

Vérifier le parallélisme de 2 droites et tracer des droites parallèles au CM

Attention aux déclinaisons du sujet : on peut en effet restreindre au seul CM2 ou vouloir couvrir les deux années comme ici. La restriction au seul CM 2 peut se révéler piégeante car la notion est déjà bien connue puisqu'abordée dès le CE 2, mais Cf. infra. Je doute que le sujet soit restreint au seul CM 1.

Analyse sémantique du sujet

Vérifier : Selon le Littré "s'assurer si une chose est telle qu'elle doit être". Ici il s'agit de vérifier une caractéristique : le parallélisme. Cette caractéristique doit donc être reconnue, donc connue. La vérification passe donc par une validation, soit au moyen d'une assertion (il y a alors consensus) soit au moyen d'instruments. Dans ce dernier cas, la maîtrise de ces instruments doit être avérée.

Tracer : fait de tirer des traits ou des lignes. Le titre est paresseux : on trace des lignes droites mais pas des droites qui sont des idéalités. Selon les outils employés, on peut être amené à tracer en même temps deux lignes, qui se révèlent parallèles ou une première puis une seconde qu'on s'attache à rendre parallèle à la première. Lorsqu'on travaille avec un logiciel de dessin vectoriel, la duplication d'un trait produit toujours des traits parallèles.

Copule et : Ce copule semble introduire une disjonction entre les deux termes de l'énoncé ; il s'agirait d'apprendre à vérifier ou de savoir tracer. Bien entendu, il n'en est rien et l'on tient ici une opposition dialectique.

Dans les programmes

2ième palier Socle Commun (donc à l'issue du CM 2) : - utiliser la règle, l'équerre et le compas pour vérifier la nature de figures planes usuelles et les construire avec soin et précision ;

Dans les programmes du cycle 3, dans la section 2_ Géométrie, on lit :

L'objectif principal de l'enseignement de la géométrie du CE2 au CM2 est de permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets [...]

Les relations et propriétés géométriques : alignement, perpendicularité, **parallélisme**, égalité de longueurs, symétrie axiale, milieu d'un segment.

L'utilisation d'instruments et de techniques : règle, équerre, compas, calque, papier quadrillé, papier pointé, pliage.

Les figures planes : le carré, le rectangle, le losange, le **parallélogramme**, le triangle et ses cas particuliers, le cercle : - description, reproduction, construction ;

Progressions pour le CM 1 :

Dans le plan:

- Reconnaître que des droites sont parallèles.
- Utiliser en situation le vocabulaire géométrique : points alignés, droite, droites perpendiculaires, **droites parallèles**, segment, milieu, angle, axe de symétrie, centre d'un cercle, rayon, diamètre.
- Vérifier la nature d'une figure plane simple en utilisant la règle graduée, l'équerre, le compas. {Cette vérification peut passer par le repérage de segments parallèles NDR}

Progressions pour le CM 2 :

Dans le plan - Utiliser les instruments pour **vérifier le parallélisme** de deux droites (**règle et équerre**) et pour tracer des droites parallèles.

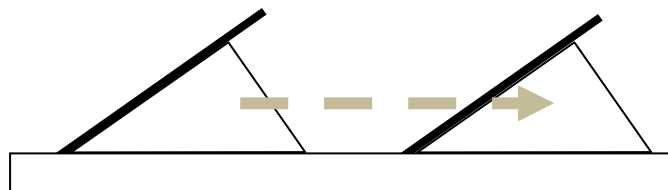
Éléments théoriques

Le concept de parallélisme n'est pas facile à fonder, en particulier parce que la notion de droite n'est pas elle-même évidente pour des élèves de l'école primaire.

On doit commencer par fonder la notion d'alignement, de points alignés, d'où l'on dérive l'idée de droite. Les supports les plus classiques de cette notion sont le trait, le pli dans une feuille de papier, le rai de lumière, la ficelle tendue. Toutes sont des épures imparfaites mais relativement fiables de l'idée de droite, pour la géométrie que l'on veut produire, celle d'Euclide.

On peut repérer 3 significations du parallélisme et relier cette notion à deux autres relations.

i) droites de même direction : repérage dans le plan ou l'espace de droites de même direction, souvent parce qu'elles sont penchées pareil : bords de la table, traits de la nappe à carreaux, gouttière et faîte du toit.
En faisant glisser une équerre sur une règle fixe, on génère de telles droites parallèles.



Dans cette perception, l'une des droites est perçue comme une translatée de l'autre (dans le mouvement, plein de droites parallèles apparaissent fugacement entre les deux) et dans la translation l'angle entre la première droite et celle qui permet de faire glisser est constant.

On retrouve de façon actée (en situation) le théorème selon lequel deux parallèles définissent avec une sécante des angles correspondant égaux.

ii) droites qui ne se coupent pas : **c'est la définition qui pose le plus de problème !**

Elle n'est valide que dans le plan, pas dans l'espace. Ces deux droites ne se coupent pas dans le micro-espace, ni sans doute dans le méso-espace, mais *plus loin* ? Cette signification n'est pertinente que pour certifier des droites qui ne sont manifestement pas parallèles, parce qu'elles se coupent...

iii) droites d'écart constant : dans un premier contact, il s'agit des traits tracés de part et d'autre d'une règle plate. Les avenues rectilignes, les voies de chemin de fer peuvent aussi initier cette signification (tant qu'on les observe localement, mais dès qu'on se laisse à les suivre jusqu'à l'horizon, on perd la représentation du parallélisme). Une troisième concrétisation passe par l'observation de la trace d'une brouette à deux roues longeant un mur rectiligne. On peut aussi dérouler avec application un scotch - comme en utilisent les peintres-tapissiers - et observer le parallélisme des deux bords de la bande obtenue.

Cette caractérisation reste longtemps intuitive au cycle 3. On peut la rendre plus certaine en observant l'évolution de la longueur du segment obtenu par intersection

de ces deux droites avec une perpendiculaire à l'une d'elle lors de son déplacement.



Certains matériels, comme la règle roulante, facilitent ce genre d'observation.

En fin de Cycle 3, on peut lancer un chantier, en prévision du collège, autour de la **notion de distance à une droite** débouchant sur le constat que lorsque deux droites sont parallèles, la distance d'un point

de la première à la seconde ne dépend pas du choix de ce point.

iv) de la double perpendicularité : la perpendiculaire à une perpendiculaire à une première droite lui est parallèle. On retrouve un axiome de la géométrie théorique. On en déduit que deux perpendiculaires à une même troisième sont parallèles.

Les élèves approchent cette notion empiriquement au Cycle 3, par exemple à l'occasion de l'étude de certaines figures présentées de façon non stéréotypée.

v) des côtés opposés de certains quadrilatères parallèles : bien que fondamental, **ne semble pas une occurrence du parallélisme repérée par les élèves**. De nombreux travaux semblent indiquer que des élèves de CM2 mettront en œuvre une comparaison de longueurs de cotés, une recherche d'angles droits, voire une observation sur les diagonales, mais **très rarement le parallélisme de 2 cotés**.

Deux exemples de progressions

A/ >Chez Ermel

La notion est introduite au CE2 puis travaillée pour elle-même ou en relation avec la perpendicularité au cours du CM1 et du CM2. Au CM1 puis surtout au CM2, il intervient comme outil de résolution de problèmes dans le cadre de situations de synthèse.

Lors du CE 2, les élèves ont expérimentés :

- ✚ Découverte de traits parallèles (repérage, production) ;
- ✚ Utilisation implicite dans des exercices de tracé de figures familières sans angle droit (trapèze) ;

Lors du CM1, les élèves rencontrent :

- ✚ Parallélisme comme écart constant (2 roues) ;
- ✚ Constitution d'un réseau de parallèles à travers une situation de type puzzle d'abord au jugé ensuite à l'aide d'un outil de vérification (la perpendicularité) ;
- ✚ Application à la construction d'un rectangle.

Et au CM 2 :

La notion est travaillée à travers 6 séances de consolidation puis 2 situations de synthèse, occupant chacune 2 séances.

Les notions travaillées sont : la relation entre angle droit et parallélisme, la relation entre parallélisme et double perpendicularité. Ce faisant la notion de distance d'un point à une droite est approchée.

Le séquençage est le suivant :

- ✚ Consolidation 1 : autour de la modélisation d'une rotonde de chemin de fer ;
Identification perceptivement la relation de parallélisme comme caractéristique

d'une "paire de droite" ; construction de deux segments parallèles, chacun étant déterminé par sa distance à un point fixe ; ce travail fait vivre les notions de cercle, corde, rayon, parallélisme, distance d'un point à une droite.

- ✚ Consolidation 2 : Retour sur la notion d'angle (rappel : ni définition, ni mesure !), ceci afin de déterminer correctement certains polygones (puisque la mesure des longueurs des seuls cotés ne suffit pas).

Cette phase permet de lancer les deux situations de synthèse :

- ✚ Synthèse n°1 : combien d'angles droits dans un triangle ou un quadrilatère ? Les élèves affrontent un problème d'existence, produisent des schémas pour argumenter de l'existence ou de la non existence, manipulent les propriétés du parallélisme, dont ceux liés à la perpendicularité.
- ✚ Synthèse n°2 : autour de la notion de distance, d'un point à une droite, entre deux droites parallèles.

Note importante : l'exposé par Ermel des situations correspondantes occupe environ une centaine de pages. Peut-on restituer ce matériel le jour du concours ?

B/ >Chez les auteurs d'EuroMaths

Au CM1 :

- ✚ Le concept de parallélisme est installé sous l'angle des "paires de droites parallèles" en s'appuyant sur la notion d'écart constant. Une première situation est proposée dans la cour. Elle est reprise en classe sur un plan à l'échelle. Le moyen commode de mesurer l'écart entre deux droites passe par l'équerre. La notion de perpendiculaire est alors consolidée.
- ✚ Le travail se poursuit par la conquête de méthodes pour produire des droites parallèles : faire apparaître une perpendiculaire à une perpendiculaire à une première droite, ou placer deux points à une distance donnée de la première droite puis tracer la parallèle cherchée.
- ✚ Dans une troisième séance, les notions de parallélisme ou de perpendicularité sont utilisées par les élèves dans le cadre d'un jeu de qui est-ce. Mais, étrangement, dans la phase d'institutionnalisation, la caractéristique des figures étudiées (le rectangle en fait) et liée au parallélisme est absente.
- ✚ Beaucoup plus tard, le parallélisme apparaît comme moyen commode de compléter par symétrie axiale, et dans certains cas, l'ébauche d'une figure.

Au CM2 :

- ✚ La notion n'intervient explicitement dans la TdM qu'une seule fois, plutôt assez près du début de l'année et en relation avec la perpendicularité : Étape 18 "Droites perpendiculaires et droites parallèles". Il s'agit clairement d'une leçon de rappel qui voit l'appel à la notion de perpendiculaire commune ou à l'écart constant.

C'est en fait la notion de distance qui vient structurer tout le travail. On lit en effet dans le LdM : L'étape 26 (74-75) est une étape de synthèse, elle conduit les élèves à structurer leurs connaissances à partir de la notion de distance (de deux points, de deux droites, d'un point à une droite) dans une situation de régionnement du plan. [...] Le parallélisme de deux droites est pensé également à

partir de la notion de distance : l'ensemble des points dont la distance à une droite d est inférieure à un nombre donné sont situés dans une « bande » définie par deux droites parallèles à la droite d .

- Les relations (perpendicularité et parallélisme) deviennent ainsi des outils au service pendant la période 4 d'une étude locale des figures planes. Après une étape de synthèse (étape 48, p. 132-133), les élèves sont confrontés (étape 49, p. 135) à des problèmes de reproduction de figures moins classiques conçues de façon à « bloquer » des procédures centrées sur le mesurage et le report et à favoriser l'utilisation de propriétés géométriques.

L'objectif énoncé est sans ambiguïté : identifier des propriétés d'alignement, d'égalité de longueurs, de perpendicularité ou de parallélisme pour reproduire des figures.

- Retour sur la dernière tâche demandée aux élèves (tout en bas de la page 135). Un grand carré vert contient un carré rouge. Ces deux figures sont dans la même disposition que les deux carrés en traits épais de la figure ci-contre. On demande aux élèves de construire le carré vert à partir du seul carré rouge, puis un carré bleu à partir du seul carré vert. Dans une seconde consigne, on demande aux élèves le travail inverse : construire le carré rouge à partir du seul carré vert.

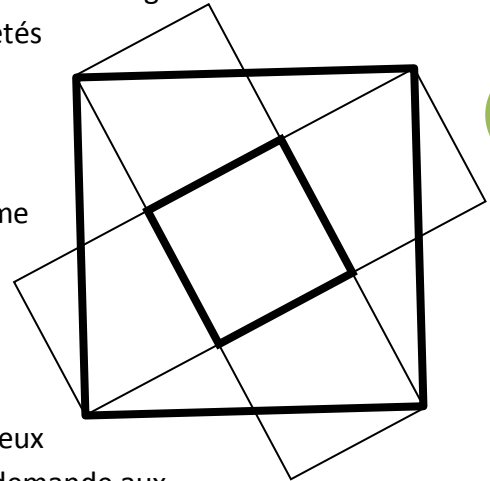
Bien entendu, la structure sous-jacente n'est pas fournie aux élèves !

Le travail de repérage est complexe.

Pour remplir la première consigne, il peut suffire de repérer des alignements et des égalités de segments.

Pour remplir la seconde, si l'on n'a pas observé que les cotés du petit carré s'alignaient systématiquement avec un sommet et un milieu de côté du grand, on en est réduit à exhiber deux couples de droites parallèles et de même écart. On produira bien un petit carré à l'intérieur du grand, mais sans doute pas le bon.

C'est pourquoi le LdP indique que cet exercice doit être accompagné par l'enseignant ... Quel euphémisme prudent ? Mais qui va vraiment travailler ?



Remarque ultime sur ce sujet d'oral

La notion de parallélisme est donc tout sauf une découverte au CM2. Est-elle pour autant bien stabilisée ?

Pour l'oral, il est sans doute indiqué de **bétonner l'exposé théorique** puis de présenter de façon critique quelques propositions piochées dans plusieurs manuels.