

La soustraction au CE1

Dans les programmes

Dans les programmes du cycle 2, dans la section 1_ Nombres et Calcul, on lit :

[...] ils apprennent les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction, celle de la multiplication et apprennent à résoudre des problèmes faisant intervenir ces opérations. [...]

Dans le premier palier du socle commun (fin de CE1) :

- calculer : addition, soustraction, multiplication ;
- calculer mentalement en utilisant des additions, des soustractions et des multiplications simples ;

Progressions pour le CE 1 :

- Connaître et utiliser des procédures de calcul mental pour calculer des sommes, des différences et des produits.
- Calculer en ligne des suites d'opérations.
- Connaître et utiliser les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction (sur les nombres inférieurs à 1 000).
- Résoudre des problèmes relevant de l'addition, de la soustraction et de la multiplication.

Éléments théoriques

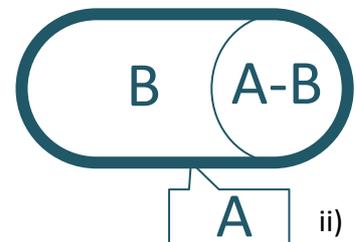
Qu'est-ce qu'une opération ?

- ✎ Sous l'angle mathématique : LCI. La soustraction, le division euclidienne, ne sont pas des opérations ...
- ✎ Sous l'angle didactique : un ensemble de situations et de problèmes admettant même modèle de résolution.

Définitions mathématiques

i) Dans le contexte cardinal comme complémentaire C d'un sous ensemble B dans un ensemble A, donc $\text{Card}(C) \equiv \text{Card}(A) - \text{Card}(B) \Leftrightarrow \text{Card}(A) \equiv \text{Card}(B) + \text{Card}(C)$

Dans le contexte ordinal comme écart entre une position b et une position a ($a > b$), donc $b + c = a \Rightarrow c \equiv a - b$.



Propriétés de la soustraction

La soustraction n'est pas une opération dans \mathbb{N} : l'expression $x - y$ n'est pas définie dès que x est inférieur à y (traduit maladroitement par la pseudo règle "on enlève toujours le plus petit du plus grand").

Dans \mathbb{S} , on peut introduire l'opération *inv*: $\text{inv}(x) = 0 - x \equiv -x$ et identifier ainsi avec la fonction "multiplier par -1". On introduit alors la classique règle des signes. Bien entendu ce travail n'apparaît pas à l'école primaire.

Associativité : $a - b - c = a - (b + c)$.

Des problèmes additifs ou soustractifs

Addition et soustraction font partie d'un même champ conceptuel -le champ additif.

Ce champ conceptuel regroupe l'ensemble des problèmes dont la solution peut s'exprimer au final par une relation additive.

Attention :

✕ Lors de la résolution du problème, on peut-être amené à mobiliser une addition ou une soustraction ;

✕ lors du compte-rendu (la rédaction de la solution) on peut être amené à écrire le signe "plus" ou le signe "moins".

Exemple n° 1 : Jean avait 48 billes ce matin. Il n'en a plus que 36 le soir. Combien en a-t-il perdu ?

Une solution consiste à remonter le temps : 36 et 10 ça fait 46, et encore 2, 48, donc il en a perdu 12 et à écrire $48 - 12 = 36$, le moins étant identifié à la perte (identification du tropisme de l'écriture et de la flèche du temps - l'écriture dit plus que ce qu'on y lit).

Exemple n° 2 : Jean avait 25 billes ce matin. Il en a 37 le soir. Combien en a-t-il gagné ?

L'enfant calcule une soustraction $37 - 25 = 37 - 5 - 20 = 32 - 20 = 12$ mais écrit : $25 + 12 = 37$.

Ici c'est le gain que l'élève a voulu signifier.

Évoquer la notion de champ conceptuel, c'est s'occuper du sens de l'opération.

En France, on fait appel à la typologie de Vergnaud. Pas assez de place pour développer ici, mais on trouve cela partout.

En résumé :

- situations de transformation (positive ou négative) d'un état,
- situations de combinaisons ensemblistes,
- situations de comparaisons,
- situations de compositions de transformations.

Couplages sémantiques erronés

Les conceptions enfantines relient **addition** et **soustraction** respectivement à **gain** (ou augmentation) et **perte** (ou diminution).

L'objet des apprentissages proposés en CE1 est d'aider les élèves à dépasser ces conceptions premières pour reconnaître que addition et soustraction permettent de répondre à bien d'autres questions.

Du calcul

Au sens large, ce qui permet de produire le résultat de l'addition ou de la soustraction de deux nombres.

Le calcul peut être :

- ✎ réfléchi (et parfois mental),
- ✎ avec ou sans support mémoriel,
- ✎ instrumenté (calculatrice, règle à calcul),
- ✎ posé (en ligne ou en colonnes).

Le calcul n'est efficace que s'il s'appuie sur un répertoire efficace :

- ✎ table de Pythagore pour l'addition (jusqu'à $12 + 12$?);
- ✎ compléments à 10

☞ tables des différences $a - b$ avec a variant de 5 à 15 et b variant de 4 à 14.

Des techniques particulières de calcul dans le champ additif.

i) **Expansion puis recombinaison** : $52 - 27 = 47 + 5 - 27 = 5 + 40 + 7 - 20 - 7 = 5 + 20 = 25$

ii) **Translations progressives** : $52 - 27 = 51 - 26 = 50 - 25 = 25$

ou accélérées : $52 - 27 = 55 - 30 = 25$.

iii) **Jalonnement** : Pour aller de 27 à 52, j'avance de 5 pour m'arrêter à 32 puis de 2 dizaines.

Le cas particulier de l'algorithme de la soustraction posée.

De nombreux algorithmes ont été mis au point. Certains sont très efficaces mais difficiles à mettre en œuvre. L'injonction ministérielle à aborder un algorithme dès le CE1, oblige à trancher plus tôt que ce qui se faisait auparavant. Le seul algorithme envisageable semble celui du passage des dizaines : cette technique suppose une bonne compréhension de notre système de numération de position.

3

Pour l'exposé à l'oral du CRPE

Dès que l'on a repéré que la soustraction ne se réduit pas à l'algorithme de calcul, on prend conscience à quel point le sujet est vaste.

Il est illusoire de pouvoir tout présenter en 20 minutes.

Pour mémoire un livre comme EuroMaths consacre : 7 "leçons" au thème "addition et soustraction", 2 leçons au thème "Les trois opérations", plusieurs "leçons" au calcul réfléchi, deux "leçons" pour le calcul posé.

Chez Cap-Maths, la présentation est des plus constructiviste. Le travail est décomposé en 15 unités de temps (durée de chaque unité : deux semaines). Dans une même unité, on traite plusieurs chantiers à la fois (ce qui est bien différent du système EuroMaths).

Voici un relevé rapide pour le thème traité :

✕ Unités 1 à 3 : connaître le répertoire additif, utiliser les symboles $+$, $-$, $=$

✕ Unités 4 à 6 : calcul réfléchi de sommes et de différences, calcul posé de sommes.

✕ Unités 7 à 9 : calcul réfléchi de sommes de nombres inférieurs à 1000, passage par la dizaine supérieure, soustraire une "petit" ou un "grand nombre".

✕ Unités 10 à 12 : addition posée de plusieurs nombres et addition trouée.

✕ Unités 13 à 15 : calcul réfléchi de sommes et différences.

On peut repérer qu'il n'y a pas de leçon spécifiquement dédiée à la conquête du sens de la soustraction car les auteurs ne séparent jamais addition et soustraction : ils n'autonomisent pas ces notions. Ils suivent donc (comme EuroMaths) la typologie Vergnaud et s'assurent que les élèves disposent d'outils de transcription et d'outils de calcul pour les situations proposées.

Ma vision de la passation : il me semble plus facile, moins piégeant, de se rabattre derrière un exposé théorique un peu exhaustif (au moins 10 mn) avant d'exposer quelques mises en œuvre partielles en classe. J'ai une préférence pour EuroMaths. Essayer de puiser dans les 7 leçons "addition et soustraction" les moments les plus forts.

Bien noter que les calculs ne sont pas prédominants au début (dans CapMaths comme dans EuroMaths). Des leçons consacrées au renforcement du répertoire additif permettent progressivement aux enfants de résoudre des problèmes avec des données plus complexes.