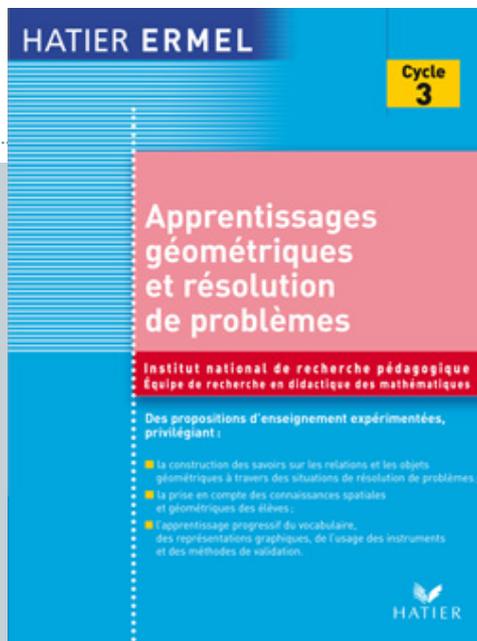


# ERMEL - Géométrie Cycle 3 (2006)



## Apprentissages géométriques et résolution de problèmes

Trouvé sur

<http://www.reunion.iufm.fr/Dep/mathematiques/PE2/Resources/ERMELGeomTheo.ppt>

Et légèrement relooké par moi db iufm V : j'ai ôté les animations et simplifié le décor.

# La géométrie au cycle 3

2

- *La géométrie, en soi est une modélisation*
  - Il s'agit de passer du monde environnant à un monde « géométrique ».
  - Épistémologiquement elle est du côté de la théorie.
- *À l'école primaire, elle reste très imbriquée au monde sensible dans lequel l'élève évolue*
  - Les premières expériences sont dans le monde sensible (ce sont les « connaissances spatiales »).
  - Leurs descriptions, le vocabulaire employé participent à l'entrée dans un « savoir géométrique ».
  - L'école propose des activités qui favorisent le passage de la forme dessinée (objet de réalité) à l'évocation d'une figure (objet de pensée). Quand se réalise ce passage ?

# La géométrie au cycle 3

3

*Elle se situe donc à la charnière entre*

- *Une approche concrète de l'espace (cycle 2, début cycle 3)*
  - Les tâches sont résolues par l'action, sans impliquer d'anticipation
  - Les validations sont pratiques
- *Une géométrie théorique de type hypothético-déductive comme celle de la fin du collège*
  - Le collège amène les élèves vers une géométrie « théorique » qui n'est pas réellement axiomatisée (mais c'est un autre débat)

*On est dans une géométrie qui s'appuie sur des situations concrètes, les modélise par des représentations d'objets.*

*Il s'agit de proposer des situations qui vont nécessiter une anticipation sur des objets idéalisés (usage des instruments, mais aussi des propriétés).*

# Les objectifs géométriques du cycle 3

4

*Selon le rapport de la commission Kahane, il s'agit de proposer une approche scientifique, technique, et culturelle en :*

- *Développant la « vision de l'espace »*
  - Être capable de se diriger, se déplacer dans l'espace mais aussi d'utiliser ou produire un plan,
  - Puis de représenter (P.C.) et décrire les solides de l'espace.
- *Apprendre à raisonner*
  - Développer d'abord l'observation, puis l'articuler avec l'intuition et les « connaissances géométriques » avec de plus en plus de rigueur.
- *Connaître quelques utilisations courantes*
  - Professionnelles (cartographie, urbanisme, architecture),
  - Culturelles (arts visuels).



# Dessins, figures et représentations

5

*On distingue deux types d'objets : ceux de l'espace sensible, et les objets idéaux, ou géométriques.*

- *Dessin : trace laissée par un outil dans un espace graphique*
  - Sable (Socrate), papier-crayon, écran d'ordinateur-logiciel de GD.
- *Figure : objet de la géométrie euclidienne*
  - Objet idéal, construction de l'esprit,
  - Décrite par un texte, une formulation, des propriétés.
- *Différence entre les deux*
  - Différence entre figure et sa « représentation » (dessin, ou objet sensible comme une maquette),
  - Autre regard proposé : la triade « référent (objet idéal) - signifié (figure comme lien entre les deux autres) - signifiant (tous les dessins) ».

# Typologie dans le domaine sensible

6

*Proposée par Brousseau, développée par Berthelot et Salin.*

- *Le micro-espace*
  - L'espace proche dans lequel l'élève peut déplacer l'objet, le voir sous toutes ses dimensions. L'élève est à l'extérieur de cet espace dont il a une vue d'ensemble.
- *Le méso-espace*
  - L'espace des déplacements du sujet dans un domaine contrôlé par la vue (entre 0,5 et 50 fois la taille du sujet). Les objets fixes sont des références.
- *Le macro-espace*
  - L'espace éloigné accessible seulement de manière locale. Nécessite une décentration pour intégrer des représentations fragmentaires.



# Les constituants des savoirs géométriques

7

- *Les objets*
  - Matériels (du monde sensible : rectangle),
  - Théoriques (droite, point).
- *Les relations (liens entre les objets)*
  - L'appartenance, le parallélisme, l'orthogonalité,
  - L'égalité des longueurs,
  - Le repérage,
  - L'isométrie et la similitude.

# Les constituants des savoirs géométriques

8

- *Les objets*
- *Les relations*

⊕ *Les énoncés (propriétés)*

ce sont les liens entre objets et relations :

- ⊕ Propriétés d'objets (le cube a 8 sommets)
- ⊕ Théorèmes (transitivité du parallélisme)

# Les énoncés au cycle 3

9

- *Peuvent être implicitement contenus dans certaines méthodes de construction*
- *Sont d'abord des solutions implicites des problèmes :*
  - « Est-il possible de construire un triangle avec 2 angles droits ? »
- *Mais sont aussi des outils pour valider une solution.*
  - En particulier quand la perception ne permet pas de conclure.

# Les énoncés au cycle 3

10

- *Implicitement contenus dans certaines méthodes de construction,*
- *D'abord des solutions implicites des problèmes,*
- *Des outils pour valider une solution.*

En particulier les énoncés mathématiques ne sont pas des objets d'étude en soi.

# La question de la validation

11

- *Les limites de la validation pratique*
  - Nombreuses difficultés dont celle de la relation entre la procédure et son exécution : laquelle est (in)validée ?
- *Les difficultés de formulation et de critique des procédures de résolution*
  - Entre autre, en relation avec des actions ou des gestes fugaces dont on n'a pas toujours conscience ...
- *Le passage à une validation fondée sur les propriétés*
  - Le débat pousse à l'explicitation de ce que l'action ou la perception ne permet pas de dégager.
  - Les élèves ont alors recours à un langage qui les libère (en partie) de l'action, et sollicite d'autres types de validations.

# Le passage à une validation fondée sur les propriétés

- *Rôle décisif du langage dans l'évolution des preuves*
  - Permet la distinction des différents types de preuves (action, mesure, images mentales, usage des propriétés)
  - Et les distinguer des « preuves élèves » (évidence construite sur l'expérience sociale, connaissance partagée)
  - Permet de reconnaître le statut différent des critères engagés (techniques ou mathématiques)
- *Trois types d'objets sur lesquels débattre de la validité*
  - Une production
  - Une procédure (en différant la validation d'une production)
  - Une propriété

# Quelques difficultés de ce passage

13

- *Décalage temporel entre l'utilisation des propriétés en acte et leur disponibilité comme savoir dans des débats*
  - Exemple de 1 à 2 ans de décalage sur le prolongement d'un trait.
  - Les représentations graphiques deviennent des figures qui, elles, sont porteuses de propriétés.
- *La validation en géométrie fait appel à des procédures plus théoriques que dans le registre numérique*
  - De part sa mise en mots plus complexe, discursive.
  - Et l'utilisation d'un vocabulaire spécifique qui prend tout son sens
  - Mais c'est aussi une entrée dans le monde mathématique.

# Les instruments de géométrie

14

*ERMEL s'inscrit dans la description générale de Pierre Rabardel : un instrument est la résultante de trois composantes*

- *L'artefact*
  - C'est le dispositif matériel qui a été conçu initialement dans un but déterminé.
- *Les schèmes d'utilisation*
  - C'est l'ensemble des modes d'utilisations standards des instruments.
- *Les représentations du concept*
  - Sur lesquelles l'élève s'appuie pour utiliser l'instrument

# Instrumentation et instrumentalisation

15

*ERMEL utilise la description générique de Pierre Rabardel : la maîtrise de l'instrument participe de deux processus évoluant en interaction.*

- *Le processus d'instrumentation*
  - Prise de conscience progressive des fonctions propres à l'artefact.
- *Le processus d'instrumentalisation*
  - L'évolution des schèmes d'utilisation de l'objet matériel, de façons prévues ou non par le concepteur.
  - Exemple du compas, mais aussi des logiciels de GD.

*Ne pas oublier la difficulté de l'usage des instruments, et donc de rentrer dans l'instrumentation d'un nouvel instrument.*

# Instruments et communication, construction et validation

16

- *Support transitoire pour faciliter la communication*
  - Les élèves manquent de mots précis pour désigner un objet ou une action.
  - Ils utilisent alors des gestes ou des objets usuels.
  - L'instrument peut être un tel objet, il devient alors un objet de référence pour visualiser un concept ou une action.
- *Les deux relations de l'instrument à la construction : il est utile de distinguer*
  - Les simples algorithmes de constructions techniques automatisées.
  - Une mise en œuvre fondée sur des explicitations des procédures de tracés.
- *La place de l'instrument dans la validation : ils interviennent*
  - Dans la phase d'exploration d'une figure donnée (souvent un dessin avec ou sans codage).
  - Dans la phase de vérification d'une construction.
  -