

Le calcul mental en cycle 3 :

Quelles pratiques ? Quels intérêts ?

Contexte du mémoire :

Discipline concernée : Mathématiques

Classes concernées : Cycle 3 (C.E.2, C.M.1, C.M.2)

Nom de l'établissement, nom de la commune : Ecole primaire de Salles sur l'Hers, Ecole des Serres à Carcassonne, Ecole La Prade à Carcassonne.

Tuteur du mémoire : Michel GUY

Assesseur : Jean-Michel MARTINEZ

Année universitaire : 2003-2004

Table des matières

<i>Introduction</i>	3
<i>I. Place du calcul mental à l'école</i>	5
Instructions officielles	5
Aspect historique	7
<i>II. Théorie et observation</i>	10
Qu'est-ce que le calcul mental ?	10
Pourquoi faire du calcul mental ?	12
Quelques exercices	17
<i>III. Mise en place à l'école</i>	23
Expériences	23
Réflexions	28
<i>Conclusion</i>	30
<i>Bibliographie</i>	31
<i>Annexes</i>	32

Résumé du mémoire

La pratique du calcul mental à l'école peut se présenter sous diverses formes et l'apparition de la calculette dans les activités peut permettre de développer plusieurs compétences. La diversité des procédures, l'aspect ludique et le travail en groupe, sont autant de variables à exploiter en classe pour une bonne pratique du calcul mental.

Summary

The exercise of mental calculation in school may be presented under different forms and the arrival of hand-held calculator in mathematics activities permit to develop some competences. Procedure's diversity, playing aspect and working group are some priority to cultivate in the classroom for a good practice of mental calculation.

Mots-clefs

Mathématiques, Calcul mental, Calculette, Cycle 3

INTRODUCTION

Nous avons pu constater, au cours de notre stage de pratique accompagnée n°1 (P.A.1), les lacunes des élèves de cycle 3 dans la pratique, souvent hésitante, du calcul mental, ainsi que dans l'utilisation, parfois à mauvais escient, de la calculatrice.

Malheureusement, force est de constater que le calcul mental, exact ou approché, se révèle très important dans la vie courante d'une part, mais également à l'école dans la résolution de problèmes : prenons par exemple le problème suivant : « Sachant qu'avec 15 kg de farine, nous pouvons fabriquer 18 kg de pain, combien peut-on fabriquer de pain avec 60 kg de farine ? », si l'élève n'a pas « vu » mentalement que $60 = 15 \times 4$, il risque de se trouver coincé devant ce problème, et donc de se trouver en difficulté dans les problèmes sur la proportionnalité, alors qu'il s'agit avant tout d'un problème de calcul mental.

Ainsi, Instructions Officielles et enseignants sont unanimes pour dire que le calcul mental et la calculatrice nécessitent un apprentissage important, mais un problème culturel persiste : en effet, dans une enquête proposée par Roland Charnay, sur les moyens mis en œuvre pour résoudre des calculs plus ou moins complexes (calcul mental, papier ou instrumenté), une classe de P.E.2 affiche des résultats surprenants (cf. annexe 2) : les stagiaires préconisent le calcul écrit pour les élèves alors qu'eux-mêmes utilisent la calculatrice.

Ainsi, pourquoi ne pas instaurer un compromis entre la calculette et le calcul mental et ainsi développer une complémentarité entre calcul mental et calcul instrumenté. Car la diffusion généralisée d'outils de calcul instrumenté (et notamment des calculatrices de poche) ainsi que l'utilisation permanente, dans la vie quotidienne, comme dans la vie professionnelle du calcul instrumenté en lieu et place du calcul écrit, amènent forcément à repenser les objectifs généraux de l'enseignement du calcul. Cette relation étroite peut être facilement démontrée en regardant nos réactions quotidiennes ; en effet, le réflexe naturel de l'adulte, lorsqu'il a un calcul à effectuer, est d'essayer en premier lieu de le résoudre mentalement et, s'il n'y parvient pas, de le faire à la machine.

C'est pourquoi, exact ou approché, le calcul mental et le calcul instrumenté doivent occuper une place principale à l'école élémentaire et faire l'objet d'une pratique régulière dès le cycle 2. La parution l'année dernière d'un document d'accompagnement sur l'utilisation de la calculatrice et cette année sur le calcul mental et le calcul posé, prouve bien l'intérêt que porte le ministère à cette question.

A la lumière de ces interrogations se dégage une problématique : comment permettre aux enfants de prendre conscience de la complémentarité du calcul mental et du calcul réfléchi dans la résolution de problèmes mathématiques.

Pour essayer de répondre à cette question, nous étudierons tout d'abord la place du calcul mental à l'école, dans les programmes nationaux et au travers de l'historique du calcul à l'école (mental et instrumenté). Ensuite, nous mettrons en avant différentes pistes pédagogiques issues de différents ouvrages et documents, et des conseils des maîtres formateurs lors de nos stages. Enfin, nous présenterons notre mise en place pratique issue de cette réflexion, ainsi qu'un retour critique sur nos productions.

I . PLACE DU CALCUL MENTAL A L'ECOLE

Instructions officielles¹

Les objectifs :

Dans les programmes de 1995, les objectifs attendus pour le cycle des approfondissements dans le domaine du calcul mental ou instrumenté sont la pratique du calcul exact ou approché en utilisant le calcul réfléchi (mentalement ou à l'aide de l'écrit) ou la calculatrice (dans les situations où son usage s'avère pertinent).

Dans les Instructions Officielles de 2002, le calcul mental est une priorité de l'enseignement mathématique, il nécessite une bonne connaissance des tables, permettant un début de travail sur le calcul approché, la calculatrice pouvant aider, dans ce cas là, à contrôler le résultat obtenu. Le calcul instrumenté obtient une place plus importante que dans les précédents programmes, des compétences précises étant détaillées avec des objectifs plus précis : les élèves doivent être capable d'utiliser des calculatrices comme moyen ordinaire de calcul et maîtriser certaines de leur fonctionnalités.

Les compétences :

Pour les programmes de 1995, les compétences attendues dans le domaine du calcul mental ou réfléchi sont :

- ✎ Entraînement à une pratique régulière du calcul mental pour une maîtrise des méthodes usuelles (additionner deux nombres mentalement, réaliser certaines multiplications « de tête », savoir multiplier ou diviser un nombre

¹ MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE - *Programme de l'école primaire 1995, Qu'apprend-on à l'école élémentaire ? 2002.*

entier ou décimal par 10, 100, ou 1000, multiplier un nombre entier par 0.1, par 0.01 et connaître les critères de divisibilité par 2 ou 5).

✚ Evaluer un ordre de grandeur.

✚ Utiliser sa calculatrice.

Les Instructions Officielles de 2002 mentionnent que les compétences en calcul mental sont à développer en priorité, et les compétences attendues dans le domaine du calcul sont :

✚ Connaître les tables d'addition et de multiplication et les utiliser pour calculer une somme, une différence ou un complément, un produit ou un quotient entier (ou avec des nombres décimaux).

✚ Additionner ou soustraire mentalement des dizaines entières ou des centaines entières

✚ Connaître le complément à la dizaine (ou à la centaine) supérieure pour tout nombre inférieur à 100 (ou à 1000) ou le complément à l'entier immédiatement supérieur pour tout décimal ayant un chiffre après la virgule.

✚ Multiplier ou diviser un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1000.

✚ Connaître les relations additives entre multiples de 25 inférieurs à 100, ou de multiples de 250 inférieurs à 1000, ainsi que d'autres relations entre certains nombres entiers et décimaux (ex : $2,5 + 2,5 = 5$)

La nouveauté vient de la place importante accordée au calcul instrumenté, dont les compétences attendues sont :

✚ Utiliser à bon escient la calculatrice pour obtenir un résultat numérique issu d'un problème et interpréter le résultat obtenu,

✚ Utiliser une calculatrice pour déterminer la somme, la différence de deux nombres entiers ou décimaux, le produit de deux nombres entiers ou celui d'un

nombre décimal par un entier, le quotient entier ou décimal (exact ou approché) de deux entiers ou d'un décimal par un entier, connaître et utiliser certaines fonctionnalités de sa calculatrice pour gérer une suite de calculs : touches « opérations », touches « mémoires », touches « parenthèses », facteur constant.

Aspect historique

Depuis Jules Ferry, le calcul mental a toujours fait partie des programmes, qui ont connu une grande stabilité jusqu'à la réforme des mathématiques modernes.

Durant toute cette période, il était enseigné dans l'unique but de faciliter la vie quotidienne des élèves en les plaçant dans des situations qu'ils pourraient rencontrer dans leur jeunesse ou en tant qu'adulte, plus tard.

"Les mots " vie courante", employés dans le programme, marquent la volonté d'une relation étroite entre les mathématiques de l'école et les nécessités de la vie. Des problèmes de la vie courante sont des problèmes vraisemblables dont l'élève a vu ou verra des exemples autour de lui..." (Commentaire des programmes du cours moyen, 1956).

Les exigences en calcul mental étaient sensiblement différentes de celles que l'on a actuellement, comme en témoigne ce problème extrait du Certificat d'Etudes du Lot-et-Garonne du début du siècle : (L'élève voit l'énoncé écrit mais n'a pas le droit d'écrire).

" Un négociant a acheté 15 hectolitres de vin à 6f10 le litre et 150 litres d'eau de vie à 12f50 le litre. Combien doit-il payer? "

Cependant, comme nous le présente François Boule², il existe déjà des différences dans la mise en place du calcul mental à l'école, notamment pour différencier calcul rapide et calcul réfléchi : on parle alors d' « exercices oraux » et de « calcul mental », les premiers faisant intervenir des nombres très simples, la logique du problème étant prioritaire ; les seconds faisant apparaître des nombres moins simples mais qui supposent l'emploi de décompositions.

En 1970, avec l'introduction des "mathématiques modernes" et l'allongement de la durée des études, cette vision du calcul mental est entièrement remise en cause, et les objectifs deviennent tout autres. Il s'agit, à présent, de donner du sens aux opérations et de faire ressortir leurs propriétés. Le calcul rapide s'efface quelque peu au profit du calcul réfléchi. Ainsi l'automatisation des résultats n'est plus immédiate mais fait suite à une approche réfléchie, notamment dans le cas des tables de Pythagore.

L'apparition de la calculatrice à l'école :

Au début des années 70, plus encore que la réforme des mathématiques modernes, c'est l'apparition des calculatrices qui va influencer considérablement la pratique du calcul mental. Face à ce phénomène, les enseignants peuvent adopter deux points de vue que fait apparaître François DUSSON (dans une intervention au comité de l'A.P.M.E.P.³ du 03/02/96) :

² BOULE, François - Le calcul mental à l'école, Histoire, Expérimentations, Propositions - IREM de Dijon, 1997

³ A.P.M.E.P. : Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.

"Les machines débarrassent les études de calculs techniques fastidieux, permettent de favoriser l'appropriation d'un concept par la rapidité de variations d'exemples, rendent les mathématiques plus attrayantes." Ou, à l'inverse :

"La gestion mentale des idées demande à se développer par des exemples à la main. La machine gêne l'investissement intellectuel, s'oppose à une mémorisation nécessaire de certaines bases."

Certains enseignants ont donc des doutes sur la pertinence de l'apprentissage du calcul mental. Les élèves, quant à eux, sont indéniablement démotivés; pourquoi faire des efforts intellectuels alors que la calculatrice donne les résultats en quelques fractions de secondes ?

Ainsi, il est probablement plus difficile d'enseigner le calcul mental à l'heure actuelle qu'il y a quarante ans. Aujourd'hui, il faut convaincre les élèves que pour certains calculs, l'outil humain est plus fiable et plus rapide que la machine ; mais bien amenées, des activités alliant le calcul mental et la calculatrice peuvent représenter des défis très motivants chez les enfants.

II. THEORIE ET OBSERVATION

Qu'est-ce que le calcul mental ?

L'expression de calcul mental paraît être la plus générale pour qualifier les activités demandant des efforts d'attention, de mémoire, de réflexion ainsi que des activités mettant en jeu des opérations sur les nombres. Des calculs qui, dans leur résolution, renoncent aux écrits intermédiaires, c'est-à-dire qu'aucun support (hormis la calculette dans des cas précis) n'intervient entre l'énoncé et la production du résultat, et de plus des situations qui ne sont pas « habillées » sous forme de problème. En effet, dans la résolution de problèmes, d'autres variables entrent en jeu, ne permettant pas de parler de pur calcul mental. Cependant, plusieurs dénominations sont utilisées pour qualifier les activités de calcul mental et des disparités existent entre ces différentes appellations, au travers de l'ouvrage de Claire Lethiellieux intitulé « le calcul mental au cycle des approfondissements »⁴ et en s'appuyant sur le document de François Boule : « Le calcul mental à l'école : Histoire, Expérimentation, Propositions » nous allons les expliciter :

~~Le~~ Calcul oral : cette expression permet une différenciation claire avec le calcul écrit. En effet, le calcul oral ne se dissocie pas seulement du calcul écrit par la non utilisation du support papier-crayon. Il peut exister, et c'est là la principale différence, plusieurs stratégies possibles pour atteindre un résultat avec le calcul oral, contrairement au calcul écrit qui n'admet qu'une seule technique qui reste toujours identique pour une opération

⁴ LETHIELLEUX, Claire - *Le calcul mental au cycle des approfondissements, tome 2* - Paris : Armand Colin Editeur, 1993

donnée. Ainsi, calcul oral et calcul de tête n'ont pas la même signification. En effet il est possible d'effectuer un calcul de tête en utilisant la technique opératoire mise en jeu à l'écrit. Cependant d'après Bompard, cité par Boule, il faut faire attention car les élèves ne font pas aussi facilement la distinction : « si l'on prend garde, les enfants ont une fâcheuse tendance à calculer mentalement exactement comme ils calculeraient plume en main. Ils arrivent ainsi à effectuer quelques opérations simples. » mais « ils n'arrivent plus à voir l'opération dès que les nombres ont plusieurs chiffres »

Ex : 26×12

Calcul écrit	Calcul oral
26	$26 \times 12 = (26 \times 10) + (26 \times 2) = 260 + 52 = 312$
<u>X 12</u>	$26 \times 12 = (20 \times 12) + (6 \times 12) = 240 + 72 = 312$
52	$26 \times 12 = (30 \times 12) - (4 \times 12) = 360 - 48 = 312$
<u>26 .</u>	$26 \times 12 = (25 + 1) \times 12 = (25 \times 4 \times 3) + 12 = 312$
312	...

Calcul réfléchi (ou pensé, raisonné) et calcul automatique : ces termes permettent de préciser cette différence notable entre ces différentes façons de procéder : on parlera de calcul automatique si une seule technique est utilisée dans la résolution d'un calcul (transcription mentale du calcul écrit), en revanche on parlera de calcul réfléchi si l'on remplace le calcul à effectuer par un ou plusieurs calculs qui semblent plus faciles à résoudre.

Pourquoi faire du calcul mental ?

Il existe différentes finalités dans la pratique du calcul mental à l'école : l'amélioration de l'attention, le développement de la mémoire, la connaissance des nombres et des opérations, la mémorisation des relations premières entre les nombres, l'assimilation de diverses techniques permettant la maîtrise du calcul et ainsi d'approprier les règles de la numération.

L'amélioration de l'attention, le développement de la mémoire :

La mémorisation des consignes, si elles sont orales, des données, et surtout l'effort de l'élève pour trouver un résultat, nécessitent une attention forte et une concentration importante. En effet, l'enfant doit traiter ou conserver une multitude d'informations pour arriver à son résultat final ; de plus, il fait intervenir sur ces données des techniques mémorisées et assimilées auparavant. Ainsi, le calcul mental permet de développer plusieurs facettes de nos capacités. Sur le schéma suivant, on représente ce que peut être le traitement mental d'un calcul, en soulignant les interventions de la mémoire qui se multiplient à travers les étapes. Il apparaît alors que sans y associer un effort considérable pour soutenir l'attention et la concentration, les chances d'aboutir à un résultat juste semblent compromises.

Donnée orale du calcul : 57? 8	
↓	<ul style="list-style-type: none"> - mémoriser l'opération (+, -, ?, ou :) - mémoriser les deux facteurs (57, 8) - décomposer 8 en 10-2
$57? (10-2)$	
↓	<ul style="list-style-type: none"> - mémoriser la décomposition soustractive de 8 en 10-2 - effectuer une distribution
$57? 10-57?2$	
↓	<ul style="list-style-type: none"> - mémoriser les deux multiplications et la soustraction à effectuer - effectuer $57? 10$, mémoriser le résultat - effectuer $57? 2$, mémoriser le résultat
$57? 10 = 570$ $57? 2 = 114$	
↓	<ul style="list-style-type: none"> - réintégrer les deux produits dans la soustraction
$570-114$	
↓	<ul style="list-style-type: none"> - effectuer la soustraction
456	

Si une erreur intervient au cours du calcul, il faudra de plus être capable de rebrousser chemin, parfois dans le traitement mathématique, d'autres fois dans l'arbre de la mémoire...

Faire connaître les nombres et faire fonctionner les propriétés des opérations

Contrairement au rôle donné aux nombres autrefois (grandeurs physiques forcément contextualisées), le calcul mental, aujourd'hui permet un travail sur les nombres coupé de la réalité. Cette approche permet de travailler les mathématiques de façon primaire, en trouvant des procédures pertinentes, en jouant sur la rapidité, l'originalité et la nouveauté, dans le seul but de jongler

avec les nombres pour mieux les manipuler.

D'autre part, il existe deux numérations dans la traduction du langage mathématique, la transcription chiffrée et lettrée (Ex : 56 et cinquante six). La numération orale est caractérisée par l'utilisation de mots-nombres, par exemple cent trente-trois, ainsi la valeur d'un nombre s'obtient en ajoutant et multipliant la valeur des mots-nombres qui le compose :

Ex : *deux cent trente-neuf* égale *deux fois cent plus trente plus neuf*.

C'est une numération hybride.

La numération écrite est caractérisée par l'utilisation de l'écriture en chiffres, où la position du chiffre dans le nombre permet de retrouver sa valeur :

Ex : dans 39, le 3 représente 3 dizaines c'est-à-dire 30.

C'est une numération de position.

Ainsi dans les activités de calcul mental, entre les énoncés donnés souvent à l'oral et les résultats apportés, souvent de manière écrite, les enfants se trouvent dans l'obligation de jongler entre les deux types de transcription.

Toujours dans le but de mieux faire connaître la numération aux élèves, il est important de leur faire découvrir les diverses écritures d'un nombre, ceci permettant de familiariser l'élève avec les décompositions.

En effet, il existe deux types de décompositions, les décompositions additives (sommations ou différences) et multiplicatives (produits ou quotients), qui permettent des écritures simplifiant considérablement les calculs :

Ex : $48 + 36 = (48 + 2) + 34 = 84$, ici on utilise une décomposition additive de 36.

On peut donc remarquer la diversité des liens que l'on peut établir entre les nombres, la multitude de manipulations que l'on peut leur faire subir, et ainsi se

rendre compte de l'intérêt que présente le calcul mental pour la connaissance et l'utilisation de ces décompositions.

Outre les nombres et leurs structures, il est important de parler des propriétés des opérations, d'autant plus qu'avec la multiplicité des procédures, toutes ces caractéristiques des opérations peuvent être abordées lors des différentes séances de calcul mental.

Les différentes propriétés sont : la commutativité et l'associativité de l'addition des entiers et des décimaux, cette dernière étant très intéressante dans les décompositions additives ; la commutativité et l'associativité (très utilisées dans le cas des décompositions multiplicatives) de la multiplication des entiers et des décimaux, ainsi que la distributivité de la multiplication sur l'addition ou la soustraction qui permet de calculer mentalement de nombreux produits, de façon plus simple.

Ex :

- commutativité et associativité de l'addition :

$$34 + 3 + 6 = 3 + (34 + 6) = 3 + 40 = 43$$

- commutativité et l'associativité de la multiplication :

$$2 \times 10 \times 8 = (2 \times 8) \times 10 = 16 \times 10 = 160$$

- Distributivité de la multiplication sur l'addition :

$$3 \times (8 + 4) = (3 \times 8) + (3 \times 4) = 36$$

Il faut préciser que ces propriétés, lors d'un calcul réfléchi, sont utilisées

sans les nommer (à voir au collège).

En conclusion, le calcul réfléchi est un moment privilégié pour travailler les propriétés des opérations, ainsi que les décomposition additives et multiplicatives des nombres, et donc de se familiariser avec la numération.

Apprendre à calculer « intelligemment »

Un des objectifs premiers du calcul mental est que les élèves assimilent les tables d'opérations. En effet, il ne peut y avoir de progrès si certains résultats ne sont pas mémorisés. D'autre part, l'aspect pratique doit être abordé, en effet même s'il faut permettre aux enfants d'explorer diverses techniques, éduquer leur regard à reconnaître les procédures les plus pertinentes paraît être un objectif primordial, François Boule allant même plus loin, en parlant de « gymnastique pour l'assouplissement de l'esprit » ou même de « formation du caractère », même si cette définition du calcul mental demeure assez vague à ses yeux. Enfin, l'autre atout du calcul mental est de permettre aux élèves de contrôler les résultats de calculs effectués à l'écrit ou sur une calculatrice. Pour cela, il suffit de les habituer à rechercher un ordre de grandeur des résultats demandés, permettant ainsi aux enfants de porter un regard sensé sur leurs résultats.

Pour bien calculer, il convient de savoir utiliser les bons opérateurs dans chaque circonstance, pour cela le calcul mental permet de travailler dans des situations simples l'influence des diverses opérations sur des données, et d'apprendre à faire le bon choix. Il convient donc de travailler sur la traduction arithmétique des données des problèmes. Il naît ainsi une relation étroite entre calcul mental et résolution de problèmes, situation intéressante du fait de la difficulté à mettre en place des problèmes par manque de temps, les consignes

orales favorisant la multiplication des situations avec un gain de temps précieux. C'est aussi un point de départ intéressant vers la résolution de problèmes plus complexes.

Aspect ludique

N'oublions pas que le calcul mental est très apprécié par les élèves, qui sont demandeurs de situations où il faut manipuler les nombres, considérant même cette activité comme ludique. Ainsi il ne faut pas hésiter à s'appuyer sur ce genre d'activité, qui avec un entraînement régulier, permet à TOUS les élèves de progresser, et d'obtenir à tout moment ce sentiment de réussite indispensable aux apprentissages.

Quelques exercices.

L'intérêt porté à cette complémentarité entre calcul mental et calcul instrumenté nous a amenés à chercher des activités rapprochant les deux domaines. Ainsi, après recherches sur Internet à partir du moteur de recherche Google qui nous a dirigé vers plusieurs sites, deux activités que nous avons pu trouver sur la page « <http://www.freinet.org/ne/54/outils-54.pdf> » sont apparues intéressantes à nos yeux :

?? Calculons calculette.

?? Plus vite que la calculette.

Ces deux activités proposent l'utilisation conjointe du calcul mental et du calcul instrumenté dans un but de différencier le choix de l'outil le plus approprié en fonction des cas.

Calculons calculette⁵ : cet exercice permet avec une liste de nombres de trouver un résultat grâce au calcul mental dans un premier temps, permettant une première sélection des nombres à utiliser et le choix des opérations. Ensuite l'élève tapera à la machine le calcul choisi et notera son résultat.

Ex : avec 8, 10, 5, 12, 4, trouver 62.

En limitant, le nombre d'essais à la calculette à un ou deux, l'enfant se retrouve contraint d'utiliser ses capacités mentales, de même avec la calculette, en limitant à un seul calcul, l'enfant devra mobiliser ses connaissances sur le fonctionnement de la machine.

Cet exercice permet aussi de travailler sur les ordres de grandeur, très important dans l'apprentissage du calcul. En effet, en lui permettant d'acquérir le sens des opérations et ainsi d'effectuer les bons choix lors de la résolution des cas proposés, l'enfant se retrouve nécessairement dans une situation où il devra comparer l'influence des opérateurs.

C'est aussi le moment de parler des priorités des opérations les unes sur les autres, et des difficultés de retranscription sur une calculette. En effet, certaines calculettes ne permettent pas l'utilisation des parenthèses, d'où des ambiguïtés dans l'écriture des calculs.

Plus vite que la calculette⁶ : Le principe de cet exercice est de trouver un résultat plus vite que la calculette. L'exercice nécessite une organisation en groupes de quatre et chaque jour de la semaine un enfant différent sera le responsable de la

⁵ Extrait du Nouvel Educateur n°54 - Deux ensembles de calcul mental : « plus vite que la calculette » et « calculons calculette » - Décembre 1993

⁶ Extrait du Nouvel Educateur n°54 - *Deux ensembles de calcul mental* : « plus vite que la calculette » et « calculons calculette » - Décembre 1993

calculatrice. Comme le calcul mental est une activité qui doit être quotidienne, l'activité se déroule sur une semaine entière.

Chaque jour, une série de calculs est proposée à la classe et dans chaque groupe un enfant réalise tous les calculs à la machine puis annonce qu'il a fini quand il a écrit son résultat sur la fiche. Ainsi, les autres peuvent évaluer leur vitesse d'exécution en se comparant à leur camarade en possession de la calculatrice et, s'ils sont plus rapides, ils cochent la case « plus vite que la calculatrice » (voir annexe).

Les objectifs de cette activité de calcul mental assistée par la calculatrice sont multiples : D'une part, les enfants travailleront leur rapidité de résolution grâce à l'émulation apportée au sein du groupe par la calculatrice avec bien sûr un travail de mémorisation de la part des élèves (sans oublier la notion de jeu qui, encore plus dans cet exercice, est présente). D'autre part, dans une vision plus globale des mathématiques, cela permettra d'anticiper à la vue d'un calcul quel outil utiliser.

Dans une démarche plus transversale, cette activité permet de travailler la cohésion dans le groupe, l'écoute de l'autre... et comme le dit Claire Lethielleux, le calcul mental c'est aussi l'occasion « de communiquer des résultats de critiquer et comparer des procédures, de choisir »

Ex :

Calcul à effectuer	Plus vite que la calculatrice	Résultat	Correction
$3 \times 10 \times 100$	x	3 000	-

En supplément de ces deux activités, certains exercices peuvent être présentés dans l'unique but de mémoriser et de reconstruire rapidement les résultats «de

base » mentalement. Ces exercices peuvent être instaurés en classe sous forme d'activités « Bonus » que l'on peut proposer aux élèves ayant terminé ou alors comme situation de remédiation plus ludique :

Jeu des cartes recto verso⁷ : Ce jeu se présente sous la forme de cartes sur lesquelles figurent des calculs à effectuer (recto) et les résultats (verso). Il se joue à deux : les cartes sont étalées sur la table, un enfant propose une carte question, si l'autre enfant répond correctement, il prend la carte, sinon, c'est celui qui a questionné qui la prend. A la fin de la partie, c'est celui qui a le plus de cartes qui a gagné.

Ex : Recto $270 + 10$ Verso 280
 $130 + 270$ 400...

La bataille⁸ : Il s'agit une nouvelle fois de cartes, mais cette fois, elles sont conçues de la manière suivante : Six nombres sont choisis et désignés chacun de 3 manières différentes.

<u>Ex :</u>	100	200	300	400	500	600
	10x10	50x4	150x2	20x20	250x2	300x2
	82+18	175+25	270+30	150+250	325+175	420+180
	600-500	430-230	370-70	720-320	810-310	675-75

Ensuite, la partie se déroule comme un vrai jeu de bataille, si les deux cartes indiquent le même nombre, il y a bataille et chaque joueur doit poser une carte supplémentaire et la plus grosse carte gagne.

⁷ INRP - ERMEL - *Apprentissages numériques, cycle des approfondissement CE2* - Paris : HATIER, 1995 - p 236 à 256

⁸ INRP - ERMEL - *Apprentissages numériques, cycle des approfondissement CE2* - Paris : HATIER, 1995 - p 236 à 256

Les dominos⁸ : Le jeu ressemble au jeu habituel des dominos, mais on remplace les points marqués par des écritures de nombres et on remplace les sept valeurs habituelles par sept nombres différentes. On peut choisir des écritures additives, multiplicatives ou soustractives suivant le niveau et la compétence recherchés.

Ce jeu peut également se présenter sous forme de jeu de complément à la centaine. Effectivement, au lieu de coller deux valeurs égales, il s'agira là de coller deux valeurs dont la somme fait cent.

Les mariages⁹ : Le but de ce jeu est de trouver le maximum de multiples de 100 en ajoutant ou en retranchant (sur son ardoise ou son cahier de brouillon) les nombres affichés au tableau par le maître. La calculette ne sera pas utilisée dans ce cas là. Cet exercice-là donnera lieu à une mise en commun où le maître reportera au tableau les solutions différentes de plusieurs élèves, en expliquant les méthodes utilisées. Cette situation permettra aux élèves en difficultés de s'approprier les stratégies mises en place par les autres élèves et de choisir celle qui leur convient le mieux, mais elle permettra également à l'ensemble de la classe de réfléchir sur le fait qu'il existe plusieurs procédés possibles dans la pratique du calcul mental.

Exemple de tirage : 130 - 270 - 160 - 540 - 470

Exemples de combinaisons : $130+270 = 400$ $160+540 = 700$ $470-270 = 200$

$270+470+160 = 900$ $130+270+160+540 = 1100$

⁹ INRP - ERMEL - *Apprentissages numériques, cycle des approfondissement CE2* - Paris : HATIER, 1995 - p 159

L'affichage sous contraintes¹⁰: Un nombre doit être obtenu à l'affichage, en respectant certaines contraintes pour provoquer cet affichage. Cet exercice est issu du document d'accompagnement mathématiques : « Utiliser les calculatrices en classe, cycle des apprentissages fondamentaux et cycle des approfondissements ». Cependant, l'exercice est proposé dans la rubrique du cycle 2, mais une modification des principales variables didactiques permet sans problème sa transposition au cycle 3 (nombres recherchés, nombre de contraintes...).

Ex : afficher 123 en utilisant x et +

- $25 \times 4 + 23 = 123$

- $40 \times 3 + 3 = 123 \dots$

La multiplicité des procédures permet de développer l'esprit de recherche des élèves, et ainsi par comparaison trouver les techniques les plus pertinentes. D'autre part, il ne faut pas négliger l'aspect temporel, très lié au reste. En effet, en limitant le temps de recherche on incite l'enfant à aller vers les procédures les plus rapides.

¹⁰ MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE - *Utiliser les calculatrices en classe, cycle des apprentissages fondamentaux, cycle des approfondissements* - CNDP, 2003

III. MISE EN PLACE A L'ECOLE

Expériences

Stage en responsabilité n°1 :

Au cours de ce stage, la place du calcul mental était quotidienne.

Chaque jour, en guise d'échauffement à la séance de mathématiques, je mettais en place environ un quart d'heure de calcul mental, principalement sous la forme du « plus vite que la calculette ».

Ma classe était un double niveau CM1/CM2 de 23 élèves (10 CM1 et 13 CM2), ce qui n'a pas favorisé l'installation de l'activité. En effet, pour une mise en place parfaite il faudrait un multiple de quatre, comme ceci est rarement le cas, il faudra souvent s'accommoder (cf. annexe 4). Ainsi, j'avais quatre groupes de quatre, deux groupes de deux et un groupe de trois. Au cours de la semaine une rotation s'effectue, permettant à tous d'avoir la calculette.

Pour les binômes, un tour de rôle est mis en place avec les deux groupes de quatre, ainsi le niveau d'utilisation de la calculette est à peu près le même pour tous. D'autre part, avec le grand nombre de calcul par série (une dizaine) et la fréquence de pratique, les enfants manipuleront, tous en grande quantité la calculette.

La mise en place de cet exercice au sein de la classe a pris un certain temps, en effet cet exercice demande une certaine autonomie dans les groupes. Ainsi, une première séance est indispensable pour présenter l'activité car ma première séance a duré environ 40 minutes, mais très vite on peut espérer arriver à des séances d'environ 15 à 20 minutes. D'autre part, une classe à multi-niveaux

demandera un temps supplémentaire, d'où la possibilité de mettre une partie de la classe en autonomie (jeu des dominos par exemples), pendant que l'autre participe à cette activité. Autre problème, la correction : il ne faut pas qu'elle prenne trop de temps en classe, sinon elle limiterait fortement le nombre de calculs possibles, ainsi j'ai opté pour une correction par l'enseignant très coûteuse en temps mais très révélatrice des problèmes des enfants, permettant ainsi la mise en place d'activités de remédiations. Cependant, il est clair qu'une correction collective aurait été plus pertinente et un outil certain pour les élèves demandeurs de nouvelles possibilités. Concernant la fiche de résultats, regrouper les quatre jours sur une seule feuille était bien utile pour comparer les résultats de la semaine, voir la progression et surtout établir un parallèle entre les jours avec et les jours sans calculette. Cependant, les dix calculs quotidiens ont provoqué un souci dans la présentation des résultats chez les élèves, en effet, les cases prévues à cet effet étaient trop petites pour accueillir les calculs des enfants, en déstabilisant certains au moment de la trace écrite. D'autre part, l'influence de la progression parallèle en numération, m'a amené à proposer une partie de l'exercice sans l'utilisation de la calculette, juste pour évaluer leur capacité de réflexion concernant les additions et les simplifications de fractions décimales. Ainsi, certaines séances pour les CM2, se sont retrouvées composées de cinq calculs répondant aux règles de « plus vite que la calculette », et de cinq autres calculs ne nécessitant pas la présence d'un responsable de la calculette. En effet, n'ayant pas encore traité les nombres décimaux, il m'était difficile d'introduire la calculatrice, celle-ci imposant des écritures à virgules.

Autre point important, dans l'analyse d'une activité, c'est le comportement des enfants tout au long de celle-ci. Dans ce cas, l'originalité de l'activité par rapport à leur pratique, les a tout de suite enthousiasmés et l'activité n'a eu aucun

problème pour s'insérer dans le quotidien de la classe, elle a permis entre autres de dynamiser la classe sur toute la progression en mathématiques, le calcul mental étant suffisamment lié avec le reste des activités mathématiques pour influencer leur motivation. Mais le point le plus marquant à mes yeux est l'investissement personnel de chacun dans l'activité ; en effet, les divers paramètres comme le temps, le fait d'être en groupe, l'utilisation d'un nouveau support, ont participé à l'émulation de tout un groupe qui a pu trouver dans cette activité, des procédures très diverses à réinvestir au quotidien dans les problèmes, la technique opératoire...

Stage de pratique accompagnée n°2 :

J'ai effectué mon stage dans une classe de CM1, où j'ai eu la responsabilité de l'activité de calcul mental. Ainsi j'ai pu mettre en place l'activité d'affichage sous contraintes, détaillée précédemment. Pour établir un lien étroit avec la progression en mathématiques, le calcul mental trouvait sa place en début de séance, comme échauffement. Les objectifs de numération étaient : l'utilisation des opérateurs « multiplié », « plus » et « moins », la multiplication par 25, 50, 100, ainsi que les compléments à 100, 1000. Chaque jour l'activité durait environ 15 minutes, le premier jour ayant nécessité un peu plus de temps pour expliciter les consignes, les nombres à trouver (5 à chaque fois) étaient notés au tableau ainsi que les contraintes.

Ex : 350 en utilisant 50.

Chaque élève notait la consigne sur son cahier du jour, ainsi que sa ou ses propositions (quelques élèves ayant trouvé rapidement proposaient d'autres idées en attendant). En début de chaque séance, 5 minutes étaient consacrées à la

correction des propositions de la veille, mettant ainsi en avant la multiplicité des techniques et leur confrontation.

Stage en responsabilité n°2 :

Au vu des diverses difficultés rencontrées par mon collègue au cours de la mise en place de l'activité « Plus vite que la calculette » (fiches et cadres de résultats trop petits, nombre de calcul à effectuer trop important, d'où impossibilité de corriger avec les élèves...), il nous a semblé pertinent de réduire le nombre de calculs à effectuer à 5 par jours. En effet, cela m'a permis de faire une correction collective avec explication des procédures mises en œuvre par les élèves, afin que ceux-ci puissent s'approprier les procédures des autres si elles leur semblent plus pertinentes. D'autre part, en réduisant le nombre de calculs, cela a augmenté leur champ d'écriture et a permis ainsi des productions plus lisibles mais aussi, cela m'a donné la possibilité d'élever le niveau d'exigence dans la présentation de leur production.

La classe dont j'ai eu la responsabilité au cours de ce stage est un CM1 qui se composait de 20 élèves dont 1 en grandes difficultés car il n'avait acquis aucune des compétences nécessaires à ce cycle que ce soit au niveau des mathématiques ou au niveau de la lecture et de l'écriture : il avait donc des activités très différenciées du reste de la classe et ne pouvait pas participer à l'activité « Plus vite que la calculette ». Je leur ai présenté cette activité dès le premier jour de stage sous forme de défi. Certains élèves ont eu des réticences par rapport à leur capacité à être plus rapide qu'une « machine » : l'idée d'adapter l'outil au calcul proposé n'étant pas encore présente chez eux. Mais globalement cette idée les a intéressés car ils n'avaient pas l'habitude de pratiquer le calcul mental dans la classe, et ils avaient encore moins l'habitude de se servir d'une

calculatrice, ce qui a d'ailleurs faussé les premiers résultats : une trop grande proportion d'élèves ayant trouvé plus vite que la calculatrice à cause d'un manque de technique vis-à-vis de cet outil. Cette motivation s'est également retrouvée à chaque fois dans la suite des séances, les enfants se rendant eux-mêmes compte qu'ils pouvaient réinvestir les stratégies de calcul utilisées durant l'activité au cours des divers exercices de numération sur la division euclidienne, de problèmes, de calculs sur les grands nombres... que j'ai pu leur proposer.

La présentation de l'activité a pris plus de temps que les autres séances car elle a entraîné un questionnement de la part des élèves ainsi qu'une reformulation faite par eux-mêmes pour leur permettre de bien s'approprier la consigne. Cette activité a ensuite été mise en place de façon quotidienne avec dès la deuxième séance la mise en place d'un roulement permettant à l'ensemble des élèves de chaque groupe d'utiliser la calculatrice à tour de rôle.

Le premier problème que j'ai rencontré lors de la mise en place de cette activité est d'ordre matériel. En effet, dans cette classe, le matériel proposé ne comprenait qu'une seule calculatrice, et il a donc fallu que je demande aux élèves d'amener des calculatrices de chez eux, ce qui n'a posé aucun problème au vu de l'intérêt que portaient les élèves à cette activité. Pour la première séance, il a donc fallu improviser en installant une seule élève au tableau avec la calculatrice qui signalait au reste de la classe lorsque elle avait effectué le calcul. Le second problème rencontré se situe au niveau de l'utilisation de la calculatrice elle-même comme je l'ai dit précédemment. En effet, la plupart des élèves n'avaient pas l'habitude de se servir d'une « machine », ils perdaient donc beaucoup de temps pour effectuer les calculs proposés et permettaient ainsi au reste du groupe d'effectuer les opérations plus vite que la calculatrice malgré une relative lenteur

dans l'exécution des calculs. A la suite de ce problème, une partie de la séance suivante a été consacrée à l'utilisation de la calculette, redynamisant ainsi l'activité vis-à-vis des élèves car elle avait perdu un peu de son sens avec un nombre trop important de calculs effectués plus rapidement que la calculette.

Réflexions

Notre objectif premier était de redonner une place prépondérante au calcul mental au sein des apprentissages mathématiques et d'y associer l'utilisation de la calculette. Au cours de nos diverses expériences, nous avons essayé de mettre en place des activités de calcul mental suffisamment orientées vers le ludique, et cela s'est avéré très judicieux au vu de l'engagement des élèves dans cette pratique quotidienne. En effet, nous avons pu constater que suivant le procédé utilisé la motivation des élèves n'était pas la même, par exemple l'utilisation du procédé Lamartinère (voir annexe 1), très peu ludique, provoquait moins d'enthousiasme chez les élèves que d'autres activités plus originales telles que « plus vite que la calculette », ou « l'affichage sous contraintes ». D'autre part, nous nous sommes rendu compte très rapidement que plus les élèves adhéraient à une activité plus vite ils avançaient dans leurs apprentissages : la motivation est donc une composante primordiale dans la mise en place d'activités de calcul mental.

Concernant la place de la calculette dans les activités de calcul mental, il est vrai que dans un premier temps une telle association peut paraître incompatible, cependant l'intérêt de l'enfant n'est-il pas aussi de se confronter au choix de son outil de résolution ? Ainsi les élèves ont adopté un comportement plus critique sur la résolution de calculs mathématiques, ne se contentant plus d'un résultat, mais donnant un intérêt particulier à la recherche de la technique la plus adaptée.

Un autre objectif de nos recherches était de reconsidérer le calcul mental comme passerelle permanente vers les apprentissages mathématiques ; en effet, outre un moyen d'introduction à une séance mathématique, le calcul mental peut permettre aussi de réinvestir des notions déjà abordées afin de les perfectionner et d'en optimiser leurs utilisations. C'est ainsi que, par exemple, l'activité « plus vite que la calculatrice » a permis de développer les compétences des enfants en ce qui concerne la division euclidienne (compléments, multiplications).

Enfin, la mise en place d'activités ludiques comme « plus vite que la calculatrice » ou « l'affichage sous contraintes » a été simplifiée par l'adhésion des élèves à la notion de concours, de vitesse, de défi face à la machine qu'engendrait ces pratiques : en effet, l'attention des élèves était optimale et permettait ainsi une meilleure entrée dans l'activité. Cependant, certaines contraintes matérielles ou d'organisation ont posé de très légers problèmes : la constitution des groupes dans les classes à plusieurs niveaux, le nombre de calculatrices, la correction... cependant tout ceci était compensé par l'émulation apportée par ces activités qui nous a permis d'atteindre nos objectifs en calcul mental durant nos stages.

CONCLUSION

Les recherches effectuées tout au long de cette année dans l'optique d'un mémoire professionnel sur le calcul mental en cycle 3, nous ont permis de faire évoluer notre approche du calcul mental et de perfectionner notre pratique en classe. En effet, les divers travaux mis en place nous ont permis de clarifier, d'organiser et d'alimenter nos ressources en terme de calcul mental. D'autre part le travail à deux a permis de porter en permanence un regard critique sur notre pratique ou celle de notre collègue, ceci a permis entre autres de remédier à quelques problèmes dans la réalisation de certaines activités et de nous remettre en question de façon permanente.

En ce qui concerne la pratique du calcul mental à l'école, il est clair que la dimension ludique est un paramètre important dans la réussite d'une activité, chose qui ne nous semblait pas primordiale à l'approche initiale de ce mémoire. Aussi, il nous paraît important de laisser une liberté dans le choix de résolution des calculs car nous nous sommes aperçu que la diversité des méthodes de résolution permettait une évolution plus personnelle des apprentissages chez les élèves.

Enfin, il ne faut pas négliger le fait que le calcul mental est un outil pour le maître dans la mise en place des apprentissages mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE

- MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE - *Programme de l'école primaire* - Paris : CNDP, 1995 - ISBN 2-01-115836-2
- MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE - *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ?* - CNDP, 2002 - ISBN 2-240-00-802-4
- MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE - *Utiliser les calculatrices en classe, cycle des apprentissages fondamentaux, cycle des approfondissements* - CNDP, 2003
- MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE - *Le calcul mental, cycle des apprentissages fondamentaux, cycle des approfondissements* - CNDP, 2003
- LETHIELLEUX, Claire - *Le calcul mental au cycle des approfondissements, tome 2* - Paris : Armand Colin Editeur, 1993 - ISBN 2-200-01151-2 - p 14 à 24
- BOULE, François - *Le calcul mental à l'école, Histoire, Expérimentations, Propositions* - IREM de Dijon, 1997
- INRP - ERMEL - *Apprentissages numériques, cycle des approfondissement CE2* - Paris : HATIER, 1995 - p 236 à 256 - ISBN 2-218-07039-1
- Site Web : <http://www.freinet.org/ne/54/outils-54.pdf>, en ligne le 15/04/04

ANNEXES

- Annexe 1 : Méthode Lamartinière
- Annexe 2 : Enquête proposée par Roland Charnay
- Annexe 3 : Productions d'élèves SR 1 : Plus vite que la calculette
- Annexe 4 : Plan de la classe SR 1 : Plus vite que la calculette
- Annexe 5 : Productions d'élèves PA 2 : Affichage sous contraintes
- Annexe 6 : Productions d'élèves SR 2 : Plus vite que la calculette

Mention et opinion motivée du jury :

Table des matières

<i>Introduction</i>	3
<i>I. Place du calcul mental à l'école</i>	5
Instructions officielles	5
Aspect historique	7
<i>II. Théorie et observation</i>	10
Qu'est-ce que le calcul mental ?	10
Pourquoi faire du calcul mental ?	12
Quelques exercices	17
<i>III. Mise en place à l'école</i>	23
Expériences	23
Réflexions	28
<i>Conclusion</i>	30
<i>Bibliographie</i>	31
<i>Annexes</i>	32