La numération au CP

Dans les programmes (CP et CE1)

Les élèves apprennent la numération décimale inférieure à 1 000. Ils dénombrent des collections, connaissent la suite des nombres, comparent et rangent.

Dans les progressions (CP)

- Connaître (savoir écrire et nommer) les nombres entiers naturels inférieurs à 100.
- Produire et reconnaître les décompositions additives des nombres inférieurs à 20 ("table d'addition")
- Comparer, ranger, encadrer ces nombres.

Un point d'histoire

On doit à Gerbert d'Aurillac (938-1003) devenu pape sous le nom de Sylvestre II en 999 la diffusion de l'écriture décimale, empruntée aux Indiens et perfectionnée par les Arabes. Cette écriture fige le recours systématique aux groupements par 10, bien qu'il subsiste quelque reliquat comme le comptage par 12 (*treize à la douzaine*). Plus surement la numération décimale chiffrée a permis l'invention d'algorithmes de calcul efficaces et rapides ; voir la querelle des albacistes et des algoristes sur la page de mon site : http://db.vdb.free.fr/bribes/Du_Calcul/index.html#A1

Observations préalables

L'intitulé du sujet renvoie à deux thèmes :

- Principe de la numération décimale : manifestation dans le champ cardinal (groupements, échanges), manifestation dans le champ cardinal (compteurs, gradations et sur-gradations), l'abaque à tige faisant le lien entre les deux catégories ;
- Application du principe : numération chiffrée (numération de position, récursive, rôle du zéro) vs numération scripturale (avec sa déclinaison parlée) qui est une numération hybride(rôle des étiquettes "cent", "mille", etc.), irrégulière au début.

La conquête de la numération au CP est rendue difficile par le fait que les enfants ne savent pas lire au début de la progression et que le sens du nombre (A quoi sert le nombre ? Réponse : à mémoriser, comparer, anticiper) est encore mal installé. C'est pour cela qu'au CP on travaille sur les nombres à 2 chiffres, ne faisant rencontrer les centaines que par hasard en fin d'année. Le situations sont souvent actées avant de produire des écritures.

La connaissance des nombres de 1 à 100 se distribue en plusieurs savoirs :

¤ Le nombre-chiffre (1 à 9) et :
- ses différentes visualisations (constellations, cartes à points, doigts, etc.),
- ses décompositions additives (1+ 2, 1+ 3, etc),
- ses deux nominations (chiffrée -attention à la graphie- et écrite/parlée);

¤ Dépasser 10 :
- la notion de dizaine (Cf. supra) et d'unités ;
- la segmentation de la bande numérique, franchissement des dizaines,

¤ Les deux nominations dans le cas des nombres à deux chiffres :

- Problèmes spécifiques lors du passage de la numération scripturale à la numération chiffrée (et vice-versa) en particulier les noms des nombres de 10 à 16 qui fonctionnent comme ceux des nombres de 0 à 9, masquant ainsi la présence de la dizaine ; les irrégularités de la nomination entre 70 et 99.

¤ Les connaissances afférentes (plus proche dizaine, décomposition, complémentation, règle des zéros en germe, etc.) fondamentales dans le cadre du calcul réfléchi.

Mise en œuvre de la leçon

Le sujet est très vaste, trop vaste.

Il n'est sans doute pas question d'exposer l'ensemble des séances devant couvrir ce sujet, sachant qu'il se travaille sur l'ensemble de l'année.

Il me semble préférable d'exposer rapidement :

¤ la problématique générale de la numération et ses deux concrétisations dans notre société : numération chiffrée (de position, fondamentale pour le calcul) et scripturale (additive d'où les difficultés du calcul réfléchi) ;

¤ les soubassements théoriques de notre numération chiffrée, avec son aspect récursif (rencontrée vraiment au CE1) et ses divers appuis :

linguistique pur (compteur, circulation sur la bande numérique),
abaciste (dans le champ du cardinal avec les groupements qui se standardisent progressivement à 10),
gradiste (dans le champ de l'ordinal avec sauts répétés de 10) ;

¤ les irrégularités de notre numération orale qui peut pousser à un découpage:
1 à 9, 10 à 19, 20 à 59, 60 à 79, 80 à 99 ;

¤ la difficulté à rompre avec le nombre-chiffre pour *inventer* le nombre à deux chiffres, ce qui peut pousser à un autre découpage :
1 à 9, 30 à 49, 29 à 10, 50 à 99.

Le mot-clef de cette leçon est bien le concept de dizaine.

Limiter son sujet :

Après avoir cerné les notions sous-jacentes purement mathématiques et les enjeux didactiques, il est sans doute préférable de restreindre le sujet et de présenter au choix :

¤ une suite cohérente de leçons sur un sous-thème, par exemple "conquête du segment [40 49]" ;

¤ un ensemble d'outils et de situations génériques permettant de traiter les deux points du programme en essayant de spécifier leurs particularités et leurs complémentarités. On prend le risque de ne pas présenter une séquence proprement dite, mais on montre au jury que l'on bien en tête la nécessaire progressivité des apprentissages dans le cadre duquel on sait régler finement certains outils.

Attention aux pièges !

1/ On lit dans les progressions qu'il s'agit de produire et reconnaître les décompositions additives des nombres inférieurs à 20. Cet item participe plus du thème du calcul que

de la numération.
Certes ! On travaille avec les élèves sur le segment [11 20], soit dans le prolongement du segment [1-9] (irruption de la dizaine dans une circulation ascendante sur la droite numérique), soit dans le prolongement du segment [20-40] (irruption des dizaines dans une circulation descendante).
Mais la fameuse petite phrase remplace une injonction à installer la table d'addition 10 par 10 : les enfants connaissent les décompositions des nombres-chiffre, en prolongeant jusqu'aux décompositions des nombres de 11 à 20, on est assuré que les élèves pourront calculer rapidement toute somme a + b avec a et b compris entre 1 et 10. Les seules décompositions qui se rapportent au sujet sont celles qui isolent le nombre d'unités (17 = 10 + 7) . Ce travail peut avoir un léger intérêt dans le cas des nombres 11 à 15 (surtout quand on travaille oralement).

2/ On peut être tenté d'utiliser la monnaie pour renforcer la notion de dizaine. Par exemple, on bâtit une situation du type jeu de la marchande. Ou bien on propose des situations systématiques d'échange ou de distribution de pièces. Au CP on fait appel aux pièces de 1€ et 2€ et aux billets de5€, 10€, 20€, mais pas de centimes S. V. P.
Dans les programmes 2008, la conquête de la monnaie appartient au domaine Grandeur et Mesure ; c'est aussi un support possible pour des problèmes simples.
Noter que les manipulations de monnaie produisent ou concrétisent des écritures ; c'est sans doute cet aspect de la monnaie qui attire l'enseignant. Mais de nombreuses situations ne relèvent pas nécessairement du thème de la monnaie.
Voici trois situations typiques :
¤ α/ on travaille uniquement avec des pièces de 1€ et des billets de 10€. Ce dispositif est à peu près équivalent à un système d'échange (10 jetons bleus contre une plaque rouge, ou dix anneaux bleus sur la tige la plus à droite de l'abaque contre un anneau rouge sur la tige juste à gauche). On est dans la situation des "uns qui disparaissent".
On annule l'opération en mettant en place une autre opération (dite inverse) qui vise à *casser* le groupement pour retrouver des unités.
Dans le cas de la monnaie, les "uns" qui disparaissent laissent tout de même une trace symbolique, qui peut donc déboucher sur des productions d'écritures.
Mais on notera que dans les deux écritures suivantes,

10 pièces de 1 € *1 billet de 10 €*

le statut du *10* n'est pas le même : dans le premier cas, on tient un opérateur -on parle d'un nombre scalaire- qui "passe en acte" (égrener dix fois de suite une pièce de 1 €) et qui pourrait renvoyer à la notion de quantité ; dans le second cas, on tient une valeur.
Cette opposition sera renforcée avec le point suivant. Mais alors qu'ici on peut encore invoquer que le travail esquissé présente un lien certain avec la problématique de la numération, il n'en sera plus de même ensuite.
β/ Travail avec des pièces de 1€ et des billets de 5€ et 10€. On tient un double réseau d'échanges (1 pour 5, 5 pour 10) qui n'est pas sans rappeler la méthode Picbille. On est plus dans le calcul réfléchi (pivot à 5) que dans la numération.
γ/ Travail avec tous types de pièces (voire de billets) : on est dans la thématique des structures additives.