Quelques devinettes dont la résolution peut passer par l'appel au logiciel ArithRevo.exe

- Cette brochure PDF est au format A5.

  Pour l'imprimer sur du papier de format A 4, sélectionnez les options appropriées dans la fenêtre de réglage de votre imprimante, en demandant notamment deux pages par feuille.

- Les devinettes sont numérotées de D_01 à D_32 et les solutions de S_01 à S_32. En cliquant sur le numéro d'une devinette, vous accédez à l'élément de solution associé ; inversement, en cliquant sur un numéro de solution, vous revenez à la devinette correspondante.

Sommaire

Les devinettes

Questions de bases…

D_01 Écrire en base 9 puis en base 99 le nombre qui s'écrit 9999 dans notre bonne vieille base 10. Vérifiez ce que vous pouvez avec le logiciel.

D_02 Écrire en base 2 le nombre qui s'écrit 22 en base 10. Convertir 333 en base 3, 4444 en base 4, et ainsi de suite… Tout cela *à la main* ! Vérifiez avec le logiciel.

D_03 Traduire en base 6 l'entier qui s'écrit 3772 dans notre base 10. Puis traduire, si possible directement, dans la base 12 : on prendra l'alphabet { Ø 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B }. Vérifiez avec le logiciel.

D_04 Avec trois chiffres a, b, c, je peux écrire un nombre abc en base 7 ou cba en base 11 ; mieux, ces deux nombres sont égaux ! Trouvez ces trois chiffres a, b, c. Valeur de ce nombre dans la base 10.

D_05 Dans une certaine base *a* le produit 21x14=324 est correct. Quelle est cette base ? Même question pour le produit 12x23=276.

Nombres et facteurs Premiers

D_06 Le nombre 73 939 133 est vraiment très curieux. Mais encore ? Conseil : observez les nombres obtenus en lui retirant progressivement des chiffres à droite.

D_07 Le nombre 357 686 312 646 216 567 629 137 est tout aussi curieux. Malheureusement, vous ne pourrez pas le vérifier du fait des limitations de mon logiciel qui n'accepte pas d'entrée de plus de 16 chiffres (ce qui n'est déjà pas si mal). Mais vous pouvez en extraire 567 629 137, ou encore, à condition d'être très patient, 46 216 567 629 137, qui restent tout aussi curieux. Ce nombre a été trouvé par Chris Caldwell.

D 08 Décomposez en produit de nombres premiers les nombres indiqués ci-dessous (utilisez la calculette, mais avec économie) puis vérifiez vos calculs grâce à mon logiciel : utilisez au choix le bouton [Facteurs Premiers] ou le bouton [Décomposition multiplicative].

753 ; 856 ; 990 ; 2184 ; 3150 ; 3960 ; 3064 ; 5145 ; 6018 ; 16335 ; 34521 ; 56805

D 09 Comparez les décompositions en facteurs premiers de 2666 et 6665 ; de 26666 et 66665 ; etc. En déduire une conjecture concernant les fractions 2/5, 26/65, 266/665, 2666/6665. Même recherche avec 49..9/9..9/8 (autant de 9 en haut et en bas), 16..6/6..64 (autant de 6 en haut et en bas), 19..9/95..5 (autant de 9 en haut que de 5 en bas). Question subsidiaire : constater est-il démontrer ?

D 10 On prend un nombre n quelconque ; on le divise par 111 ; quel est son reste ? Maintenant, on le multiplie par 1000, puis on le divise par 111 ; quel reste obtient-on ? Essayez avec plusieurs valeurs pour n avant de généraliser. En déduire que les nombres 111 111, 100 010 001, 10 000 100 001 sont tous divisibles par 111. Établissez enfin leurs décompositions respectives en produit de facteurs premiers.

D 11 On considère le produit P=2x3x5x7x11x13x17. Décomposition en facteurs premiers? On considère les 16 nombres entiers P+2, P+3, P+4, P+5, P+6, … ,P+15, P+16, P+17. Montrez qu'aucun d'eux n'est un nombre premier. On veut trouver 35 nombres consécutifs qui ne soient pas premiers. En quoi le nombre P'=2x3x5x…x31x37 permet-il d'exhiber ces nombres cherchés ? Généralisation ?

D 12 La devinette est la suivante : "je prends un nombre ; je lui ajoute son carré ; je lui ajoute encore 1 ; mon tout est un multiple de 13 ; qui suis-je ?"

Critères de divisibilité

D 13 Décomposez le nombre 111 111 en produit de facteurs premiers.

En déduire que le nombre 888 888 est divisible par 37.

D 14 Un nombre s'écrit 1xxy en base 10. Déterminez x et y pour que ce nombre soit divisible par 5 et par 9.

D 15 Un nombre s'écrit 37a28b. Trouvez a et b afin que ce nombre soit divisible par 6 et par 45.

D 16 On doit ranger 1001 petits cubes de 2 cm d'arête. Pourquoi une boite de 14 par 22 par 26 cm convient-elle parfaitement ?

Diviseurs communs et PGCD

D 17 Quels sont tous les diviseurs du nombre 10101 ? Quels sont tous les diviseurs du nombre 111111 ? Quels sont les diviseurs communs à ces deux nombres ? Quel est le plus grand diviseur commun à ces deux nombres ?

D 18 PGCD des couples d'entiers : (91,56) ; (286,121) ; (13,119) ? Rechercher les PGCD directement, au besoin en vous aidant a minima de la calculette. Vérifiez vos réponses à l'aide du logiciel.

D 19 Décomposez en produit de facteurs premiers les nombres 286 et 121 ainsi que leur PGCD. Constat ? Règle pratique d'obtention ?

D 20 On dispose de pièces de 2 € et de 5 €. Le commerçant rend sa monnaie avec le même type de pièces. Précisez les tractations pour l'achat d'un article coûtant respectivement 56 €, 73 €, 99 € .

D 21 J'ai déposé à ma banque un chèque de X euros et Y centimes. Le caissier s'est trompé et m'a versé Y euros et X centimes. Je n'ai rien dit parce que j'ai touché 5 centimes de plus que le double de la somme libellée. Valeur réelle de mon chèque ?

Multiples communs et PPCM

D 22 Calculez les 25 premiers multiples du nombre 42. Évaluez de même les 25 premiers multiples de 72. Nombres communs aux deux listes obtenues ?

D 23 Quel est le plus petit nombre de cette liste ? De quoi serait constituée la liste des multiples communs aux deux nombres 42 et 72 ?

Décomposez en produits de facteurs premiers les nombres 42 et 72 puis leur PPCM. Constatation ? Règle pratique d'obtention ?

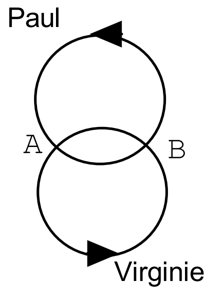
D 24 Quel est le plus petit entier divisible par 2, par 5, par 6 ? Quel est le plus petit entier qui fournit le même reste lorsqu'on le divise par 11 et par 9 ?

D 25 L'un comptine ainsi : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 2 et ainsi de suite. L'autre comptine comme cela : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 etc. Avez-vous vu la différence ? Les deux débutent au même moment. Quand prononceront-ils à nouveau le même chiffre ?

D 26 Deux horloges ne sont pas bien synchronisées. La première fait entendre un top toutes les minutes. La seconde s'exclame toutes les 62 secondes. On les met en marche à midi pile. Au bout de combien de temps leurs grandes aiguilles seront-elles sur le 12 en même temps ? Un peu plus tard, la deuxième horloge fait entendre son top 16 secondes après la première. Quelle heure est-il ?

D 27 Paul et Virginie trottinent allègrement sur deux pistes circulaires comme ceci :

Les deux pistes circulaires ont même longueur. Les arcs de cercle AB et BA sont des quarts de cercle.



Paul fait un tour en 4 minutes(frimeur) ; Virginie, plus sage, tourne en 6 minutes.

Sachant que Paul et Virginie partent ensemble de A à midi, quand se recroiseront-ils à nouveau, et en quel point ?

Problèmes divers

D 28 (D'après Rouen 93) Des cinq chiffres composant le prix de 36 bidules, on ne peut lire que le chiffre des centaines (un 4) et celui des dizaines (un 3). On sait de plus qu'un bidule coûte entre 1 100 F et 1 450 F.

1) Donner les prix possibles de 36 bidules (il y a trois solutions possibles).

2) Mais en fait, le prix d'un bidule est un nombre premier. Quel est alors le prix des 36 bidules et partant d'un d'entre eux ?

D 29 a) Une collection d'objets est organisée en paquets de cinq. Il y a 26 paquets de cinq et 3 objets restants. Ecrire le nombre d'objets de cette collection en base 5. Quelle aurait été l'organisation de cette collection si on avait regroupé les objets par paquets de 10 ?

b) Une quantité d'objets s'écrit 3021 en base cinq. Comment s'écrirait ce nombre en base dix ?

c) Une quantité X d'objets s'écrit a0c en base cinq (a > 0). Quelles sont en base dix les valeurs possibles de X ?

D 30 (from Orléans-Tours 93)

1) Ecrire en base douze le nombre 14410 .

2) Ecrire en base dix le nombre qui s'écrit 1000 en base douze.

3) On désigne par 0, 1, 2, 3, …, 9, a, b les douze chiffres utilisés en base douze. Écrire en base dix d'une part les nombres a, b , ab, ba, d'autre part le produit de a par b.

D 31 (Montpellier 93) Tous les raisonnements et calculs devront être clairement explicités.

1) Trouver l'écriture chiffrée en base trois du nombre 1+3+32+33+34+36.

2) Trouver l'écriture de ce même nombre en base 9.

3) Trouver l'écriture chiffrée du nombre 5x(5x(5x(5+4)+3)+2)+1 en base 5.

4) Pour écrire un nombre dans la base seize, on utilise l'alphabet 0, 1, 2, …, 9,a, b, …, e, f.

Trouver l'écriture chiffrée du nombre (43+1)x(43+1) dans la base seize.

D 32 (Montpellier 94)

a) Déterminer la base a (si elle existe) dans laquelle $113\underline{a} = 21\underline{a} + 32\underline{a}$.

b) Déterminer la base b (si elle existe) dans laquelle $26\underline{b} + 12\underline{b} = 43\underline{b}$.

Les solutions

S 01 Basculer dans l'onglet **[Changement de bases]** ; on tient la traduction en base 9 soit "14640". Pour passer à la base 99, transiter par la base 33 : on lit "960". Mais 3 paquets en base 33 font 1 paquet en base 99 : 6 paquets en base 33 font 2 paquets en base 99. De même, 9 paquets de paquets (3x3) en base 33 font un paquet de paquets en base 99. La traduction en base 99 est donc 100.

S 02 Dans l'onglet **[Changement de bases]**, verser successivement dans le champ vert **(N1)** les valeurs à traduire (vérifier que la base active est bien la base 10). Transférer cette valeur dans le champ rose **(N2)** puis régler en conséquence la valeur de la base active pour ce champ. Pas de difficulté particulière ici.

S 03 Dans l'onglet **[Changement de bases]**, on obtient rapidement les conversions voulues de 3772, soit 25244 en base 6 et 2224 en base 12. On peut passer d'une conversion à l'autre au prix de quelques conversions algébriques, hors appel au logiciel donc. On peut aussi faire appel aux tableaux des puissances de 6 exprimées dans la base 12 pour convertir directement la valeur en base 6 en la valeur en base 12. Mais le tableau masque un peu le fond des choses.

S 04 ¤ **Une première démarche**, pénible, consiste à basculer dans l'onglet **[Changement de bases]**, à affecter au champ **N1** (fond vert) la base 7 et au champ **N2** (fond saumon) la base 11, puis à lancer une exploration systématique à partir de la valeur N2=101 : on tape une valeur dans le champ **N2**, on la duplique dans le champ **N1**, via la flèche de recopie, on observe les dégâts et on recommence en incrémentant le champ **N2** d'une unité. On s'arrête évidemment quand **N1** dépasse la valeur de 606, c'est-à-dire quand **N2** atteint la valeur de 253. On peut ruser un peu mais on risque tout de même d'essayer beaucoup de valeurs différentes.

¤ **Une seconde démarche** passe par une réduction algébrique. En traduisant les données du problème, on établit la relation "b = 12a - 30c". {suite page 9}

1er cas : b est nul. Donc a et c sont pris dans une relation de multiplicité. Tout revient à chercher les multiples communs à 12 et 30, inférieurs à 72 (a ne peut excéder 6 à cause de la base 7). On confie ce travail aux registres de l'onglet **[Divisibilité]** et on trouve 60 = 12 x 5 = 30 x 2.

D'où une 1ère solution 520(7) = 205 (11).

2ième cas : b n'est pas nul. Mais Bezout est là ! On sert le champ **N1** avec la valeur 12, le champ **N2** avec la valeur 30, on clique sur le bouton **[Bezout]** et on lit dans le champ **[Résultat]** la mention :

¤ *Recherche d'une relation de Bezout entre les nombres 12 et 30*

*3 * 12 - 1 * 30 = 6*

Donc b = 6, a=3, c=1.

Donc 2^{ième} solution 361(7) = 163 (11).

¤ Rien n'empêche de filer sur l'onglet **[Changement de bases]** pour vérifier ces deux résultats.

S 05 Premier problème

D'après les données, la base cherchée est supérieure ou égale à 5 ; elle est inférieure à 10 car dans cette base le produit de 21 par 14 vaut 294. Le plus simple est de rechercher systématiquement une éventuelle égalité des écritures 21 x 14 et 294 pour une base b variant entre 5 et 9.

En pratique :

1/ on appelle l'**évaluateur en ligne**

2/ on inscrit dans la ligne de saisie la mention : *decbase(Produit(basedec(21,5),basedec(14,5)),5)*

(attention aux parenthèses !)

3/ on appuie sur le bouton **[=]** du mini-évaluateur ou la touche équivalente du clavier (voire du mini-clavier)

{suite page 10}

4/ on lit dans le champ résultat la valeur de 344, qui ne convient pas.

5/ on corrige la valeur de la base dans la ligne de saisie, en remplaçant tous les 5 par des 6.

6/ on relance l'évaluation qui fournit 334, qui ne convient toujours pas. Mais de 344 à 334 il y a "10", donc d'autant pour aller de 334 à 324. D'ici que 7 convienne …

7/ on corrige donc la valeur de la base dans la ligne de saisie, en remplaçant tous les 6 par 7. Et là, *bingo!* quand on relance l'évaluation.

Tout ceci semble magique ? Hum …

Second problème

On profite toujours de l'évaluateur en ligne où l'on saisit directement :

basedec(276,8) - Produit(basedec(12,8),basedec(23,8))

La valeur 8 qui apparaît systématiquement comme deuxième opérande, n'est rien que la valeur de la base dans laquelle on lance le calcul. Surprise : après validation, le champ de résultat affiche 0. Recommencez, en remplaçant systématiquement cette valeur par 9, puis par 11, puis par 12, puis par 13, … toujours 0 !

La relation 12 x 23 = 276 semble valide, quelque soit la base utilisée supérieure ou égale à 8.

Nombres et facteurs Premiers

S_06 Basculer sur l'onglet **[Primarité]**. Saisir la valeur 73939133 puis invoquer le bouton **[Est premier ?]**. "Tuer" son chiffre le plus à droite. Invoquer de nouveau le bouton **[Est premier ?]**. Etc.

Attention, le truc ne fonctionne pas si vous décimez progressivement par la gauche !

S_07 Ce nombre (357 686 312 646 216 567 629 137) ainsi que toux ceux obtenus en lui retirant des chiffres à gauche (d'où en particulier 567 629 137) sont premiers. Pour le vérifier taper dans le champ principal de l'onglet **[Primarité]** le nombre 137 ; vérifiez qu'il est premier. Ajoutez à sa gauche les trois chiffres suivants, soit 629 et vérifiez que le nombre 629137 est bien premier. En ajoutant à gauche 3 par 3, on brule quelques étapes, mais vite on est pressé ! A partir de 216567629137, le logiciel met un peu de temps à réagir. Vous pouvez ajouter 46 à gauche du dernier nombre : 46216567629137 et lancer le test -prenez le temps de boire un bon café- mais c'est tout. Au delà, vous obtenez un message d'erreur.

S_08 Il suffit de confier chaque nombre successivement à la moulinette **[Décomposition multiplicative]** du logiciel pour obtenir la correction de son travail papier-crayon-calculette.

S_09 Basculer sur l'onglet **[Divisibilité]**. Servez dans le champ **N1** le premier nombre du couple à analyser (2666 la première fois) et dans le champ **N2** le second (donc 6665 la première fois) puis affichez les décompositions multiplicatives pour chacun d'eux. Modifiez progressivement les champs **N1** et **N2** et redemandez à chaque fois les décompositions. Le résultat saute aux yeux.

On en déduit que les fractions sont égales par famille proposée. Ces fractions sont appelées *fractions diaboliques* dans la littérature... Bien entendu, ces déductions sont bornées aux cas expérimentables avec le logiciel et ne sauraient tenir lieu de preuve.

S_10 Faites appel à l'**évaluateur** du logiciel.

Tapez dans la ligne de saisie -par exemple : reste (878000,111) - reste (878,111) puis validez. Vous lisez 0 dans le champ résultat. Recommencez en changeant les 2 occurrences de 878 par une autre, 32 par exemple : reste (32000,111) - reste (32,111) puis validez. Encore 0 … Vous aurez beau faire, ça sera toujours 0 !

111 111 est typiquement divisible par 111. {Suite page 12}

100 010 001 = 100 010 000 + 1 100 010 001 a pour reste dans la division par 111 celui de 100 010 000 plus 1, ou 0 si cette somme vaut 111. Or 100 010 000 a le même reste que 100 010, qui a , lui, pour reste la somme du reste de 100 000 plus 10, soit 100 + 10 = 110. Le reste de 100 010 001 est a priori 110 + 1 donc en fait 0 d'après ce qui précède.

Quant à 10 000 100 001 : on produit une succession d'écritures ou le signe ≅ signifie "a même reste".

10 000 100 001 ≅ 10 000 000 000 + 100 000 + 1 ≅ 10 + 100 + 1 ≅ 111 ≅ 0.

111 n'est rien que le produit de 3 par 37. Or ces deux facteurs se trouvent systématiquement dans les décompositions des trois nombres étudiés. Cela suffit pour expliquer qu'ils soient tous multiples de 111.

S 11 Profitez de l'**évaluateur** pour calculer le premier produit 2x3x…x17. La machine trouve pour vous 510510 (rigolo, non ?). Si vous demandez à la machine de produire la décomposition multiplicative de ce nombre, vous lirez 2x3x…x17. Êtes vous, franchement, surpris(e) ?

Sans appel à la machine, il est clair que P+2 est pair car P l'est, P+3 divisible par 3 car P l'est, et ainsi de suite. Pour fabriquer une suite de 35 nombres consécutifs non premiers, il suffit de produire le nombre P' comme produit des 35 nombres premiers (2, 3, …, 121,127,131) d'où la série P'+2, P'+3, … P'+131. Bien entendu la série des 35 nombres premiers est obtenues directement dans l'onglet **[Primarité]**.

S 12 Comparez la solution proposée avec celle du classeur **Arith-Macros.xlt**. Ici on commence par algébriser le problème pour trouver le biais. Les nombres x cherchés vérifient l'assertion : *$x + x^2 + 1$ est un multiple de 13*. On renverse l'assertion en la modifiant légèrement : *certains multiples de 13 à qui on a ôté 1 unité sont des produits de deux entiers consécutifs* { $x + x^2 = x(x + 1)$}. Exemple : 13 - 1 = 12 = 3 x 4. 3 est une solution du problème. L'évaluateur dispose d'une fonction bien pratique, la racine carrée approchée : la fonction **racApprochée(n)** retourne l'entier le plus proche de la racine carrée de n. Notez que si x est solution du problème pour un certain multiple de 13 moins 1, alors la racApprochée de ce multiple de 13 moins 1 sera soit x soit x + 1. {Suite page 13}

Donc en pratique : on commence par commander au logiciel -par exemple- les 20 premiers multiples. Pour chacun d'eux, soit p, (on balaye donc la liste) on demande à l'évaluateur de calculer le quotient de p -1 par **racApprochée(p - 1)**, c'est que l'on tient une solution.

Exemple dans la ligne de saisie : 25 / racApprochée(25) ; on lit la valeur 4.166667 dans le champ résultat et la mention en rouge en dessous "n'est pas un entier". En revanche 90 / racApprochée(90) fournit 9 - on tient une solution (n = 9). De même 272 / racApprochée(272) offre une nouvelle solution (n = 16).

Critères de divisibilité

S 13 Le logiciel permet de répondre sans effort particulier.

S 14 Le nombre cherché est un multiple de 45 qui n'excède pas 1995. On commence par établir la liste des 44 premiers multiples de 45 (car 45^2 > 2000 ; pour le logiciel 45 n'est pas considéré comme un multiple de 45 et donc le 44$^{\text{ième}}$ multiple sera 45 x 45). Puis on filtre la liste à la recherche de la bonne forme 1xxy, soit en fait 1xx0 ou 1xx5. On trouve 1440 (=32 x 45) et 1665 (= 37 x 45).

S 15 Le nombre cherché est un multiple du PPCM de 6 et 45 soit 90. Le chiffre des unités (soit b) est donc nul. On en déduit aussi que le nombre 37a28 est un multiple de 9. Mais : 7 + 2 = 9 3 + 8 = 11 = 9 + 2. Donc a vaut obligatoire 7 pour que le critère de divisibilité par 9 s'applique.

Solution : 377280 = 2 x 45 x 4192 .

S 16 Produire, via le logiciel, la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 1001. Le reste suit.

Diviseurs communs et PGCD

S 17 Basculer sur l'onglet **[Divisibilité]** et profiter des fonctions offertes pour répondre.

S 18 Comme ci-dessus ou presque. Commencez par saisir pour chaque couple d'entiers proposés, le premier terme dans le champ **N1** et le second dans le champ **N2**. Demandez à voir les diviseurs de chacun. Un **bouton** doit apparaître entre les deux champs de résultats locaux. Cliquez sur ce **bouton** pour faire apparaitre les diviseurs communs. Seul le facteur 1 sera mis en évidence. Les nombres de ces couples sont premiers entre eux. Ils ont 1 pour PGCD.

S 19 Sous l'onglet **[Divisibilité]** vous produisez le PGCD de 286 et 121, soit 11 (nombre premier). Sous l'onglet **[Primarité]** vous produisez successivement les décompositions multiplicatives de 121 et 286. Elles ont le facteur 11 -une fois- en commun.

S 20 Sous l'onglet **[Divisibilité]** chargez dans un premier temps les registres **N1** avec 5 et **N2** avec 2 puis cliquez sur le bouton **[Bezout]**. Échangez les deux registres. Cliquez de nouveau sur le bouton **[Bezout]**. Vous devez lire dans le **champ résultat** ceci :

¤ Recherche d'une relation de Bezout entre les nombres 5 et 2

*1*5 - 2 * 2 = 1 .*

¤ Recherche d'une relation de Bezout entre les nombres 2 et 5

*3 * 2 - 1 * 5 = 1 .*

On en déduit vite que pour un achat de 56 €, on peut donner 168 (=56 x 3) pièces de 2 € et se faire rendre 56 pièces de 5 € ou donner 56 pièces de 5 € et récupérer 112 (=56 x 2) pièces de 2 €. Etc. Vive les billets de 20 € voire 50 € ...

S 21 Après analyse du problème, on tombe sur l'équation : *98.Y - 199.X = 5*. Utiliser la fonction **Bezout(N1;N2)** pour établir : *132 x 98 - 65 x 199 = 1 = 33 x 199 - 67 x 98*.

On en déduit : *2 x (132 x 98 - 65 x 199) + 3 x (33 x 199 - 67 x 98) = 5 = 98 x 63 -199 x 31* .

Une réponse possible est **31,63 €**

Multiples communs et PPCM

S_22 Appliquez directement sous l'onglet **[Divisibilité]**. Les résultats tombent dès que l'on a cliqué sur le bouton de comparaison entre les champs locaux de résultats.

S_23 Comme ci-dessus. **D_23** n'est rien que la suite logique de **D_22**.

S_24 **1ère partie de la devinette**

La réponse passe par la recherche du PPCM des trois nombres 2, 5, 6. Dans la ligne de saisie de l'**évaluateur**, inscrivez la ligne *PPCM(2,PPCM(5,6))* puis validez. Le **champ résultat** fournit la réponse : 30.

2ième partie de la devinette

Soit n un entier qui fournit le même reste r dans la division par 9 et 11 (donc r <9). Alors *n - r* est multiple de 9 et 11. Le plus petit n'est rien que le PPCM soit 99. Viendront ensuite 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106 et 107.

S_25 Le premier répète la série [1 2 … 8 9] qui contient neuf termes. Le second répète la série [1 2 … 8 9 0] qui contient dix termes. Si on associe à chaque personne un compteur qui s'incrémente de 1 à chaque nouveau prononcé, alors le premier compteur *tope* des 1 pour des valeurs multiples de 9, quand le second fait de même, mais pour des multiples de 10. Les deux compteurs *toperont* ensemble un 1 pour le plus petit commun multiple de 9 et 10, soit 90.

S_26 Même esprit que ci-dessus. Puisque la seconde horloge prend deux secondes de retard par minute, elle prendra deux minutes de retard par heure. On invoque le ppcm de 60 et 62 soit 1860. Au bout de 1860 minutes soit 31 heures la grande aiguille de la première horloge a fait 31 fois le tour du cadran, il est donc 7 heures du matin. La grand aiguille de la seconde horloge n'aura pendant ce temps là que fait 30 tours de cadran, cette horloge marquera 6 heures du matin.

A 7 h et 8 mn et 16 s sur la première horloge

Problèmes divers

S 27 Le PPCM de 4 et 6 est 12 : quand Paul termine son troisième tour, Virginie achève son second, tout ceci 12 minutes après leur départ. Mais cette rencontre a lieu au point A ; la vraie question est de savoir s'ils ne pourraient se rencontrer, plus tôt, c'est à dire en B. Un rapide petit chronogramme permet de répondre négativement.

S 28 La réponse à la première question (on cherche un nombre de la forme dm43u) passe par un traitement classique où le logiciel peut à la rigueur se substituer à une calculette, grâce à l'**évaluateur en ligne**. On calcule successivement 36 x 1100 = 39600 et 36 x 1450 = 52200. On en déduit que d peut prendre les valeurs de 4 ou 5. Comme ce prix total est un multiple de 36, il est divisible par 9 (d + m + u + 7 doit l'être aussi) et par 4 (3u doit l'être aussi). Les possibles pour u sont donc 2 ou 6. Au final on trouve comme solutions : 41436 (1151) 45432 (1262) 50436 (1401) - entre parenthèses, prix d'un bidule.

L'information sur la primarité du prix d'un bidule, permet, grâce au logiciel cette fois, de ne conserver que le prix unitaire de 1151.

S 29 **Question a** : traiter formellement. On doit trouver 1013 en base 5 car $26 = 5^2 + 1$! N'utiliser l'onglet **[Changement de bases]** que pour vérifier sa réponse. Par ailleurs 26 x 5 = 13 x 2 x 5 ; on peut affirmer -sans calcul- que la collection comporte 133 objets.

Question b : Le nombre cherché est de la forme $25\alpha + \beta$ avec α prenant les valeurs de 1 à 4, et β de 0 à 5. Le logiciel n'intervient pas ici.

S 30 N'utiliser le logiciel, onglet **[Changement de bases]** que pour vérifier les calculs papier-crayon.
$14410^{(10)} = 840A^{(12)}$ $1000^{(12)} = 1728^{(10)}$ $a^{(12)} = 10^{(10)}$ $b^{(12)} = 11^{(10)}$ $ab^{(12)} = 131^{(10)}$ $ba^{(12)} = 142^{(10)}$ $axb^{(12)} = 10x11^{(10)} = 110^{(10)} = 92^{(12)}$.

S 31 **1)** L'écriture chiffrée en base trois du nombre X= 1+3+32+33+34+36 est 12011. N'utilisez le logiciel que pour vérifier votre réponse. Celle-ci doit passer par une réécriture du nombre proposé avec des puissances de 3. Il peut être utile de lister ces puissances successives (1 3 9 27). D'où :
X = 1 + 3 + 27 + 2 + 3 + 27 + 2x3 + etc.

2) $X = 1x3^4 + 2x3^3 + 1x3 + 1 = 1x9^2 + 2x3x9 + 4 = 164^{(9)}$. N'utilisez le logiciel que pour vérifier !

3) Pour répondre rapidement recopier l'expression 5x(5x(5x(5+4)+3)+2)+1 dans la ligne de saisie de l'**évaluateur en ligne**. Puis profitez de l'onglet **[Changement de bases]** pour obtenir la réponse soit $14321^{(5)}$. Mais cette démarche ne correspond pas à la philosophie de la question : multiplier par $5^{(10)}$ c'est multiplier par $10^{(5)}$. On tombe sur la règle des zéros que l'on applique récursivement plusieurs fois.

4) On doit calculer le carré de 44 soit celui de 4 fois 11. Il suffit de savoir convertir $11^2 = 121$ car le produit par $4^2=16$ provoquera l'apparition d'un zéro à droite. Or 121 = 7x16 + 9 : $121^{(10)} = 79^{(16)}$. La réponse attendue est donc 790 en base seize.

S 32 **a)** La base est au moins égale à 4. Le logiciel est de peu d'utilité ici. La réponse attendue est 4 justement.

b) On trouve assez facilement que la base b devrait valoir 5, ce qui entre en contradiction avec certains chiffres utilisés (le 6 précisément). Il n'y a donc pas de solution. Le logiciel n'est ici d'aucun secours.