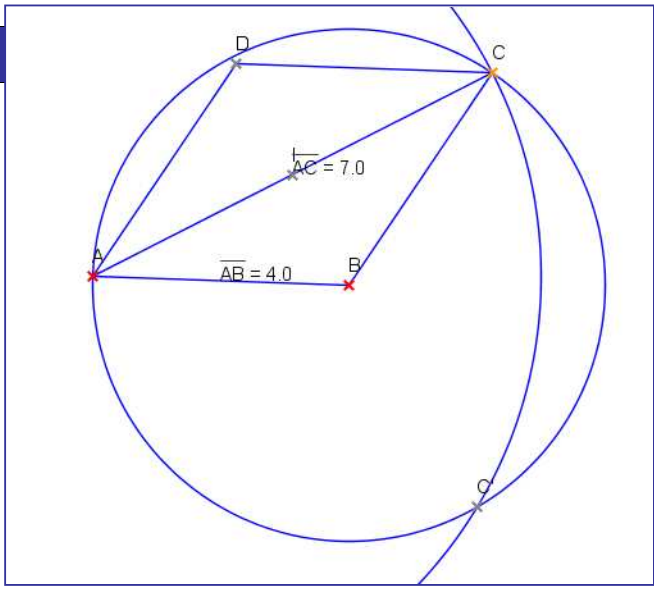
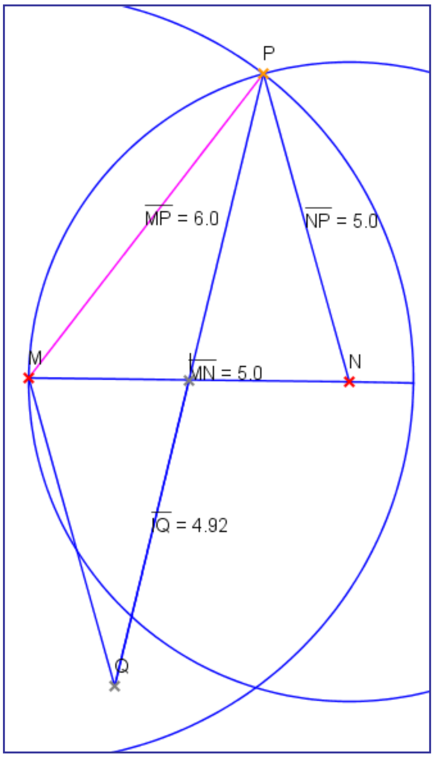
Quizz Quadrilatères Solutions Partielles

Quizz n°3

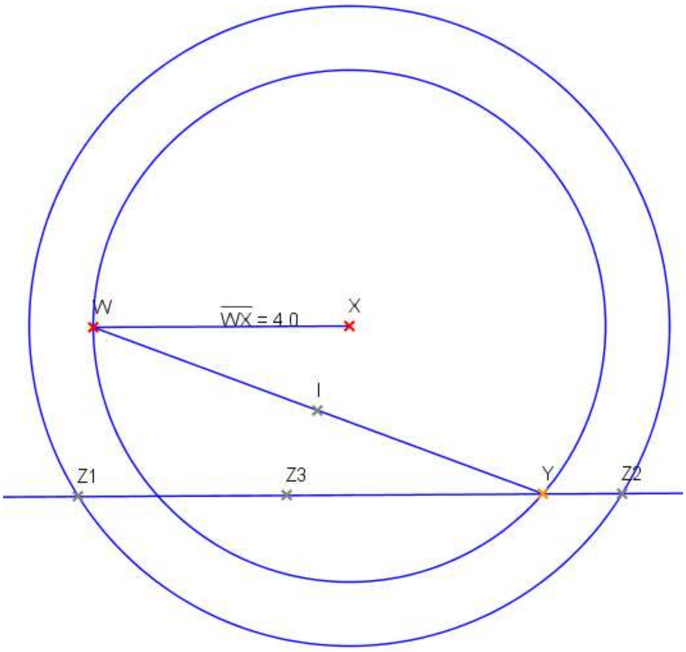


Par construction deux candidats possibles pour le point C. I désigne le milieu du segment [AC]. Alors D est le symétrique de B par rapport à I ; A et C sont auto-symétriques par hypothèse. Dans la symétrie centrale de centre I (rappel : qui conserve directions et mesures) AB se transforme en CD et BC en AD ; or AB et BC ont même mesure par hypothèse ; donc les 4 cotés de ce parallélogrammes sont égaux : il s'agit d'un losange.



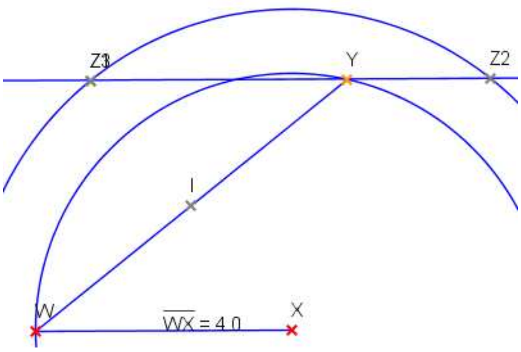
Quizz n°4

La construction fait apparaître un quadrilatère croisé. Il ne peut s'agir d'un losange. Noter que le quadrilatère MPNQ est un parallélogramme, non losange évidement.
On tient cependant des débuts de losange !
En effet si P' désigne le symétrique de P par rapport au point N, alors le quadrilatère MNP'Q est de façon évidente un losange.
De même, si Q' désigne le symétrique de Q par rapport au point M, alors le quadrilatère MNPQ' est là encore un losange.
Ces points n'ont pas été tracés sur la figure ci-contre pour ne pas l'alourdir.



Quizz n°5

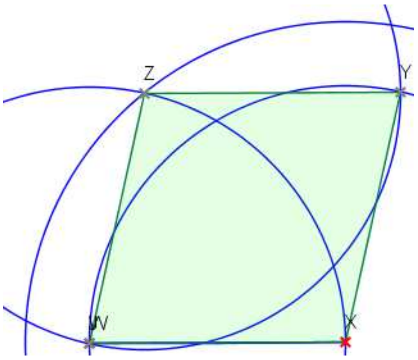
Ci-contre à droite, début d'une recherche de la solution. On traduit partiellement les hypothèses en profitant d'un logiciel de géométrie plane[1] : on a fait apparaître deux cercles de même centre X et de rayons respectifs 4 et 5 cm. Y est un point mobile sur le cercle interne. Par hypothèse, WXYZ est un



parallélogramme ; donc on trace la parallèle à WX passant par Y ; elle recoupe le cercle externe en deux points Z1 et Z2 qui respectent la consigne XZ = 5 cm. On a aussi fait apparaître le symétrique Z3 du point X par rapport au milieu I du segment [WY]. Ce point respecte la consigne [XZ] et [WY] se coupent en leur milieu. Il est normal que ce point se trouve sur la droite(Z1Y). La solution est obtenue quand deux des trois points se trouvent confondus ! Ce qui n'est pas difficile à produire avec le logiciel (il y a deux occurrences possibles). Noter qu'alors le

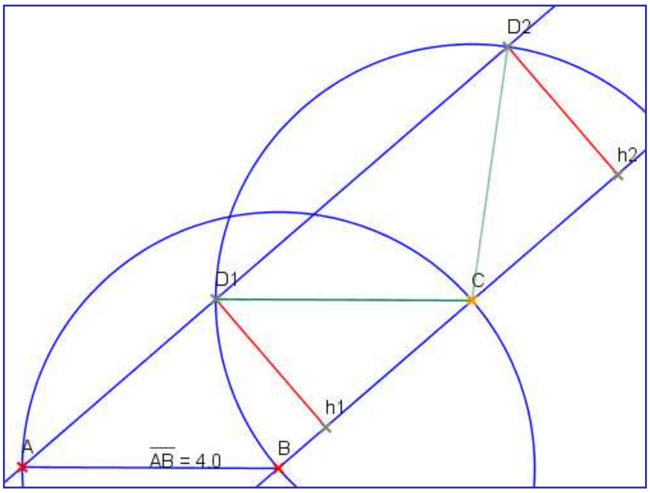
[1] GéoNext – gratuit.

segment [Z1Y] est de même longueur que le segment [WX] comme [WZ1] relativement à [XY]. Mais [WX] et [XY] sont donnés égaux (d'ailleurs à 4 cm) : notre parallélogramme est donc un losange.



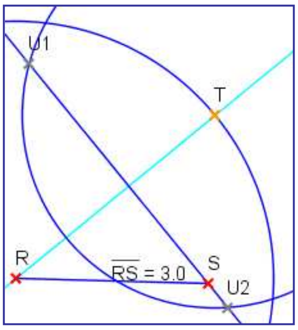
<u>Programme de construction</u> : tracer le segment WX de 4 cm de longueur puis deux cercles centrés en W et X, de 4 cm de rayon, enfin, centré en X, le cercle de rayon 5 cm. Ce cercle coupe le cercle de centre W en deux points ; on choisit l'un de ces points que l'on nomme Z. Ne reste plus qu'à tracer le cercle de centre Z et de rayon 4 cm. Ce cercle passe évidemment par le point W. Son autre intersection avec le cercle de centre X et rayon 4 cm fournit le point Y cherché.

Quizz n°6

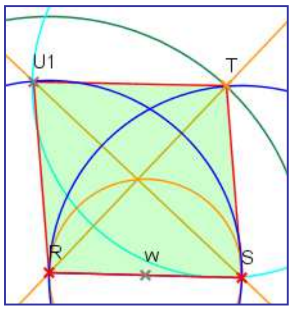


La figure ci-contre à droite traduit les données de l'énoncé. Un point C est librement posé sur un cercle de centre B et rayon AB=4cm ; ne reste plus qu'à tracer le cercle de centre C et rayon BC=4cm et la parallèle à (BC) passant par A. Ces deux objets se coupent en deux points notés ici D1 et D2. Dans le quadrilatère ABCD1, les cotés AB, BC et CD1 sont égaux par construction. Si l'on peut montrer que les droites (AB) et (CD1) sont parallèles, alors on tiendra un parallélogramme, et par coup un losange. Noter la projection orthogonale h1 de D1 sur la droite (BC). On aurait aussi dû figurer la projection H de A sur (BC). Clairement AH et D1h1 ont même mesure (la distance entre les deux parallèles) ; par construction, les cotés AB et D1C sont égaux ; enfin les angles AHB et D1h1C sont égaux car droits : donc les triangles AHB et D1h1C sont égaux, entraînant ipso facto l'égalité des angles HBA et h1CD1 ! Les droites (AB) et (D1C) sont parallèles car définissant deux angles égaux avec une tierce. Ouf ! Les cotés AB et D1C, déjà égaux, sont parallèles ; on tient notre parallélogramme et donc notre losange.
<u>Remarque</u> : la figure ABCD2 est évidemment un trapèze isocèle.

Quizz n°7



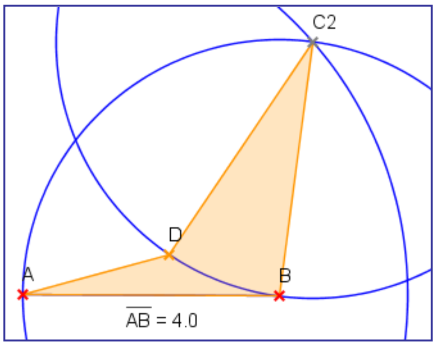
La figure ci-contre à gauche traduit les données du problème : le point T est librement choisi sur le cercle de centre R et rayon 4cm. On en déduit la droite (RT) et sa perpendiculaire issue du point S. Cette perpendiculaire coupe le cercle de centre T et rayon 3 cm en deux points U1 et U2. A priori, les quadrilatères RSTU1 et RSTU2 n'ont aucune raison d'être des losanges car ils ne sont pas des parallélogrammes.
<u>Clause</u> <u>à</u> <u>ajouter</u> : la droite (TU) est parallèle à la droite (RS). Voici maintenant un programme de construction. La figure ci-contre à droite en donne un aperçu.



i) Tracer le segment [RW] de longueur 3 cm puis les cercles de rayon 3 cm centrés en R et W. Tracer le cercle de centre R et rayon 4 cm. Ce cercle coupe le cercle de centre S en deux points. On choisit le point qui se trouve par ailleurs dans le demi-plan *supérieur* de frontière (RS)[2].
ii) Dans ce demi-plan, tracer le demi-cercle de diamètre RS et la demi-droite [RT) ; tracer alors la demi-droite issue de S et passant par leur point d'intersection. Cette demi-droite recoupe le cercle de centre R et rayon 3 cm au point U cherché.
iii) Ne reste plus qu'à relier dans l'ordre les points R, S, T, U.
Conseil : lire cette construction et tracer au fur at à mesure.

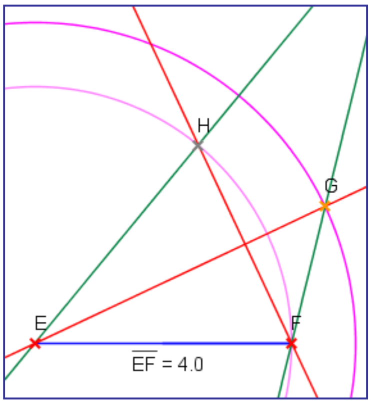
[2] La définition de cet animal est pénible : on commence par considérer que le vecteur RS est orienté positivement. Dans la rotation de centre R et d'angle $\pi/2$ (rappel sens inverse des aiguilles d'une montre pour le matheux) on produit V, image de S. Le demi-plan supérieur est le demi-plan de frontière (RS) et contenant le point V. Cette présentation, un peu lourde, a le bon goût d'être compatible avec l'entendement standard.

Quizz n°8

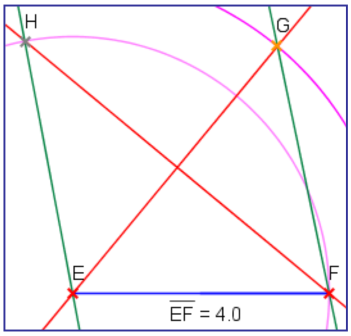


La figure à droite expose une solution compatible avec les données. On n'obtient pas un losange ! Et d'ailleurs, même pas un parallélogramme.
{Pour info : le point C2 est l'un des points possibles pour être à 6 cm de A et 4 cm de B. D est à 4 cm de C2.}
Si on ajoute l'information supplémentaire "D est à 4 cm de A" on obtient bien un losange, à condition de considérer que D ne peut être confondu avec B.

Quizz n°9



Sur la figure à gauche, on a tracé un segment [EF] mesurant 4 cm, puis deux cercles centrés en E, de rayon respectifs 4 et 5 cm. On a ensuite posé arbitrairement un point G sur le plus grand cercle. La perpendiculaire à la droite (EG) recoupe le petit cercle en un point que l'on appelle H.
A ce point de la construction, toutes les contraintes sont respectées, sauf celle du parallélisme entre les droites (EH) et (FG).



Dans la figure ci-contre à droite, on se place dans l'hypothèse où les deux droites (EH) et (FG) sont parallèles : les angles GFE et FHE sont donc égaux. Mais le triangle FHE est isocèle en E, par définition. Les angles à la base étant égaux, il s'en suit que les angles GFH et HFE sont égaux : comprendre que la droite (FH) est la bissectrice de l'angle EFG. Mais cette droite est aussi hauteur issue de F dans le triangle EFG, par définition. Puisque cette droite est à la fois hauteur et bissectrice, le triangle EFG est isocèle en F. Donc le point G est aussi sur le cercle de centre F et rayon FE.

La condition "les deux droites (EH) et (FG) sont parallèles" assure donc que le quadrilatère EFGH est un losange, et l'on tient un programme de construction !
i) Tracer un segment [EF] de longueur 4 cm.
ii) Tracer les cercles de rayon 4 cm et centres E et F.
iii) Tracer le cercle de centre E et rayon 5 cm. Ce cercle recoupe dans le demi-plan supérieur (Cf. note page précédente) le cercle de centre F et rayon 4 cm en un point G.
iv) La demi-droite issue du point F et perpendiculaire au segment [EG] recoupe le cercle de centre E et rayon 4 cm au point H attendu.