

Les bandes de Neper \approx 2 propositions

Pour une présentation des bâtons de Neper, consulter les sites suivants (parmi beaucoup d'autres) :

- http://wapedia.mobi/fr/B%C3%A2tons_de_Napier
- <http://www.ilsigrist.fr/neper.html>
- www.arts-et-metiers.net/pdf/DEA-batons-neperA4.pdf
- <http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/maths/APMEP/activites/Neper.htm>

Il est difficile de travailler en classe avec des bâtons de Neper : les modèles en carton s'écrasent très rapidement, les modèles en bois sont longs à fabriquer (l'intérêt des élèves pour la notion risque de s'éteindre bien avant que chaque élève puisse disposer de son propre jeu).

De nombreux auteurs (Cf. les deux premières adresses supra) sont donc revenus à l'utilisation de bandes de Neper, faciles à faire produire aux élèves (on redécouvre les tables), voire à reproduire à la photocopieuse.

Je propose ici du matériel à photocopier un peu différent et un logiciel d'accompagnement.

Le matériel à photocopier

Il est accessible via le fichier 'bandes_Neper2.pdf' (7,30 Mo) ou le fichier 'bandes_Neper22.pdf' (un peu moins complet 5,70 Mo). Le fichier comprend 4 ou 5 pages.

1 page contenant encore 2 bandes à découper et un plateau d'accueil.

2 pages contenant 9 bandes à découper.

Cette dernière page ne fait pas partie du fichier allégé.

1 page contenant 13 réglettes. Cette page doit être reproduite sur transparent.

1

En résumé, les trois premières pages permettent de produire un plateau et vingt bandes. Comme chaque bande correspond à deux chiffres, chaque chiffre est porté par 4 bandes. La page n°3 comprend en outre un plateau accueillant les bandes préalablement découpées. Notez à gauche du plateau la présence des 9 chiffres non nuls. Ils permettront de poser des calculs partiels du

multiplande par un chiffre du multiplicateur.

Observation des bandes

Poser une bande sur le plateau, puis le guide transparent par dessus.

A l'intersection de la bande (verticale) et du guide (horizontal) on lit deux chiffres distribués sur une diagonale descendant du coin haut-gauche vers le coin bas-droit.

Sur la figure ci-contre, il s'agit clairement de '35', produit -comme c'est étrange- de 7 par 5.

Vous pourriez retourner la bande verticale. Sur la diagonale vous liriez les chiffres '1' et '0' d'où '10' soit le produit de 2 par 5.

En résumé, comme dans la proposition de Neper, les bandes portent des extraits de la table de Pythagore de la multiplication. Sauf que ces extraits sont imbriqués tête-bêche deux par deux !

		7			
1		0			
2		8 7			
3		1 1			
4		9 4			
5		2 1			
6		7 1			
7		2 1			
8		2 8			
9		3 1			
		0 5			
		4 1			
		8 2			
		4 0			
		9 9			
		5 0			
		7 6			
		6 0			
		2 3			
		0			
		2			

Une multiplication simple

		2	5	3	
1		0	0	0	
2		8 2	9 5	9 3	
3		0 9	1 8	0 5	
4		9 4	2 0	8 6	
5		0 5	1 8	0 4	
6		6 6	8 5	2 9	
7		4 0	2 2	1 4	
8		2 8	0 4	9 2	
9		1 4	2 2	1 8	
		5 0	0 5	0 5	
		0 5	0 5	0 5	
		1 3	3 2	1 8	
		8 2	0 6	4 8	
		1 2	3 1	2 2	
		1 4	2 5	8 1	
		1 2	4 1	2 1	
		4 6	8 0	2 4	
		1 1	4 0	2 1	
		8 7	5 4	6 7	
		0	0	0	
		7	4	6	

On se propose de calculer le produit de 253 par 6. 253 est donc le multiplande et 6 le multiplicateur.

On commence par poser les bandes correspondant aux trois chiffres '2', '5' et '3'. Ces trois bandes doivent se trouver côte à côte.

Puis on fait glisser le guide horizontal au dessus de l'index 6 (à gauche du plateau).

Repérer ce que l'on peut lire dans le zigzag blanc :

1	3	3	2	1	3
8	2	6	0	4	8

Si l'on redresse les obliques pointillées, on lit :

	3	1	
1	2	0	8

En totalisant par colonne on trouve :

1	5	1	8
---	---	---	---

Ce qui est bien le résultat du produit de 253 par 6.

Calculer le produit d'un nombre d'autant de chiffres

volus par un nombre à un chiffre revient donc à lire, certes légèrement de biais, puis à totaliser de proche en proche.

La seule difficulté peut provenir de retenues non attendues lors des cumuls partiels. Prenons le cas du calcul de 396 par 8. Après avoir posé correctement nos bandes nous voyons le zigzag illustré ci-

contre, qui, après redressement, offre le tableau affiché en dessous.

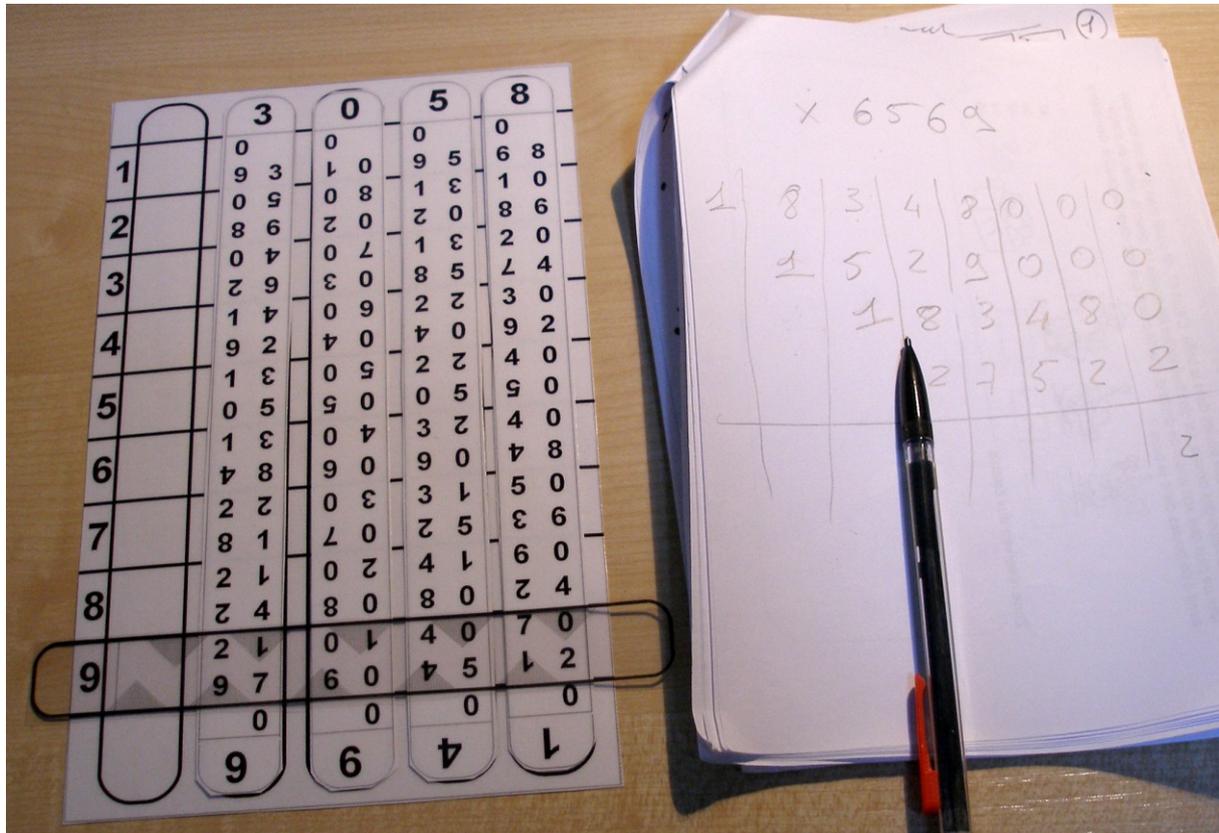
2	1	7	0	4	0
2	4	0	2	9	8

En additionnant, colonne par colonne, et à condition de ne pas oublier de reporter la retenue, on trouve bien un total de 3168 comme valeur du produit de 396 par 8.

	7	4	
2	4	2	8

Multiplicateur de plusieurs chiffres

L'image suivante montre le calcul de 3058 par 6569.



A gauche, le plateau sur lequel on a posé 4 bandes pour reconstituer le multiplicande '3058'. La réglette survole la ligne correspondant au produit partiel par le chiffre des unités du multiplicateur, soit ici '9'.

A droite, sur une feuille de papier, on a posé successivement les calculs partiels du multiplicande par chaque chiffre du multiplicateur. Pour garantir les alignements, on a tracé autant de colonnes que nécessaire. Le calcul n'était pas terminé au moment de la prise de vue.

Les résultats des totalisations sont directement transcrits, sans appui externe. Notez par ailleurs que l'on a commencé par le chiffre le plus fort ('6' pour '6000') et poser d'emblée le bon nombre de zéros. On a ensuite pu poser le produit de 3058 par le chiffre des centaines et ainsi de suite.

Il n'y a en effet aucune raison de commencer par le chiffre des unités du multiplicateur, si l'on sait anticiper le décalage dû au rang du chiffre traité.

Bien entendu, en classe, on aurait opéré exactement dans l'autre sens, pour garantir une relative fiabilité dans les décalés des produits partiels et une compatibilité avec l'algorithme de la multiplication posée actuellement enseignée.

On retiendra que ces bandes de Neper ne sont pas un substitut à la pose des multiplications (on dispose depuis quelque temps déjà de calechettes) mais plutôt un artifice pour réinterroger les éléments constitutifs de notre algorithme de calcul 'Per Fibonacci'.

Un logiciel d'accompagnement

La présentation en groupe de ce matériel suppose que l'on puisse *montrer*. Une première stratégie consiste à imprimer sur des transparents l'ensemble du matériel et à s'appuyer sur un rétro-projecteur. Malheureusement, les éléments bougent facilement sur la vitre plus ou moins chaude de l'appareil, et l'on perd assez vite patience.

J'ai donc écrit un petit programme intitulé 'Neper.exe'. Si l'on dispose d'un vidéo-projecteur, on simulera aisément les manipulations présentées dans les pages précédentes.

Si l'on dispose d'une salle informatique, on peut choisir de mixer les deux approches.

Voici une illustration de sa mise en œuvre :

Vous pouvez inscrire (pour mémoire) ici la valeur du multiplicateur : 0 6 5 6 9

	3	0	5	8	
1	0 9 3	0 1 0	0 9 5	0 6 8	
2	0 8 6	0 2 0	1 2 0	1 8 6	
3	0 2 9	0 3 0	1 8 5	2 7 4	
4	1 9 2	0 4 0	2 4 0	3 9 2	
5	1 0 5	0 5 0	2 0 5	4 5 0	
6	1 8 4	0 9 0	3 0 0	4 4 8	
7	2 8 1	0 7 0	3 2 5	5 3 6	
8	2 4 2	0 8 0	4 8 0	6 2 4	
9	2 6 7	0 9 0	4 4 5	7 1 2	
	9	6	4	1	

6000 → 18348000
500 → 1529000
60 → 183480
9 → 27522
=

Aide 4 / 5
Choisissez le chiffre suivant du multiplicateur ;
ou, clic sur le signe égal [=] pour calculer le produit ;
ou, clic sur le verrou pour effacer tous les calculs et en reprendre un nouveau.

4

On a, intentionnellement, conservé le protocole de calcul présenté à la page 3.

Pour une meilleure connaissance de ce petit logiciel, ouvrir le fichier 'Neper_Aide.pdf' rangé dans le dossier [Tender_AR] attendant au logiciel.

Installation du logiciel

Selon les circonstances, vous aurez obtenu le logiciel et les planches du matériel papier-crayon sous forme d'une archive Zip. Il vous suffit d'extraire de cette archive les éléments qui la constituent.

Vous pouvez aussi obtenir l'ensemble des fichiers sous forme d'un installateur : le fichier 'Install_NP.exe' décompresse le logiciel 'Neper.exe' et ses fichiers annexes n'importe où sur votre disque dur. Il vous permet aussi d'installer un raccourci sur votre bureau. Cette installation est sans dommage pour votre machine.

Bon travail !