du maître. Mathématiques 3 P*. Neuchâtel: COROME.
- Danalet, C., Dumas, J.P., Studer, C., & Villars-Kneubühler, F. (1999). *Livre du maître. Mathématiques 4 P*. Neuchâtel: COROME.
- Froebel, F. (1821). *Die Menschenerziehung. L'Educazione dell'Uomo*, Traduzione italiana a cura di G. Flores D'Arcais, La Nuova Italia, Scandicci, 1993.
- Gagnebin, A., Guignard, N., & Jaquet, F. (1998). Apprentissage et enseignement des mathématiques. Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire. Neuchâtel: COROME.
- Ging, E., Sauthier, M.H., & Stierli, E. (1996). *Livre du maître. Mathématiques 1 P*. Neuchâtel: COROME.
- Ging, E., Sauthier, M.H., & Stierli, E. (1997). *Livre du maître. Mathématiques 2 P*. Neuchâtel: COROME.
- Groos, K.(1899). *Die Spiele der Menschen*. Jena: Gustav Fischer.
- Huizinga, J.(1985). *Homo ludens*. Milano: CDE.
- Jaquet, F. (1998). La tour cachée. *Math-Ecole* 185, pp. 24 – 29.
- Jaquet, F. (2000). Sur un réseau. *Math-Ecole* 193, pp. 26 – 30.
- Jaquet, F. (2000). Sur un réseau (deuxième partie). *Math-Ecole* 194, pp. 32 – 36.
- Jaquet, F. (1997). Jeu de NIM. *Math-Ecole* 176, pp. 25-34.
- Johsua, S., & Dupin, J. (1993). Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques. Paris: Presses universitaires de France.
- Loarer, E. (1998). L'éducabilité cognitive: modèles et méthodes pour apprendre à penser (note de synthèse). *Revue française de Pédagogie* n° 122, pp. 121-161.

- Piaget, J. (1945). *La formation du symbole*. Neuchâtel: Delachaux et Niestlé.
- Piaget, J. (1987). *La formazione del simbolo nel bambino. Imitazione, gioco e sogno. Immagine e rappresentazione*. Traduzione italiana di E. Piazza, La Nuova Italia, Firenze.
- Pochon, L.O. (Ed.). (1990). Lien entre mathématique et informatique. Compte rendu de séances du Groupe Gonseth (1985 – 1989). *Recherches*, 90.102 – février. IRDP: Neuchâtel.
- Porfirio di Tiro (1995). *Isagoge*. Traduzione italiana di G. Girgenti. Milano: Rusconi Libri.
- Roller, S., Cardinet, J., Perret, J.F., & Pochon, L.O. (1984). Les travaux du groupe Gonseth. Compte rendus des séances pour la période 1976 – 1983. *IRDP /R* 84.05.
- Sacre, A., & Stegen, P. (1999). "Du carré magique pour faire 10" vers "le carré magique pour faire 1". *Math-Ecole* 189, pp. 20 – 23.
- Sancipriano, M. (1967). voce 'Gioco' Enciclopedia di Filosofia, Sansoni Firenze, Vol. 3, pp. 170 – 174.
- Stegen, P. (2000). *Savoir dénombrer et savoir calculer au cycle 5/8*. Tournai: Labor Education.
- Thomas d'Aquin (Saint). 1962 – 1963, *Summa theologiae*, Torino: Caramello P. (ed.), Marietti.
- Tièche Christinat, C. (2000). *Suivi scientifique du nouvel enseignement des mathématiques: troisième rapport intermédiaire*. Neuchâtel: IRDP (Recherches 00.1011).
- Tièche Christinat, C. (2001). L'innovation en mathématiques et ses priorités: le regard des enseignants de Suisse Romande. *Math-Ecole* 196, pp. 13-16.
- Valentin, D. (2001). Des jeux en maths: pour quoi faire ? *Math-Ecole*, 200, pp. 20 – 25.
- Vernex, M. (2002). "A vos baguettes" un simple jeu ? *Math-Ecole* 202, pp. 14-22.
- Winnicott, D.W. (1975). *Jeu et réalité: l'espace potentiel*. Paris: Gallimard.

## **Annexes (activités mathématiques)**