

Le cercle, le compas aux cycles 2 et 3

Dans les programmes

0/ Au Cycle 2, les vocables cercle, compas n'apparaissent pas dans les textes officiels.

En revanche, au cycle 3 :

- 1/ Permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure.
 - 2/ **Les relations et propriétés géométriques** : alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, symétrie axiale, milieu d'un segment.
 - 3/ **L'utilisation d'instruments et de techniques** : règle, équerre, **compas**, calque, papier quadrillé, papier pointé, pliage.
 - 4/ **Les figures planes** : le carré, le rectangle, le losange, le parallélogramme, le triangle et ses cas particuliers, le **cercle** :
 - description, reproduction, construction ;
 - vocabulaire spécifique relatif à ces figures : côté, sommet, angle, diagonale, axe de symétrie, **centre**, **rayon**, **diamètre** ;
 - agrandissement et réduction de figures planes, en lien avec la proportionnalité.
 - 5/ **Les solides usuels** : [...].
 - 6/ Les **problèmes de reproduction ou de construction** de configurations géométriques diverses mobilisent la connaissance des figures usuelles. Ils **sont l'occasion d'utiliser à bon escient le vocabulaire spécifique** et les démarches de mesurage et de tracé.
- On ajoutera dans la section Grandeurs et mesures l'irruption des angles (de façon basique).

Dans les Progressions :

Géométrie dans le plan :

- au CE 2 : **Construire un cercle avec un compas.**
- au CM 1 : -Vérifier la nature d'une figure plane simple en utilisant la règle graduée, l'équerre, **le compas.**
- au CM 2 : rien d'explicite relativement au thème. On gardera en tête cependant :
 - Reproduire des figures (sur papier uni, quadrillé ou pointé), à partir d'un modèle.

Quelques rappels

Le cercle est une ligne infinie fermée.

Cette figure est intimement liée à la **notion de distance.**

Comme la droite elle sépare le plan en deux espaces, un espace intérieur appelé disque et un espace extérieur non borné.

Le disque est convexe.

Un cercle est parfaitement défini par son centre et la valeur du rayon ou un point donné.

On peut aussi le définir par un diamètre ou par la donnée de 3 points.

Vocabulaire : centre, rayon (segment ou mesure), corde, diamètre.

cercles concentriques, cercles tangents, cercles inscrits, cercles circonscrits.

Certains éléments de ce petit glossaire ne sont pas au programme de l'école primaire, mais on peut les rencontrer à l'occasion d'un chantier géométrique.

Le compas est un instrument qui permet de transporter une distance.

Dans le temps, on distinguait les compas à pointes sèches qui permettait de prélever des distances (notamment sur des cartes) des compas de tracé.

Le compas n'est donc pas synonyme de cercle !

: trouver sans mesure une ligne droite de même longueur qu'une ligne brisée.

De la forme à la figure

Très tôt, les enfants discriminent les formes carré, rond, triangle. Ces formes prégnantes sont d'abord perçues comme une occupation spatiale, à l'intérieur de leur contour. Les principes de cohérence de ces formes -on pourrait dire de régularité- sont perçues sans réelle construction intellectuelle.

Le rond est la forme la plus facile à discriminer car son aspect ne dépend pas du point de vue, contrairement au carré (l'opposition connue carré-losange).

Dans les petites classes, le rond est travaillé pour lui-même dans différentes tailles : il est tracé à main levée, peint, découpé, assemblé.

L'objet du travail au cycle 3 est de faire maîtriser certaines formes comme des figures dotées de caractéristiques nommables dans une langue assurée.

Les figures se résument à leurs contours (elles perdent leur intérieur).

Du rond on passe au cercle.

Ce cercle sera **décrit**, éventuellement **tracé**, pourra servir d'**outil** pour la résolution de problèmes dans le champ géométrique.

Des instruments de tracé

On connaît les difficultés de tracé des élèves.

Voir mon papier "**Autour des Tracés Géométriques.pdf**"

Il est donc loisible d'**apprendre assez tôt** aux élèves **à se servir d'un compas**.

Voir proposition Cap Maths pour le CE 1 dans mon fichier "**Géom_capMaths_CE1.pdf**"

Comparer avec mes fiches "Maîtrise du compas" dans "**TracésPréparés(2009).pdf**"

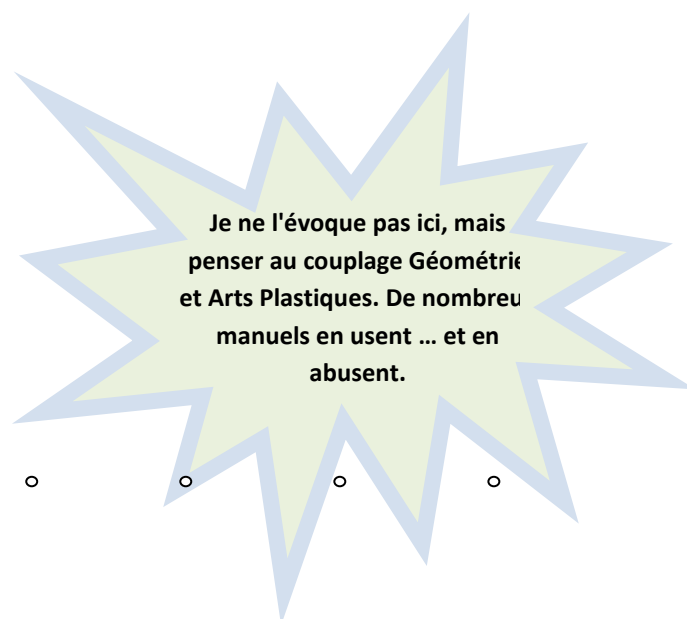
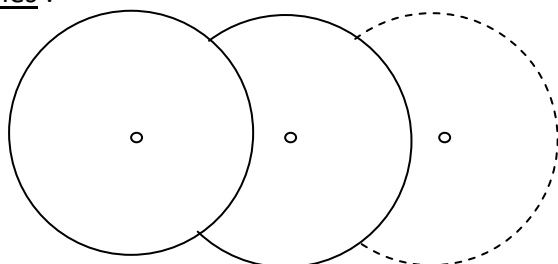
Quelques propositions

Au CE 1

Gammes simples en vue de maîtriser le compas :

- ✕ planter le compas ;
- ✕ ouvrir jusqu'à un point ;
- ✕ tracer d'un point à un autre ;
- ✕ tracer d'une ligne à une autre.

Exemples :



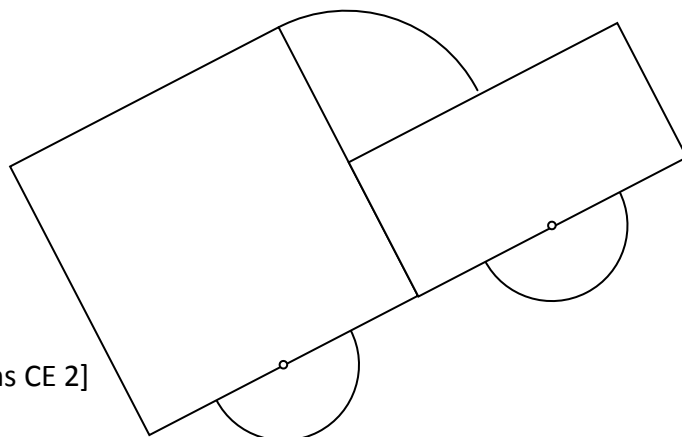
Cercles concentriques, figure du Yin Yan, rosaces à 4 branches, fausses spirales, chenilles.

Cf. à nouveau "Maîtrise du compas" in supra pour certains exemples.

Au CE 2

Gammes plus compliquées en vue d'affermir sa maîtrise du compas : un modèle est donné mais pas tous les points nécessaires.

Exemple :



[D'après Cap Maths CE 2]

Premières caractérisations et nominations :

α Langage de l'action : le centre est identifié à la position de pointé du compas, un rayon de x cm correspond à l'ouverture du compas pour enjamber un segment de x cm ou à un segment reliant le centre à un point marqué sur le cercle tracé, un diamètre relie deux points du cercle en passant par son centre ;

α Le travail reste très perceptif : il s'agit de décoder des figures tracées.

Exemple pris dans Euro Maths CE2 2010 page 31 :

4 B et C sont deux points du cercle de centre A.

- a. Par quel point le segment [BC] passe-t-il ?
- b. Quelle est la longueur du segment [BC] ?
- c. Prévois, sans mesurer, la longueur du rayon de ce cercle. Vérifie avec ta règle graduée.

Le segment [BC] est un diamètre du cercle. Sa longueur est le double du rayon.

α Devinettes sur des ensembles de cercles genre "Quelle est la couleur du cercle de centre A et qui passe par le point C ?" ou "Quel est le centre du cercle qui passe par les deux autres points ?" ou encore Vrai-faux-Justifiez ! genre "Le cercle vert et le cercle de centre B ont le même rayon".

Tracés

α Tracé de figures simples en application d'un message simple :

"Trace un cercle de centre I et de rayon 4 cm, puis un diamètre de ce cercle".

α Construction de figures structurées autour d'un cercle à partir de schémas.

Exemple pris dans Euro Maths CE2 2010 page 171 :

3 Sur ce dessin à main levée, on a tracé les segments [AC] et [BD] qui sont des diamètres du cercle.

- a. Complète la description de ce dessin
Le centre du cercle est le point ... ,
son rayon est égal à ... cm,
les diamètres [AC] et [BD] sont
Le quadrilatère ICED est un
- b. Construis cette figure avec tes instruments.

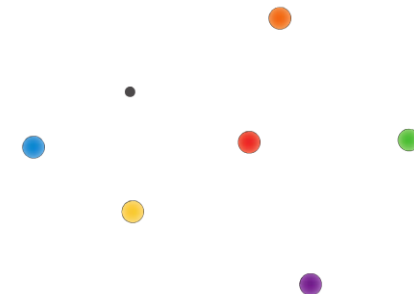
Le compas comme instrument de mesure :

Exemple pris dans Euro Maths CE2 2010 page 33 :

Comparer des longueurs

Objectifs : envisager la distance entre deux points comme longueur d'un segment. Utiliser une bande de papier ou un compas pour comparer ou reporter des longueurs.

DÉCOUVERTE



- 1 a. Quelle boule est la plus près du cochonnet ?
b. Range les boules de la plus proche du cochonnet à la plus éloignée.
- 2 Décalle les boules et le cochonnet.
a. Le joueur suivant gagne la partie. Dessine à main levée la zone où est arrivée sa boule.
b. Vérifie en traçant cette zone avec l'instrument de ton choix. Quel instrument as-tu choisi ?

L'activité est reprise pour comparer la longueur d'une ligne brisée à celle d'un segment. Le compas permet de reporter les divers segments de la ligne brisée.

Au CM 1

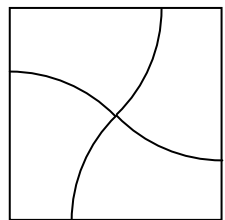
Irruption de la notion de distance et définition mathématique du cercle

On quitte le perceptif.

Introduction classique : Placer un premier point, puis 5 (resp. 20, resp 150) points à 4 cm du premier point. Renforcement : zone où Biquette pourra brouter sachant que la corde qui la retient mesure 5 m (dessin à une échelle évidente -1 cm pour 1 m).

Gammes de renforcement

Il s'agit d'assurer une bonne maîtrise du compas. Différentes figures sont proposées. Elles doivent être analysées pour être reproduites. Les points d'appui ne sont plus fournis.



Le cercle comme figure géométrique

Renforcement des notions liées et plus précisément des relations centre <-> diamètre.

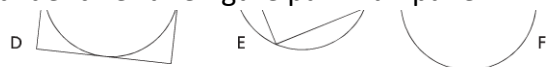
Le **diamètre** est la **plus grande corde** possible ;

Le **centre** est milieu de tout diamètre ;

Deux diamètres permettent de retrouver le **centre** ;

Tout **diamètre** est **axe de symétrie**, on obtient donc facilement un diamètre par **pliage**.

Activités de description de figures : il s'agit d'identifier une figure parmi un panel.



- 1 Trouve la figure décrite par Alice, et celle décrite par Qwang.



La figure est composée d'un cercle et d'un carré. Un côté du carré est un diamètre du cercle.



La figure est composée d'un cercle et d'un rectangle. Un sommet du rectangle est le centre du cercle, un autre est sur le cercle.

Le repérage suppose une reconnaissance des figures simples constituantes et la détermination de leurs positions relatives.

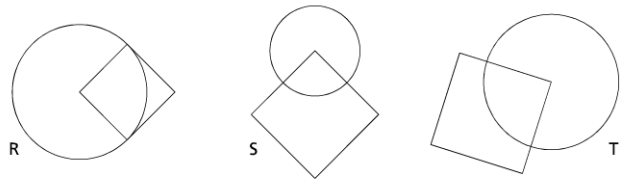
Ces exercices visent par ailleurs à stabiliser le vocabulaire géométrique.

Dans certains cas, l'élève est amené à repérer -voire à tracer- des **surfigures**.

Exemple pris dans Euro maths CM 1 page 99 :

4 Parmi les trois figures proposées, quelle est celle qui correspond à la description suivante ?

La figure est composée d'un cercle et d'un carré. Le centre du cercle est un sommet du carré et son rayon est la moitié d'un côté du carré.



Activités de reproduction de figures avec étayage éventuel par une figure-modèle ou un schéma à main levée.

Deux exemples classiques.

Voici une figure dessinée à main levée et des informations qui précisent le dessin.

ABCD est un carré de côté 4 cm. Le cercle a pour diamètre [BC].

Construis cette figure en respectant les informations.

Exemple de travail sans figure :
La figure est composée d'un carré et d'un cercle. Le cercle admet pour diamètre un côté du carré.
Dessine la figure en prenant 5 cm pour le côté du carré.

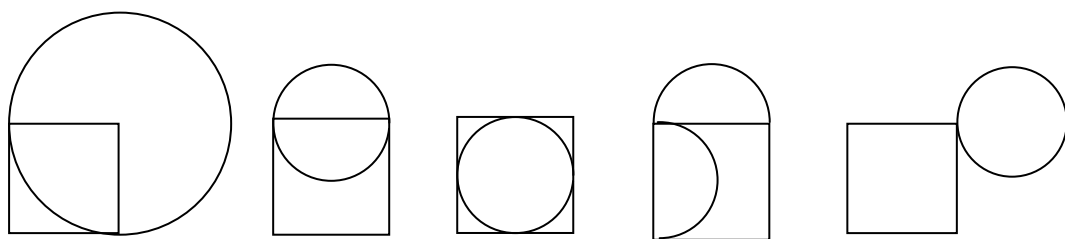
Programmes de construction : il ne s'agit que d'un premier pas.

Les élèves apprennent à lire des programmes de construction fournis pour identifier des figures dans un panel puis, en exploitant des programmes écrits, ils tracent les figures attendues.

Les élèves repèrent ainsi qu'un programme de construction est une suite ordonnée d'instructions, utilisant un langage précis et permettant de (re)produire pas à pas une figure géométrique.

Dans un deuxième temps, les élèves essayeront de compléter des programmes de construction lacunaire, avant de se lancer dans la rédaction de programmes complets.

Exemple de figures exploitables en CM 1 :



Au CM 2

Retour sur la notion de distance et la définition mathématique du cercle

Exemple typique : une nuée de points sur une feuille dont l'un est marqué. Il s'agit de trouver le maximum de points se trouvant à une distance inférieure à une distance donnée (par exemple 4 cm 3 mm).

Renforcement : "Trace un point T puis dessine la zone où se trouvent tous les points à plus de 3 cm du point T et à moins de 5 cm du point T ".

Problèmes de recherche

Exemple 1 (d'après Place aux Maths CM 2 ed. Bordas) :

L'illustration montre une vue à vol d'oiseau d'un côte de Bretagne. Un phare est planté sur une île. Sa portée est indiquée. Divers bateaux se trouvent dans ses parages. Il s'agit de trouver les bateaux qui sont à portée du phare.

On pourra critiquer la situation sous l'angle de la représentation en perspective, qui tue la conservation des distances.

Exemple 2 (Problème du trésor d'après Cap Maths CM2) :

Une image offre la carte d'une île -déserte, forcément déserte- ; deux points remarquables la source claire et le pic de l'ours. Il s'agit de trouver le trésor, sachant qu'il a été enterré à 250 m de la source et à 350 m du pic.

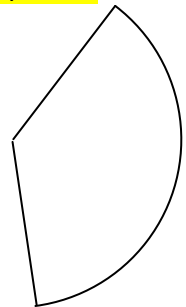
Charnay fait remarquer que ce genre de problèmes ne doivent pas être donné dans la foulée d'une leçon sur le cercle, mais à l'occasion d'une séance de résolution de problème, et ce pour éviter les effets (négatifs) de contrat.

Description et reproduction de figures incluant des arcs de cercle

- ⌘ Il s'agit d'une extension de ce qui a été initié au CM 1.
- ⌘ Le jeu du télégramme doit permettre d'assurer la maîtrise par tous d'une langue géométrique robuste.
- ⌘ Les figures deviennent plus complexes, notamment du fait de l'irruption possible d'axes de symétrie.

Relation géométrie plane vs géométrie dans l'espace

- ⌘ Le cercle apparaît naturellement dans les cônes, les cylindres droits et les sphères.
- ⌘ Les développés des cônes produisent des arcs de cercle, d'où l'importance d'avoir fait tracer auparavant des figures comme ci-contre.
- ⌘ En lien avec la géographie, notions de : méridien, parallèle, équateur.



Chapitre mesure : vers le périmètre du cercle

On profite du travail sur les cylindres pour approcher la formule $P = \pi D$.

Mon avis sur la chose

Les programmes 2007 (puis 2008) ont introduit dans le cursus un point relatif au calcul du périmètre d'un cercle en fonction de son rayon (ou de son diamètre). Ce point est *plaqué*, en décrochage d'avec les autres notions mathématiques installées au Cycle 3. Les concepts afférents, les notions sous-jacentes ne sont pas suffisamment installées pour vraiment travailler sur ce point. mais voici tout de même les deux concrétisations les plus classiques.

Roue de bicyclette : faire rouler en suivant une ligne bien droite (au gymnase ?) sur dix tours une petite roue, une moyenne, une grande (la valve sert de repère). Mesurer les longueurs au mm près, rapporter à la mesure des diamètres.

Boîtes cylindriques : entourer une ficelle sur 10 tours. Mesurer la longueur, rapporter à la mesure du diamètre.

Coefficient de proportionnalité : appel à un tableur pour obtenir une valeur moyenne ; avec de la chance 3,14. le statut de II ne peut pas apparaître ici.