

La numération au Cycle 3

Analyse a priori

Le mot "numération" renvoie facilement à la *petite école*, c'est à dire au cycle 2.

Il s'agit évidemment d'un contresens ! Même si le panel des activités mathématiques s'est considérablement élargi au cycle 3, cela n'a pas éliminé ce sujet des programmes. Deux raisons profondes : les élèves conquièrent au cycle 3 l'espace des très grands nombres, y compris ceux qui ne correspondent à aucun phénomène physique, ils commencent à visiter ainsi l'espace du *pur nombre*. Mais les élèves découvrent par ailleurs de nouveaux nombres, les décimaux. Il faut pouvoir les nommer en raccord avec les entiers qu'ils prolongent. Un travail spécifique est donc incontournable.

Éléments théoriques

Selon Wikipédia, la numération désigne le mode de représentation des nombres. Aussi, elle concerne les mots, les gestes et les signes qui ont permis aux différents peuples d'énoncer, de mimer et d'écrire ces nombres.

La numération désigne donc l'ensemble des signes permettant de coder des nombres. La numération n'est pas la science des nombres même si elle lui est fortement liée.

Il n'y a pas une mais **des numérations**, ne serait-ce que parce que le signifiant dépend fortement du canal utilisé. On dispose donc d'une numération **parlée** (qui peut-être transcodée à l'écrit) et d'une numération **chiffrée**, qui est donc nécessairement écrite, et plus ou moins difficile à énoncer.

Mais la numération dépend aussi du type de nombre à utiliser. Pour les entiers, on distingue classiquement **3 types de numération** : additive, hybride, de position. Cette catégorisation n'est pas suffisante dès que l'on aborde des grands nombres. On est ainsi amené à évoquer d'autres encodages écrits, comme la **notation scientifique** par exemple. Lorsque les nombres sont vraiment très grands (ils défient l'imagination) on est amené à estimer leur valeur en arrondissant et à mobiliser des étiquettes spécifiques (Exemple : le **décillion** qui vaut pour 10^{60}).

Dans le cas des nombres non entiers, sauf s'il s'agit de valeurs communes (un demi, un tiers, etc., un dixième, un centième, un millième etc. et de leurs multiples entiers) on constate que le seul code disponible est le code écrit chiffré. Quand il s'agit de fractions, on fait appel à la numération décimale de position pour coder numérateur et dénominateur, séparés par une barre (2 façons d'écrire). Quand il s'agit de décimaux, on utilise un système similaire d'encodage, la barre de fraction étant remplacée par une virgule.

Les grands nombres posent rapidement des **problèmes d'énonciation**. Les très petits nombres aussi. Dans le cadre de la numération parlée, donc hybride, il faut disposer de suffisamment d'étiquettes pour évoquer la taille des groupements : **au delà du milliard, on commence à être limité** ; idem en deçà du milliardième.

Reste qu'**il faut pouvoir circuler visuellement dans l'écriture chiffrée des grands**

nombres ; c'est pourquoi on groupe par 3 les chiffres, en s'appuyant de facto sur des sous-bases "mille", "million" etc. Le codage en sens inverse peut parfois poser des problèmes (écrire en chiffres le nombre qui s'énonce 1 milliard cent mille).

La lecture littérale des notations chiffrées scientifiques permet de contourner le problème (cent vingt huit dix puissance douze ou soixante-quatre dix puissance moins seize ...).

Les grands nombres (et en miroir les très petits) posent rapidement des **problèmes de perception** à l'être humain : si l'on nous dit qu'il y a 1000 milliards d'atome dans une cellule humaine, 100 000 milliards de cellules dans un être humain, on peut en déduire le nombre d'atomes dans un être humain, sauf que nous n'en avons aucune représentation mentale.

La numération chiffrée est donc un système de notation capable de prendre en charge tout type d'écriture décimale, au risque d'un **décrochage sémantique assez rapide**.

Reste le **cas des nombres irrationnels**. Il n'y a pas de système de codification, juste des petits noms (e , Φ , π) ou des écritures fonctionnelles ($\sqrt{2}$, $\ln(3)$, $\cos(1)$, $\text{atn}(50)$...)

Dans les programmes 2008

1 - Nombres et calcul

L'étude organisée des nombres est poursuivie jusqu'au milliard, mais des nombres plus grands peuvent être rencontrés. [...]

Les nombres entiers naturels :

- principes de la numération décimale de position : valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture des nombres ;
- désignation orale et écriture en chiffres et en lettres ;

Les nombres décimaux et les fractions :

[...]

- nombres décimaux : désignations orales et écritures chiffrées, valeur des chiffres en fonction de leur position, passage de l'écriture à virgule à une écriture fractionnaire et inversement, [...]

Dans le socle commun :

A) Les principaux éléments de mathématiques

L'élève est capable de :

- écrire, nommer, comparer et utiliser les nombres entiers, les nombres décimaux (jusqu'au centième) et quelques fractions simples ; [...]

Au niveau des progressions pour le cycle 3 :

Nombres et calcul :

Au CE2 : Les nombres entiers jusqu'au million

Au CM 1 : Les nombres entiers jusqu'au milliard

Au CM2 : Les nombres entiers {Sans commentaire NDR}.

Pour les décimaux :

Au CM1 : Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction

de sa position (jusqu'au 1/100ème).

Au CM 2 : Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au 1/10 000ème).

Pour l'exposé à l'oral du CRPE

⌘ Bien entendu, rappel des textes officiels puis exposé théorique rapide.

⌘ Puis exposé d'un séquençage pour le Cycle 3. On peut choisir un exposé linéaire. On peut aussi opter pour un exposé thématique.

⌘ Pas d'évaluation sommative : on vérifie les connaissances tout au long des séances de résolution de problème, avec renforcement éventuel.

Exposé thématique

A/ Numération chiffrée / nombre de et nombre des :

Au CE 2 1/ les nombres jusqu'à 1000 : groupements par 10 ou 100.

2/ consolidation à l'aide de la calculatrice : divers calculs de type additif - genre calculatrice cassée- sont proposés (afficher 120 sans utiliser la touche 2 etc.) sont proposés.

3/ extension jusqu'à 10 000 : la sous base "mille" , l'écriture normalisée par groupements de 3 chiffres. Consolidation à la calculatrice. Le travail se poursuit en C 1.

4/ au delà de 10 000. Cette leçon intervient après C 1 ; elle se prolonge avec une investigation des nombres au delà de 100 000. On entre là dans le domaine des grands nombres. La sous-base 1 000 est systématiquement sollicitée.

Au CM 1 5/ en début d'année, reprise de ce qui a été vu l'année précédente.

6/ en milieu d'année, gain rapide du million. Les décompositions en 1 000 mille etc. Voir aussi B 3. En fin d'année, on pousse au milliard. C'est l'occasion de rajouter une colonne à gauche du tableau de numération. Diverses situations concrètes permettent aux élèves de se forger une représentation de ces valeurs.

Au CM 2 7/ en début d'année, révisions. Le travail peut se poursuivre en cours d'année, l'idée consistant à alimenter les élèves en situations typiques utilisant des grands nombres.

B/ Les noms des nombres / numération chiffrée vs numération scripturale :

Au CE 2 1/ les noms de nombres jusqu'à 1 000.

Certains élèves en début de CE2 rencontrent encore des difficultés liées aux anomalies de la numération orale dans la tranche « soixante-dix à quatre-vingt-dix-neuf », anomalies qu'ils vont retrouver dans la tranche des centaines lorsqu'ils liront des grands nombres.

Exemple de situation : jeux des étiquettes (on propose 4 étiquettes affichant chacune un chiffre. Les élèves fabriquent toutes les accroches valides et en rendent compte avec la numération scripturale ; jeu inverse : les élèves disposent d'étiquettes comprenant des morceaux d'écritures scripturales et rendent compte d'accrochages valides avec la numération chiffrée.)

2/ extension jusqu'à 10 000.

Au CM 1 3/ extension jusqu'au million. On peut reprendre le jeu des cartes en l'adaptant.

4/ dans la foulée de A6/ extension jusqu'au milliard. On finalise grâce à C 2.

Ne pas se priver de relire les injures du capitaine Capock.

Au CM 2 5/ des révisions. L'usage habituel est attendu.

C/ Numération chiffrée et puissances de 10 :

Attention : bug du prof, détecté lors de la séance. Les puissances de 10, inscrites au programme 2002, ont disparu depuis. On n'en trouve plus trace dans les -bons-manuels. Attendre le collègue ... Lors de l'exposé, on peut sans doute se risquer à évoquer la chose, car les puissances de 10 sont un outil de notation bien pratique, surtout quand on affronte des très grands nombres. J'insiste sur le fait que le travail sur la numération au Cycle 3 a pour but de faire rencontrer des nombres qui peuvent ne pas avoir de représentation facile pour l'esprit humain. Ce faisant, à contempler ou manipuler de tels objets, on bascule dans une activité purement mathématique, abstraite.

Au CE 2 1/ Pour mieux comprendre le rôle de la position des chiffres dans l'écriture des nombres, il convient que les élèves se familiarisent avec la décomposition canonique des nombres, en particulier à l'aide des puissances de 10. On établit d'une certaine façon un lien entre les 2 types de numération et l'on prépare à la numération scientifique.

Au CM 1 2/ extension du principe jusqu'à 10^9 .

Au CM 2 3/ introduction des estimations (la vitesse de la lumière est d'environ, etc.).

D/ La règle des zéros :

Au CE 2 1/ Multiplier par 10, 100, 1 000 et leurs multiples.

Au CM 1 2/ Idem mais avec des plus grands nombres.

Au CM 2 3/ la règle des zéros dans le cas des décimaux, particulièrement quand il s'agit de diviser.

E/ Lire et écrire les fractions décimales :

Ne concerne que le CM.

Le travail sur la numération des décimaux est constitutif de leur introduction : d'où l'énonciation de dixième, de centième, de millième.

Le tableau de numération est propagé sur la droite, les conversations à l'oral sont facilitées.

Diverses situations permettent un réel travail sur les grands nombres : combien de fourmis pour faire le tour de la terre, en un marathon, combien de pulsations cardiaques, etc.